

Índices de Lick

Sandro Rembold
IF - UFRGS
2004

O sistema de índices de Lick foi definido por Faber et al. (1985), e consta de um conjunto de características espectrais na região 400-640 nm. As características espectrais são constituídas de dois tipos principais: as linhas atômicas de absorção e as bandas moleculares. Para as linhas atômicas, os índices espectroscópicos são definidos em unidades de comprimento de onda (geralmente Å) e para as bandas moleculares são expressas em magnitudes. Crucial na definição do sistema de Lick são as regiões onde deve ser medido o fluxo de uma determinada banda e duas outras regiões adjacentes a esta, necessárias na determinação de um pseudocontínuo. A Tabela 1 mostra a definição dos 21 índices espectroscópicos para as diferentes bandas.

Para cada característica (linha) espectral, são definidas três bandas, quais sejam, a região da linha em estudo propriamente dita e duas outras pertencentes ao (pseudo)contínuo adjacente. A largura equivalente de uma linha do espectro é calculada determinando-se a fração de luz que é absorvida no intervalo de comprimentos de onda no qual a mesma é definida, utilizando-se, para o cálculo do contínuo, uma interpolação linear das regiões adjacentes à linha.

A Figura 1 mostra um exemplo hipotético. $F(\lambda)$ designa a “função” de fluxo por píxel do espectro no comprimento de onda λ , P_1 e P_2 correspondem às janelas espectrais das regiões adjacentes à linha, e λ_i e λ_s são os limites em comprimento de onda da linha. As médias de fluxo nas regiões P_1 e P_2 definem uma reta, que é a reta de pseudocontínuo na região da linha, que chamaremos $C(\lambda)$. A área A_2 é simplesmente a integral do fluxo na região da linha, e portanto, naturalmente, a área A_1 é o fluxo absorvido nessa faixa de comprimentos de onda; assim, $A_1 + A_2$ corresponde à integral do fluxo do contínuo nessa faixa. Matematicamente,

$$A_2 = \int_{\lambda_i}^{\lambda_s} F(\lambda) d\lambda \quad (1)$$

Por definição, a *largura equivalente* E da linha em questão (o índice de Lick para uma linha metálica) é a razão entre o fluxo absorvido pela linha e o fluxo do contínuo nessa região, multiplicado pelo intervalo de comprimento de onda, em Å. Ou seja,

$$E = \left(\frac{A_1}{A_1 + A_2} \right) \times (\lambda_s - \lambda_i). \quad (2)$$

Mas como a integral do fluxo do contínuo C vale

$$C = \int_{\lambda_i}^{\lambda_s} C(\lambda) d\lambda, \quad (3)$$

então

$$E = \left(\frac{C - A_2}{C} \right) \times (\lambda_s - \lambda_i). \quad (4)$$

O índice de Lick para bandas moleculares, E_M , é definido por

$$E_M = -2.5 \log \frac{A_2}{C}. \quad (5)$$

Associada à incerteza nos valores de fluxo píxel a píxel, existe uma incerteza nas determinações dos índices de Lick. Sendo $I_i(\lambda)$ o fluxo no píxel i dentro da janela onde a linha é definida, a área A_2 correspondendo ao fluxo recebido na região da linha é

$$A_2 = \sum_{i=1}^N I_i(\lambda) (\lambda_{i+1} - \lambda_i) \equiv \sum_{i=1}^N I_i(\lambda) \Delta\lambda_i. \quad (6)$$

A incerteza $\sigma(A_2)$ será dada por

| Índice | Linha/Banda | $\lambda(BP_I)$ | $\lambda(BP_S)$ | $\lambda(CAE_I)$ | $\lambda(CAE_S)$ | $\lambda(CAD_I)$ | $\lambda(CAD_S)$ |
|---|---------------------------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| CN ₁ * | CN | 4143.375 | 4178.375 | 4081.375 | 4118.875 | 4245.375 | 4285.375 |
| CN ₂ * | CN | 4143.375 | 4178.375 | 4085.125 | 4097.625 | 4245.375 | 4285.375 |
| Ca λ 4227 | Ca I | 4223.500 | 4236.000 | 4212.250 | 4221.000 | 4242.250 | 4252.250 |
| G λ 4300 | CH | 4282.625 | 4317.625 | 4267.625 | 4283.875 | 4320.125 | 4336.375 |
| Fe λ 4383 | Fe I | 4370.375 | 4421.625 | 4360.375 | 4371.625 | 4444.125 | 4456.625 |
| Ca λ 4455 | Ca I | 4453.375 | 4475.875 | 4447.125 | 4455.875 | 4478.375 | 4493.375 |
| Fe λ 4531 | Fe I | 4515.500 | 4560.500 | 4505.500 | 4515.500 | 4561.750 | 4580.500 |
| Fe λ 4668 | Fe I | 4635.250 | 4721.500 | 4612.750 | 4631.500 | 4744.000 | 4892.625 |
| H _{β} λ 4861 | H _{β} | 4848.875 | 4877.625 | 4828.875 | 4848.875 | 4877.625 | 4892.625 |
| H _{βG} λ 4861 | H _{β} | 4851.320 | 4871.320 | 4815.000 | 4845.000 | 4880.000 | 4930.000 |
| Fe λ 5015 | Fe I | 4979.000 | 5055.250 | 4947.750 | 4979.000 | 5055.250 | 5066.500 |
| Mg ₁ * | Mg ₁ | 5070.375 | 5135.375 | 4896.375 | 4958.875 | 5302.375 | 5367.375 |
| Mg ₂ * | MgH+Mgb | 5155.375 | 5197.875 | 4896.375 | 4958.875 | 5302.375 | 5367.375 |
| Mgb λ 5177 | Mgb | 5161.375 | 5193.875 | 5143.875 | 5162.625 | 5192.625 | 5207.625 |
| Fe λ 5270 | Fe I | 5247.375 | 5287.375 | 5234.875 | 5249.875 | 5287.375 | 5319.875 |
| Fe λ 5335 | Fe I | 5314.125 | 5354.125 | 5306.625 | 5317.875 | 5355.375 | 5365.375 |
| Fe λ 5406 | Fe I | 5390.250 | 5417.750 | 5379.000 | 5390.250 | 5417.750 | 5738.375 |
| Fe λ 5709 | Fe I | 5698.375 | 5722.125 | 5674.625 | 5698.375 | 5724.625 | 5738.375 |
| Fe λ 5782 | Fe I | 5778.625 | 5798.375 | 5767.125 | 5777.125 | 5799.625 | 5813.375 |
| Na λ 5895 | Na D | 5878.625 | 5911.125 | 5862.375 | 5877.375 | 5923.875 | 5949.875 |
| TiO* | TiO I | 5938.375 | 5995.875 | 5818.375 | 5850.875 | 6040.375 | 6105.375 |
| TiO* | TiO II | 6191.375 | 6273.875 | 6068.375 | 6143.375 | 6374.375 | 6416.875 |

Table 1: Definições dos índices espectroscópicos de Lick. (*) - Índices medidos em magnitudes.

$$\sigma(A_2)^2 = \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{\partial A_2}{\partial I_i} \right)^2 \sigma(I_i)^2 \right] \quad (7)$$

$$= \sum_{i=1}^N (\Delta \lambda_i)^2 \sigma(I_i)^2 \quad (8)$$

$$= \frac{N}{(N-1)^2} (\lambda_s - \lambda_i)^2 \sigma(I_i)^2 \quad (9)$$

O fluxo integrado do contínuo nessa faixa, C , vale

$$C = \bar{C}(\lambda_s - \lambda_i), \quad (10)$$

onde \bar{C} é o valor médio do pseudocontínuo definido pela reta ajustada usando as zonas adjacentes:

$$\bar{C} = a \left(\frac{\lambda_s + \lambda_i}{2} \right) + b, \quad (11)$$

λ_i e λ_s são os limites que definem a linha e a e b são os coeficientes angular e linear da reta ajustada:

$$a = \frac{y_s - y_i}{x_s - x_i} \quad (12)$$

$$b = y_s - x_s \frac{y_s - y_i}{x_s - x_i}, \quad (13)$$

com y_s e y_i correspondendo aos valores médios de y nas faixas superior e inferior do pseudocontínuo, e x_s e x_i seus valores de λ associados. Em termos de y_s e y_i , podemos expressar \bar{C} como

$$\bar{C} = \left(\frac{y_s - y_i}{x_s - x_i} \right) \times \left(\frac{\lambda_s + \lambda_i}{2} \right) + \left[y_s - x_s \left(\frac{y_s - y_i}{x_s - x_i} \right) \right]. \quad (14)$$

Por sua vez, como

$$y_{s,i} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I_j, \quad (15)$$

então

$$\sigma_{y_{s,i}}^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sigma^2(I_j) = \frac{\sigma^2(I)}{N}, \quad (16)$$

onde $\sigma^2(I)$ é a incerteza média estimada para o fluxo por píxel no espectro. Assim, a incerteza em \bar{C} é

$$\sigma_{\bar{C}}^2 = \left(\frac{\partial \bar{C}}{\partial y_s} \right)^2 \sigma_{y_s}^2 + \left(\frac{\partial \bar{C}}{\partial y_i} \right)^2 \sigma_{y_i}^2 \quad (17)$$

$$= \left[\left(\frac{\lambda_s + \lambda_i}{2} \right) \left(\frac{1}{x_s - x_i} \right) + 1 - \frac{x_s}{x_s - x_i} \right]^2 \sigma_{y_s}^2 + \left[\left(\frac{\lambda_s + \lambda_i}{2} \right) \left(\frac{-1}{x_s - x_i} \right) + \frac{x_s}{x_s - x_i} \right]^2 \sigma_{y_i}^2. \quad (18)$$

Finalmente, a incerteza na determinação da largura equivalente de Lick é

$$\sigma_E^2 = \left(\frac{\partial E}{\partial C} \right)^2 \sigma_C^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial A_2} \right)^2 \sigma_{A_2}^2 \quad (19)$$

$$= \left[\left(\frac{A_2}{C^2} \right)^2 \sigma_C^2 + \left(\frac{-1}{C} \right)^2 \sigma_{A_2}^2 \right] (\lambda_s - \lambda_i)^2, \quad (20)$$

e para a magnitude,

$$\sigma_{E_M}^2 = \left(\frac{\partial E_M}{\partial C} \right)^2 \sigma_C^2 + \left(\frac{\partial E_M}{\partial A_2} \right)^2 \sigma_{A_2}^2 \quad (21)$$

$$= \left(\frac{2.5}{C \ln(10)} \right)^2 \sigma_C^2 + \left(\frac{-2.5}{A_2 \ln(10)} \right)^2 \sigma_{A_2}^2. \quad (22)$$

Assim, o problema da determinação da incerteza em uma medida de um índice de Lick reside na determinação da incerteza no fluxo píxel a píxel, $\sigma(I)$. Um critério para se determinar essa incerteza é

- usar os espectros não-combinados, imediatamente anteriores aos espectros finais;
- calcular, píxel a píxel, a média e o desvio padrão da média para o conjunto de espectros;
- determinar o desvio padrão típico encontrado, $\sigma(I)$, para cada extração.

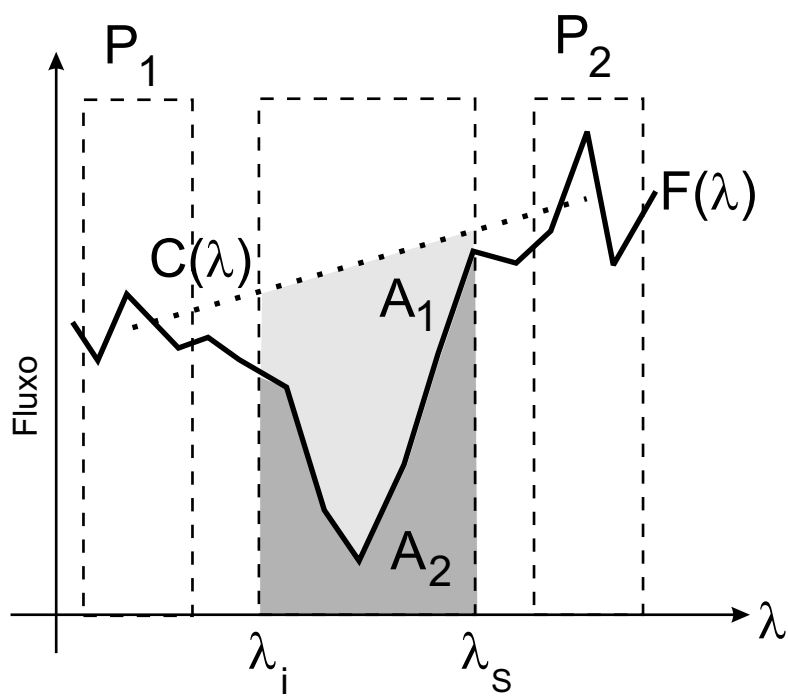


Figure 1: Exemplo hipotético para ilustrar a determinação dos índices de Lick (ver texto).