

Inclinações das ruas e das estradas

Publicado na revista *Física na Escola*, São Paulo, 8(2):16-18, 2007

<http://www.sbfisica.org.br/fne/Vol8/Num2/v08n02a04.pdf>

Fernando Lang da Silveira - Instituto de Física da UFRGS

lang@if.ufrgs.br

Resumo. *As inclinações máximas de ruas e estradas são bem menores do que aquelas imaginadas pela grande maioria dos nossos alunos. Inclinações em relação à horizontal superiores a 5° excepcionalmente são encontradas em rodovias. Ruas com inclinações próximas de 15° costumam ser raras e normalmente estão interditadas para a subida de caminhões. O limite teórico para a inclinação da rampa que um automóvel com tração em duas rodas pode galgar situa-se abaixo de 30° com pista seca e abaixo de 20° com pista molhada.*

I. Introdução

Há anos temos discutido com nossos alunos sobre as inclinações das ruas e das estradas de rodagem. Ao lhes inquirir sobre a maior inclinação de ruas ou estradas que conhecem, invariavelmente obtivemos como resposta ângulos com a horizontal superestimados. Por exemplo, em 36 sujeitos (alunos do curso de Física que já cursaram as disciplinas de Física Geral, alunos do mestrado profissional em ensino de Física e inclusive doutores em Física) encontramos como resposta ângulos que variaram de 20° a 70°, ficando a média em 44° (mais de 80% dos respondentes indicaram ângulos maiores do que 30°). Ao avançarmos nessa discussão, lhes questionando sobre onde poderiam encontrar inclinações de 20°, a resposta é que tal declividade é comum em estradas e ruas.

Em livros texto de Física Geral costumamos encontrar planos inclinados com inclinações consistentes com as respostas de nossos alunos. As placas de sinalização em rodovias reforçam a idéia dos ângulos próximos ou maiores do que 30° em declives acentuados, conforme se observa nas fotografias da figura 1.



Figura 1 – Placas sinalizando os declives acentuados em rodovias.

A superestimativa da declividade das rampas está referida na interessante obra de Minnaert (1954), constituindo-se em um problema para a psicologia da percepção. O autor também nota que usualmente superavaliemos a elevação dos corpos celestes.

O objetivo deste artigo é o de demonstrar, por intermédio de algumas medidas realizadas a partir de fotografias, que a inclinação das ruas e das estradas é bem menor do que a avaliada pelos nossos alunos. Justificaremos teoricamente as razões pelas quais os aclives ou os declives com a declividade por eles imaginada são impraticáveis para automóveis e caminhões.

II. Medindo a inclinação

A medida da inclinação das ruas em uma cidade pode ser realizada sem dificuldade com auxílio de fotografias. Quando há construções no entorno de uma rua, é fácil se encontrar nas edificações linhas indicadoras da vertical e/ou da horizontal. A fotografia da figura 2 mostra uma das ruas muito inclinadas em Porto Alegre (nossos alunos costumam atribuir a esta rua – Lucas de Oliveira – inclinações superiores a 30°!!).



Figura 2 – Nas edificações no entorno da rua encontramos indicadores da vertical e/ou horizontal.

A fotografia da figura 3 mostra outra rua com grande declividade no centro de Porto Alegre, interditada para a subida de caminhões por motivos de segurança. No dia em que a fotografia foi realizada, chovia e constatamos que os automóveis que por ali trafegavam costumavam patinar as rodas de tração.



Figura 3 – Rua muito inclinada no centro de Porto Alegre, interdita para a subida de caminhões.

III. Inclinações máximas das rampas

O Departamento Nacional de Infra-estrutura de Transportes (DNIT, antigo DNER) dá recomendações para as inclinações máximas em estradas de rodagem (DNER, 1999). Uma maneira mais esclarecedora de referir a inclinação de uma rampa em relação à horizontal é através de sua declividade, isto é, da tangente do seu ângulo de inclinação. Na verdade as recomendações do DNIT para as rodovias são expressas desta forma, ao invés de especificar um ângulo. Uma rampa de 10° , por exemplo, é referida pela tangente de 10° , que é aproximadamente 0,18 ou 18%, sendo que na terminologia dos manuais técnicos esta declividade denomina-se como *inclinação percentual*. Encontramos a mesma nomenclatura também nas especificações técnicas para a capacidade máxima de subida de caminhões ou de outros veículos nos manuais dos fabricantes.

Em uma rampa inclinada por 10° , sobe-se cerca de 18 m para cada 100 m de deslocamento horizontal. Para ângulos pequenos sabe-se que a tangente e o seno do ângulo são aproximadamente iguais. Portanto também podemos interpretar esta declividade de 18% como subindo 18 m em cada 100 m de deslocamento sobre a rampa. Dar a informação desta forma auxilia a entender que não é usual nas ruas de uma cidade se encontrar rampas com tal declividade, pois implicaria que em uma extensão igual ao comprimento de um campo de futebol houvesse um desnível de mais de 4 andares!

Outro argumento sobre a inexistência das inclinações imaginadas pelos alunos diz respeito às escadas. É comum que os degraus tenham a altura igual a cerca da metade de sua largura. Se deitarmos uma prancha de madeira sobre a escada, estaremos constituindo uma rampa com declividade de 50% ou inclinação de 27° . A simples experiência de tentar subir por essa prancha é muito elucidativa, demonstrando que, se alguma rua tivesse essa inclinação, o

passeio para pedestres deveria ser em forma de escada e não de rampa. Nas rampas de acesso para pedestres é notória a ocorrência de inclinações muito menores do que em escadas.

As declividades máximas recomendadas pelo DNIT dependem da *classe* da estrada de rodagem; em estradas de *Classe 0* – vias expressas – (onde o volume de tráfego é o mais alto) recomenda-se no máximo inclinações de 5% (cerca de 3°). Já nas rodovias de *Classe IV* (aquelas que possuem o mais baixo volume de tráfego) as inclinações máximas recomendadas são de 9% (cerca de 5°).

A principal razão subjacente a essas recomendações está na velocidade que os automóveis e, principalmente, os caminhões conseguem manter nos aclives. Rampas com inclinação de 3° não permitem que os caminhões pesados trafeguem com velocidades muito superiores a 20 km/h (vide a seção seguinte).

Em situações excepcionais encontraremos estradas onde essas inclinações máximas excedem as recomendações. É o caso, por exemplo, da Rodovia SC 438 no trecho que sobe a belíssima Serra do Rio do Rastro. Em apenas 8 km a rodovia passa por um desnível de 670 m, o que significa uma subida com uma inclinação média de 5°. Em alguns trechos desses 8 km encontram-se rampas excepcionalmente inclinadas. A fotografia da figura 4 mostra um desses trechos, onde ocorre a inclinação inusitada de cerca de 10° ou 18%.



Figura 4 – Rampa com inclinação excepcionalmente grande (10° ou 18%) em um trecho da Rodovia SC 480 na Serra do Rio do Rastro.

Na figura 4 o poste foi tomado como indicador da vertical. As fissuras nas escarpas da montanha constituem outras linhas que indicam, aproximadamente, a vertical nesta bela paisagem. No detalhe ampliado do pavimento da estrada, observa-se que é constituído por placas de cimento com estrias. Devido à grande inclinação, faz-se necessário um pavimento antiderrapante, para minimizar a possibilidade de deslizamento dos pneus sobre o cimento, principalmente quando a pista está molhada ou até congelada. Caso os pneus deslizem, perde-se em força atrito pois, como é bem sabido, o coeficiente de atrito cinético dos pneus com o pavimento é menor do que o coeficiente de atrito estático. Esta perda em força de atrito é indesejável tanto na descida – quando a força de atrito é utilizada para frear os veículos –, quanto na subida – neste caso a força de atrito nas rodas de tração é a força tratora ou motora do veículo.

A rua mais inclinada do mundo, segundo a Wikipedia, é a Baldwin Street em Dunedin, Nova Zelândia. A sua inclinação é 19° ou 35%!

IV. Força de tração e potência de tração nos veículos em subidas

Um veículo com massa M , que se desloque com velocidade constante v , ascendendo por uma rampa com inclinação θ com a horizontal, necessita que o seu motor desenvolva uma potência capaz de anular a potência das forças que resistem ao seu avanço. Além das forças de resistência exercidas pelo ar e pela pista de rolamento no veículo, a componente do peso do veículo paralela à pista ($M.g.\text{sen}\theta$) opõe-se ao seu movimento. Portanto, a potência desenvolvida pelo motor P_{Motor} nas rodas de tração deve satisfazer a seguinte condição:

$$P_{Motor} > M . g . \text{sen} \theta . v . \quad (1)$$

Para um caminhão pesado ($M = 40000 \text{ kg}$) deslocando-se com velocidade constante de 36 km/h ou 10 m/s por um aclive com inclinação de 3°, resulta que a potência desenvolvida pelo motor é tal que

$$P_{Motor} > 40000 . 9,8 . \text{sen} 3^\circ . 10 = 205000 \text{ w} , \quad (2)$$

ou ainda,

$$P_{Motor} > \frac{205000}{740} \text{ cv} = 277 \text{ cv} . \quad (3)$$

Ora, a potência mínima referida em (3) é comparável à (ou até maior do que a) potência máxima nominal especificada pelos fabricantes de caminhões pesados e, portanto, a velocidade de 36 km/h suposta acima dificilmente poderá ser mantida por um caminhão em tal aclive. Desta forma, em aclives com 3° ou 5% de inclinação, um caminhão pesado jamais poderá se mover na velocidade usual do fluxo do tráfego, que é de 80 km/h.

Outro aspecto importante relativo ao tráfego de caminhões pesados diz respeito às descidas. Caso um caminhão pesado trafegue descendo por uma rampa com 3° de inclinação, a potência desenvolvida pela força gravitacional será uma potência motora! Ora, boa parte desta potência de algumas centenas de cavalos-vapor deverá ser dissipada então pelo sistema de frenagem do veículo (freios convencionais e freio-motor) sob pena da velocidade crescer (uma parte desta potência será dissipada pelas forças de resistência do ar e resistência ao rolamento). Por isto, junto às placas que sinalizam os declives prolongados há outras advertindo para o uso do freio-motor, sob pena de superaquecimento dos freios convencionais, não apenas nos caminhões mas também nos automóveis.

A força que traciona os veículos rampa acima é a força de atrito entre os pneus e o pavimento nas rodas de tração (\vec{A}_T). A figura 5 representa um automóvel com tração dianteira em um aclive. O módulo de \vec{A}_T deve exceder o módulo da componente do peso na direção paralela à rampa ($M.g.\text{sen}\theta$), para que o veículo trafegue com velocidade constante, pois há ainda outras forças que resistem ao avanço do veículo (estas outras forças de resistência não estão representadas na figura 5), conforme já notado anteriormente.

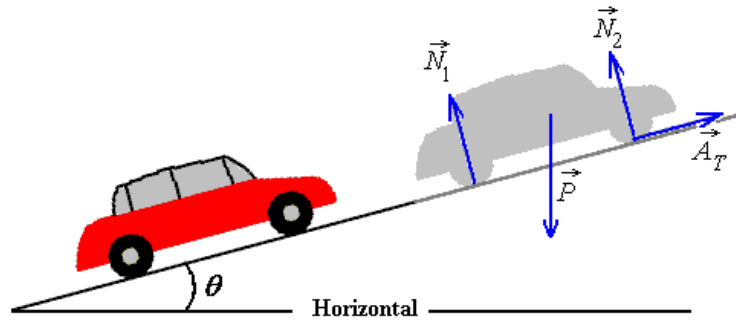


Figura 5 – Veículo subindo a rampa.

Portanto, temos:

$$A_T > M \cdot g \cdot \text{sen}\theta . \quad (4)$$

Caso as rodas de tração não deslizem (patinem) sobre a pista, o atrito entre os pneus e o pavimento será estático (isto é desejável pois possibilita que a força tratora seja máxima). Neste caso, sendo μ_e o coeficiente de atrito estático entre os pneus e o pavimento e \vec{N}_2 a força normal exercida pelo pavimento nas rodas de tração, obtém-se:

$$A_T \leq \mu_e \cdot N_2 . \quad (5)$$

Assim, de (4) e (5), concluímos que

$$M.g.\text{sen}\theta < A_T \leq \mu_e \cdot N_2 \quad (6)$$

As forças normais ao pavimento exercidas sobre todas as rodas devem anular a componente do peso perpendicular à pista de rolamento. Supondo que as rodas de tração estejam sob a ação de força normal com intensidade semelhante às outras rodas, podemos escrever:

$$N_2 \cong \frac{M \cdot g \cdot \cos\theta}{2} , \quad (7)$$

que, após substituído na desigualdade (6), fornece:

$$\tan\theta < \frac{\mu_e}{2} , \quad (8)$$

e finalmente

$$\theta < \arctan\left(\frac{\mu_e}{2}\right). \quad (9)$$

A expressão (9) nos permite estimar qual é a inclinação que pode ser galgada por um veículo com tração em duas rodas.

Se admitirmos que, em situação excepcionalmente boa, o coeficiente de atrito estático seja aproximadamente igual à unidade, obtemos

$$\theta < \arctan\left(\frac{1}{2}\right) \cong 27^\circ, \quad (10)$$

donde concluímos que a inclinação máxima possível de ser vencida por um veículo com tração simples, independentemente de qual seja o torque que o seu motor transmita às rodas motrizes, é inferior a 30°.

Caso suponhamos uma situação envolvendo pista de asfalto ou cimento molhado ($\mu_e \approx 0,7$), a inclinação máxima possível se reduz para aproximadamente 20° ou 35%. Este resultado teórico é consistente com o fato relatado na seção II, de que para alguns automóveis que trafegavam por uma rua molhada, com inclinação de 16° ou 29% no centro de Porto Alegre, verificava-se o deslizamento dos pneus de tração sobre o asfalto.

V. Conclusão

Constatamos com os nossos alunos que o tema das inclinações das ruas e estradas é um assunto que lhes desperta o interesse, não somente porque as suas avaliações sobre os ângulos estão em flagrante conflito com a realidade, mas também porque o assunto se presta para uma profícua discussão sobre tração e potência de veículos automotores, bem como sobre o papel de força motora ou tratora desempenhado pela força de atrito entre os pneus de tração e a pista de rolamento.

Os cálculos relativamente simples, que apresentamos na seção IV, além de estabelecer a potência mínima necessária para que um veículo possa se deslocar com uma certa velocidade por um aclive com uma dada inclinação, fixam um valor máximo para a inclinação de ruas e estradas, em função do coeficiente de atrito estático entre os pneus e o pavimento. Estes resultados justificam a inexequibilidade das inclinações superestimadas por aqueles que nunca foram esclarecidos com relação a este assunto, e confirmam as recomendações ditadas pelo DNIT para as inclinações máximas em estradas de rodagem.

Alguns de nossos discentes do mestrado profissional em ensino de Física (professores de ensino médio em serviço) já envolveram seus alunos na feitura de fotografias com o objetivo de determinar as inclinações de ruas, promovendo uma competição entre eles para encontrar a rampa mais inclinada. Essa atividade simples fora da sala de aula, além de ter um caráter lúdico, mostra que a Física pode ser ensinada de forma contextualizada.

Agradecimento. Agradeço à Prof^a Maria Cristina Varriale do IM-UFRGS pela leitura crítica deste artigo e pelas sugestões apresentadas.

Referências

- DNER. *Manual de projeto geométrico de rodovias rurais*. Rio de Janeiro: IPR Publicações, 1999.
- MINNAERT, M. *The nature of light and colour in the open air*. New York: Dover, 1954.



.....
Fernando Lang da Silveira

Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil

E-mail: lang@if.ufrgs.br

Há anos temos discutido com nossos alunos sobre as inclinações das ruas e das estradas de rodagem. Ao inquirí-los sobre a maior inclinação de ruas ou estradas que conhecem, invariavelmente obtivemos como resposta ângulos com a horizontal superestimados. Por exemplo, em 36 sujeitos (alunos do curso de física que já cursaram as disciplinas de física geral, alunos do mestrado profissional em ensino de física e inclusive doutores em física) encontramos como resposta ângulos que variaram de 20° a 70°, ficando a média em 44° (mais de 80% dos respondentes indicaram ângulos maiores do que 30°). Ao avançarmos nessa discussão, questionando-os sobre onde poderiam encontrar inclinações de 20°, a resposta é que tal declividade é comum em estradas e ruas.

Em livros-texto de física geral costumamos encontrar planos inclinados com inclinações consistentes com as respostas de nossos alunos. As placas de sinalização em rodovias reforçam a idéia dos ângulos próximos ou maiores do que 30° em declives acentuados, conforme observa-se nas fotografias da Fig. 1.

A superestimativa da declividade das rampas está referida na interessante obra de Minnaert [1], constituindo-se em um

problema para a psicologia da percepção. O autor também nota que usualmente superavaliemos a elevação dos corpos celestes.

O objetivo deste artigo é o de demonstrar, por intermédio de algumas medidas realizadas a partir de fotografias, que a inclinação das ruas e das estradas é bem menor do que a avaliada pelos nossos alunos. Justificaremos teoricamente as razões pelas quais os aclives ou os declives com a declividade por eles imaginada são impraticáveis para automóveis e caminhões.

Medindo a inclinação

A medida da inclinação das ruas em uma cidade pode ser realizada sem dificuldade com auxílio de fotografias. Quando há construções no entorno de uma rua, é fácil se encontrar nas edificações linhas indicadoras da vertical e/ou da horizontal. A fotografia da Fig. 2 mostra uma das ruas muito inclinadas em Porto Alegre (nossos alunos costumam atribuir a esta rua - Lucas de Oliveira - inclinações superiores a 30°!).

A fotografia da Fig. 3 mostra outra rua com grande declividade no centro de Porto Alegre, interdita para a subida de caminhões por motivos de segurança. No dia em que a fotografia foi realizada, cho-

As inclinações máximas de ruas e estradas são bem menores do que aquelas imaginadas pela grande maioria dos nossos alunos. Inclinações em relação à horizontal superiores a 5° excepcionalmente são encontradas em rodovias. Ruas com inclinações próximas de 15° costumam ser raras e normalmente estão interditas para a subida de caminhões. O limite teórico para a inclinação da rampa que um automóvel com tração em duas rodas pode galgar situa-se abaixo de 30° com pista seca e abaixo de 20° com pista molhada.



Figura 1. Placas sinalizando os declives acentuados em rodovias.



Figura 2. Nas edificações no entorno da rua encontramos indicadores da vertical e/ou horizontal.

via e constatamos que os automóveis que por ali trafegavam costumavam patinar as rodas de tração.

Inclinações máximas das rampas

O Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT, antigo DNER) dá recomendações para as inclinações máximas em estradas de rodagem [2]. Uma maneira mais esclarecedora de referir a inclinação de uma rampa em relação à horizontal é através de sua declividade, isto é, da tangente do seu ângulo de inclinação. Na verdade, as recomendações do DNIT para as rodovias são expressas desta forma, ao invés de especificar um ângulo. Uma rampa de 10° , por exemplo, é referida pela tangente de 10° , que é aproximadamente 0,18 ou 18%, sendo que na terminologia dos manuais técnicos esta declividade denomina-se como *inclinação percentual*. Encontramos a mesma nomenclatura também nas especificações técnicas para a capacidade máxima de subida de caminhões ou de outros veículos nos manuais dos fabricantes.

Em uma rampa inclinada por 10° , sobe-se cerca de 18 m para cada 100 m de deslocamento horizontal. Para ângulos pequenos sabe-se que a tangente e o seno do ângulo são aproximadamente iguais. Portanto também podemos interpretar esta declividade de 18% como subindo 18 m em cada 100 m de deslocamento sobre a



Figura 3. Rua muito inclinada no centro de Porto Alegre, interdita para a subida de caminhões.

rampa. Dar a informação desta forma auxilia a entender que não é usual nas ruas de uma cidade se encontrar rampas com tal declividade, pois implicaria que em uma extensão igual ao comprimento de um campo de futebol houvesse um desnível de mais de 4 andares!

Outro argumento sobre a inexistência das inclinações imaginadas pelos alunos diz respeito às escadas. É comum que os degraus tenham a altura igual a cerca da metade de sua largura. Se deitarmos uma prancha de madeira sobre a escada, estaremos constituindo uma rampa com declividade de 50% ou inclinação de 27° . A simples experiência de tentar subir por essa prancha é muito elucidativa, demonstrando que, se alguma rua tivesse essa inclinação, o passeio para pedestres deveria ser em forma de escada e não de rampa. Nas rampas de acesso para pedestres é notória a ocorrência de inclinações muito menores do que em escadas.

As declividades máximas recomendadas pelo DNIT dependem da *classe* da estrada de rodagem; em estradas de *Classe 0* - vias expressas - onde o volume de tráfego é o mais alto, recomenda-se no máximo inclinações de 5% (cerca de 3°). Já nas rodovias de *Classe IV* (aquelas que possuem o mais baixo volume de tráfego) as inclinações máximas recomendadas são de 9% (cerca de 5°).

A principal razão subjacente a essas recomendações está na velocidade que os automóveis e, principalmente, os caminhões conseguem manter nos aclives. Rampas com inclinação de 3° não permitem que os caminhões pesados trafeguem com velocidades muito superiores a 20 km/h (vide a seção seguinte).

Em situações excepcionais, encontraremos estradas onde essas inclinações máximas excedem as recomendações. É o caso, por exemplo, da Rodovia SC 438 no trecho que sobe a belíssima Serra do Rio do Rastro. Em apenas 8 km a rodovia passa por um desnível de 670 m, o que significa uma subida com uma inclinação média de 5° . Em alguns trechos desses 8 km encontram-se rampas excepcionalmente inclinadas. A fotografia da Fig. 4 mostra um desses trechos, onde ocorre a inclinação inusitada de cerca de 10° ou 18° .

Na Fig. 4 o poste foi tomado como indicador da vertical. As fissuras nas escarpas da montanha constituem outras linhas que indicam, aproximadamente, a vertical nesta bela paisagem. No detalhe ampliado do pavimento da estrada, observa-se que ele é constituído por placas de cimento com estrias. Devido à grande inclinação, faz-se necessário um pavimento antiderrapante para minimizar a possibilidade de deslizamento dos pneus sobre o cimento, principalmente quando a pista está molhada ou até congelada. Caso os pneus deslizem, perde-se em força de atrito, pois, como é bem sabido, o coeficiente de atrito cinético dos pneus com o pavimento é menor do que o coeficiente de atrito estático. Esta perda em força de atrito é indesejável tanto na descida - quando a força de atrito é utilizada para frear os veículos -, quanto na subida - neste caso a força de atrito nas rodas de tração é a força tratora ou motora do veículo.

A rua mais inclinada do mundo, segundo a Wikipedia¹, é a Baldwin Street, em Dunedin, Nova Zelândia. A sua inclinação é 19° ou 35%!

Força de tração e potência de tração nos veículos em subidas

Um veículo com massa M , que se desloque com velocidade constante v , ascendendo por uma rampa com inclinação θ com a horizontal, necessita que o seu motor desenvolva uma potência capaz de anular a potência das forças que resistem ao seu avanço. Além das forças de resistência exercidas pelo ar e pela pista de

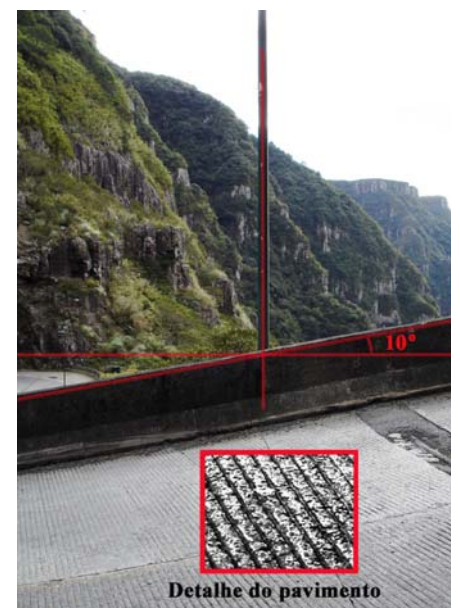


Figura 4. Rampa com inclinação excepcionalmente grande (10° ou 18°) em um trecho da Rodovia SC 480 na Serra do Rio do Rastro.

rolamento no veículo, a componente do peso do veículo paralela à pista ($Mg\text{sen}\theta$) opõe-se ao seu movimento. Portanto, a potência desenvolvida pelo motor P_{Motor} nas rodas de tração deve satisfazer a seguinte condição

$$P_{\text{motor}} > Mg\text{sen}\theta v. \quad (1)$$

Para um caminhão pesado ($M = 40000$ kg) deslocando-se com velocidade constante de 36 km/h ou 10 m/s por um aclive com inclinação de 3° , resulta que a potência desenvolvida pelo motor é tal que

$$P_{\text{motor}} > 4000 \times 9,8 \times \text{sen } 3^\circ \times 10 = 205.000 \text{ W}, \quad (2)$$

ou ainda,

$$P_{\text{Motor}} > \frac{205000}{740} \text{ cv} = 277 \text{ cv}. \quad (3)$$

Ora, a potência mínima referida na expressão (3) é comparável à (ou até maior do que a) potência máxima nominal especificada pelos fabricantes de caminhões pesados e, portanto, a velocidade de 36 km/h suposta acima dificilmente poderá ser mantida por um caminhão em tal aclive. Desta forma, em aclives com 3° ou 5% de inclinação, um caminhão pesado jamais poderá se mover na velocidade usual do fluxo do tráfego, que é de 80 km/h.

Outro aspecto importante relativo ao tráfego de caminhões pesados diz respeito às descidas. Caso um caminhão pesado trafegue descendo por uma rampa com 3° de inclinação, a potência desenvolvida pela força gravitacional será uma potência motora! Ora, boa parte desta potência de algumas centenas de cavalos-vapor deverá então ser dissipada pelo sistema de frenagem do veículo (freios convencionais e freio-motor) sob pena da velocidade crescer (uma parte desta potência será dissipada pelas forças de resistência do ar e resistência ao rolamento). Por isto, junto às placas que sinalizam os declives prolongados há outras advertindo para o uso do freio-motor, sob pena de superaquecimento dos freios convencionais, não apenas nos caminhões, mas também nos automóveis.

A força que traciona os veículos rampa acima é a força de atrito entre os pneus e o pavimento nas rodas de tração (A_T). A Fig. 5 representa um automóvel com tração dianteira em um aclive. O módulo de A_T deve exceder o módulo da componente do peso na direção paralela à rampa ($Mg\text{sen}\theta$), para que o veículo trafegue com velocidade constante, pois há ainda outras forças que resistem ao avanço do veículo (estas outras forças de resistência não estão representadas na Fig. 5), conforme já notado anteriormente.

Portanto, temos

$$A_T > Mg\text{sen}\theta. \quad (4)$$

Caso as rodas de tração não deslizem (patinem) sobre a pista, o atrito entre os pneus e o pavimento será estático (isto é desejável, pois possibilita que a força tratora seja máxima). Neste caso, sendo μ_e o coeficiente de atrito estático entre os pneus e o pavimento e N_2 a força normal exercida pelo pavimento nas rodas de tração, obtém-se

$$A_T \leq \mu_e N_2. \quad (5)$$

Assim, das expressões (4) e (5), concluímos que

$$Mg\text{sen}\theta < A_T \leq \mu_e N_2. \quad (6)$$

As forças normais ao pavimento exercidas sobre todas as rodas devem anular a componente do peso perpendicular à pista de rolamento. Supondo que as rodas de tração estejam sob a ação de força normal com intensidade semelhante às outras rodas, podemos escrever

$$N_2 \cong \frac{Mg\text{cos}\theta}{2}, \quad (7)$$

que, após substituído na expressão (6), fornece

$$\text{tg } \theta < \frac{\mu_e}{2}, \quad (8)$$

e finalmente

$$\theta < \text{arctg} \left(\frac{\mu_e}{2} \right). \quad (9)$$

A expressão (9) nos permite estimar qual inclinação pode ser galgada por um veículo com tração em duas rodas.

Se admitirmos que, em situação excepcionalmente boa, o coeficiente de atrito estático seja aproximadamente igual à unidade, obtemos

$$\theta < \text{arctg} \left(\frac{1}{2} \right) \cong 27^\circ, \quad (10)$$

donde concluímos que a inclinação máxima possível de ser vencida por um veículo com tração simples, independentemente de qual seja o torque que o seu motor transmita às rodas motrizes, é inferior a 30° .

Caso suponhamos uma situação envolvendo pista de asfalto ou cimento molhado ($\mu_e \approx 0,7$), a inclinação máxima

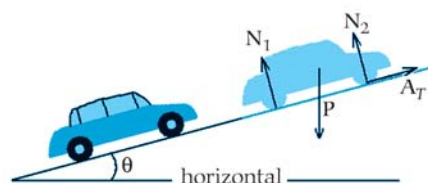


Figura 5. Veículo subindo a rampa.

possível se reduz para aproximadamente 20° ou 35% . Este resultado teórico é consistente com o fato relatado anteriormente de que para alguns automóveis que trafegavam por uma rua molhada, com inclinação de 16° ou 29% no centro de Porto Alegre, verificava-se o deslizamento dos pneus de tração sobre o asfalto.

Conclusão

Constatamos com os nossos alunos que o tema das inclinações das ruas e estradas é um assunto que lhes desperta o interesse não somente porque as suas avaliações sobre os ângulos estão em flagrante conflito com a realidade mas também porque o assunto se presta para uma profícua discussão sobre tração e potência de veículos automotores, bem como sobre o papel de força motora ou tratora desempenhado pela força de atrito entre os pneus de tração e a pista de rolamento.

Os cálculos relativamente simples que apresentamos, além de estabelecer a potência mínima necessária para que um veículo possa se deslocar com uma certa velocidade por um dado aclive, fixam um valor máximo para a inclinação de ruas e estradas em função do coeficiente de atrito estático entre os pneus e o pavimento. Tais resultados justificam a inexecutabilidade das inclinações superestimadas por aqueles que nunca foram esclarecidos com relação a este assunto, e confirmam as recomendações ditadas pelo DNIT para as inclinações máximas em estradas de rodagem.

Alguns de nossos discentes do mestrado profissional em ensino de física (professores de ensino médio em serviço) já envolveram seus alunos na feitura de fotografias com o objetivo de determinar as inclinações de ruas, promovendo uma competição entre eles para encontrar a rampa mais inclinada. Essa atividade simples fora da sala de aula, além de ter um caráter lúdico, mostra que a física pode ser ensinada de forma contextualizada.

Agradecimento

À prof^a Maria Cristina Varriale do IM-UFRGS pela leitura crítica deste artigo e pelas sugestões apresentadas.

Nota

¹http://en.wikipedia.org/wiki/Baldwin_Street,_Dunedin.

Referências

- [1] M. Minnaert, *The Nature of Light and Colour in the Open Air* (Dover, New York, 1954).
- [2] DNER. *Manual de Projeto Geométrico de Rodovias Rurais* (IPR Publicações, Rio de Janeiro, 1999).