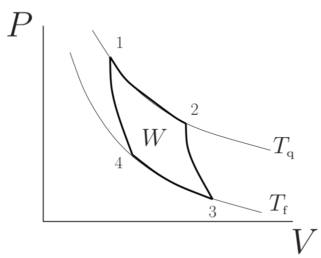
FIS00183 - Física III-C - Aula 13

Jeferson J. Arenzon – 15 de setembro de 2020

O ciclo de Carnot apresenta a máxima eficiência para uma máquina trabalhando com dois reservatórios. Primeiramente, como um processo em que calor flui de um corpo mais quente para um mais frio, espontaneamente, é irreversível, os únicos processos reversíveis que podemos ter, envolvendo um reservatório de temperatura constante são ou isotérmicos ou adiabáticos. No primeiro o fluxo de calor é entre corpos à mesma temperatura e no segundo não há fluxo.

Exemplo 32: O **ciclo de Carnot**, a sequência de processos sofridos pelo fluido operante (gás) em uma **máquina de Carnot**, envolve dois reservatórios térmicos e consiste de dois processos isotérmicos e dois adiabáticos, todos reversíveis e quase-estáticos:



$1 \to 2$ **Expansão isotérmica**: o gás realiza trabalho e absorve Q_q da fonte quente ($T_q > T_f$);

$2 \to 3$ **Expansão adiabática**: o gás realiza trabalho e sua energia interna diminui (pois não recebe calor), portanto sua temperatura diminui;

$3 \to 4$ **Compressão isotérmica**: o gás recebe trabalho e fornece uma quantidade de calor Q_f à fonte fria;

$4 \to 1$ **Compressão adiabática**: o gás recebe trabalho e aumenta sua energia interna e, portanto, sua temperatura, até voltar a T_q.

Vamos calcular a eficiência desse ciclo, considerando um gás ideal como fluido operante. O trabalho total é a área entre as curvas: $W = |Q_q| - |Q_f| > 0$. Como $T_1 = T_2 = T_q$, $T_3 = T_4 = T_f$ e o trabalho adiabático é

$$W_{ad} = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{1-\gamma} = \frac{NR}{1-\gamma}(T_f - T_i),$$

temos que $W_{41} = -W_{23}$ e os trabalhos nas etapas adiabáticas se cancelam. Portanto, o trabalho total é $W = W_{34} + W_{12}$. Nas etapas isotérmicas:

$$W_{12} = NRT_q \ln(V_2/V_1)$$
$$W_{34} = NRT_f \ln(V_4/V_3).$$

Além disso, nessas etapas, $\Delta U = 0$ e $W = Q$. O calor absorvido é

$$Q_{12} = Q_q = NRT_q \ln(V_2/V_1),$$

e a eficiência $\eta \equiv W/|Q_q|$:

$$\eta = \frac{NRT_q \ln(V_2/V_1) + NRT_f \ln(V_4/V_3)}{NRT_q \ln(V_2/V_1)} = 1 + \frac{T_f}{T_q}\frac{\ln(V_4/V_3)}{\ln(V_2/V_1)}.$$

Mas na expansão adiabática, $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$, logo:

$$T_q V_2^{\gamma-1} = T_f V_3^{\gamma-1}$$
$$T_q V_1^{\gamma-1} = T_f V_4^{\gamma-1}$$

e

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} \longrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Portanto, a eficiência da máquina de Carnot é

$$\eta = 1 - \frac{T_f}{T_q}, \tag{57}$$

para qualquer valor de γ, ou seja, independente do tipo de gás ideal[78]. É também importante observar que o ciclo de Carnot nos fornece a relação entre quantidades mensuráveis (calor) e a temperatura absoluta: $T_f/T_q = |Q_f|/|Q_q|$.

Podemos também considerar os processos $1 \to 2 \to 3$ e $1 \to 4 \to 3$ (o inverso do que ocorre no ciclo) como dois caminhos distintos saindo do estado 1 e chegando ao 3 (note que quaisquer dois pontos do diagrama PV podem ser conectados por uma combinação de uma isotérmica e uma adiabática). Como a quantidade de calor trocada nesses dois processos é diferente, obviamente o calor não pode ser considerado como uma quantidade que se conserva (o *calórico*), isto é, como uma característica do estado do sistema. Uma quantidade que de fato se conserva nos dois trajetos é a energia interna do sistema, que combina calor e trabalho. Além dela, vemos que[79]

$$\frac{|Q_f|}{T_f} = \frac{|Q_q|}{T_q}.$$

Esta propriedade está relacionada à uma nova variável de estado, ainda não introduzida, a entropia.

Exemplo 33: Uma máquina térmica opera entre reservatórios a 400 K e 300 K, extraíndo 100 J de calor do reservatório quente, em cada ciclo. Qual é o maior rendimento possível desta máquina, e qual o trabalho máximo que ela pode executar em cada ciclo?

Como

$$\varepsilon_R = 1 - \frac{T_f}{T_q} = 1 - \frac{300}{400} = 0.25$$

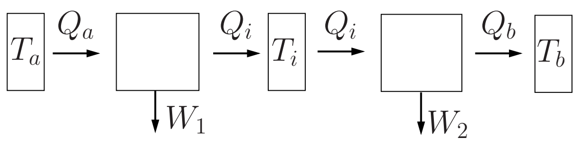
[78] O resultado é ainda mais geral, não dependendo do tipo de gás. Ver, por exemplo, Tjiang e Sutanto, *Eur. J. Phys.* **27** (2006) 719 e Menon e Agrawal, *Eur. J. Phys.* **27** (2006) 1385.

[79] O módulo é porque, no ciclo, esses calores têm sinais distintos, mas nos dois processos mencionados neste parágrafo, não.

temos que

$$\varepsilon_R = \frac{W}{|Q_\mathrm{q}|} \Longrightarrow W = \varepsilon_R Q = 25\,\mathrm{J}$$

Exemplo 34: Duas máquinas térmicas operam em série de tal modo que o calor rejeitado pela primeira é usado para alimentar a segunda. Em função das respectivas eficiências, η_1 e η_2, qual é a eficiência total do sistema?



Pela definição:

$$\eta_1 = \frac{W_1}{|Q_a|} \qquad \text{e} \qquad \eta_2 = \frac{W_2}{|Q_i|}$$

A eficiência total é, portanto:

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{W_1 + W_2}{|Q_a|} = \eta_1 + \eta_2 \frac{|Q_i|}{|Q_a|} = \eta_1 + \eta_2 \frac{|Q_a| - W_1}{|Q_a|} \\ &= \eta_1 + \eta_2(1 - \eta_1),\end{aligned}$$

válida para quaisquer máquinas, reversíveis ou não. No caso em que ambas são reversíveis, a eficiência se reduz a

$$\eta = 1 - \frac{T_i}{T_a} + \left(1 - \frac{T_b}{T_i}\right)\frac{T_i}{T_a} = 1 - \frac{T_b}{T_a}.$$

Note que η é independente da temperatura do reservatório intermediário, a qual pode assumir qualquer valor $T_b < T_i < T_a$. Assim, as duas máquinas reversíveis em série são equivalentes à uma única máquina reversível entre os reservatórios externos. Outra maneira de interpretar este resultado é a seguinte. Uma máquina sempre libera alguma quantidade de calor que, em princípio, poderia ser aproveitada para produzir uma quantidade adicional de trabalho. Para isso seria preciso outro reservatório térmico, com temperatura ainda menor, mas isto é equivalente a operar uma máquina de Carnot diretamente entre o reservatório de maior e este, de menor temperatura. Quando a segunda máquina é adicionada[80], a eficiência da primeira diminui (a temperatura do seu reservatório frio é agora mais alta) e menos trabalho é produzido. A segunda máquina recebe uma quantidade de calor $(1 - \eta_1)|Q_a|$ e produz exatamente a quantidade de trabalho que falta para completar o que seria produzido por uma única máquina reversível entre os reservatórios externos. Em outras palavras, é inútil tentar extrair mais trabalho do calor que uma máquina de Carnot rejeita.

---

[80] Não confundir a generalização deste caso em que temos infinitas máquinas intermediárias (e reservatórios) com um processo vertical que, como veremos, também usa de infinitos reservatórios. No primeiro caso temos um processo cíclico a cada passo dT enquanto que no segundo caso, não.