APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: DESPERTANDO A MOTIVAÇÃO INTRÍNSECA VIA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

(Meaningful learning: awakening intrinsic motivation via history of mathematics)

José Messildo Viana Nunes [messildo@ufpa.br]
Universidade Federal do Pará/Programa de Pós-Graduação em Educação Em Ciências e Matemáticas
Rua Augusto Corrêa, n. 1, Guamá, 66075-900, Belém – PA

Resumo

Apresentamos uma proposta com base na teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, com objetivo de exibir o contexto da história da Matemática como organizador prévio e promotor de motivação intrínseca no estudo da matemática. A proposta apresenta-se como uma reflexão no interior da teoria de Ausubel a partir de nossas pesquisas sobre a temática. Como referência, tomamos exemplos da geometria euclidiana plana personificada em uma sequência de atividades relativas a compreensão da formula utilizada para calcular a medida da área do círculo. A sugestão foi implementada em uma turma de uma escola pública localizada em Belém do Pará com alunos do 9º ano do ensino fundamental. Evidenciamos que o contexto da histórica da Matemática habilita-se como organizador prévio e desperta motivação intrínseca, possibilitando uma efetiva participação dos alunos em realizações de tarefas propostas.
Palavras-chave: aprendizagem significativa em matemática; motivação intrínseca; História da Matemática.

Abstract

We present a proposal based on meaningful learning theory of David Ausubel, aiming to display the context of the history of mathematics as advanced organizer and promoter of intrinsic motivation in the study of mathematics. The proposal is presented as a reflection within the theory of Ausubel from our research on the subject. As a reference, we take examples of planar Euclidean geometry embodied in a sequence of activities related to understanding the formula used to calculate the extent of the area of the circle. The suggestion has been implemented in a classroom in a public school located in Belém, Brazil, with students from 9th grade of elementary school. We show that the historical context of mathematics enables itself as advanced organizer and awakens intrinsic motivation, enabling effective participation of students in achievement of tasks.
Keywords: meaningful learning in mathematics; intrinsic motivation; history of mathematics.

Introdução

Em sala de aula constatamos, em muitos casos, o desinteresse por parte dos discentes com relação à realização de atividades em matemática, fato que nos parece rotineiro, principalmente, nas escolas públicas. Os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam que os jovens, que cursam o ensino básico regular, encontram-se, em sua maioria na faixa etária que enfrentam mudanças corporais, inquietações emocionais e psicológicas que repercutem na vida afetiva, na sexualidade, nas relações com a família e também na escola.

> [...] Muitos têm a sensação de que a matemática é uma matéria difícil e que seu estudo se resume em decorar uma série de fatos matemáticos, sem compreendê-los e sem perceber suas aplicações e que isso lhe será de pouca utilidade. Tal constatação os leva a assumir atitudes bastante negativas, que se manifestam no desinteresse, na falta de empenho e mesmo na pouca preocupação diante de resultados insatisfatórios ou nos sentimentos de insegurança, bloqueio e até em certa convicção de que são incompetentes

> para aprendê-la, o que os leva a se afastar da matemática em situações na vida futura (Brasil, 1998, p. 79).

Trata-se de uma constatação que nos incomoda e nos leva a supor que uma das razões pelas quais o ensino da Matemática tem sido tão ineficaz é que durante a apresentação dos conteúdos estudados raramente os docentes justificam os procedimentos e algoritmos utilizados. O planejamento e a elaboração de atividades que, em primeiro lugar, auxiliem o aluno na compreensão dos conceitos que pretendemos ensinar, destacando possíveis relações com outras disciplinas e com outros conteúdos da própria disciplina devem ser priorizados. São estes motivos que nos levaram a propor uma abordagem da Matemática dentro de um contexto histórico, buscando motivar e despertar nos discentes, mais interesse, levando-os a ter compreensão e consequente apropriação significativa dos conceitos estudados.

Num contexto escolar podemos observar que os discentes dispõem de certos recursos pessoais, para agirem diante de atividades que os motivem a aprender significativamente, como, tempo, energia, talentos, conhecimentos e habilidades, que poderão ser investidos na atividade proposta e será mantida enquanto os fatores motivacionais estiverem atuando (Bzuneck, 2001).

Sabemos que a motivação do aluno em sala de aula resulta de um conjunto de medidas educacionais, que são certas estratégias e técnicas de ensino que devem estar sob o domínio dos professores a fim de serem usadas com flexibilidade e criatividade.

Nossa intenção ao propor o uso pedagógico da história da Matemática como *organizador prévio*[1] é o de motivar os alunos a envolverem-se ativamente em investigações que os esclareçam e gerem maior compreensão sobre a evolução histórica que originaram os atuais procedimentos algorítmicos.

É da natureza do ensino escolar, motivar os discentes com elogios, notas, prêmios etc., ou seja, o primeiro processo que observamos em sala de aula, é o envolvimento em tarefas que provocam motivação *extrínseca*. Como as diversas atividades do indivíduo em seu cotidiano são movidas por razões externas, a recompensa geralmente guia as motivações. Nosso problema na escola, então, é como carrear a motivação *extrínseca* para *intrínseca* provocando no aluno a necessidade de realizar determinada tarefa.

Na realidade ninguém é capaz de fazer o sujeito ter motivação intrínseca, pois ela é idiossincrática, o que podemos fazer é propor procedimentos que possam provocar uma motivação por necessidade, caso contrário, ficaremos em um nível muito elementar, no qual o aluno aprende por obrigação.

Para Guimarães (2001) os esforços educacionais devem, sempre que possível, almejar a motivação intrínseca, a qual se refere à escolha e à realização de determinada atividade por sua própria causa, por esta ser interessante, atraente, ou de alguma forma, geradora de satisfação.

> Envolver-se em atividades por razões intrínsecas gera maior satisfação e há indicadores que esta facilita a aprendizagem e o desempenho. Estes resultados devem-se ao fato de que, estando assim, motivado o aluno opta por aquelas atividades que assinalam oportunidade para o aprimoramento de suas habilidades, focaliza a atenção nas instruções apresentadas, busca novas informações, empenha-se em organizar o novo conhecimento de acordo com seus conhecimentos prévios, além de tentar aplicá-lo a outros contextos. A percepção de progresso produz um senso de eficácia em relação ao que está sendo aprendido, gerando expectativas positivas do

[1] Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), *organizadores prévios* são materiais introdutórios apresentados antes do próprio conteúdo a ser aprendido.

> desempenho e realimentando a motivação para aquela tarefa ou atividade (Guimarães, 2001, p. 38).

Analogamente Ausubel *et al.* (1980) ressaltam que o desejo de conhecimento como um fim em si próprio é o mais importante na Aprendizagem Significativa, a motivação intrínseca é, pelo menos potencialmente, o mais importante tipo de motivação para aprendizagem em sala de aula.

A Aprendizagem Significativa preconiza que as ideias novas sejam relacionadas às informações previamente adquiridas pelos discentes através de uma relação *não arbitrária e substantiva*. Uma relação não arbitrária e substantiva significa que as novas informações serão relacionadas a conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva do aluno, denominados *conceitos subsunçores*, de forma que este consiga com interpretação própria conceituar o objeto em estudo (Nunes, Almouloud, & Guerra, 2010).

Segundo Moreira e Masini (1982), para que ocorra a Aprendizagem Significativa de um determinado conceito há necessidade de atividades que possibilitem constatações de regularidades ou de diferenças e semelhanças existentes entre o novo e o antigo conhecimento. Nesse sentido, podemos organizar tarefas que estejam pautadas nos princípios da *diferenciação progressiva*[2] *e reconciliação integrativa*[3] dos conceitos, tais princípios podem ser auxiliados por materiais introdutórios identificados como *organizadores prévios.*

Esses organizadores servem de âncora para a nova aprendizagem e são os facilitadores da aprendizagem subsequente. "Os organizadores prévios podem aparecer sob diversas formas – uma pergunta ou um problema, um filme um texto, uma demonstração, atividades lúdicas ou concretas" (Baraldi, 1999, p. 53).

Em um contexto amplo, os organizadores orientam os estudantes para o estabelecimento de uma disposição para aprendizagem podendo influenciar significativamente a maneira pela qual a informação é internalizada na estrutura cognitiva, ou seja, a motivação é um pré-suposto aos organizadores prévios. Nesse sentido, podemos utilizar, por exemplo, o contexto da história da Matemática como organizador prévio.

Em relação às formas de apresentar se apresentar o conteúdo Ausubel, (2002), destaca que grande parte das informações adquiridas pelos alunos, tanto dentro como fora da escola, é apresentada preferencialmente por descoberta. No entanto, em sua maioria o material de aprendizagem é apresentado de forma receptiva. O importante é observar que a aprendizagem, quer seja por descoberta ou recepção, pode apresentar tanto caráter mecânico quanto significativo[4].

Grande parte da confusão nas discussões de aprendizagem escolar tem sua origem na deficiência de se reconhecer que as Aprendizagens Mecânica e Significativa não são completamente dicotomizadas. Além disso, ambos os tipos de aprendizagem podem ocorrer concomitantemente na mesma tarefa de aprendizagem.

> Segundo Ausubel (1976), a Aprendizagem Significativa consiste em relacionar, de forma não arbitrária e substantiva (não ao pé da letra), uma nova informação a outra com as quais o aluno já esteja familiarizado. Caso

---

[2] Princípio programado segundo o qual as ideias mais gerais e inclusivas da matéria de ensino devem ser apresentadas desde o início da instrução e, progressivamente, diferença em termos de detalhes e especificidade.

[3] Princípio segundo o qual devemos rever os conceitos anteriormente adquiridos, observando as devidas diferenças e semelhanças para que não ocorram inconsistências ao novo conteúdo assimilado.

[4] [...] na aprendizagem por recepção o que deve ser aprendido é apresentado ao discente em sua forma final, enquanto que na aprendizagem por descoberta o conteúdo principal a ser aprendido é descoberto por ele. Entretanto, após a descoberta em si, a aprendizagem só é significativa se o conteúdo descoberto ligar-se a conhecimentos prévios já existentes na estrutura cognitiva, ou seja, quer por recepção ou descoberta a aprendizagem só é significativa quando se conecta a conceitos subsunçores (Nunes *et al.*, 2010, p. 240).

> contrário, se a tarefa consistir em associações puramente arbitrárias com a exigência que o aluno reproduza exatamente o que lhe foi “ensinado”, a aprendizagem é caracterizada por Ausubel como Mecânica. Assim, quando apresentamos aos discentes a fórmula da área do círculo $A = \pi r^2$ sem fornecer uma justificativa conceitual e contextual como, por exemplo, a perspectiva histórica, para tal relação, esta será utilizada de forma mecânica. Por outro lado, a contextualização histórica que originou a fórmula em questão, poderá culminar na compreensão e consequente Aprendizagem Significativa da área do círculo (Nunes *et al.* 2010, p. 540).

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) nos alertam que o equipamento cognitivo humano, diferentemente de um computador, não está apto a lidar eficientemente com informações adquiridas mecanicamente. Somente algumas tarefas relativamente simples podem ser internalizadas dessa forma, como, por exemplo, decorar fórmulas ou algoritmos sem compreendê-los. Além disso, tais informações são retidas somente por um período curto de tempo, a menos que ocorra um supertreinamento.

Por outro lado é importante ressaltar que Aprendizagem Mecânica em determinados momentos é tão importante quanto a Aprendizagem Significativa.

A Matemática é um exemplo claro da existência de um *continuum,* entre as duas formas de aprendizagem, visto que constantemente lidamos com cálculos mentais, símbolos que representam números, os nomes de conceitos e objetos particulares como quadrado, área, perímetro, etc., que após serem internalizados servirão de subsunçores. O que pode dar suporte à aprendizagem significativa de fórmulas como a de Heron para o cálculo da área de um triângulo em termos de seus lados ($\mathbf{A} = \sqrt{\mathbf{p}\,(\mathbf{p} - \mathbf{a}).(\mathbf{p} - \mathbf{b}).(\mathbf{p} - \mathbf{c})}$; onde p é o semi-perímetro e a, b e c são os lados do triângulo qualquer).

Assim, é desejável que organizemos nossas aulas visando a aprendizagem significativa. Mas não podemos menosprezar nem ignorar a importância da aprendizagem mecânica. Até mesmo porque o material de aprendizagem não pode ser considerado de antemão como significativo e sim potencialmente significativo.

O significado lógico[5] é um dos fatores que determina se o material e potencialmente significativo. Outro fator a ser considerado é o da necessidade de disponibilidade de conteúdo significativo na estrutura cognitiva do discente. Assim que o conteúdo estudado é internalizado pelo aluno o significado lógico passa a significado psicológico[6], o que evidencia o caráter idiossincrático da aprendizagem significativa.

O significado psicológico emerge, de acordo com essa teoria, quando o significado lógico (a própria cultura determina a potencialidade lógica dos materiais), transforma-se num novo conteúdo cognitivo, diferenciado e idiossincrático para um indivíduo em particular, como produto de uma relação não arbitrária e substantiva, interando-se com ideias significativas em sua estrutura cognitiva.

De acordo com Ausubel *et al.* (1980) para um indivíduo incorporar à sua estrutura cognitiva, proposições logicamente significativas. É preciso criar um ambiente que possibilite a transformação do significado lógico em psicológico, tal ambiente deve levar em conta uma série de fatores, como os conhecimentos prévios dos discentes, o material que será utilizado para o ensino e a disposição do aluno em aprender significativamente.

---

[5] O significado lógico é intrínseco ao próprio conteúdo de aprendizagem (tem significado em si próprio).

[6] O significado psicológico (real ou fenomenológico) é relativo à interpretação subjetiva que o aluno apresenta sobre o que lhe foi exposto.

Nessa perspectiva anunciamos que nos planejamentos do material de ensino os professores é necessário levar em consideração o caráter epistemológico da história da Matemática, ou seja, atividades que favoreçam a exploração, o descobrimento e a reinvenção.

> O conhecimento só será significativo para o aluno quando ele construir o caminho de seu desenvolvimento histórico, trazendo-o para o seu real vivido. A Matemática é um dos instrumentos para a compreensão do mundo e o uso de sua história nos auxiliaria na formalização de seus conceitos (Sebastiani Ferreira, 1992, p. 28).

O objetivo que procuramos atingir ao comparar estes encadeamentos, como o que se observa no domínio da produção e/ou apropriação pessoal desse conhecimento no presente, não é de modo algum estabelecer uma reconstrução cronológica e natural do surgimento das ideias primeiras. Mas sim caracterizar os grandes períodos sucessivos do desenvolvimento de um determinado conceito e assim auxiliar o aluno a amenizar a obrigatoriedade de fixar fórmulas e algoritmos sem nenhuma compreensão.

Para Ausubel *et al.* (1980), uma das razões pelas quais o estudante desenvolve comumente uma disposição para aprendizagem mecânica em relação a uma determinada disciplina surge a partir de algumas experiências mal sucedidas, como por exemplo, respostas substantivamente corretas, mas que não são aceitas por professores que exigem literalmente o que "ensinaram". Quantas vezes fomos exigidos ou infelizmente exigimos que as respostas sejam reproduzidas da mesma forma que foram apresentadas, reduzindo a capacidade criativa, a espontaneidade e dificultando a aprendizagem significativa de conceitos por parte do aluno.

Outra razão é atribuída ao alto nível de ansiedade ou devido a sucessivas experiências mal sucedidas experimentadas pelo aluno, acarretando falta de confiança e/ou atitude do aprendiz. Este fato pode prejudicar o discente até mesmo em suas relações sociais, visto que necessita de autoconfiança e tomada de decisões em seu dia-a-dia. Estes problemas levam o aluno a não ter outra alternativa a não ser a aprendizagem mecânica, para se sair bem nos testes avaliativos da escola e até mesmo em concursos públicos e vestibulares.

Assim há necessidade de se buscar motivações para que possamos melhorar a realidade supracitada a respeito do ensino da matemática. Não uma motivação por recompensas ou obrigatoriedade, mas sim aquela que se apresente como um desafio aceito pelo aluno, como problema que precise solucionar.

A motivação intrínseca e o contexto da História da Matemática

A partir das reflexões anteriores percebemos a necessidade de colocar ênfase crescente sobre o valor do conhecimento e da compreensão do discente como objetivo maior, afastando deste qualquer benefício que possa produzir motivação extrínseca. Assim devemos propor tarefas nas quais os discentes possam desenvolver significados precisos, reconciliando o material novo com conceitos já existentes e reformulando novas proposições em termos de seu próprio conhecimento e vocabulário idiossincrático, formando uma base adequada para aprendizagem subsequente, contornado as dificuldades no seio de investigações históricas.

Acreditamos, então, que podemos elevar a motivação intrínseca, utilizando em um primeiro momento o contexto da história da Matemática como organizador prévio. Em seguida devemos organizar atividades sequenciadas, baseadas no momento inicial que possibilite o aprofundamento do conteúdo em estudo, assim postulamos a possibilidade de vislumbrar uma aprendizagem significativa.

Em sua pesquisa Nunes (2007) utilizou o contexto da história da Matemática como organizador prévio. Em seguida realizou atividades concebidas nas perspectivas ausubelianas de diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. Segundo o autor foi possível constatar os alunos trabalharem conjuntamente para realizarem as atividades propostas, demonstrando atitudes que evidenciaram motivação intrínseca, como assumir a incumbência de realização de tarefas, observação, sugestões, discussão e tomada de decisões.

Corroborando com o autor Fossa (2006, p. 143-144) ressalta que

> É, também, muito importante fazer com que o aluno investigue os conceitos por si mesmo, de preferência em conjunto com alguns colegas, em pequenos grupos. Assim, o professor não deveria mostrar a solução ao aluno e meramente solicitar que ele repita o que já foi feito. A atividade será muito mais proveitosa se o aluno tiver que refletir sobre o problema posto, investigando-o por si mesmo. Dessa forma, especialmente quando a investigação é feita em pequenos grupos, a estimulação intelectual será muito benéfica (Fossa, 2006, p. 143-144).

O uso deste organizador pode tornar desnecessário muitas das memorizações mecânicas às quais os alunos tantas vezes recorrem devido à exigência para que realizem cálculos, por exemplo, de áreas de figuras planas antes de terem disponíveis um número suficiente de ideias âncoras.

Assumimos o contexto da história da Matemática como organizador prévio em função de julgarmos que este possa promover os meios necessários a fim de que os novos conceitos a serem trabalhados possam se relacionar de forma não-arbitrária e substantiva com conceitos previamente existentes na estrutura cognitiva do aluno. Funcionando, então, como algo que contextualiza o aprendizado, mostrando formas de ligar novas ideias com outras já existentes. Além de servir como *ponte cognitiva*[7], ele pode ser altamente motivador para os alunos, uma vez que apresenta situações que auxiliem na compreensão dos conceitos em estudo.

Assim, o contexto da historia da Matemática pode motivar intrinsecamente os alunos. A motivação pode se dá devido às relações que podem ser estabelecidas pelos alunos com aprendizagens anteriores. Conhecendo a história da Matemática percebemos como as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultaram de desafios enfrentados pelos matemáticos, os quais foram desenvolvidos com grande esforço e, quase sempre, numa ordem bem diferente daquela em que são apresentadas após todo o processo de descoberta.

Além disso, a realização das atividades utilizando a história da Matemática pode motivar os alunos, pois além de diferenciar a forma como a matemática era apresentada tradicionalmente, também possibilita a verificação da aprendizagem dos conceitos estudados anteriormente, uma vez que, os mesmos podem ser retomados e utilizados sempre que possível.

Para Lakatos (1978) a história da Matemática, contextualizada, revela a matemática enquanto ciência em construção, evidenciando que, o conhecimento matemático é falível, corrigível e em contínua expansão, nascendo da atividade humana, como parte de um processo social. Tendo um papel decisivo na organização do conteúdo que se deseja ensinar alertando, desta forma, aos discentes para compreenderem que uma das melhores alternativas de aprender procedimentos matemáticos é descobri-los por eles próprios. Podemos assim dizer que ações desenvolvidas nessa perspectiva podem ser responsáveis por despertar motivações intrínsecas em nossos alunos.

Consideramos assim que o contexto da história da Matemática, como organizador prévio, pode favorecer a compreensão de conteúdos em matemática, possibilitando uma aprendizagem

[7] Na concepção de Ausubel (2002) o organizador prévio é considerado como ponte cognitiva, pois tem a função de preencher o hiato entre aquilo que o aprendiz já conhece e o que precisa conhecer.

significativa para os conceitos estudados. Atividades propostas nessa perspectiva pode desenvolver a criatividade do aluno, e o pensamento hipotético ao elaborarem hipóteses na tentativa de encontrar solução para os problemas propostos, além de promoverem a interação social entre os alunos. Evidenciando desta forma as condições necessárias para que a história da Matemática seja uma das alternativas para auxiliar o professor a promover aprendizagem significativa de conceitos matemáticos.

Proposta em Ação

Para exemplificarmos nossa proposta apresentamos uma sequência de ensino introduzida por uma reelaboração de um texto fragmentado do capítulo do livro de Eves (2004) intitulado *A Matemática babilônica e egípcia*, o texto aqui indicado foi tomado como organizador prévio.

A sequência começa em um nível bem geral com uma discussão sobre a natureza prática da geometria plana. O uso deste organizador torna desnecessário muitas das memorizações mecânicas às quais os alunos tantas vezes recorrem devido à exigência para que realizem cálculos de áreas de figuras planas antes de terem disponíveis um número suficiente de ideias âncoras.

Tal organizador foi proposto em função dos pré-requisitos que julgamos relevantes, de modo a promoverem os meios necessários a fim de que os novos conceitos a serem trabalhados possam se relacionar de forma não-arbitrária e substantiva com conceitos previamente existentes na estrutura cognitiva do aluno.

Nossa intenção nesta atividade foi de fornecer subsunçores necessários que fundamentassem os conteúdos a serem estudados, a partir do contexto da história da Matemática como organizador prévio, visando uma aprendizagem significativa do conceito de unidade de medidas e áreas de figuras planas. Uma vez que a construção do conhecimento matemático a partir de uma situação-problema que os antigos matemáticos enfrentaram para resolver situações da época, serviram de conhecimento prévio para as situações que em seguida se defrontaram na sala de aula. Desta forma, a compreensão do objeto em estudo esteve ancorada por ideias claras e estáveis possibilitando, a partir de então, que se trabalhassem significativamente os novos conceitos.

Para desenvolver os exercícios sugeridos, foram utilizados os dois princípios propostos por Ausubel *diferenciação progressiva e reconciliação integrativa*. O primeiro porque as ideias mais gerais precederam os conceitos mais específicos abordados hierarquicamente e o segundo porque serão constantemente retomados os conceitos já subsumidos.

Estabelecidos os conceitos mais gerais e inclusivos do assunto, medidas de comprimento e de área, e as suas dependências hierárquicas, propomos que os estudos sobre as áreas de figuras planas fossem efetuados por meio de efetivas ações realizadas em sala de aula. Objetivando que os alunos construíssem o conceito de medida de área, utilizando os conceitos de unidade de medidas, tidos como conceito mais abrangente.

Área do círculo unitário

Dando sequência nas atividades os alunos foram orientados para, a partir do texto, calcularem a área do círculo unitário de acordo com os procedimentos babilônicos e egípcios[8]. Um dos grupos procedeu da seguinte maneira (Figura 1):

[8] Os babilônios consideravam uma circunferência como o triplo de seu diâmetro e a área do círculo como um duodécimo da área do quadrado de lado igual à circunferência respectiva; os egípcios assumiam a área de um círculo igual à de um quadrado de lado igual a 8/9 do diâmetro.

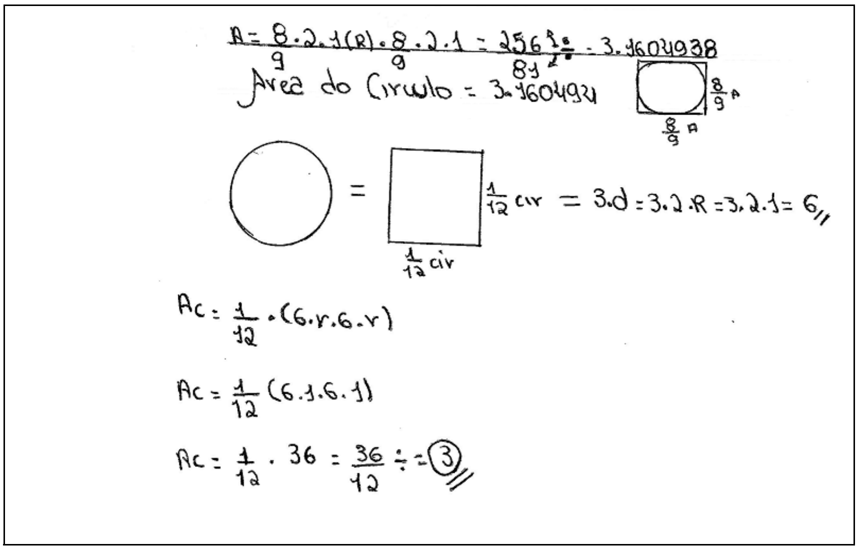


Figura 1: Quadratura do círculo 1

Em seguida a esta atividade solicitamos que os discentes inscrevessem um círculo unitário num quadrado de lado igual ao diâmetro do círculo unitário; dividindo cada lado do quadrado em 3 partes iguais e a partir dos nove novos quadrados formados, obtivessem uma estimativa para a área do círculo. Adaptado do problema 48 do papiro de Ahmes, que segundo Boyer (2003), provavelmente forneça sugestões sobre como os egípcios chegaram à sua área do círculo. Nesse problema o escriba formou um octógono a partir de um quadrado de lado nove unidades dividindo os lotes em três e cortando os quatro triângulos isósceles dos cantos, cada um tendo área de 4 ½ unidades) (Figura 2).

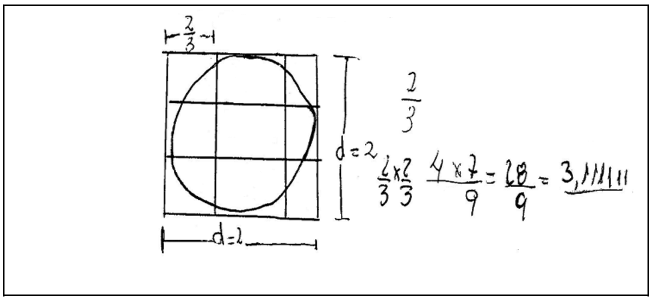
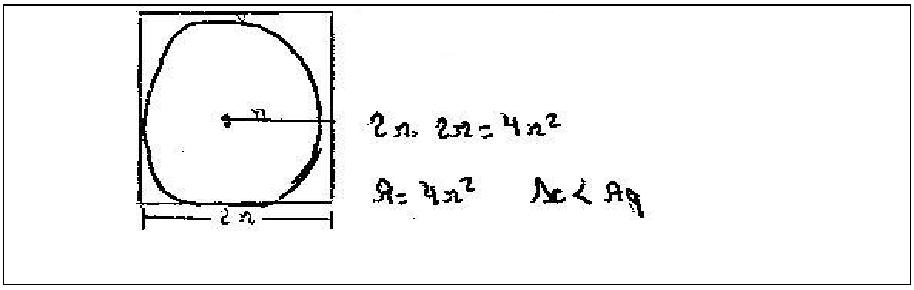


Figura 2: Quadratura do círculo 2

Finalizando as tarefas relacionadas a tentativa de obter uma aproximação da área do círculo a partir da área do quadrado, os alunos calcularam as áreas dos quadrados inscritos e circunscritos ao círculo de raio **r** (Figura 3). Como não havíamos destacado a área do losango, então os discentes calcularam o quadrado inscrito a partir de quatro vezes a área de um triângulo de base **r** e altura **r**. Para o cálculo da área do quadrado inscrito (losango) tornar-se mais clara, discriminável e diferenciada, houve a interação com seu subordinador, a área do triângulo, e com o significado análogo estabelecido e diferenciado, deve, então, manter a sua identidade por mais tempo que a simples mecanização da fórmula.



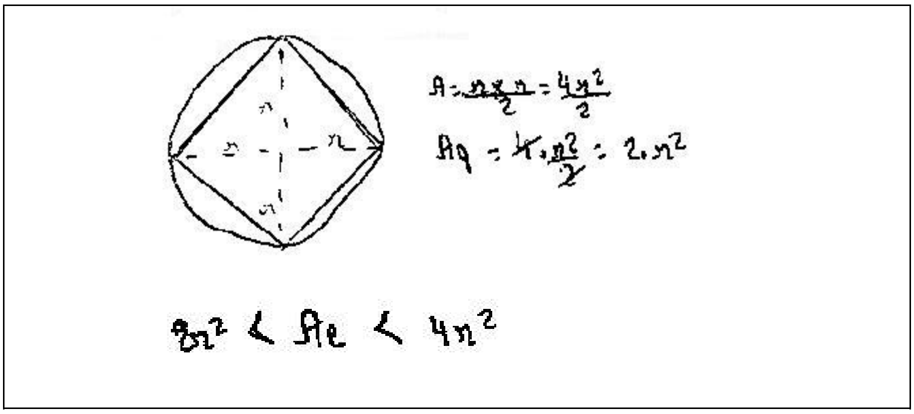


Figura 3: Quadratura do círculo 3

Os alunos demonstraram a incorporação da ideia do cálculo de áreas a partir de unidades padrão de acordo com a conveniência de unidade de medida generalizaram, o cálculo da área do losango a partir da área conhecida do triângulo.

Dialogando com a turma interrogamos estes a respeito da comparação entre as áreas dos quadrados e dos círculos de onde foi concluído, em comum acordo, que a área do círculo de raio **r** é um número maior que $\mathbf{2r^2}$ e menor que $\mathbf{4r^2}$; $2r^2 < A_c < 4r^2$, ou seja, o produto de um número próximo de 3 por r^2.

Verificamos que a construção do conceito de área do círculo unitário progressivamente foi se consolidando. Ausubel *et al.* (1980) nos afirmam que grande parte da assimilação de conceitos dentro do ambiente escolar é conduzida por aprendizagem combinatória[9].

Dessa forma, realizou-se uma *aprendizagem combinatória*, pois as necessidades que motivaram a relação entre a área do quadrado e a do círculo, apontam para uma expansão do que haviam estudado sobre quadrados, possibilitando estimar um valor aproximado para área do círculo unitário. Na aprendizagem combinatória, as ideias estabelecidas na estrutura cognitiva evidenciaram as relações existentes entre as áreas do quadrado e do círculo, no curso da aprendizagem do conceito de área do círculo. Esta combinação dos elementos existentes na estrutura cognitiva assumiu uma nova organização e, portanto novo significado. Esta recombinação dos elementos existentes na estrutura cognitiva evidencia o princípio da *reconciliação integrativa.*

A aprendizagem destas novas proposições, como também conceitos, induziu a uma categoria de significados combinatórios, os quais são potencialmente significativos. Pois consistem de combinações sensíveis de ideias previamente aprendidas que puderam relacionar-se não arbitrariamente ao amplo armazenamento de conteúdo, geralmente relevante, na estrutura cognitiva, em virtude de sua congruência geral com este conteúdo como um todo.

Para Ausubel *et al.* (1980) a maioria das generalizações novas que o estudante aprende em matemática constitui exemplo de aprendizagem combinatória. Embora adquiridas com maior dificuldade, em relação à aprendizagem subordinativa[10] ou superordenada[11] manifestam uma vez adequadamente formulada, a mesma estabilidade interna como qualquer ideia inclusiva ou superordenada na estrutura cognitiva. Supomos, então, que a ideia ancora para generalizar o cálculo da área do círculo estava, assim, consolidada.

[9] A aprendizagem significativa de proposições novas que não estejam subordinadas a determinadas proposições e não possam condicionar o aparecimento de determinadas ideias é denominada de *aprendizagem combinatória.*

[10] Quando as novas informações são vinculadas a informações pré-existentes na estrutura cognitiva, a aprendizagem de proposições ou de conceitos é dita *aprendizagem subordinativa*

[11] Caso os conceitos estabelecidos na estrutura cognitiva sejam assimilados por conceitos mais inclusivos, identificamos a aprendizagem como *superordenada.*

A razão de semelhança entre áreas

Esta atividade constou de pares de figuras planas de mesma forma. Os alunos foram orientados a indicarem (aleatoriamente) as dimensões das figuras menores e ao lado de cada figura havia outra da mesma forma, porém ampliada. A partir das dimensões das figuras menores escolheram um fator de multiplicação objetivando ampliar igualmente cada uma destas dimensões garantindo assim a semelhança entre as figuras. Em seguida calcularam as áreas de cada figura e a razão entre a maior área e a menor. Na sequência calcularam a área maior em função da menor, escrevendo em forma de potência o número de vezes que a maior excedia a menor. Vejamos, por exemplo, os procedimentos de um dos grupos, para o retângulo (Figura 4).

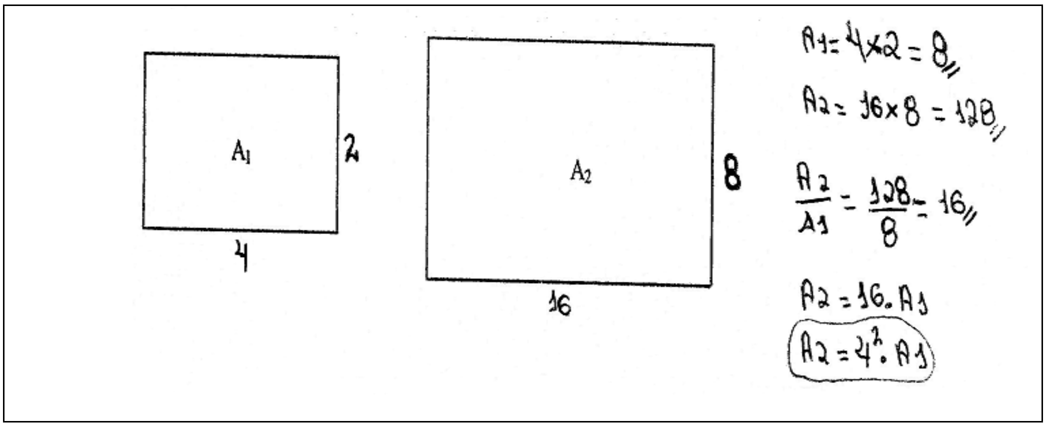
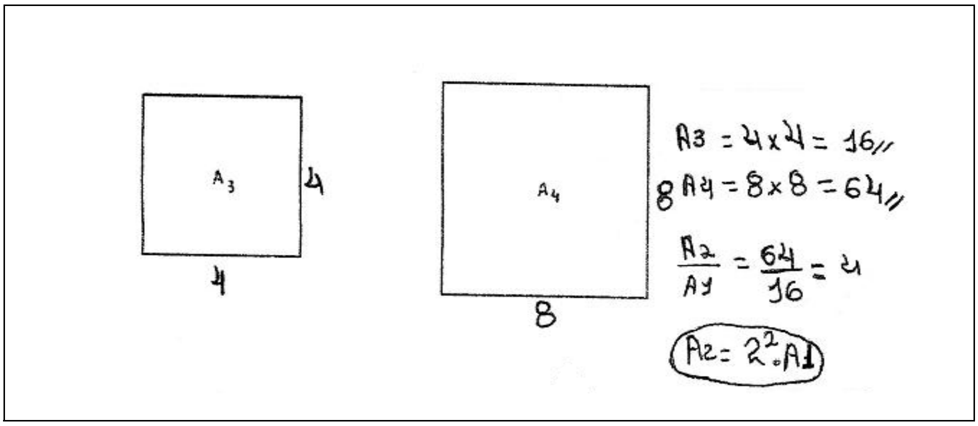


Figura 4: Retângulos semelhantes

Os conceitos de razão e proporcionalidade já eram do conhecimento dos alunos e a partir destas ideias relevantes menos inclusivas foi possível concluirmos a tarefa. Para Ausubel (2002), realizou-se assim uma *aprendizagem superordenada*, pois foram utilizadas as ideias particulares menos inclusivas numa sequência de modo a desencadear uma nova relação matemática de acordo com os princípios da *diferenciação progressiva*, e *da reconciliação interativa*. Isto quer dizer que os significados dos novos conceitos e proposições foram apresentados de forma clara, e diferenciáveis. A trama de conhecimentos aprendidos desta forma permanece integrada e com pouca ou nenhuma contradição e, portanto, é viável para assimilação e retenção dos conceitos.

Dando sequência na atividade os grupos realizaram o mesmo procedimento para o quadrado e o triângulo, vejamos como procederam duas das equipes (Figura 5).



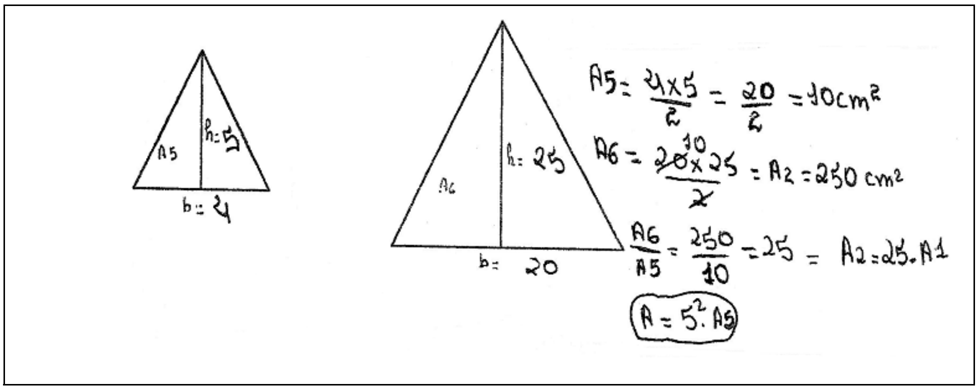


Figura 5: Quadrados e triângulos semelhantes

Isto mostra que os significados dos novos conceitos e proposições foram apresentados de forma clara, e diferenciáveis, e a trama de conhecimentos aprendidos desta forma permanece integrada e com pouca ou nenhuma contradição e, portanto, é viável para assimilação e retenção dos conceitos.

A última figura foi um círculo de raio unitário e ao lado outro círculo de raio escolhido pelos grupos, que de imediato não obtiveram êxito na resolução. Por conseguinte interferimos na atividade, alertando que observassem as questões anteriores a fim de perceberem que a razão entre as áreas é o quadrado da razão de semelhança, e o fator de multiplicação que ampliava o círculo de raio unitário era o próprio raio do círculo, escolhido por eles. Recordando que a área do círculo unitário já havia sido estimada em atividades anteriores. Tomando como referência o mesmo grupo da atividade anterior obtivemos (Figura 6):

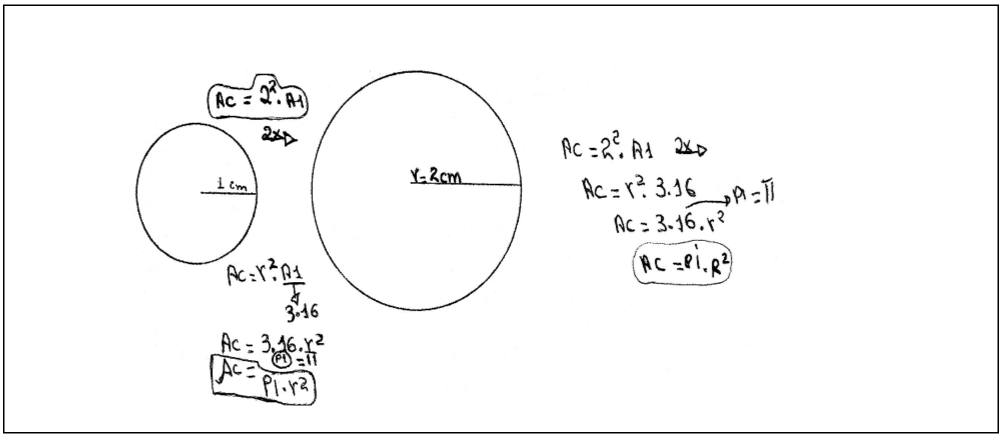


Figura 6: Semelhança dos círculos

A organização sequencial das atividades sugeridas proporcionou constantes retomadas de conceitos já subsumidos, de forma que essa diferenciação e reconciliação simultâneas possibilitaram a revisão e a fixação dos conceitos de medida de áreas de figuras planas. Somente depois de toda construção, organização e sistematização das ideias desenvolvidas é que chegamos à definição formal da fórmula para o cálculo da medida da área do círculo. Desta forma, o aluno construiu o conceito estudado sem que tenhamos iniciado o assunto pela apresentação de fórmulas já sistematizadas. Por conseguinte os discentes realizaram uma aprendizagem por descoberta significativa.

Considerações

Para introduzir conceitos no ensino da matemática propomos o uso da história da Matemática como *organizador prévio*, com a função potencializar a criação de relações *não-*

arbitrárias e *substantivas* entre os novos conceitos e as ideias que lhes sirvam de âncora na estrutura cognitiva do aluno, contribuindo para evidenciar o significado lógico do conceito, sendo essa uma das qualidades que atribuímos à história da Matemática e que a potencializa como organizador prévio.

Nossa proposta consistiu em evidenciar que a história da Matemática como organizador prévio potencializa no discente motivação intrínseca para o estudo da matemática. Para materializar a proposta apresentamos uma sequência de ensino baseada em princípios ausubelianos**,** com o intento maior de fornecer subsunçores necessários para a aprendizagem significativa da fórmula que determina a medida da área do círculo.

Os princípios básicos que nortearam as atividades foram a *diferenciação progressiva* e a *reconciliação integrativa:* preconizando ideias mais gerais e inclusivas da matéria de ensino apresentadas no início da instrução e, progressivamente, diferenciadas em termos de detalhes e especificidade; a reconciliação complementou a organização das atividades, à medida que a nova informação foi apresentada a partir de conceitos mais gerais, ressaltando de imediato os conceitos subordinados relacionados voltando, através de exemplos, a novos significados para os conceitos de ordem mais alta na hierarquia.

A investigação histórica do texto realizada pelos grupos provocou motivação intrínseca em grande parte da turma, evidenciado pelo empenho demonstrado por estes na realização das tarefas. A motivação também se deu devido às relações estabelecidas pelos alunos com aprendizagens anteriores. Conhecendo a história da Matemática percebemos como as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultaram de desafios enfrentados pelos matemáticos, os quais foram desenvolvidos com grande esforço e, quase sempre, numa ordem bem diferente daquela em que são apresentadas após todo o processo de descoberta.

A realização das atividades motivou os alunos, pois além de diferenciar a forma como a matemática era apresentada tradicionalmente, também possibilitou a verificação da aprendizagem dos conceitos estudados anteriormente, uma vez que, os mesmos foram retomados e utilizados sempre que possível.

Tendo um papel decisivo na organização do conteúdo que se deseja ensinar alertando, desta forma, aos discentes para compreenderem que uma das melhores alternativas de aprender procedimentos matemáticos é descobri-los por eles próprios. Verificamos que as atividades propostas desenvolveram a criatividade do aluno, e o pensamento hipotético ao elaborarem hipóteses na tentativa de encontrar solução para os problemas propostos, além de promoverem a interação social entre os alunos. Podemos assim dizer que as ações desenvolvidas foram responsáveis pela motivação intrínseca dos alunos.

Referências

Ausubel, D. P. (1976). *Psicologia educativa*: *un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.

Ausubel, D. P., Novak. J. D., & Hanesian, H. (1980). *Psicologia educacional* (2a ed.). Rio de Janeiro: Interamericana.

Ausubel, D. P. *Adquisición y retención del conocimento: Una perspectiva cognitiva*. Barcelona: Paidós, 2002.

Baraldi, I. M. (2003). *Matemática na escola: que ciência é esta*? Bauru, SP: Edusc.

Boyer, C. B. (2003). *História da Matemática* (Trad. Elza F. Gomide, 2a. ed.), São Paulo: Edgar Blücher. (Obra original publicada em 1968)

Brasil. (1998). Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* matemática/ Ensino de quinta a oitava série. – Brasília: MEC/SEF.

Bzuneck, J. A. (2001). A motivação do aluno: aspectos introdutórios. In E. Boruchovitch & J. A. Bzuneck (Org.). *A motivação do aluno: Contribuições da Psicologia Contemporânea*. Petrópolis, RJ: Vozes.

Sebastiani Ferreira, E. O uso da história da Matemática na formalização de conceitos. (1992). *Bolema especial, 2*, 26-41.

Fossa, J. A. Recursos pedagógicos para o ensino da matemática a partir de obras de dois matemáticos da Antiguidade. (2006). In I. A. Mendes, J. A. Fossa, & J. E. N. Valdés. *A História como um agente de cognição na educação matemática*. Porto Alegre, RS: Sulina.

Guimarães, S. E. R. Motivação intrínseca, extrínseca e o uso de recompensas em sala de aula. (2001). In E. Boruchovitch & J. A. Bzuneck (Org.). *A motivação do aluno: Contribuições da Psicologia Contemporânea*. Petrópolis, RJ: Vozes.

Lakatos, I. (1978). *A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações*. (N. C. Caixeiro, Trad.). Rio de Janeiro: Zahar Editores (Obra original publicada em 1976).

Moreira, M. A., & Masini, E. A. F. S. (1982). *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes.

Nunes, J. M. V. (2007). *História da Matemática e aprendizagem significativa da área do círculo: uma experiência de ensino-aprendizagem*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Belém, PA, Brasil.

Nunes, J. M. V., Almouloud, S. A., & Guerra, R. B. (2010). O Contexto da História da Matemática como Organizador Prévio. *Bolema, 23*(35B), 537-561.

Recebido em: 09.04.2013
Aceito em: 28.10.2014