

**AS EQUAÇÕES MATEMÁTICAS NOS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM FÍSICA: O CASO DO MOMENTO LINEAR E SUA CONSERVAÇÃO<sup>1</sup>**  
**(Mathematical equations in the teaching and learning processes in physics: the case of linear momentum and its conservation)**

**Antonio Jorge Sena Anjos** [anjos.antonio@gmail.com]

Dpto. de Física da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), Brasil

**Concesa Caballero Sahelices** [concesa@ubu.es]

Dpto. de Física, Programa Internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias  
Universidad de Burgos, España

### **Resumo**

Este estudo se constitui parte de um trabalho mais amplo que busca investigar a relação dialética entre as aprendizagens significativas de conteúdos da Matemática (funções e equações lineares) e da Física (momento linear e conservação). Ou seja, verificar as possibilidades dos conteúdos matemáticos contribuírem para o aprendizado significativo dos conteúdos da Física e estes para com o aprendizado significativo das funções e equações lineares. A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel se constituiu no principal referencial teórico, tanto para justificativa do problema como para a análise e tratamento dos resultados da investigação. A metodologia de pesquisa teve um enfoque preferencialmente qualitativo, com alguns elementos quantitativos. Com base na análise dos resultados concluiu-se que as evidências apresentadas para este estudo reúnem elementos que sinalizam para a existência de uma possível relação de implicação dialógica entre os aprendizados significativos dos conteúdos físicos e matemáticos, limitando-se, entretanto, à amostra e ao contexto de realização do estudo.

**Palavras-chaves:** ensino de Física; aprendizagem significativa; funções e equações lineares.

### **Abstract**

This study is part of a broader work that investigates the dialectical relationship between the meaningful learning of mathematics contents (functions and linear equations) and physics contents (linear momentum and conservation). That is, to check the possibilities of such contents to contribute to meaningful learning of physics contents and for those to contribute to mathematical meaningful learning of functions and linear equations. The Theory of Meaningful Learning of Ausubel became the main theoretical reference, so as to justify the research problem and for processing research results. The research methodology had a qualitative approach, with some quantitative elements. Based on the analysis of the results it was concluded that the evidence presented in this study gather elements that point to the existence of a possible dialogical implicational relationship between meaningful learning of physical and mathematical contents, limited, however, to the sample and the context of the study.

**Keywords:** physics teaching; meaningful learning; functions and linear equations.

---

<sup>1</sup> Trabalho apresentado no IV Encontro Ibero-americano de Pesquisa em Ensino de Ciências, Porto Alegre, Brasil, 3 a 7 de dezembro de 2012. Selecionado para publicação na ASR pelo Comitê Editorial da revista.

## **Introdução**

Entendemos que a ciência a ser ensinada na Escola deva ser essencial e fundamental para compreender o mundo de hoje e responder aos seus desafios. Por outro lado, a maneira como ela está sendo ensinada, com raríssimas exceções, não atende às demandas exigidas ao educando enquanto estudante e cidadão comum, na medida em que não reúne condições favoráveis para a ocorrência de uma aprendizagem significativa.

O ensino de Física desenvolvido nas Escolas é tradicionalmente pautado no uso de expressões matemáticas, leis, princípios e conceitos isolados e, sendo assim, a aprendizagem, por consequência, ocorre de forma mecânica, estéril e desvinculada do mundo vivenciado pelo estudante, proporcionando-lhe, na maioria das vezes, apenas condições de repetir os enunciados das leis, de memorizar conceitos e significados, além de resolver, com o uso das expressões matemáticas, os problemas propostos nos textos didáticos.

Tais constatações induzem-nos a pensar em necessidades de mudanças que privilegiem os conceitos, os significados e a fenomenologia dos conteúdos em detrimento à supervalorização das expressões matemáticas, sem, entretanto, prescindir delas. Entretanto, essas mudanças não poderiam e nem deveriam ocorrer sem um respaldo teórico e científico e, sim, com investigações que pudessem contribuir cientificamente com buscas para tais mudanças.

Este estudo se constitui numa parte integrante de um de um trabalho mais amplo de pesquisa, cuja finalidade é investigar a relação dialética existente entre as aprendizagens significativas de expressões matemáticas (funções e equações lineares) e de conteúdos da Física. Ou seja, verificar como os estudantes percebem as expressões matemáticas no ensino de conhecimentos da Física e quais as possíveis contribuições delas para o aprendizado significativo dos conteúdos físicos e, destes para o com o aprendizado significativo das expressões matemáticas.

Mais precisamente, o estudo foi realizado visando responder ao seguinte problema de pesquisa: *Em que medida o aprendizado significativo de funções e equações lineares utilizadas no ensino de determinado conteúdo da Física, pode interferir na aprendizagem significativa desse conteúdo e, reciprocamente, qual a contribuição deste aprendizado para entender significativamente essas expressões?*

Este trabalho de investigação foi realizado no contexto do Colégio Gênese, uma instituição da rede particular de ensino, com cursos regulares nos níveis fundamental e médio de ensino, localizada numa região central da cidade de Feira de Santana, estado da Bahia, Brasil.

A amostra do estudo foi constituída por um grupo de 9 (nove) estudantes da segunda série do ensino médio, que voluntariamente dispuseram-se a participar dele no turno oposto ao de suas aulas normais.

## **Marco teórico**

O referencial teórico para este estudo será apresentado levando-se em consideração as teorias e propostas que se constituíram em referências para efeito de análise e tratamento dos dados. Como forma de melhor contextualizar os estudos a serem desenvolvidos e visando facilitar a obtenção dos

resultados oriundos da pesquisa, este referencial será aqui apresentado sob três pontos de vista a saber: **da Psicologia Cognitiva; da Física; da Matemática.**

**Do Ponto de Vista da Psicologia Cognitiva**, adotou-se como referencial teórico de pesquisa, basicamente, a Teoria da Aprendizagem Significativa (Ausubel, 2003). Além desta, quando necessário, fez-se uso de alguns aportes da Teoria da Mediação (Vygotsky, 1995) e da Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1993) que, em momentos oportunos, quando solicitados, foram devidamente comentados.

A **Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS)** tem como foco principal a aprendizagem cognitiva que, segundo o próprio Ausubel,

[...] por definição envolve a aquisição de novos significados. Estes são, por sua vez, os produtos finais da aprendizagem significativa. Ou seja, o surgimento de novos significados no aprendiz reflete a ação e a finalização anteriores no processo de aprendizagem significativa. (Ausubel, 2003, p.71).

Ausubel tem sua atenção sempre voltada para a aprendizagem que ocorre no cotidiano das Escolas. Ele considera aquilo que o estudante já sabe como sendo o fator que mais influencia no seu aprendizado. Na sua teoria, o conceito central é o conceito de *aprendizagem significativa*. Segundo Moreira (2006),

[..] a aprendizagem significativa é um processo por meio do qual uma nova informação se relaciona, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo. Neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de ‘conceito subsunçor’ ou, simplesmente, ‘subsunçor’, existente na estrutura cognitiva de quem aprende ( p.15).

Observemos, entretanto, que na TAS fala-se que a nova informação relaciona-se de forma “*não literal*” e “*não arbitrária*”, com aspectos relevantes da estrutura cognitiva o que não significa, portanto, não se tratar de uma aprendizagem mecânica, na qual as novas informações pouco ou nada interagem com os conceitos relevantes e pré-existentes na mente do indivíduo, mas sim um processo que ofereça condições para que a aprendizagem ocorra significativamente.

**Do ponto de vista da Física**, o campo conceitual da Mecânica se constituiu em objeto do nosso interesse, tendo em vista o fato do conteúdo da Física eleito para esta investigação concentrar-se neste ramo da Física que tem a sua origem nas ideias de Galileu.

Sua obra contém as principais bases sobre as quais se assentou a Física newtoniana. As hipóteses fundamentais a consubstanciarem o que chamamos modelo mecânico newtoniano ou clássico, são três e, da maneira como foram concebidas, logo adquiriram o *status* e/ou foram promovidas à categoria de leis ou de princípios.

Em 1642, morre Galileu e nasce, na Inglaterra, Isaac Newton, que mais tarde veio a estabelecer os princípios da Mecânica Clássica. Newton escreveu uma obra capital para a evolução da Física: “*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*”, na qual enunciou os três axiomas básicos da Mecânica Clássica e resolveu o problema do equilíbrio dinâmico do universo por meio da teoria da gravitação universal.

É justo nesta obra que Newton define: “A quantidade de movimento é a medida do mesmo, obtida conjuntamente a partir da velocidade e da quantidade de matéria.” Observa-se aí que Newton confundiu massa de um corpo com a quantidade de matéria contida nele, embora tenha sido ele o inventor do conceito de massa. Devido ao não aprofundamento desse conceito por Newton, os textos didáticos geralmente o abordam através da simples representação matemática.

Com uma relação bastante estreita com o conteúdo da Física (momento linear) eleito para efeito da investigação, os tópicos de *funções e equações lineares*, parte de um espectro mais amplo que é o campo da Álgebra, surgem naturalmente pela sua estreita relação com o primeiro e, como tal, credenciam-se como os referentes teóricos do **ponto de vista da Matemática** para o desenvolvimento deste estudo.

## Marco metodológico

Para realização desta etapa da pesquisa optou-se pelo estudo de caso etnográfico com base nos resultados advindos do estudo exploratório (Anjos, 2009), o qual previu a utilização de alguns métodos e técnicas de coleta de dados com finalidades distintas, porém coerentes com o referencial metodológico adotado para este estudo.

Para efeito de coleta de dados, portanto, fez-se uso de alguns instrumentos como: **Testes de Sondagem, Intervenções Didáticas, Teste de Avaliação Final e Entrevistas**, sobre os quais faremos uma breve descrição conforme suas finalidades e pertinência de utilização.

Com a finalidade precípua de conhecer as preconcepções dos sujeitos da pesquisa, foi aplicado junto à classe de estudantes um **Teste de Sondagem em Matemática (TSM)** e um **Teste de Sondagem em Física (TSF)**. Ambos os testes objetivaram não apenas conhecer as concepções prévias dos sujeitos em Matemática (Funções e Equações Lineares) e Física (Quantidade de Movimento Linear e sua Conservação), respectivamente, mas, também, tendo conhecimento da sua existência, buscar tratá-las devidamente sob o ponto de vista do ensino, com a implementação de uma Unidade de Didática de Ensino (UDE), visando à construção de novos conhecimentos e da sua aprendizagem significativa.

O **TSM** foi composto por 10 (dez) questões e o **TSF** constituiu-se de 3 (três) questões e apresentaram alfas de Cronbach iguais a 0,93 e 0,66, respectivamente, que atestam a fidedignidade destes instrumentos.

As **Intervenções Didáticas (ID)**, em número de 8 (oito), compuseram uma Unidade Didática de Ensino (UDE) proposta para oportunizar o desenvolvimento de distintas atividades de ensino, buscando desenvolver estudos sobre os conteúdos de Matemática e de Física envolvidos no estudo, objetivando favorecer a ocorrência da aprendizagem significativa dos conteúdos, ao tempo em que se propunha verificar a relação dialética entre estas aprendizagens, além de contribuir para coleta de dados, através de observações livres e registros do professor/pesquisador, bem como das informações e produções dos estudantes oriundas das diversas atividades (leituras e discussão de textos, experimentos, simulações, vídeos, situações-problema, exercícios,...) desenvolvidas ao longo das intervenções.

Ao final da realização do conjunto das intervenções didáticas que compuseram a UDE, foi aplicado o **Teste de Avaliação Final (TAF)**, composto de 6 (seis) questões, que apresentou um alfa de

Cronbach igual a 0,85 e teve como objetivo verificar o nível de aprendizagem dos sujeitos referente aos conteúdos de Matemática e de Física, decorrente da implementação da UDE neste Estudo.

Com o objetivo de detalhar e ampliar o espectro das informações já obtidas nas fases anteriores de coleta de dados, utilizou-se do recurso da **Entrevista**, por se constituir num excelente expediente de coleta de dados para o investigador. As perguntas foram formuladas a partir de resultados já conhecidos, oriundos do teste final (TAF) e de alguns aspectos das intervenções didáticas (ID).

## Problema e objetivos

A proposta deste trabalho é buscar entender o papel das funções e equações lineares em situações de ensino/aprendizagem dos conteúdos da Física envolvendo estudantes de Ensino Médio. Nesse sentido, com base nos estudos antecedentes (Anjos, 2009) e, buscando dar resposta ao problema de pesquisa, investimos na realização deste estudo objetivando responder a seguinte pergunta de investigação: *Em que medida o aprendizado significativo de equações matemáticas utilizadas no ensino de determinado conteúdo da Física, pode interferir na aprendizagem significativa desse conteúdo e, reciprocamente, qual a contribuição deste aprendizado para entender significativamente essas equações?*

Assim, a pesquisa foi desenvolvida tendo como objetivo geral investigar a relação dialética entre as aprendizagens significativas de conteúdos da Matemática (funções e equações lineares) e da Física (quantidade de movimento e sua conservação), eleitos para realização do estudo. Ou seja, verificar como os estudantes percebem estas funções e equações no ensino de conhecimentos da Física e quais as possibilidades destas equações contribuírem para o aprendizado significativo desses conteúdos e destes para o com o aprendizado significativo das equações.

## Resultados

Com base na análise dos dados obtidos através dos instrumentos de registros de dados (TSM, TSF, ID, TAF e ENT), apresentaremos aqui uma síntese conclusiva dos resultados. Tal procedimento ocorreu considerando possíveis **Indicadores de Aprendizagem (IA)** e respaldado nos referenciais teóricos que embasam e dão suporte ao estudo. Para realização desta síntese, os indicadores (IA) serviram de parâmetros norteadores para o procedimento interpretativo, visando facilitar os aspectos conclusivos do estudo.

Considerou-se para os indicadores os seguintes graus de consistência, a saber: *Consistência Baixa* (CB): indicador cujo resultado expressa pouca (ou nenhuma) coerência (ausência de respostas ou respostas sem sentido) com a sua definição prévia; *Consistência Média* (CM): indicador cujo resultado expressa razoável coerência (respostas com alguma aproximação do significado aceito) com a sua definição prévia; *Consistência Alta* (CA): indicador cujo resultado expressa boa coerência (respostas semelhantes ao significado aceito). A estes graus de consistência foram atribuídos os valores 1, 2 e 3, respectivamente para CB, CM e CA.

Os **indicadores de aprendizagem (IA)** nos **instrumentos de coleta individual (ICI)**, como a própria denominação sugere, constituem-se em aparatos de registro individual de dados e, assim sendo, as informações procedentes deles (TSM, TSF e TAF) sobre os indicadores (IA) serão aqui tratados, coerentemente, considerando cada um dos sujeitos do estudo.

O tratamento dos resultados apresentados para cada IA, considerando os seus graus de consistência (alto, baixo e médio) e os respectivos valores (1,0; 2,0 e 3,0) a eles atribuídos, estão apresentados nas Tabelas 1 e 2 e as Figuras 1 e 2 mostram os gráficos ilustrativos para cada uma das referidas tabelas.

Tabela 1: Distribuição de indicadores (IA) por aluno nos testes de sondagem (TSM e TSF)

INDICADORES DE APRENDIZAGEM		AB1	AB2	AB3	AB4	AB5	AB6	AB7	AB8	AB9	MÉDIA
TSM	IA1. Demonstra conhecer uma função linear.	2,0	1,0	2,0	2,0	1,0	1,0	1,0	2,0	2,0	<b>1,6</b>
	IA2. Consegue representar uma função linear.	2,0	1,0	3,0	1,0	3,0	2,0	1,0	1,0	3,0	<b>1,9</b>
	IA3. Demonstra saber operar com uma equação linear.	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	2,0	3,0	3,0	3,0	<b>2,9</b>
TSF	IA4. Manifesta compreender o conceito de quantidade de movimento.	3,0	1,0	3,0	1,0	3,0	3,0	1,0	2,0	3,0	<b>2,2</b>
	IA5. Demonstra entender o caráter vetorial de quantidade de movimento.	1,0	3,0	3,0	3,0	3,0	1,0	3,0	1,0	3,0	<b>2,3</b>
	IA6. Expressa conhecer o princípio de conservação da quantidade de movimento.	1,0	3,0	3,0	3,0	3,0	1,0	3,0	1,0	3,0	<b>2,3</b>
	IA7. Manifesta saber aplicar o princípio de conservação da quantidade de movimento.	1,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	1,0	3,0	<b>2,6</b>

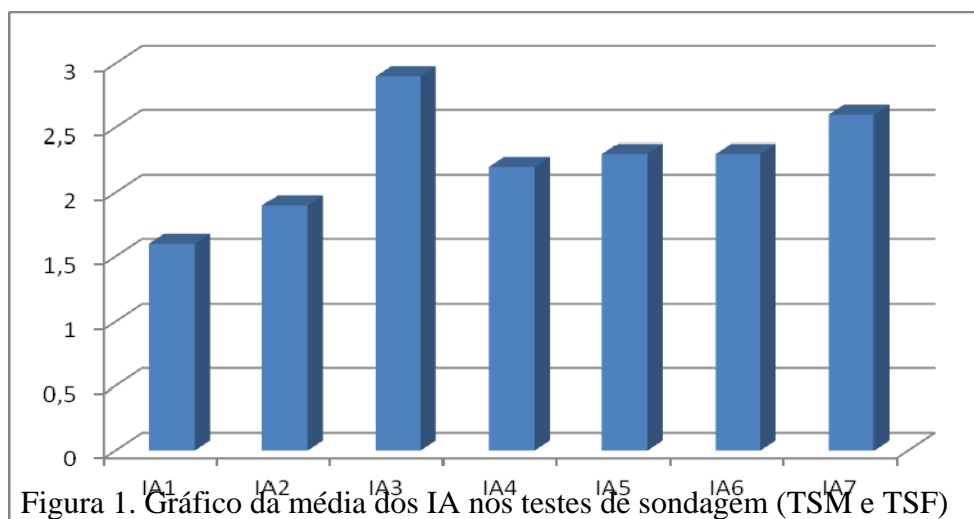


Tabela 2: Distribuição de indicadores (IA) por aluno no TAF

		AB1	AB2	AB3	AB4	AB5	AB6	AB7	AB8	AB9	MÉDIA
TAF	IA1	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	<b>3,0</b>
	IA2	3,0	3,0	3,0	2,0	2,0	3,0	2,0	3,0	1,0	<b>2,4</b>
	IA3	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	2,0	2,0	<b>2,8</b>
	IA4	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	2,0	<b>2,9</b>
	IA5	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	2,0	3,0	1,0	<b>2,7</b>
	IA6	2,0	3,0	2,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	<b>2,8</b>
	IA7	1,0	3,0	1,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	<b>2,6</b>

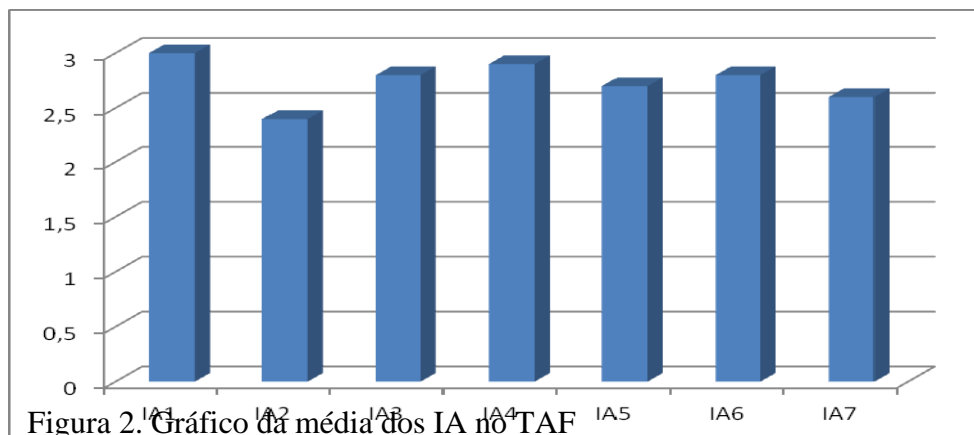


Figura 2. Gráfico da média dos IA no TAF

Buscando verificar o nível de progressividade da aprendizagem dos sujeitos da pesquisa, as Tabelas 3 e 4 e os gráficos das Figuras 3 e 4, nos permitem, através da média, verificar o comportamento do grau de consistência dos indicadores nos testes de sondagem (TSM/TSF) e teste final (TAF). Ao buscar estabelecer este paralelo, percebemos o desempenho dos indivíduos, além de, indiretamente, avaliar a contribuição das intervenções didáticas (ID) no processo de ensino e aprendizagem desenvolvido neste estudo.

Por sua vez, a Tabela 3 torna ainda mais fácil a comparação, na medida em que nela se estabelece um paralelo entre as médias dos graus de consistência, obtidas para os IA em cada um dos testes. Já a Figura 3 mostra o gráfico representativo que ilustra e facilita ainda mais o olhar sistêmico do comportamento evolutivo dos indicadores de aprendizagem, contribuindo fortemente para o processo de síntese conclusiva do estudo.

Tabela 3: Quadro comparativo das médias dos IA nos TSM/TSF e TAF

INDICADORES DE APRENDIZAGEM (IA)	MÉDIA TSM/TSF	MÉDIA TAF
IA1. Demonstra conhecer uma função linear.	1,6	3,0
IA2. Consegue representar uma função linear.	1,9	2,4
IA3. Demonstra saber operar com uma equação linear.	2,9	2,8
IA4. Manifesta compreender o conceito de quantidade de movimento.	2,2	2,9
IA5. Demonstra entender o caráter vetorial de quantidade de movimento.	2,3	2,7
IA6. Expressa conhecer o princípio de conservação da quantidade de movimento.	2,3	2,8
IA7. Manifesta saber aplicar o princípio de conservação da quantidade de movimento.	2,6	2,6

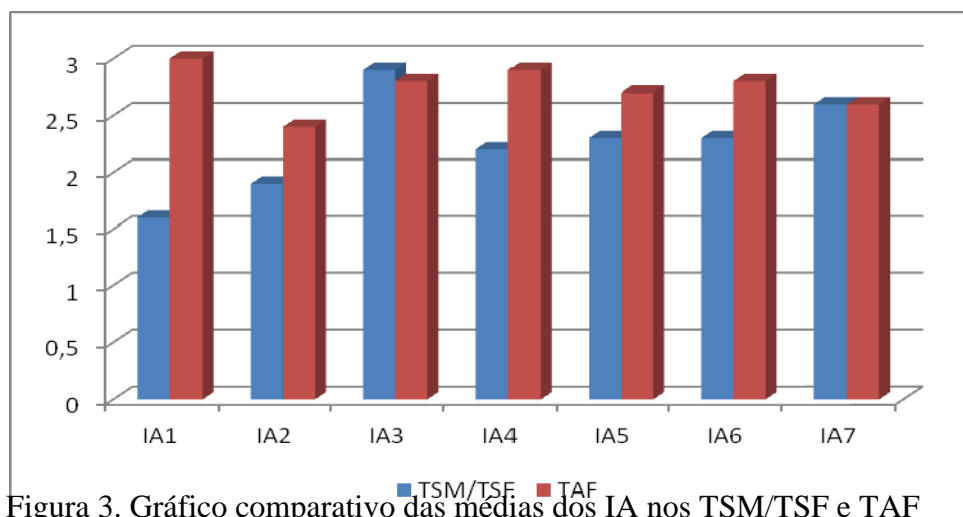


Figura 3. Gráfico comparativo das médias dos IA nos TSM/TSF e TAF

Um olhar panorâmico sobre a Tabela 3 é o suficiente para se ter uma ideia geral de como evoluiu o grau de consistência dos indicadores (IA) antes, nos Testes de Sondagem (TSM e TSF), para depois, no Teste Final (TAF). Essa visão nos permite assegurar que, à exceção do indicador IA3 (demonstra saber operar com uma equação linear) que mostra uma pequena queda na média (2,9 para 2,8), os demais apresentam números que revelam crescimento na consistência destes indicadores, na medida em que, comparando as médias de cada um deles nos testes de sondagem (TSM/TSF) e teste final (TAF), estes, por si sós, apontam o crescimento dos indicadores de aprendizagem.

Por outro lado, um olhar mais cuidadoso e criterioso sobre a Tabela 4, além de confirmar o que já fora dito, vai dizer algo mais. Vai revelar que o grau de consistência dos indicadores tende fortemente para a faixa da consistência alta (CA), com quase a totalidade das médias acima do valor 2,5 (2,6 – 3,0), à exceção do indicador IA2 que apresenta uma média 2,4, mas que revela crescimento, tendo em vista que antes era igual a 1,9.

Como já fora dito anteriormente, as entrevistas foram realizadas tendo como base o teste final (TAF). Ou seja, os entrevistados foram solicitados a detalhar e/ou esclarecer como respondeu tal pergunta; quais conhecimentos foram usados para resolver determinada situação problemática, ou até mesmo dizer por que deixou de responder determinada questão. Neste estudo os entrevistados foram os alunos AB1 e AB4 e a consistência dos indicadores decorrentes das suas respostas foi considerada, para efeito de comentários, no tópico exclusivamente reservado aos indicadores de aprendizagem (IA).

Por sua vez, os **indicadores de aprendizagem (IA)** nos **instrumentos de coleta coletiva (ICC)**, que foram as intervenções didáticas (ID), devido à natureza desse instrumento de registro de dados, no qual o desenvolvimento metodológico das atividades ocorreu em grupos de estudantes, os indicadores serão aqui tratados, considerando os resultados advindos das produções coletivas dos grupos de indivíduos que compunham a classe. Por tanto, nesse processo de síntese, foi observado o grau de consistência, através dos grupos (G1, G2 e G3), dos IA em cada uma das 8 (oito) intervenções (ID), conforme a Tabela 4. Nestas intervenções os grupos foram compostos da seguinte maneira: G1: alunos AB1, AB8 e AB9; G2: alunos AB2, AB5 e AB7; G3: alunos AB3, AB4 e AB6.



Tabela 4: Médias por grupo e final dos Indicadores de Aprendizagem (IA)

INTERVENÇÕES (ID)	INDICADORES (IA)	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	MÉDIA
ID2-ID8	IA1	2,0	2,0	3,0	2,3
	IA2	3,0	3,0	3,0	3,0
	IA3	3,0	3,0	3,0	3,0
ID4-ID8	IA4	2,0	2,0	2,0	2,0
ID5- ID6-ID8	IA5	3,0	3,0	3,0	3,0
ID5-ID6-ID8	IA6	2,0	3,0	3,0	2,7
ID5-ID6- ID8	IA7	1,0	3,0	3,0	2,3

Analisando mais detalhadamente o grau médio de consistência de cada um dos indicadores de aprendizagem (IA) por aluno (Tabela 1) e por grupo de alunos (Tabela 4), foi possível fazer comentários, a saber, que certamente contribuíram para inferências nesta síntese conclusiva.

**IA1. Demonstra conhecer uma função linear:** Caracterizado por reunir condições para conhecer e identificar uma função linear, este indicador, potencialmente encontrado no Grupo CI (questões 1 a 5 do TSM e na questão 1.1 do TAF) e no Grupo CC (intervenção ID2), mostrou acentuada evolução, uma vez que os alunos apresentaram um grau médio de consistência, inicialmente da ordem de 1,6 (TSM e TSF), tendo migrado para 2,3 na ID2 e, para 3,0 no TAF. Isto nos induz a inferir não apenas que os sujeitos avançaram no domínio deste indicador, como também que o trabalho desenvolvido, nas intervenções didáticas, particularmente ID1 e ID2, pode ter contribuído para o que ora se constata.

Este fato, também se confirma nas falas dos alunos (AB1 e AB4) entrevistados e comentadas no tópico “análise das entrevistas”, mais precisamente nas respostas atribuídas às questões 1.1 e 1.2.

**IA2. Consegue representar uma função linear:** Com características de quem apresenta condições de representar variáveis em termos de uma função linear, o indicador IA2, potencialmente encontrado nas questões 1 a 5 e 8 do TSM, questões 1.2 e 2.1 do TAF e na intervenção ID2, demonstra certa ascendência na sua consistência, na medida em que aparece inicialmente (TSM e TSF) com um grau (médio) igual a 1,6, evolui para 3,0 na intervenção ID2 e aparece com o valor de média igual 2,4 no TAF. Vale lembrar que a média calculada para os IA, nas intervenções, é resultado do desempenho do grupo de estudantes.

O reforço a essas considerações ocorre por parte dos alunos entrevistados, a exemplo do AB1 que, na questão 1.2 do TAF, além de expressar a relação entre quantidade movimento ( $Q$ ) e velocidade ( $v$ ) na forma “ $f(v) = 5v$ ” (não muito usual na Física), considerando o “ $f(v)$ ” como sendo  $Q$ , explicitou sua resposta dizendo que “*dependendo do  $v$ , você vai substituir na equação e vai achar o valor da quantidade de movimento*”. Por sua vez o indivíduo AB4, questão 2.1 (TAF), representa outra função linear se expressando “ $Q = 8v$ , porque a massa é 8”, reportando-se ao que é solicitado na questão.

**IA3. Demonstra saber operar com uma equação linear:** Diferentemente dos anteriores, que estão mais relacionados com o domínio de conceitos, este indicador se relaciona mais às habilidades

operacionais, ou seja, realização de tarefas que indicam saber resolver exercícios e problemas com o uso de equações lineares. Podendo ser detectado no TSM, ID2 e TAF, o indicador IA3, embora tenha se mostrado ascendente na média do grau de consistência detectada no processo de intervenção (passando de 2,9 no TSM, para 3,0 na ID2), contrariando os demais, mostrou um pequeno decréscimo para esse mesmo grau de consistência no TAF, cujo valor da média encontrado foi 2,8. Mesmo assim, mantém-se na faixa de consistência ainda considerada alta.

Na realidade, este indicador se constitui num elemento que pode ser detectado através de quase todos os instrumentos e, obviamente, nas entrevistas ele não ficaria de fora. Sobre o IA3, o que se observou nos depoimentos dos alunos nas entrevistas era que, ao explicar suas respostas, eles não manifestavam dificuldades em resolver os exercícios e problemas por operar com equações lineares, inclusive nas questões que não conseguiam resolver.

**IA4. Manifesta compreender o conceito de quantidade de movimento:** Mais diretamente relacionado com os conteúdos da Física, o indicador IA4, diz a respeito de quem parece entender a quantidade de movimento como sendo algo que depende da massa e velocidade do corpo. Nesse sentido, este indicador teve sua ocorrência observada no TSF, com grau médio de consistência igual a 2,2; detectou-se ligeira baixa na intervenção ID3 e, ao final do processo, no TAF evoluiu para 2,9, sugerindo, dessa maneira, que os estudantes demonstraram compreender o conceito de quantidade de movimento.

Ao explicar, nas entrevistas, como resolveu as questões relacionadas a este indicador, os entrevistados sempre demonstravam conhecimento sobre o conceito de quantidade de movimento, tanto no sentido da expressão matemática: *“o objeto tem massa 5 kg e está com velocidade de 10 m/s. E aí eu multipliquei a massa pela velocidade”* (AB4), quanto no sentido físico ao se referir a uma situação de colisão linear frontal entre dois corpos de massas bem diferentes: *“[...] então ele estava parado, mas a massa dele era maior, então mesmo ele estando parado ele vai compensar na massa, por isso A voltou.”* (AB1).

**IA5. Demonstra entender o caráter vetorial de quantidade de movimento:** Relacionado com quem demonstra entender a quantidade de movimento como sendo uma grandeza que, além de intensidade, também possui direção e sentido, esse indicador potencialmente pode ser encontrado nas questões 3 (TSF), 2.2, 2.3, 3.3 (TAF) e nas intervenções ID5 e ID7. Quanto à média do grau de consistência, foi observado, inicialmente, 2,3 no TSM, evoluindo para 3,0 nas intervenções e 2,7 no TAF. A leitura desses números sugere, através desse indicador (IA5), que os estudantes conseguem reconhecer a dimensão vetorial da grandeza quantidade de movimento.

Nas entrevistas, esta hipótese é reforçada, através de explicações como esta: *“[...] como recuou pelo sentido oposto que ele estava indo antes, por isso ficou negativo para mostrar que ele estava no sentido contrário e na no mesmo sentido”* (AB1), ou *“Vai recuar. Se ele vai recuar sua velocidade vai ser no caso ‘- 2’... e quantidade de movimento ficou ‘- 10’”* (AB4).

**IA6. Expressa conhecer o princípio de conservação da quantidade de movimento:** Expressa entendimento sobre princípio de conservação da quantidade de movimento como sendo algo que existe num sistema de corpos isolados em interação. Estas são as características dos resultados apresentados pelos estudantes coerentes com esse indicador.

Encontrado, preferencialmente, na questão 3 do TSF, nas questões de 3.4 a 6 do TAF e nas intervenções ID6 e ID7, este indicador, apresentou as seguintes médias para o seu grau de consistência:

2,3 no teste de sondagem (TSF), 2,7 nas intervenções e 2,8 no TAF. A sua evolução ascendente, mostrada nestes números, nos induz a inferir que possivelmente os estudantes tenham compreendido o *princípio de conservação da quantidade de movimento (PCQM)* existente para um sistema isolado de corpos em interação.

A premissa acima inferida pode ser comprovada em muitas das falas dos entrevistados, a exemplo desta ao tentar explicar o que fizera na questão 4: “*Então seria a mesma coisa que a  $Q$  antes é igual a depois...*” (AB1) ou desta na questão 6: “*A quantidade de movimento da bola branca e da bola vermelha antes é igual a quantidade da branca e da vermelha depois*” (AB1), ou ainda o que diz AB4: “*Fiz  $Q$  antes igual a  $Q$  depois...*”, ao tentar explicar o que fizera na questão 6.

#### **IA7. Manifesta saber aplicar o princípio de conservação da quantidade de movimento:**

Podendo ser encontrado nas questões 3 (TSF), 3,4 a 6 (TAF) e nas intervenções (ID) 6 e 7, este indicador se caracteriza nas considerações que expressam a manifestação de habilidades em saber utilizar o *princípio de conservação da quantidade de movimento (PCQM)* para resolver situações-problema envolvendo interação entre corpos num sistema isolado.

Sendo assim, se constatou, através dos instrumentos supracitados, os seguintes valores para a média do grau de consistência deste indicador: 2,6 inicialmente no TSF; 2,3 nas intervenções e 2,6 no teste final (TAF). Assim como para os demais indicadores, infere-se também para este, por sugestão da evolução das médias apresentadas, que a maioria dos indivíduos consegue expressar esse conhecimento conceitual, de aplicar corretamente o PCQM em exercícios e situações problemáticas.

Quanto ao indicador (IA7), não faltaram confirmações da sua ocorrência por parte dos entrevistados, até mesmo ao tentarem justificar a questão que não conseguiram fazer. Explicações como as que ora passamos a apresentar, confirmam o que dissemos: “*Eu coloquei  $Q_A$  antes +  $Q_B$  antes e igualei para o sistema depois do choque. Aí esse 5 é a massa vezes a velocidade, que...*” (AB4); “[...] *coloquei aqui que 40 que era a soma de 39 com 1 quilo da bola vezes a velocidade igual a 10 que era a velocidade da bola antes. Aí achei que a velocidade depois seria 0,25 m/s*”, aluno AB1 comentando a questão 5.

## **Conclusões**

Com a finalidade de nortear o processo de síntese, foram constituídos alguns parâmetros que denominamos de Indicadores de Aprendizagem (IA) e, orientados por eles, buscamos encontrar evidências que permitissem chegar a conclusões e, que estas, de alguma forma, neste estudo, respondessem à questão de pesquisa.

Esses indicadores (IA) são nada mais, nada menos, conhecimentos conceituais e procedimentais manifestados pelos aprendizes após serem submetidos ao processo instrucional de determinado conteúdo. Sendo assim, eles podem revelar e, revelaram, através do seu grau de consistência, o nível de aprendizado dos estudantes naquele conteúdo. Ou seja, a síntese das análises feita até o momento, dá conta do domínio destes conhecimentos no âmbito de cada conteúdo (físico ou matemático) trabalhado, sem, entretanto, mostrar a relação de cumplicidade entre eles. Por exemplo, os indicadores IA1, IA2, IA3 (pelas suas próprias definições) apontam para a ocorrência de aprendizagem no âmbito da Matemática, de igual modo, que os demais indicadores (IA4, IA5, IA6 e IA7) sugerem a ocorrência de aprendizagem no campo da Física.

Feitas essas considerações e, com base na própria questão de pesquisa, pergunta-se: Estes domínios tiveram influência uns nos outros? O fato dos estudantes terem aprendido determinados conteúdos da Matemática, facilitou o seu aprendizado em Física? E, reciprocamente, o contrário ocorreu? Nosso esforço, na fase conclusiva deste Estudo II, é de, justamente, tentar dar respostas a tais indagações e, por conseguinte, responder ao problema de investigação. Para tanto, buscamos, nos indicadores de aprendizagem (IA), bem como em toda análise dos resultados, possíveis indícios que, de alguma maneira, contribuíssem com evidências para responder o que se investiga.

Nesse sentido, um **primeiro indício** pode ser observado nas situações que envolveram o estudo sobre *funções lineares* na segunda intervenção didática (ID2), mais precisamente com a atividade de modelagem matemática (*empilhamento de dominós*) e no reflexo deste estudo tanto na ID7 (*resolução de exercícios e problemas*), no que se refere ao estabelecimento da relação entre as variáveis-grandezas quantidade de movimento (**Q**) e velocidade (**v**), quanto no TAF (questão 1), pela mesma razão. Sobre estas variáveis na Física, Pietrocola (2010) coloca que: “Na linguagem matemática empregada na Física, os símbolos e signos matemáticos representam os conceitos, que, por sua vez, representam objetos do mundo científico” (p. 90).

Nas observações do professor, durante a realização da citada atividade com *dominós*, foram percebidas as dificuldades iniciais dos aprendizes e, à medida que se avançava no processo instrucional, com a mediação docente e possibilidade de trocas nos grupos, percebeu-se a evolução do aprendizado sobre funções lineares (IA1 e IA2). Adiante, na ID7, os estudantes já se mostravam mais seguros na resolução de exercícios desse tipo, agora envolvendo conteúdos de Física e, finalmente no TAF, nas questões relativas a esta temática, os próprios indicadores (IA1 e IA2) sinalizam possibilidades de existência da relação dialética entre esses aprendizados.

Um **segundo indício** refere-se ao uso das equações lineares. Particularmente, neste estudo, verificou-se, através da ID3, que os estudantes já demonstravam dominar conhecimentos e procedimentos para operar com as equações. Entretanto, mesmo tendo este indicador (ID3) se mostrado praticamente estável (inclusive com ligeira queda na média) no que tange o seu grau de consistência, ficou constatado, através dos exercícios e situações problemáticas no contexto da Física, que o conhecimento sobre estas equações foi de fundamental importância na resolução das atividades, não apenas como domínio técnico, mas como “*habilidade estruturante*”, na medida em que “[...] se fundamenta na capacidade de utilizar os saberes matemáticos para a estruturação de situações físicas” (Pietrocola, 2010, p.91).

Por outro lado, a realização dessas atividades proporcionou aos indivíduos a oportunidade de exercitar o uso destas equações num outro contexto, fora da Matemática, o que lhes permitiu refletir sobre os resultados (coerentes ou não) encontrados, decorrentes da resolução de uma equação. Esta reflexão tornou-se possível na medida em que o valor encontrado para uma variável no contexto da Física, não se refere apenas a uma simples variável, mas, e sobretudo uma grandeza, cuja interpretação do seu valor, como grandeza Física, está para além do campo conceitual da Álgebra. Nesse sentido, pode-se constatar a necessidade de promover, como diz Galagovsky y Cittadini (2008), “[...] cenários didáticos nos quais os estudantes possam demonstrar competências cognitivas interdisciplinares” (p.364).

Um **terceiro indício** foi observado quando da realização de atividades (ID7, TAF e Entrevistas) relacionadas ao *princípio de conservação da quantidade de movimento (PCQM)*, quanto ao uso das equações lineares. Não apenas pelos índices crescentes das médias atribuídas aos indicadores de aprendizagem (IA6 e IA7), mas também pelo que foi revelado nas produções e explicitado pelos

estudantes nas entrevistas, o que pode ser traduzido como papel estruturante da Matemática no conhecimento físico.

Confirmando nossa premissa, vejamos o que diz o sujeito AB1 referindo-se ao que havia feito na questão 5 do TAF: “*Então seria a mesma coisa que a  $Q$  antes é igual a depois. Antes o patinador tava parado e a bola tinha um quilo e estava se movendo a 10m/s enquanto o patinador pesa 39, mas ele tava parado. Então calcula a soma da  $QM$  depois que agora ao invés da massa ser 39 ia ser 40 porque o patinador estaria carregando a bola agora [...]*”. Por sua vez, o sujeito AB4 argumenta para a mesma questão: “*Ele queria a velocidade do patinador, então eu tinha que pegar a situação antes e depois. Então antes o patinador estava sozinho sem a bola e em repouso. Então eu vou ter que pegar o zero do repouso vezes 39 que é a massa dele e dá zero, mais 10 (velocidade horizontal da bola), aí tive que somar. E depois como ele junta, o patinador vai tá com a bola, eu vou ter que somar sua massa com a da bola que vai dá 40 e vou multiplicar com a velocidade que eu quero saber. Aí,  $v$  é 0,25 m/s*”.

As situações acima descrevem um pouco do efeito estruturante da Matemática numa situação física. Observa-se aí que os entrevistados não se limitam a dizer matematicamente (*habilidade técnica*) o que fizeram, mas usam da linguagem matemática para explicarem uma situação física. Enfim, o próprio caráter estruturante da Matemática no contexto da Física, por si só, já esboça a relação dialética entre os aprendizados físicos e matemáticos.

Diante das análises dos resultados, das revelações dos indicadores de aprendizagem e dos indícios apresentados, concluímos que os resultados apresentados para este Estudo reúnem elementos que sinalizam para a existência de uma possível relação de implicação dialógica entre os aprendizados significativos dos conteúdos físicos e matemáticos, limitando-se, entretanto, ao grupo social e ao contexto de realização deste estudo.

## Referências

- Anjos, A. J. S. (2009). *El aprendizaje en Física bajo el punto de vista del significado atribuido por los estudiantes a las ecuaciones matemáticas*. Suficiencia de Investigación presentada al Programa Internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias (PIDEC) de la Universidad de Burgos. Burgos, España.
- Ausubel, D. (2003). *Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Editora Plátano.
- Galagousky, L. R. y Cittadini, P. E. (2008). *Enseñanza de ecuaciones lineales en contexto*. Enseñanza de las Ciencias, 26 (3), pp. 359-374.
- Moreira, M. A. (2006). *A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula*. Brasília: Editora da Universidade de Brasília.
- Pitrocola, M. (2010). *A Matemática como linguagem estruturante do pensamento físico*. In: Anna Maria P. de Carvalho, et al. (orgs.). Ensino de Física. São Paulo: Cengage Learning.
- Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona: Ed. Paidós
- Vergnaud, G. (1993). *A teoria dos campos conceituais*. In Nasser, L. (ed.). Anais do Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, pp. 1-26.