APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E IMPLICAÇÕES PARA APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO.

(Meaningful Learning: Problem Solving and Inplications for the Learning of Function.)

Jeneffer Araújo de Assunção [jeneffer.assuncao@ufrr.br]
Universidade Federal de Roraima (UFRR) / Centro de Educação CEDUC/LEDUCAR
Marco Antônio Moreira [moreira@if.ufrgs.br]
Universidade Federa do Rio Grande do Sul (UFRGS)/Instituto de Física
Concesa Caballero Sahelices [Concesa@ubu.es]
Universidade de Burgos/Faculdade de Educação

Resumo

Tomando como premissa que a facilitação do processo de ensino-aprendizagem deve estar fundamentado sobre bases científicas da psicologia cognitiva, dotado de uma metodologia para o professor conduzir o processo docente e com as particularidades das didáticas específicas,essa investigação teve como questão norteadora**:** a Resolução de Problemas como metodologia de ensino no conteúdo de funções, fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, produzirá aprendizagem significativa dos alunos da 1ª série do Ensino Médio? Para responder à questão definiu-se como objetivo analisar o processo de ensino-aprendizagem utilizando a resolução de problemas como metodologia de ensino no conteúdo de Função, fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa. O planejamento contemplou como metodologia a estratégia de resolução de problemas, juntamente com a teoria de Ausubel. A pesquisa é de natureza aplicada e converteu-se em um estudo de caso de abordagem qualitativa. Deste modo, a partir da análise dos resultados obtidos, concluiu-se que os discentes desenvolveram habilidades e competências no conteúdo de função assimilando significativamente o mesmo e houve uma melhora no desempenho nas ações e operações da estratégia de resolução de problemas.

Palavras-chave: Aprendizagem significativa; Conceito de Função; Estratégia de Resolução de Problemas.

Abstract

This paper is based on the assumption that the teaching learning process has to be founded on the scientific bases of cognitive psychology and it assumes that the teacher has a methodology that agrees with specific didactical features. The guiding question of this inquiry is: Will Problem Solving as a teaching methodology of the content of function using the theoretical framework of Meaningful Learning in first year high school students? In order to answer this question, the objective was defined as analyzing the teaching learning process using the problem solving methodology in the teaching of the content of functions that was approached according to the Meaningful Learning Theory. The planning stage used as a strategy the problem solving methodology and Ausubel's theory. This is an applied research in its nature but it has become a case study with a qualitative approach. Thus, from data analysis and the results obtained through such process, it can be said that students have developed skills and competences related to the content of function, as they seemed to have meaningfully assimilated this content and have, as well, presented an improvement in the performance of actions and operations involved in the problem solving strategy.

Keywords: Meaningful Learning; Concept of Function; Problem Solving Strategy.

Introdução

Com a ascensão da Psicologia Cognitiva, as pesquisas na área de ensino e aprendizagem de Ciências foram mais direcionadas para a compreensão dos processos que envolvem a aprendizagem, a partir de teorias de ensino e aprendizagem, de metodologias de pesquisa educacional e de concepções sobre o que é ensinar e aprender Ciências.

No entanto, a didática utilizada na sala de aula geralmente é dotada de uma metodologia voltada à exposição de conteúdos, aplicação de exercícios, as aulas são cheias de regras, fórmulas e atividades de fixação, além disso, não são relacionadas com a realidade e com o cotidiano do aluno.

Este modo de ensino não abre espaço para a efetiva participação do aluno, promovendo o desinteresse pela Matemática e o não desenvolvimento de habilidades e competências, apesar disso, muitos educadores são relutantes a novas práticas de ensino.

Diante desta problemática surgiu a questão: *A resolução de problemas como metodologia de ensino produzirá aprendizagem significativa no ensino de função para os estudantes da 1º série do Ensino Médio?* Essa questão é relevante, pois o conceito de função é um conceito fundamental da Matemática e muito usado na Física, no qual os alunos têm dificuldades de compreensão, pois o mesmo é apresentado aos estudantes sem ênfase no significado e estes memorizam e não compreendem suas aplicações no cotidiano, utilizando o conceito e fazendo cálculos sem compreender o que é uma função.

Em razão disso, foi desenvolvida a pesquisa descrita neste trabalho, a qual encontra-se fundamentada nos estudos da teoria da aprendizagem significativa, na qual, segundo Ausubel (2003), o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece, cabendo ao professor averiguar o que o aluno já sabe e desenvolver estratégias metodológicas para inserir este novo conhecimento. Utiliza-se a Estratégia de Resolução de Problemas (ERP) como metodologia de ensino, pela qual os estudantes serão ensinados a aprender Matemática por meio de problemas.

Diante do exposto, entende-se que a estratégia da resolução de problemas possui características específicas que fazem dela uma ferramenta extremamente importante para a aprendizagem da Matemática escolar. O problema é meio e fim do trabalho docente para alcançar qualidade na aprendizagem de seus estudantes para que adquiram conhecimentos mais duradouros e com maiores possibilidades de transferi-los para novas situações.

A Resolução de Problemas como Estratégia Metodológica de Ensino

Na concepção de Smole & Diniz (2001), a resolução de problemas é vista como perspectiva metodológica, incluindo uma postura frente ao que é ensinar e, consequentemente, o que significa aprender. Esta perspectiva visa a ampliar o conceito de problema considerando “que a resolução de problemas trata de situações que não possuem soluções evidentes e que exigem que o aluno combine seus conhecimentos e decida pela maneira de usá-los em busca da solução”.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1997, p. 43) enfatizam a aplicação de resolução de problemas como um caminho para o ensino da Matemática, defendendo uma proposta resumida nos seguintes princípios:

> - o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégias para resolvê-las;
> - o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
> - aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige

> transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
>
> • o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;
>
> • a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Para muitos docentes, ensinar a resolver problemas ainda significa apresentar situações-problema padrão e, talvez, incluir um exemplo como uma solução técnica específica. Para Onuchic (1999), a tendência é mudar a versão desse trabalho, considerando os estudantes como participantes ativos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade na resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade.

Ausubel (2003) descreve que a resolução de problemas representa uma forma de atividade ou pensamento dirigido, no qual tanto a representação cognitiva da experiência prévia como os componentes da situação-problema são reorganizados, transformados ou recombinados para assegurar um determinado objetivo, envolvendo a geração de estratégias de solução de problemas que transcendem à simples aplicação de princípios a exemplos auto evidentes.

Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980, 2003), tanto a resolução de problemas como a criatividade são formas de aprendizagem por descoberta. Por descoberta quando é orientada por hipóteses, exigindo a transformação e reintegração do conhecimento existente, porém é receptiva, na compreensão do problema e a assimilação da solução do mesmo (Ausubel et al. 1980, p. 471). Entretanto, é necessário que o aluno tenha disponível, na sua estrutura cognitiva, conceitos e princípios relevantes para o problema a ser resolvido e que apresente uma pré-disposição, uma intencionalidade em aprender.

A criatividade é a realização de solução de problemas que envolve a aplicação do conhecimento a problemas novos, singulares ou remotamente relacionados em termos da própria história de vida do indivíduo ou à geração de estratégias correspondentes de solução de problemas, na qual, segundo Ausubel et al. (ibid.), é a expressão mais elevada, envolvendo novas ideias e a gênese de novos princípios integrativos e explicativos.

A estrutura cognitiva preexistente desempenha papel preponderante na resolução de problemas, ainda mais se levado em conta que a busca de solução de qualquer problema envolve uma readaptação do resíduo da experiência prévia frente às demandas da nova situação-problema. Resolver um problema pode ser encarado como um meio para promover tal aprendizagem. Por exemplo, o surgimento do *insight*, conforme a concepção de Ausubel (2003), resulta de um processo de clarificação progressiva sobre relações de meio-e-fim fundamentadas na formulação, verificação e rejeição de hipóteses alternativas. Esta tarefa requer incorporação da nova informação na estrutura cognitiva do sujeito que a realiza.

Segundo Ausubel, há dois tipos de solução de problemas, a abordagem por ensaio-e-erro e a abordagem do discernimento. A abordagem por ensaio-e-erro baseia-se em uma relação de respostas sistemáticas, sem nenhum padrão significativo de relações, é característica de problemas de labirintos e quebra-cabeça.

Já a solução de problemas por discernimento implica uma disposição orientada para a descoberta de uma relação significativa, na qual as condições do problema e os objetivos desejados não são arbitrariamente e literalmente relacionados com a estrutura cognitiva existente (Ausubel et al., 1980 p. 474). O discernimento pode ser pensado como processo ou produto. Como produto, quando se refere a certas características distintivas do resultado final da solução de problemas significativa, como processo, refere-se a um método distinto utilizado pelo aluno para chegar à solução.

> O discernimento como produto possui as seguintes características: 1) subjetiva: um sentimento agradável de uma descoberta apropriada, "de ver a luz" ou "Eureca"; 2) objetiva: reprodutibilidade imediata e possibilidade de transposição. No primeiro caso, estamos lidando com uma reação em grande parte afetiva ao produto da aprendizagem; no segundo, estamos especificando o que podemos fazer com o discernimento, uma vez que ele foi alcançado (Ausubel et al., 1980 p. 474).

Portanto, o discernimento emerge, como processo de solução de problemas distintos da solução cega ou por ensaio-e-erro; é necessário uma disposição orientada, para a geração e comprovação de hipóteses com o objetivo de compreender as relações significativas meios-fim de um problema particular, ou seja, que o professor seja mediador deste processo, auxiliando na geração e comprovação de hipóteses com o objetivo de compreender as relações significativas de um problema particular.

Para Ausubel (2003), desenvolvimento da capacidade de resolver problemas requer uma longa experiência de lidar com problemas. Existem boas razões para acreditar que tanto a orientação sob a forma de pistas facilita a solução de problema como é pedagogicamente eficaz para desenvolver habilidades de resolver problemas. Todas as metodologias destinadas a melhorar a capacidade de resolver problemas dos alunos ou se apoiam em certas pistas gerais sobre técnicas eficazes de resolver problemas ou oferecem uma retroalimentação crítica sobre as estratégias empregadas. Além disso, não se pode deixar de salientar a importância da linguagem na resolução de problemas, pois esta desempenha um papel importante na verbalização de conceitos ou proposições que resultam das operações de transformação envolvidas no pensamento.

Ausubel (1980, 2003) aponta que os tipos mais simples de raciocínio dependem apenas de operações relativamente concretas, perceptuais e imaginativas e, podem ser mais evidentes na ação antes da emergência do pensamento verbal, enquanto que a capacidade para pensar em termos abstratos obviamente requer o uso de conceitos e símbolos abstratos. Somente os tipos mais primitivos de solução de problemas são possíveis sem a linguagem.

De acordo com Dante (2008), a resolução de problemas como metodologia de ensino auxilia o estudante na apreensão de significados, estimulando-o no desenvolvimento do raciocínio lógico, a saber enfrentar novas situações, preparando o cidadão para vida.

Para Costa (2008), a resolução de problemas em sala de aula é uma habilidade pela qual o indivíduo externaliza o processo construtivo de aprender, de converter em ações, conceitos, proposições e exemplos adquiridos por meio da interação com professores, pares e materiais instrucionais.

> A resolução de problemas refere-se a qualquer atividade na qual tanto a representação cognitiva de experiência prévia e os componentes de uma situação problemática apresentada são reorganizados a fim de atingir um determinado objetivo (Ausubel, 1968 *apud* Costa, 2008, p. 194).

A resolução de problemas como estratégia metodológica de ensino contribui para a aprendizagem significativa, na qual a busca da solução de qualquer problema envolve uma readaptação do resíduo da experiência prévia frente às novas situações a serem enfrentadas, na medida em que propicia reorganizar a informação ou o conhecimento armazenado na estrutura cognitiva do aluno. "Costa (2008) reitera que o surgimento do "insight", conforme a concepção de Ausubel, resulta de um processo de clarificação progressiva sobre relações de meio-e-fim fundamentada na formulação, verificação e rejeição de hipóteses alternativas".

Um dos autores pioneiros na pesquisa nessa área é o matemático George Polya. Em sua obra mais famosa *Howto Solve It*, traduzida para o português como *A arte de resolver problemas* (Polya, 1995), Polya se propõe a estudar os inúmeros métodos de resolução de problemas, estudo também conhecido como *heurística*, e suas implicações para o ensino-aprendizagem de Matemática. Com o objetivo de sistematizar o complexo processo que envolve a resolução de um problema matemático, o autor propõe um esquema no qual o mesmo pode ser resumido em quatro etapas: 1) Compreensão do problema, 2) Estabelecimento de um plano, 3) Execução do plano e 4) Retrospecto.

Contudo, para Mendoza (2009, p.70), a resolução de problemas conforme foi proposta por Polya não utiliza a formação das atividades de um determinado conteúdo com os respectivos elementos que caracterizam a ação. E ainda Talizina (1988, p. 202) critica os trabalhos de Polya, pois estes trabalhos supõem tacitamente que os alunos são capazes de realizar a atividade indispensável.

Mendoza (2009), a partir de Polya, desenvolveu uma estratégia de resolução de problemas conhecida como Atividade de Situações Problema (ASP), na qual converteu a resolução de problemas em uma atividade de estudo, sendo que está desenhada por quatro ações invariantes. Em cada uma das ações apresentadas existem, simultaneamente, operações que têm por objetivo a realização de cada ação, sendo de grande importância a mediação do professor no desenvolvimento das ações e operações realizadas pelos alunos. A atividade de situações problema (ASP) está composta de ações, e em cada ação temos operações. O quadro 1 traz as ações e operações da ASP.

Quadro 1- Atividade de Situações Problema

Ações	**Operações**
1ª Ação: Compreender o problema	Ler o problema e extrair todos os elementos desconhecidos; estudar os dados e suas condições e determinar o(s) objetivo(s) do problema.
2ª Ação: Construir o modelo matemático	Determinar as variáveis e incógnitas; nominar as variáveis e incógnitas com suas unidades de medidas; construir o modelo matemático a partir das variáveis, incógnitas e condições e por último realizar a análise das unidades de medidas do modelo matemático.
3ª Ação: Solucionar o modelo matemático	Selecionar o(s) método(s) matemático(s) para solucionar o modelo.
4ª ação: Interpretar a solução	Interpretar o resultado; extrair os resultados significativos que tenham relação com o(s) objetivo(s) do problema; dar resposta ao(s) objetivo(s) do problema; realizar uma reflexão baseado no(s) objetivo(s) do problema; analisar a partir de novos dados e condições que tenham relação direta ou não com o(s) objetivo(s) do problema existindo a possibilidade de reformular o problema e assim construir novamente o modelo matemático, solucioná-lo e interpretar sua solução.

Fonte: (Mendoza 2009)

> A Atividade de Situações Problema (ASP) em Matemática está orientada pelo objetivo de resolver situações problema na zona de desenvolvimento proximal num contexto de ensino aprendizagem onde existe uma interação entre o professor, o

> estudante e a situação problema, utilizando a resolução de problema em Matemática como metodologia de ensino, para transitar pelos diferentes estados do processo de assimilação (Mendoza 2009, p. 13).

Primeira ação: Compreender o Problema. As operações propostas nesta ação são formadas com o intuito de assegurar que o estudante busque elementos que facilitem a compreensão do problema, destacando inicialmente uma leitura que permita extrair elementos conhecidos e desconhecidos. Recomenda destacar os elementos desconhecidos para estudar e compreender. Indica determinar os dados essenciais e as condições. E para finalizar a ação sugere determinar o(s) objetivo(s) do problema. Através desta análise, destaca-se também a observação quanto à notação matemática apropriada ou a realização de um diagrama se for o caso.

Segunda Ação: construir o modelo matemático. Neste estágio acontece a relação ou associação dos elementos dados no problema com o objetivo para solucionar, por isso torna-se importante determinar as variáveis e incógnitas, certificando-se das medidas e itens relacionados. A operação seguinte, nomear as variáveis e incógnitas com suas unidades de medida, atribuindo símbolos frequentemente utilizados tais como a, x, y, z ou atribuir iniciais como símbolos sugestivos volume (v), tempo (t), massa (m).

Construir o modelo matemático a partir das variáveis, incógnitas e condições do problema, é uma operação entendida como fator essencial desta ação, pois requer do estudante o reconhecimento de padrões que ocorrem no contexto do problema, que pode ser geométrico, numérico ou algébrico, após a identificação do padrão o estudante pode determinar o modelo matemático ou conjecturar se for o caso. A operação, realizar a análise das unidades de medida do modelo matemático, visa relacionar a existência de conhecimento estável do estudante ou relacionar ideias que podem ser úteis na resolução do modelo.

Terceira Ação: Solucionar o modelo matemático. São as operações de aporte para a execução e para encontrar a solução do problema a partir do modelo esboçado. Operação inicial desta ação sugere selecionar o(s) método(s) matemático(s) de abordagem do problema. A operação solucionar o modelo matemático, é uma operação psíquica e motora.

Quarta Ação: Interpretar a Solução. As operações desta ação são essenciais para se observar o nível de compreensão do aluno, possibilitado através do esboço descritivo revelar a forma aderida de interpretação do resultado obtido da solução do modelo matemático.

Como argumenta Gómez-Granell (1997), os problemas escolares são muito diferentes dos dilemas reais presentes na vida cotidiana. Isso não significa que o ensino de matemática deva se reduzir à matemática cotidiana e intuitiva, mas é preciso encontrar um equilíbrio entre conhecimento cotidiano e o formal, de tal sorte que os alunos tenham acesso ao conhecimento matemático formal com significado.

Sendo assim, a resolução de um problema deve construir um momento especial de interação e diálogo entre o educando e a descoberta que este está fazendo. O professor como articulador, deve acolher as respostas, formular novas perguntas e ainda estimular a partilha das diversas estratégias apresentadas para a obtenção de um resultado. Assim as estratégias de resolução de problemas refletem a influência do tipo de problema envolvido e as condições nas quais a resolução de problema ocorre, assim como aspectos do funcionamento cognitivo do indivíduo.

Proposta para a elaboração de uma sequência didática baseada na teoria da aprendizagem significativa.

Segundo Moreira (2016), o problema principal da aprendizagem consiste na aquisição de um corpo organizado de conhecimentos e na estabilização de ideias inter-relacionadas que constituem a estrutura desse conhecimento. Um dos maiores trabalhos do professor consiste, então, em auxiliar o aluno a assimilar a estrutura da matéria de ensino e a reorganizar sua própria estrutura cognitiva, mediante a aquisição de novos significados que podem gerar conceitos e princípios (Moreira e Masini, 2016, p. 47).

No entanto, podemos destacar como variáveis importantes na facilitação da aprendizagem significativa, na qual os autores, ressaltam que a manipulação deliberada de atributos relevantes da estrutura cognitiva para fins pedagógicos é levada a efeito de duas formas:

> *1.Substantivamente*, com propósitos organizacionais e integrativos, usando os conceitos e proposições unificadores do conteúdo da disciplina, que têm maior poder explanatório, inclusividade, generalidade e viabilidade no assunto. É importante selecionar as ideias básicas, para não sobrecarregar o aluno de informações desnecessárias, dificultando a construção de uma estrutura cognitiva adequada. A coordenação e integração do assunto em diferentes níveis também é importante.
> 2. *Programaticamente*, empregando princípios programáticos adequados a ordenação da sequência do assunto, partindo do estabelecimento de sua organização e lógica interna e, sucessivamente, planejando a montagem de exercícios práticos (Moreira e Masini, 2016 p. 47-48).

Sendo assim, é necessário que o professor, ao planejar a sua instrução, faça uma análise conceitual do conteúdo para identificar as propriedades essenciais do conceito e como eles estão estruturados, buscando a melhor maneira de relacioná-los aos conhecimentos prévios específicos e relevantes da estrutura cognitiva do estudante, utilizando os princípios da diferenciação progressiva (partindo dos conceitos mais gerais e inclusivos do conteúdo e diferenciando em termos de detalhe) e a reconciliação integradora explorando relações entre ideias apontando similaridades e diferenças importantes.

Deste modo, as aulas serão direcionadas de modo a colaborar para que o aluno obtenha na primeira etapa da aplicação da sequência didática, a compreensão do conteúdo de função por meio dos problemas aplicados no teste diagnóstico, de forma que o estudante expresse verbalmente as ideias conceituais de função, e generalize o conceito por meio da aplicação em outras situações propostas no teste final.

A estratégia de resolução de problemas (ERP) em Função é constituída por cinco momentos e o processo de assimilação será dirigido por quatro etapas, que serão explicadas a seguir:

O primeiro momento é definir o *objetivo de ensino* relacionado com atividade cognoscitiva que se deseja formar ou elevar seu nível. Ao definir o objetivo de ensino, deseja-se que o objeto a ser assimilado pelo estudante passe de um estado inferior a outro superior, ou seja, ficar no mesmo estado significa que não existiu uma aprendizagem efetiva (Tintoree Mendonza e 2012).

O segundo momento é *a programação do conteúdo*. O professor deve organizar o conteúdo de ensino observando a hierárquica conceitual, no qual Ausubel argumenta que para o uso na aprendizagem significativa verbal e na retenção, pode ser maximizada ao tirar-se partido das dependências sequenciais naturais existentes na disciplina e do fato de que a compreensão de um tópico pressupõe, frequentemente, o entendimento prévio de algum tópico relacionado (Moreira e Masini, 2016, p. 48).

Do ponto de vista de Ausubel (2003), o desenvolvimento de conceitos ocorre da melhor maneira quando os elementos mais gerais, mais inclusos, de um conceito são introduzidos em primeiro lugar e, então, o conceito é progressivamente diferenciado em termos de especificidades e detalhes, sendo assim, a partir da definição de função é necessário que se estabeleça as propriedades essenciais do conceito de função, organizando o conteúdo de ensino de forma hierárquica.

O terceiro momento é *averiguar os conhecimentos prévios* dos estudantes relacionando com o objetivo de ensino. De acordo com a teoria da aprendizagem significativa, onde devemos partir do que o aluno sabe, e se necessário utilizar-se dos organizadores prévios como uma estratégia elaborada pelo educador, no qual o conteúdo é apresentado com o objetivo de formar subsunçores na estrutura cognitiva do aluno para que sirvam de ponte para o novo conceito a ser aprendido. Sendo assim, o professor deve organizar, criar situações que levem o estudante a externalizar seu conhecimento prévio, no qual a partir da análise desse conhecimento, o professor irá elaborar os materiais potencialmente significativos e fará o planejamento da sequência didática buscando estratégias de ensino.

O quarto momento é *direcionar o estudante no processo de assimilação*, o professor deve realizar o planejamento considerando os subsunçores dos estudantes.

A primeira etapa do processo de assimilação é a *aquisição do significado*, onde será apresentado o conceito de função e suas propriedades essenciais. Nesta etapa, o professor prepara uma atividade a partir de situações-problema, de forma que haja a interação do conhecimento prévio com a ideia nova (no caso conceito de função), produzindo assim um novo significado. Posteriormente o professor verifica se o estudante compreendeu o que lhe foi ensinado (retroalimentação) e faz as correções necessárias para iniciar a etapa seguinte.

Na segunda etapa, *retenção inicial*, o professor aplica o princípio da diferenciação progressiva dando ênfase às ideias mais gerais para as mais particulares. O professor elabora e escolhe situações-problema que permitam aos estudantes ampliar seus conhecimentos sobre o assunto estudado, estimula-os a desenvolverem estratégias para a solução dos problemas. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador, acompanhando a evolução dos estudantes no uso da linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias.

A terceira etapa é a *retenção posterior*, nesta etapa, a linguagem é importante como um facilitador da aprendizagem significativa, aumentando a manipulação dos conceitos e proposições tornando mais precisas e transferíveis. Ausubel (2003), enfatiza que não se pode deixar de salientar a importância da linguagem na resolução de problemas, pois esta desempenha um papel importante na verbalização de conceitos ou proposições que resultam das operações de transformação envolvidas no pensamento, é o momento em que o estudante começa a explicar os conceitos envolvidos apropriando-se da linguagem matemática.

Nesta fase há uma perda gradual da dissociabilidade das ideias novas já modificadas pelo processo de interação. O estudante começa a esboçar alguma inferência e relacionar informações. A assimilação e retenção dos novos significados são obtidas a partir da diferenciação progressiva e reconciliação integradora, onde devem ser incluídos casos típicos para obter a generalização das ações. Com isso, é importante que o professor trabalhe em um nível de complexidade maior, como enfatizam Moreira e Masini:

> Retomar os aspectos mais gerais, estruturantes (i.e., aquilo que efetivamente se pretende ensinar), do conteúdo da unidade de ensino, em nova apresentação, porém em nível mais alto de complexidade em relação à primeira apresentação; as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de

> complexidade; dar novos exemplos, destacar semelhanças e diferenças relativamente às situações e exemplos já trabalhados, ou seja, promover a reconciliação integradora; após esta segunda apresentação, propor alguma outra atividade colaborativa que leve os alunos a interagir socialmente, negociando significados, tendo o professor como mediador (Moreira e Masini, 2016, p.144-145).

Na quarta etapa, *assimilação obliteradora*, as ações começam a reduzir-se e automatizar-se rapidamente. As ideias novas e as estabelecidas deixam de ser dissociáveis e a menos estável se reduz a mais estável. Aqui nesta fase que acontece a assimilação obliteradora, o estudante é capaz de compreender e expressar a ideia mais geral do conceito de função, o conhecimento se estabiliza e se automatiza. Os problemas se tornam mais abstratos e mais complexos, transferindo-os para outros contextos.

O quinto momento é *a retroalimentação e correção,* no qual o professor faz a observação direta e descrição do evento, reflexão sobre o método das aulas práticas e a execução das atividades na resolução dos problemas, deve-se enfatizar a necessidade de controle individual em cada operação e nunca apenas o produto final. A *correção*, identificação das falhas por meio das operações da ERP, retomadas dos pontos críticos da assimilação com ênfase nos objetivos das aulas práticas e vinculação sequencial das aulas. Segundo Ausubel (2003), a correção deve-se à retroalimentação que é procedente dos exames que identificam as áreas que requerem mais explicações, atenção, revisões e esclarecimentos, sendo muito útil para diagnosticar dificuldades de aprendizagem.

Metodologia

O ponto central da pesquisa consistiu na verificação da ocorrência de evidências de aprendizagem significativa no conteúdo de função, utilizando a ERP como metodologia de ensino, mediante investigação de indícios desse tipo de aprendizagem, pois a metodologia precisa estar associada a uma teoria e, desta forma, ser concebida como um processo que organiza cientificamente a pesquisa (Ghedin & Franco, 2011).

A coleta e a análise de dados para responder às questões da pesquisa deu-se por meio da observação participativa, centrada em anotações de campo, relatórios e prova de lápis e papel. O enfoque qualitativo tem sido considerado essencial na investigação realizada, com o objetivo principal de buscar evidências de aprendizagem significativa, quando se utiliza a estratégia de resolução de problemas como metodologia de ensino fundamentada nas teorias da aprendizagem significativa e direção da atividade de ensino. As provas de lápis e papel foram utilizadas nesta pesquisa para permitir conhecer o processo de aprendizagem minuciosamente descrito e identificar o desempenho alcançado pelos estudantes na aprendizagem do conceito de função, por meio da resolução de problemas matemáticos. Para a pesquisa descrita neste artigo, foram construídas categorias de análise a partir das características citadas por Ausubel (2003) e Mendoza (2009) conforme consta no quadro 1, dividido em ações e operações.

O grupo utilizado foi formado por uma turma de 25 estudantes da 1ª série do Ensino Médio de um Colégio Militar Estadual. As aulas foram direcionadas, de modo a colaborar para que o aluno obtivesse, na primeira etapa da aplicação da sequência didática, a compreensão do conteúdo precedente de função, por meio dos problemas aplicados no teste diagnóstico, a dimensão do conceito de função nas demais atividades de situações problemas, visando que o estudante expressasse verbalmente as concepções conceituais de função, e generalizasse o conceito, por meio da aplicação em outras situações propostas no teste final.

Apresentação e Discussão dos Dados

Na primeira fase da pesquisa (pré-teste), foram verificados os conhecimentos prévios dos estudantes; a segunda fase (formativa) teve relação com as etapas de assimilação e o pós-teste. Após o diagnóstico, os alunos foram orientados a resolver problemas enfatizando a importância de interpretar a solução, fazendo uso da linguagem matemática.

Foram analisadas três provas de lápis e papel: uma *diagnóstica*, uma *formativa* e uma *final*, em que se buscou informações por meio das categorias e parâmetros construídos na Estratégia de Resolução de Problemas das etapas de assimilação. A seguir, serão apresentados somente três exemplos, sendo um de cada fase (diagnóstica, formativa e final).

Problema 01 da *fase diagnóstica*: Márcia ligou seu computador à rede internacional de computadores, internet. Para fazer uso dessa rede, ela paga uma mensalidade fixa de R$ 30,00 mais 15 centavos por cada minuto de uso. Quanto gastará Márcia se, durante o mês, utilizar a internet por 10h? O valor a ser pago por Márcia no final do mês depende de que? Analisando a situação, o que você entende por função em matemática?

Analisando os resultados, observou-se que todos os alunos construíram o modelo por tentativa-de-ensaio e erro, desses, 88% dos estudantes apresentaram um desempenho ótimo, respondendo corretamente a todas as ações do problema 01. Eles converteram 10h em minutos, interpretaram que 15 centavos é igual a R$ 0,15 e realizaram as operações corretamente. Observou-se também que os mesmos dão resposta ao problema, interpretando que o valor encontrado equivale às horas que Márcia utilizou mais uma taxa fixa, atingindo assim o objetivo do problema; o quadro 2 nos traz informações do desempenho do estudante A-02 no problema 1 do teste diagnóstico.

Quadro 02: Análise de Desempenho do Aluno (A-02) no Problema (P-01).

Categoria	Desempenho Qualitativo
Compreender o problema	O aluno compreende o problema, determina que 15 centavos é igual a R$ 0,15, converte 10h em minutos e observa que R$ 30,00 é uma taxa fixa.
Construir o modelo matemático	O aluno constrói o modelo por ensaio-e-erro, multiplicando 0,15. 600, depois soma com 30.
Solucionar o modelo matemático	O aluno soluciona corretamente, convertendo 10h em min = 600min e resolvendo a operação citada acima.
Interpretar a solução	O aluno interpreta a solução, dando resposta ao problema, interpretando que R$ 120,00 é o que Márcia iria pagar por 10h de uso e analisando que o valor a ser pago depende do tempo de uso mais uma taxa fixa de R$ 30,00.

Fonte: Elaborado pela autora

O aluno A-03 cometeu alguns erros na 3ª ação (solucionar o modelo), observou-se que o estudante tinha dúvidas na operação com números decimais, o deslocamento da vírgula. O A-03 comete um pequeno erro. Ele soluciona o modelo, convertendo 10h em min = 600min, multiplica por 15 encontrando 9000 centavos, porém ele interpreta que 9000 centavos é igual a R$ 9,00 reais, não chegando ao resultado correto.

O A-07 teve um desempenho insuficiente no problema 1, ele não compreende o problema, faz as transformações das unidades de medida de tempo de forma incorreta, logo ele não consegue construir o modelo matemático corretamente e consequentemente não o soluciona.

Pode-se destacar que compreender o objetivo do problema está diretamente relacionado com a elaboração do modelo matemático e, consequentemente, o modelo matemático identificado, pode solucionar corretamente o problema, porém alguns estudantes cometem erros na solução na hora de realizar as quatro operações. Mas, observou-se ainda que, apesar de cometerem pequenos erros, apenas cinco alunos não conseguiram interpretar a solução.

Através dos resultados da avaliação diagnóstica, identificou-se que os estudantes alcançaram índice satisfatório nas habilidades para resolver problemas relacionados a noções básicas de função, porém observou-se que resolveram os problemas sem saber que se tratava de noções de função.

Segundo Talízina (1988, p. 47), para se desvendar os mecanismos internos que caracterizam a atividade cognoscitiva não é suficiente verificar a capacidade de resolver determinadas situações-problema, pois a obtenção de uma resposta correta não significa necessariamente raciocínio correto. Isso significa que alguns estudantes conseguem resolver corretamente a situação-problema, porém, não têm consciência do porquê, nem sabem muito bem explicar como. Em todas essas situações, o estudante não desenvolve um método de ação eficaz. O quadro 3 nos traz as respostas de cinco estudantes referente à pergunta: *Analisando a situação, o que você entende por função em matemática?*

Quadro 03: Respostas dos estudantes.

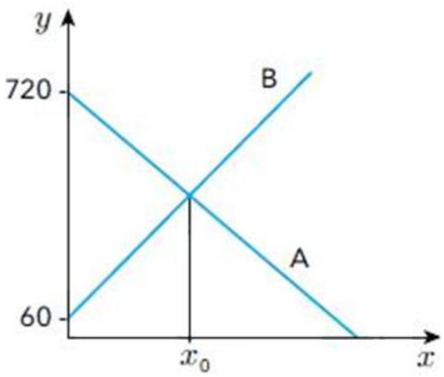
Estudante	Respostas
A-17	“Função é algo que depende de coisas variáveis”
A-05	“Quando o elemento do domínio possui uma única imagem no contradomínio”
A- 22	“Função é quando cada elemento tem sua imagem, ou seja, seu resultado”
A-08	“Função é uma lei que determina que um elemento do conjunto A possui apenas uma imagem no conjunto B”
A-11	“Função é quando associa cada elemento, a um único elemento

Fonte: Elaborado pelo autor

No geral, o resultado da análise da ideia de função em Matemática foi satisfatório, porém verificou-se que os estudantes necessitam apropriar-se da linguagem matemática para definir o conceito, alguns têm ideias do que é uma função, mas não utilizam da linguagem para expressar-se ou utilizam parte dela, outros têm a noção de que função é uma relação de dependência entre uma coisa e outra, não se apropriando das propriedades essenciais do conceito de função.

Resumindo, durante o processo da primeira etapa, observou-se a dificuldade dos alunos em apropriar-se do conceito de função e suas propriedades essenciais. Sendo assim, a construção do conceito foi trabalhada em suas especificidades e detalhes, partindo do geral para o particular, para que assim os alunos pudessem assimilar o conceito.

Problema 02 da *fase formativa*. Com o problema ocorrido na bomba hidráulica do CME, a caixa d'água reservatório A perde água a uma taxa constante de 10 litros por hora, enquanto o reservatório B ganha água a uma taxa constante de 12 litros por hora. No gráfico, estão representados, no eixo y, os volumes, em litros, da água contida em cada um dos reservatórios, em função do tempo, em horas, representado no eixo x. Determine o tempo x_0, em horas, indicado no gráfico. Identifique qual é função crescente e decrescente e justifique.



Ao analisar os resultados, observou-se que 72% dos alunos tiveram um desempenho ótimo, alcançando todos os objetivos do problema, transferindo todo conhecimento adquirido, analisando que, em um determinado tempo, os reservatórios teriam o mesmo volume de água, igualando as funções, apropriando-se adequadamente da linguagem matemática para justificar suas respostas. No quadro 4, encontra-se o resultado da análise do aluno A-12, cujo o desempenho foi plenamente satisfatório.

Quadro 4- Análise de Desempenho do Aluno (A-12) no Problema (P-02).

Categoria	**Desempenho Qualitativo**
Compreender o problema	O aluno compreende o problema, identificando que no reservatório A há uma perda de água, logo ax é <0, e no reservatório B ele ganha, logo ax> 0. Compreende também que no tempo x_0 eles têm o mesmo volume.
Construir o modelo matemático	VA = VB - 10x + 720 = 12x + 60
Solucionar o modelo matemático	O aluno soluciona o modelo corretamente, encontrando x_0 = 30h
Interpretar a solução	O aluno dá resposta ao problema, analisando que 30h é o momento que os dois reservatórios estão com o mesmo volume. O aluno justifica que no reservatório A como perde água então a < 0, logo é uma função decrescente, no B como ganha então a > 0, sendo uma função decrescente.

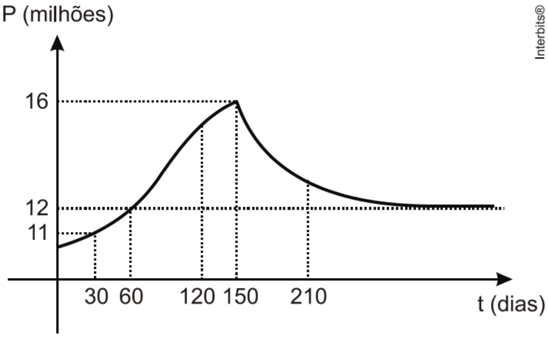
Fonte: elaborado pela autora

Por outro lado, o aluno A-04 resolveu o problema de forma intuitiva, por ensaio-e-erro, não determinando as variáveis. Calculou que 660/22 = 30, chegando ao resultado correto, porém não soube explicar qual o significado daquela resposta. O aluno não identificou se a função é crescente ou decrescente e por que. Observa-se aqui a dificuldade do aluno na interpretação do gráfico, na apropriação dos conceitos e linguagem matemática, não conseguindo compreender as informações do problema.

De modo geral, pode-se observar que os alunos demonstram um bom desempenho na resolução do problema, atendendo aos objetivos de aprendizagem; como foi dito, 72% dos alunos demonstraram habilidades e competências no conteúdo transmitido, o que se confirma durante as aulas, por meio da participação na linguagem verbal e escrita. Observou-se também que 16% dos alunos apropriaram-se do conhecimento, mas cometeram erros na solução. Essas dificuldades foram sanadas no momento das correções, quando a professora enfatizava as diferenças e semelhanças entre os exemplos, eliminando as contradições e conflitos. Apenas 12% alunos tiveram dificuldades em assimilar o conteúdo e apropriar-se da linguagem matemática. Estes alunos foram atendidos em outro dia e horário para que fosse reforçado o conteúdo com o intuito de que apreendessem e assimilassem o que lhes foi transmitido.

Chegou-se à conclusão de que, nesta fase da pesquisa, os alunos avançaram gradativamente conforme as etapas foram sendo trabalhadas, podendo ser observado que a maioria da turma teve um ótimo desempenho, identificando o que é ou não uma função, apropriando-se de seu conceito e suas propriedades essenciais, esboçando e, ainda, fazendo interpretações de gráficos e transferindo o conteúdo de funções em diversas situações.

Problema 03- *da fase final***:** (UFPB-adaptado) O gráfico a seguir representa a evolução da população P de uma espécie de peixes, em milhares de indivíduos, em um lago, após t dias do início das observações. No 150º dia, devido a um acidente com uma embarcação, houve um derramamento de óleo no lago, diminuindo parte significativa dos alimentos e do oxigênio e ocasionando uma mortandade que só foi controlada dias após o acidente.



Com base no gráfico e nas informações apresentadas, responda aos itens a seguir, justificando sua resposta.

a) A população P de peixes é crescente até o instante do derramamento de óleo no lago?
b) A população P de peixes está representada por uma função injetiva no intervalo [150, 210]?
c) A população P de peixes atinge um valor máximo em t =150?
d) A população P de peixes, no intervalo [120,210], atinge um valor mínimo em t =120?
e) A população de peixes tende a desaparecer, após o derramamento de óleo no lago?
f) Expresse sua compreensão do problema analisando o enunciado e o gráfico.

Pretendeu-se identificar, no resultado deste problema, se o estudante possuía habilidade de fazer a análise e interpretação do gráfico, escrever a lei de formação e classificar as funções. Diante da análise da questão, 68% dos estudantes demonstraram compreensão do objetivo do problema, analisaram corretamente em quais intervalos a função é crescente e decrescente, conceituaram corretamente quando uma função é injetiva apropriando-se da linguagem matemática, identificaram os pontos máximo e mínimo da função. Os alunos demonstraram que executaram as ações de forma consciente na aplicação dos conceitos, distinguindo as propriedades essenciais para alcançar os resultados da solução do problema.

Observou-se que 24% dos estudantes determinaram parcialmente os objetivos das questões, interpretaram o item b) informando que: *a função é injetiva sim, pois se traçarmos uma reta paralela ao eixo x no intervalo de [150,210] a reta vai tocar em um ponto, sendo assim é uma função injetiva.* Neste caso, os estudantes não se apropriaram da linguagem matemática para caracterizar quando uma função é injetiva. Desse modo, extraíram parcialmente os resultados do problema, por terem respondido corretamente a três dos seis itens. O quadro 5 apresenta a análise do desempenho do estudante A-10 no problema 3.

Quadro 5: Análise de Desempenho do Aluno (A-10) no Problema (P-03).

Categoria	Desempenho Qualitativo
Compreender o problema	Analisa e interpreta o gráfico corretamente
Interpretar a solução (interpretação do gráfico feita pelo estudante)	O aluno interpreta corretamente os itens a) desde a contagem inicial em aproximadamente 10 milhões até o derramamento de óleo no 150º dia, a função é ascendente, só cresce. No item b) é injetiva no intervalo de [150, 210] cada elemento da imagem está associado a um único elemento do domínio. No item c) o valor máximo de 16milhões é atingido em t=150, No item d) não, pois o valor mínimo é atingido quando t= 210

Fonte: elaborado pelo autor

No entanto, 8% dos estudantes resolveram o problema com todas as ações incompletas, não compreenderam o gráfico totalmente, não extraindo todos os elementos. Determinaram também parcialmente as condições e não fizeram nenhuma relação com os valores dos intervalos nas letras b) e c). Portanto, só alcançaram parcialmente o objetivo, pois não consideraram todos os elementos envolvidos para resolver o problema.

O pós-teste foi realizado com o objetivo de averiguar se o aluno aprendeu significativamente, se assimilou em sua estrutura cognitiva o conteúdo estudado, transferindo o que aprendeu em diferentes contextos. Averiguou-se que 71% dos estudantes, durante as três etapas, tiveram um grande avanço. Realizaram todas as ações completas, interpretaram os gráficos, o contexto do problema, desenvolveram as ações corretamente e justificaram suas respostas, fazendo uso das aplicações matemáticas conforme os modelos de funções, alcançando o valor máximo dos indicadores. Portanto, podemos concluir que esses alunos transferem o conteúdo assimilado em diversas situações, pois demonstraram nas ações realizadas que compreenderam o conceito envolvido no contexto, souberam aplicar corretamente o modelo das funções solicitadas e interpretaram a solução corretamente. Logo, conclui-se que estes alunos assimilaram o conceito de Função, reduzindo-o ao significado mais estável e mais incluso.

Por outro lado, observou-se que alguns alunos apresentaram rendimento regular em algumas ações; uns, na primeira ação, compreenderam parcialmente o problema e, consequentemente, as outras ações ficaram comprometidas, tiveram dificuldades ao interpretar os dados, pois eles enfatizavam que estes problemas são diferentes dos trabalhados em sala; outros ainda cometeram erros em pequenos cálculos por falta de atenção. Tal situação reforça que, para começar a resolver um problema, é necessário primeiramente interpretá-lo e extrair informações necessárias para, posteriormente, iniciar o processo de resolução.

Considerações Finais

A resolução de problemas como metodologia de ensino alcançou o objetivo apresentado na proposta, na concepção de que o processo de ensino do conteúdo de Função associado à Estratégia de Resolução de Problemas como metodologia de ensino, seguindo os fundamentos Teóricos da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, alcançou expressivas análises consideradas como eficaz na aprendizagem dos alunos.

Dessa forma, quando se fala no ensino de função por meio da resolução de problemas, alguns equivocadamente imaginam que basta passar o problema, acreditando que os alunos irão fazer e aprender todo o conteúdo. Todavia, é justamente o contrário. Nessa metodologia, é necessário que o professor interaja, questione, tire dúvidas e, enfim, auxilie o aluno o tempo todo para que o mesmo não desanime.

A resolução de problemas é vista como uma metodologia de ensino capaz de promover aos alunos um ambiente de investigação, exploração, estimular a criatividade na busca de estratégias de resolução, trabalhar a comunicação, o raciocínio e o registro, podendo ser desenvolvida como ponto de partida da atividade matemática antes da definição do conceito formal.

A ERP como metodologia, aplicada ao conteúdo de Função, levou a características evidentes de uma aprendizagem significativa na assimilação dos conceitos, de acordo com a explicação fundamentada na teoria, na qual 71% dos alunos apresentaram indícios de aprendizagem significativa.

O ensino previsto para a resolução de problemas matemáticos, além de fundamentar-se em uma teoria psicológica de ensino e nos princípios metodológicos da direção da atividade de estudo, deve apoiar-se em uma didática específica que preserve as particularidades dos conhecimentos (Delgado, Mendoza e Castanheda 2009).

Na teoria ausubeliana, as ideias preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz precisam interagir com os novos conhecimentos que constituem a estrutura da disciplina ou conceito que se quer ensinar. Desta forma, é necessário que o professor auxilie o aluno a organizar as informações, interpretando-as e integrando o que já se sabe com o que se necessita aprender sobre determinado conteúdo.

Sendo assim, faz-se necessário a mediação do professor, permitindo o direcionamento da aprendizagem, ou seja, contribuindo para a possibilidade de ampliação do conhecimento a partir de estratégias de resolução de problemas, considerando o conhecimento prévio dos estudantes como ponto de partida para a formação de conceitos do conteúdo a ser estudado, dentro do processo de assimilação dos conteúdos e organizando-os de forma hierárquica.

Diante do exposto, entende-se que a ERP possui características específicas que fazem dela uma ferramenta extremamente importante para a aprendizagem significativa da Matemática escolar, pois sua finalidade consiste em fazer com que os estudantes resolvam problemas não para aplicar na Matemática, mas para aprender Matemática, no caso o conceito de Função.

Referências

AUSUBEL, D. P. Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

_________NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. Psicologia educacional. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BRASIL. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF. 1997.

COSTA, S. S. C. O aprender pela resolução de problemas. In: MASINI, E. F. S.; MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimento. São Paulo: Vetor, 2008.

DANTE, L. R. Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática. São Paulo: Ática, 2008.

DELGADO, O. T.; MENDOZA, H. J. G.; CASTAÑEDA, A. M. M. Implicação da Base Orientação das Ações e Direção do Processo de Estudo na Aprendizagem dos Alunos na Atividade de Situações Problema em Sistema de Equações Lineares. In: VIII Congresso Norte e Nordeste de Educação em Ciência e Matemática, 2009, Boa Vista. ISBN 978-85-61924-02

GHEDIN, E.; FRANCO, M. A. S. Questões de método na construção da pesquisa em educação. 2 Ed. – SP: Cortez, 2011

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. Aprendizagem Significativa**:** *A teoria de David Ausubel*. São Paulo,Centauro. 2016.

MENDOZA, H. J. G. Estudio del efecto del sistema de acciones en el proceso del aprendizaje de los alunos en la actividad de situaciones problema en matemática en la asignatura de álgebra lineal, en el contexto de la Faculdade Actual de la Amazônia. Tese (Doutorado em Psicopedagogia) – Universidade de Jaén (UJAEN), Espanha, 2009.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.(Org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. 5. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199 - 218.

SMOLE, K. S; DINIZ, M. I. Ler, Escrever e Resolver Problemas – Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

TALÍZINA, N. Psicologia do Ensino, Moscou: Progresso, 1988.

TINTORER, O.; MENDOZA, H. J. G. Uma aproximação das teorias de aprendizagem significativa e formação por etapas das ações mentais. Aprendizagem Significativa em Revista, V. 2, p. 1-13, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Portaria Normativa Nº 10, de 24 de abril de 2007.*Institui a Avaliação de Alfabetização "Provinha Brasil"*. Brasília: MEC, 2007. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/provinha_brasil/legislacao/2007/provinha_brasil_portaria_normativa_n10_24_abril_2007.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Provinha Brasil. Avaliando a alfabetização. *Guia de aplicação*. Brasília: MEC, 2014.

HOFFER, A. R. *Mathematics Resource Project:* Geometry and Visualization. Palo Alto, California: Creative Publications, 1977.

MORTATTI, M. do R. L. Um balanço crítico da “década da Alfabetização” no Brasil. In: *Cadernos Cedes*, v.33, n.89, p. 15-34, jan.-abr. 2013.

VIGOTSKI, L.S. *A construção do pensamento e da linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 2001.