A LINGUAGEM UTILIZADA POR FUTUROS PROFESSORES EM ATIVIDADES DIRECIONADAS À APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DO CONCEITO DE VOLUME
(The language used by future teachers in activities addressed to meaningful learning of the concept of volume)

Odaléa Aparecida Viana [odaleaviana@gmail.com]
Ilda Aparecida Van Der Mer [ildavandermer@gmail.com]
Bertrand Luiz Corrêa Lima [be_bertrand@hotmail.com]
Universidade Federal de Uberlândia
Av. João Naves de Ávila, 2121 - Bairro Santa Mônica
CEP: 38.408-100 Uberlândia, MG

Resumo

O trabalho analisa a linguagem oral e escrita de participantes do Pibid/Matemática/Facip/UFU em atividades direcionadas à aprendizagem do conceito de volume em que foram exploradas: a utilização de propriedades físicas de objetos; a diferenciação dos quadros conceituais (geométrico, numérico e das grandezas) e a articulação das grandezas (capacidade e massa). A sequência didática foi elaborada no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática do PPGECM/UFU e aplicada na forma de uma oficina em três encontros semanais. A análise das respostas e dos diálogos produzidos no primeiro encontro revelou que os participantes procuravam aperfeiçoar as palavras, expressões e sentenças de modo a tornar os significados mais claros, precisos e transferíveis. Considerou-se que, no processo de formação dos professores, devam ser provocadas situações que ajudem no desenvolvimento linguístico no que concerne à nomenclatura científica, ao domínio da sintaxe e de termos linguísticos mais abstratos e relacionais de modo a demonstrar a interiorização de operações lógicas requeridas na aprendizagem significativa.
Palavras-chave: Formação de conceitos. Aprendizagem significativa. Educação Matemática.

Abstract

This work analyzes oral and written language of students from Pibid/ Mathematics/Facip/UFU in activities addressed to learning the concept of volume. In the context of these activities, there were explored: the use of physical properties of objects; the differentiation of conceptual frameworks (geometric, numeric and of magnitudes) and the articulation of magnitudes (capacity and mass). The didactic sequence was elaborated in the scope of Professional Masters in Science and Mathematics Teaching of PPGECM/UFU and was applied in the form of a workshop in three weekly meetings. Analysis of responses and dialogues produced at the first meeting revealed that the participants tried to perfect words, expressions and sentences in order to make meanings clearer, more accurate and transferable. It was considered that, in teacher training process, situations should be provoked that would aid in linguistic development related to scientific nomenclature, domain of syntax and more abstract and relational linguistic terms in order to demonstrate internalization of logical operations required in meaningful learning.
Keywords: Concepts formation. Meaningful learning. Mathematical Education.

Introdução

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2017) o estudo das medidas e grandezas do mundo físico é fundamental para a compreensão da realidade e a integração da Matemática com outras áreas de conhecimento. Para o ensino fundamental, o referido documento sugere a resolução de problemas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume a partir de situações cotidianas dos alunos. Indica também que, no caso do volume, as crianças dos anos iniciais devem trabalhar com blocos retangulares, sem recorrer ao uso de fórmulas; já os alunos dos anos finais devem utilizar expressões para o cálculo do volume de prismas e de cilindros utilizando medidas padronizadas.

Apesar de as ideias relativas a volume estarem presentes em muitas situações do cotidiano, algumas pesquisas na área de educação matemática mostram que o ensino deste tema tem priorizado a mecanização do uso de fórmulas, não considerando a complexidade da formação do conceito (Figueiredo, 2013; Morais et. al., 2014; Oliveira, 2002, 2007; Roldán, 2003 e Viana, 2015). Esses estudos indicam que a formação do conceito de volume necessita do domínio dos quadros conceituais geométrico, numérico e das grandezas; sugerem também uma metodologia para o ensino de volume com base na articulação das grandezas massa e capacidade de modo a levar os alunos a atribuir significados às novas ideias a partir de seus conhecimentos prévios advindos do cotidiano.

A mobilização de conhecimentos prévios para a formação de novos conceitos é a característica principal da teoria proposta por David Ausubel. Para o autor, a aprendizagem significativa é o processo que permite que uma nova informação recebida pelo sujeito se relacione de forma não arbitrária e não literal com um aspecto relevante da sua estrutura cognitiva (Ausubel, 2003). Para que ocorra a aprendizagem significativa, o autor esclarece que, além das condições relativas ao aluno (motivação, interesse, conhecimento prévios etc.), há a necessidade de o material de aprendizagem ter sequência lógica e ser apresentado numa linguagem adequada ao aluno, ou seja, deve ser potencialmente significativo.

Conforme afirma Ausubel (2003), a linguagem – que tem características operativas e não apenas de comunicação – é um importante facilitador da aprendizagem significativa por recepção (quando o conteúdo é apresentado ao aluno) ou por descoberta (quando há processos de investigação ou de resolução de problemas).

Utilizar aqueles conceitos presentes na estrutura cognitiva dos alunos que são referentes às propriedades dos objetos físicos para servirem como âncoras para a aprendizagem significativa do conceito de volume foi um dos desafios enfrentados quando se elaborou uma proposta didática no âmbito do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia (PPGECM/UFU). A proposta foi organizada na forma de uma sequência didática para ser aplicada a alunos do sétimo ano do ensino fundamental; porém, como se pretendia obter um retorno acerca da adequação das atividades, optou-se por fazer uma testagem do material. Decidiu-se, então, aplicar a sequência didática na forma de uma oficina a estudantes do curso de Matemática da Faculdade de Ciências Integradas do Pontal (FACIP/UFU), participantes do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID/UFU).

Poucas mudanças foram feitas na sequência didática a partir dos resultados da experiência com os alunos da graduação, mas elas não estão no escopo deste artigo. No presente texto, o foco está nas explicações dadas pelos participantes acerca dos conceitos e proposições envolvidos. Considerando a importância da linguagem do professor quando este direciona atividades na sala de aula, questionou-se como futuros docentes utilizariam expressões verbais em atividades que objetivavam a compreensão das relações referentes ao conceito de volume.

Dessa forma, o objetivo deste texto é analisar a linguagem utilizada por estudantes do curso de Matemática no primeiro encontro da oficina, em que o conceito de volume foi explorado.

Aprendizagem do conceito de volume

Volume pode ser entendido como sendo a quantidade de espaço ocupado por um corpo ou a capacidade de armazenamento que o corpo possui (caso seja oco e seja possível utilizá-lo como recipiente, desprezando-se as paredes)[1].

A complexidade na formação do conceito de volume tem sido levantada por alguns autores da área de educação matemática, conforme pode ser visto em Battista (2009), Figueiredo et al (2014), Işiksal et al (2010), Rodrigues (2011), Roldán (2003), Serra (2010), Tekin-Sitrava e Işiksal-Bostan (2014), entre outros.

Os trabalhos de Figueiredo (2013) e de Oliveira (2007) utilizaram uma metodologia para o ensino do conceito de volume com base nas propriedades físicas e geométricas dos corpos e na articulação das grandezas massa[2], capacidade[3] e densidade[4]. Figueiredo (2013) pondera que o conceito pode ser aprendido a partir da resolução de problemas retirados de situações do cotidiano e que envolvam: comparação de volumes; medida de volume de um sólido, ou seja, atribuição de um número ao volume de um sólido; produção de um sólido com volume dado e determinação de volume usando unidades diferentes.

Os citados autores indicam que para o aluno conceituar volume é necessário mobilizar conhecimentos relativos a um domínio denominado “quadro”, ou seja, uma constituição de conceitos, de propriedades, de relações e de procedimentos de um campo da matemática aplicados à situação que está sendo resolvida. Com base nos estudos de Douady (1986) e Douady e Perrin-Glorian (1989), Barros (2002) sintetizou a distinção entre três quadros: o geométrico, composto pelas figuras geométricas espaciais; o numérico, composto pelos números reais positivos e o quadro das grandezas, constituído de classes de equivalência de sólidos de mesmo volume, as quais podem ser representadas pelo par número/unidade de medida, como 3 cm^3, 2,5 m^3, 30 *l*, etc.

A diferenciação das ideias relativas às figuras geométricas e aos números bem como a articulação entre as grandezas massa e capacidade foram consideradas, para o presente trabalho, como conhecimentos prévios a serem mobilizados no processo de aprendizagem significativa do conceito de volume.

De acordo com Ausubel (2003), conceitos são ideias organizadas a respeito de algo *(*objetos, acontecimentos, situações ou propriedades) que possuem atributos específicos comuns e são designados pelo mesmo signo ou símbolo. A aprendizagem de conceitos se dá de maneira significativa quando o sujeito consegue relacionar, de maneira não arbitrária e não literal, uma nova informação recebida com um aspecto relevante da sua estrutura cognitiva, considerando a disponibilidade, a especificidade, a clareza, a estabilidade e a capacidade de discriminação destas

---

[1] Esta é a explicação da noção mais intuitiva de volume, adequada para este trabalho. Definições mais formais podem ser encontradas em Dolce e Pompeo (2013) e em Figueiredo (2013).
[2] No nível estático, a massa toma sentido de uma descrição, é a quantidade de matéria; no empírico, há necessidade de determinar a medida da massa através de instrumentos como a balança, e no nível mais abstrato, considera-se o quociente entre força da gravidade (peso) e aceleração da gravidade (FIGUEIREDO, 2013).
[3] A capacidade está relacionada ao volume interno de sólidos ocos – em que se pode desprezar a espessura – e volume aos sólidos maciços.
[4] Densidade é a relação entre massa e volume D=m/v.

ideias relevantes. Se a relação estabelecida for arbitrária e literal[5], além de periférica e de duração, utilidade e significado transitórios, a aprendizagem pode ocorrer por memorização.

Já uma proposição potencialmente significativa consiste em uma ideia expressa verbalmente numa frase que contém significados de palavras quer denotativos, quer conotativos, e nas funções sintáticas e nas relações entre as palavras. Na aprendizagem proposicional, o significado de uma nova ideia é adquirido quando (1) a própria proposição se cria a partir da combinação ou relação de múltiplas palavras individuais (conceitos), representando cada uma delas um referente unitário; e (2) as palavras individuais se combinam de tal forma (geralmente na forma de frase) que a nova ideia resultante é mais do que a soma dos significados das palavras individuais componentes[6].

Assim, Ausubel (2003) defende a importância da linguagem na aprendizagem significativa, seja por recepção ou por descoberta, o que implica diálogo e negociação de significados entre os estudantes na sala de aula e mediação docente (Moreira, 2011). Nessa perspectiva, a linguagem não exerce apenas o papel de comunicação: ela tem características operativas na aprendizagem significativa, influencia a natureza e o produto dos processos cognitivos envolvidos na aquisição de novas ideias abstratas. Aumentando-se a manipulação de conceitos e de proposições, através das propriedades representacionais das palavras, e aperfeiçoando compreensões subverbais, clarificam-se os significados e tornam-se mais precisos e transferíveis.

Conforme Ausubel (2003), a linguagem do professor tem um importante papel na mobilização dos conhecimentos prévios dos alunos e na atribuição de significados feita por eles, de modo que os conceitos e proposições se tornem mais precisos e transferíveis. Além disso, entre os papeis do professor está o de encorajar os alunos a reconhecerem os pressupostos subjacentes às novas proposições e a elaborar e testar hipóteses valendo-se da linguagem oral e escrita.

A revisão resumidamente descrita até aqui serviu como fundamentação para a elaboração de atividades direcionadas a alunos do ensino fundamental com o objetivo de favorecer a aprendizagem do conceito de volume. A sequência didática foi analisada e considerada como um material potencialmente significativo: ela possuía uma organização interna, isto é, os conceitos não estavam apenas sobrepostos, pois havia a intenção de abordá-los a partir de uma estrutura lógica explícita. Ainda considerando a proposta como sendo de instrução por recepção significativa, foram reconhecidos os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora no material de instrução. Essas análises não serão abordadas neste texto, mas podem ser vistas em Van Der Mer (2017a).

Como o material de aprendizagem foi testado junto a futuros professores de matemática na forma de oficina, optou-se por ampliar a análise mencionada, colocando foco na linguagem

[5] O caráter arbitrário da relação pode ser percebido quando o aprendiz associa a nova informação com um aspecto pouco específico e pouco relevante de sua estrutura cognitiva; o caráter literal, nas situações de internalização *ipsis literis*, ou seja, quando o aluno reproduz uma definição com as mesmas palavras aprendidas, sem utilizar suas próprias explicações. Ausubel (2003) indica que a aprendizagem significativa é mais eficiente, explicando que o material aprendido por memorização "está drasticamente limitado quer em termos de tempo (longevidade), quer de quantidade de itens, exigindo, também, muita repetição esforçada" (p.43).

[6] Toma-se, por exemplo, a aprendizagem de semelhança de polígonos. A proposição "dois polígonos são semelhantes quando possuem ângulos correspondentes congruentes e lados homólogos proporcionais" envolve não apenas os significados das palavras, mas também as relações entre eles. A palavra semelhante tem um significado denotativo (tal como definido geometricamente) e também conotativo (tal como aprendido em contextos variados do estudante). Já a sequência de palavras: "lados", "homólogos" e "proporcionais" indica uma relação complexa entre os conceitos, ou seja, indica que os lados que são correspondentes (isto tem que ser visualizado a partir dos vértices dos polígonos) devem ser proporcionais (isto tem que ser verificado por meio da tomada de medidas e do cálculo das razões). Além disso, a palavra "quando" tem a função sintática de "se" e "somente se", isto é, indica que possuir ângulos correspondentes congruentes e possuir lados homólogos proporcionais são duas condições necessárias e suficientes para os dois polígonos serem semelhantes. Note-se que a aprendizagem significativa de proposições é fundamental para elaborar e testar hipóteses, por exemplo: se os ângulos correspondentes de dois triângulos forem congruentes, pode-se concluir que os triângulos são semelhantes?

utilizada por eles no desenrolar das atividades. Considerou-se que, para mobilizar os conhecimentos prévios dos alunos, sintetizar as ideias dos aprendizes, clarificar as relações e favorecer a atribuição de significados, o professor deveria utilizar com clareza as palavras e expressões verbais nas definições dos conceitos e no enunciado das proposições. Investigar essa clareza do futuro professor em atividades direcionadas a alunos do sétimo ano para formar o conceito de volume a partir da exploração de quadros conceituais (geométrico, numérico e das grandezas) e da articulação entre grandezas (capacidade e massa) foi uma das intenções dos autores.

Dessa forma, buscou-se analisar a linguagem utilizada por estudantes de Matemática em tarefas similares àquelas organizadas para serem aplicadas a alunos do ensino fundamental com o objetivo de conceituar volume.

Objetivos, participantes, materiais e procedimentos

O trabalho visou analisar a linguagem oral e escrita de futuros professores de matemática na execução de atividades direcionadas para conceituar volume.

Especificamente, pretendeu-se analisar: como esses futuros professores utilizam propriedades físicas de objetos; diferenciam os quadros conceituais (geométrico, numérico e das grandezas) e articulam as grandezas (capacidade e massa) quando participam de atividades de ensino que visam à aprendizagem significativa do conceito de volume.

Participaram do estudo nove alunos do curso de Matemática da Facip/UFU integrantes do Projeto Institucional de Iniciação à Docência – PIBID/UFU, o que constituiu uma amostra de conveniência[7]. A pesquisa, de cunho qualitativo, tem linha descritiva e explicativa e os dados foram colhidos em uma sala de aula da Facip/UFU na qual eram realizadas as reuniões e oficinas do subprojeto Matemática/Pibid/Facip.

A oficina, ministrada pela mestranda, ocorreu em três encontros semanais consecutivos de quatro horas cada, em junho de 2016, e foi acompanhada pela orientadora que, na época, era coordenadora do sub-projeto Pibid. As atividades da oficina foram semelhantes às da sequência didática organizada como produto educacional apresentado ao Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia – PPGECM (Van Der Mer, 2017b).

A sequência didática era composta por atividades ordenadas, estruturadas e articuladas; estas contemplavam simulação de ações com materiais manipuláveis e eram encadeadas por discussões entre os participantes. Estes atuavam como alunos quando executavam as tarefas; como professores, quando comentavam as atividades e relatavam as suas próprias dificuldades em verbalizar os conceitos e as proposições requeridas pelas questões. Várias atividades eram iniciadas por uma tarefa ou uma questão norteadora, conforme mostra o Quadro 1.

Quadro 1 - Descrição das atividades da Oficina de Volume

1º Encontro	
Questão	**Descrição**
1) Massa de modelar	Os estudantes devem comparar os volumes produzidos por três sólidos diferentes originados a partir da manipulação de três quantidades iguais de massas de modelar.

[7] Trata-se de um conjunto de participantes escolhido por ser mais acessível aos pesquisadores, não se pretendendo qualquer tipo de generalização dos resultados.

2) Volume das latas	Os estudantes devem comparar os volumes de várias latas de tamanho distintos, apresentando diversas maneiras para realizar a comparação (como por exemplo, imaginar o preenchimento das latas com água para verificar em qual delas cabe mais; ou simplesmente, observar suas bases e suas alturas e compará-las).
3) Volume das pedras (I)	São apresentadas três pedras do mesmo tipo e os estudantes devem comparar seus volumes; como são sólidos irregulares, uma estratégia possível é obter a massa (peso) das mesmas.
4) Volume das pedras (II)	Aqui as pedras cujos volumes devem ser comparados são de densidades distintas, o que impede a utilização da estratégia de obter a massa das mesmas. Uma solução é imaginar cada pedra sendo mergulhada e verificar o volume do líquido deslocado.
5) Volume das caixas de papelão (I)	São apresentadas caixas de papelão; uma estratégia para comparar os volumes é imaginar o preenchimento com areia ou outro elemento.
6) Volume das caixas de papelão (II)	São apresentados os volumes de duas caixas idênticas, porém medidos com unidades distintas. Os estudantes devem concluir que os volumes são iguais, apesar de os números serem diferentes.
7) O que é volume?	Os estudantes devem definir o que é volume.
	2º Encontro
Questão	**Descrição**
8) Formar sólidos na mesa	Utilizando os cubinhos do Material Dourado[8], os estudantes devem formar na carteira paralelepípedos com volume dado e dizer quais as medidas da largura, do comprimento e da altura.
9) Dar o volume aproximado	Dadas várias caixinhas de papelão nas carteiras, os estudantes devem determinar os volumes aproximados, utilizando as peças do Material Dourado.
10) Volume de paralelepípedos	Os estudantes, sem usar o material, devem determinar o volume dos paralelepípedos sendo dadas as medidas da largura, do comprimento e da altura em cm.
11) Fórmula do volume do paralelepípedo	Os estudantes devem concluir que a fórmula para se chegar ao volume do paralelepípedo é V = largura x comprimento x altura.
12) Volume e capacidade das peças do material dourado.	Lembrando que 1 cm^3 = 1 ml, os estudantes devem determinar a capacidade das outras peças do material dourado (supondo objetos ocos)
13) Volume e capacidade das caixinhas	Os estudantes devem calcular o volume e a capacidade das caixinhas de papelão, agora medindo as arestas com a régua graduada e utilizando a fórmula.
14) Completar tabela	Os estudantes devem completar tabela, calculando volume e capacidade de objetos.
15) Massa	Lembrando que a densidade da água é 1g/ml, os estudantes devem determinar a massa de objetos.
16) Densidade	Conhecendo a densidade de vários materiais, os estudantes devem determinar a massa de vários objetos, supondo-os maciços, completando a mesma tabela.
	3º Encontro
Questão	**Descrição**
17) Problemas	Os estudantes resolvem vários problemas envolvendo volume, massa e capacidade.

[8] Material Dourado é um material pedagógico composto por peças feitas de maneira atendendo a quatro formas: cubinhos de $1cm^3$, barras de $10cm^3$, placas de $100cm^3$ e cubo de $1000cm^3$. É geralmente utilizado para ensino do sistema de numeração decimal e das medidas padronizadas de volume.

As questões foram apresentadas por escrito na forma de uma apostila que foi entregue a cada participante. Os participantes foram dispostos em três duplas e um trio, aqui nomeados como participantes A_1 e A_2 (dupla A), B_1 e B_2 (dupla B), C_1 e C_2 (dupla C) e D_1, D_2 e D_3 (trio D).

Depois de responder às questões, os participantes formavam uma roda de conversa a fim de interagir com a pesquisadora, argumentar suas ideias e discutir os temas propostos. Além dos dados advindos das respostas escritas nas apostilas, obteve-se a transcrição dos diálogos ocorridos nos encontros que foram gravados em áudio e vídeo.

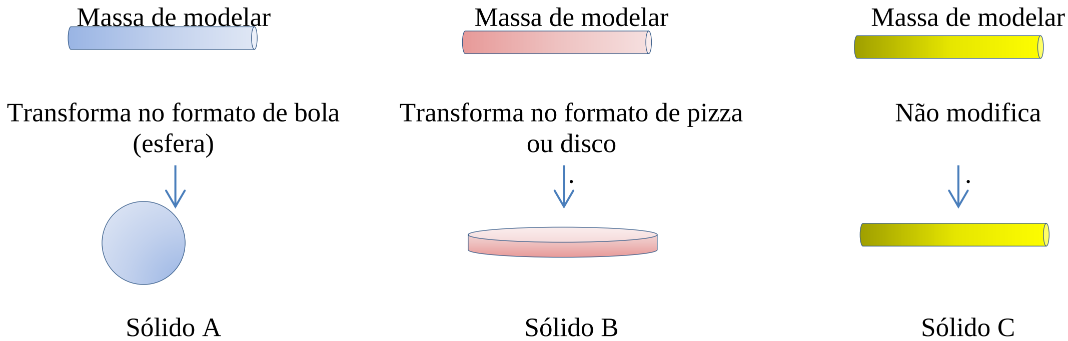
Neste trabalho, são analisados as escritas e os diálogos produzidos apenas no primeiro encontro, em que se definiu o conceito de volume.

Resultados

Conforme mencionado, os participantes executaram as tarefas e só ao final do encontro era aberta a discussão. No entanto, para facilitar o entendimento da sequência didática, optou-se por apresentar, para cada questão, as respostas escritas e os diálogos ocorridos na discussão.

A primeira questão simulava uma manipulação de três partes iguais de massa de modelar e questionava qual delas teria maior volume. A Figura 1 mostra a questão e parte das respostas obtidas.

1ª Questão: Imagine que você tenha três porções de massas de modelar, todas iguais, logo as três tem mesmo **volume.** Você, então, faz as seguintes formas:



O que você pode afirmar sobre os **volumes** dos sólidos A, B e C? Qual tem maior volume? E menor?
Resposta:

C_1: Os volumes não são iguais, o sólido A tem maior volume e o sólido B tem menor volume
A_1 : Como não há retirada do material, apenas foram modificados os sólidos A, B e C eles mantém o mesmo volume

Figura 1- Primeira Questão e respostas dos participantes
Fonte: Arquivo dos autores

Apenas uma dupla alegou que os volumes eram distintos, e a resposta é mostrada na Figura 1. Já os diálogos demonstraram a tentativa de articulação entre volume e a quantidade de matéria, conforme pode ser visto nos trechos a seguir.

> A_2 – Eu fiquei muito em dúvida se o volume mudaria ou não.
> D_3 – Na esfera achatada (pizza), o volume é menor que o da esfera... Modificação dos sólidos...
> B_1 – Mas não mudou a massa, só a forma. Mesma coisa seria pegar um sólido com uma massa mais dura e fatiá-lo. Juntando, obviamente vai dar a mesma quantidade.
> D_1 – É o mesmo volume porque é a mesma massinha, do mesmo tipo. Se fosse, por exemplo, uma massinha mais porosa, cheia de bolhinhas de ar dentro, talvez o volume ficasse diferente.

A segunda questão – que apresentava o desenho de várias latas de dimensões distintas e solicitava que fossem ordenadas de acordo com o volume, sem realizar medições – objetivava identificar, entre as estratégias empregadas, a utilização da grandeza capacidade para simular o preenchimento das latas. A Figura 2 mostra a questão e algumas estratégias adotadas pelos participantes.

2ª questão: Imagine que você tenha algumas latas, como mostra a figura a seguir:

E que precise saber algumas coisas sobre estas latas:

a) Coloque em ordem crescente de **volume**

b) Como você faria para ter certeza sobre isso (sem medir)?

D_2 – Percebe-se que as alturas de algumas latas são iguais [...] Sabendo que o volume é área da base x altura, temos que o diferencial entre as latas seria o diâmetro, bastando apenas ver qual é o maior [...].
B_2 – Comparação da capacidade de preenchimento.
A_1 – Colocando água, areia, algo que preencha e depois fazer a comparação, suponha que seja água, a lata que tiver mais desse líquido será a de maior volume.
C_1 – Colocando água, açúcar, feijão etc. dentro de cada lata. Exemplo pegar um saco de 1 kg de feijão e colocar dentro de cada lata, o saco de feijão que sobrar mais feijão corresponde a lata de menor volume.

Figura 2 - Segunda Questão e respostas dos participantes
Fonte: Arquivo dos autores

Apesar de a questão indicar a expressão "sem medida", nota-se que D_2 referiu-se à fórmula do volume do cilindro e concentrou o argumento nas medidas lineares da lata, no caso, o diâmetro e a altura. Já B_2 relacionou o volume com a grandeza capacidade, mas não explicou como seria feita a comparação. Tentativa de descrever as ações que poderiam ser realizadas a partir do preenchimento das latas pode ser verificada nas expressões verbais utilizadas por A_1 e C_1.

Na discussão, podem ser observados alguns diálogos relativos à capacidade e às propriedades físicas dos objetos. O diálogo a seguir mostra a dificuldade em verbalizar as conclusões:

> A_2 - É porque se a ideia é sem medir a gente pensou... que a gente podia pegar por exemplo algum recipiente que tivesse um... em valor, em litros, por exemplo e colocar dentro do recipiente A. Então se aqui tivesse por exemplo 50 ml a gente conseguiria saber em relação ao outro. Mas como é sem medir, a gente pensou em pegar... Enche o recipiente de água na lata A, joga dentro da F que é a que a gente acha que é menor. Se for menor...
> B1- Tem que ficar um espaço...a gente enche a F e joga dentro da B. Fica um espaço.
> A_2 - Aí com o mesmo líquido a gente tem que comparar né... Enche essa aqui e coloca dentro da B que a gente acha que é maior. Aí se sobrar um espaço tá certo... Mas se passar não tá certo... Mas tem que ser o mesmo líquido da A.

A partir da discussão entre os participantes e também da mediação da pesquisadora, aos poucos as frases foram formadas com mais clareza:

> C_2 – A gente colocaria água. A que coubesse maior quantidade água teria maior volume.
> Pesquisadora – Imagine a criança enchendo todas as latas de água. Como ela vai saber qual cabe mais?
> A_1 – A gente colocaria água na lata A. Depois pegaria essa água do recipiente A e despejaria na F. Sobrou? Então significa que A tem menor que a F. Então pegaria todo o recipiente F e jogaria na B. Sobrou? Então significa que F tem menor que B. E assim sucessivamente.
> A_2 – Não precisaria ser água, poderia ser areia, mas não poderia ser feijão, por causa dos espaços entre os grãos...

A interferência da pesquisadora na fala de C_2 teve o objetivo de levar o licenciando a buscar uma linguagem que representasse e transformasse, de forma sistemática, as regularidades da experiência empírica. Já a fala de A_2 levou os participantes a discutirem acerca de tipos de materiais utilizados para comparar as capacidades, uma vez que alguns poderiam ser comprimidos (café, terra), o que poderia a levar a equívocos nas comparações das capacidades e, por conseguinte, dos volumes das latas.

Na terceira questão, foram apresentadas três pedras do mesmo tipo e era perguntado qual delas tinha maior volume. A Figura 3 mostra a questão e algumas respostas dos participantes.

3ª questão: Imagine que você tenha três pedras do mesmo tipo, mais ou menos como mostra a figura.

Imagine que você precise saber algumas coisas a respeito dessas pedras:
a)Coloque em ordem crescente de volume.
b)Como você faria para ter certeza dessa afirmação?

D_3 – *Como mostra a figura, não poderia ter uma afirmação concreta, pois são volumes sólidos, porém, só por olhar a figura poderia afirmar que uma seja maior que a outra pelo tamanho visível*
C_1 – *Pegando três copos de mesmo tamanho, colocando uma pedra em cada copo e depois complete estes copos com água até encher, será de maior volume a pedra do copo que couber menos água.*
B_2 – *Colocaria em um copo de água para ver o deslocamento.*
A_2 – *Como elas possuem o mesmo material poderíamos verificar pelo peso, medindo as mesmas.*

Figura 3 - Terceira Questão e respostas dos participantes
Fonte: Arquivo dos autores

Nota-se que D_3 valeu-se unicamente da percepção visual. Já B_2 relacionou volume com o deslocamento de água ocasionado por mergulhar as pedras em um copo de água, mas não explicou como seria feita a experiência e nem qual a conclusão lógica obtida a partir desta. C_1 trouxe uma conclusão que exigiria um raciocínio lógico mais complexo da criança: articular o volume da pedra com o volume de água que completaria a capacidade do copo. Finalmente, A_2 buscou articulação com a grandeza massa, porém, utilizou a palavra “peso”.

Na longa discussão que se seguiu, C_1 teve que repetir, por várias vezes, como seria o experimento, quantos copos seriam utilizados (seis no total), que dimensão seria comparada visualmente (a altura do líquido que restaria em cada copo sem pedra) e a conclusão lógica.

Segue-se outro diálogo em que a grandeza massa foi utilizada:

> D_2 – Pensando como adulto, já que tem a mesma densidade, aquela que tiver maior peso (e faz um movimento com as duas mãos), terá maior volume.
> A_1 – Mas, para ter certeza (fazendo o mesmo movimento com as duas mãos) seria melhor o experimento de ..... (referindo-se a C_1.)

Finalmente, os participantes concluíram que uma balança de dois pratos poderia comparar a massa das pedras duas a duas e que, a partir de um raciocínio lógico, seria possível executar a tarefa.

A quarta questão repetia a solicitação anterior, mas apresentava pedras de diferentes tipos (Figura 4).

4ª questão: E se fossem pedras de diferentes tipos, como você faria para saber qual tem maior volume?

C_2 – Neste caso como as pedras não são do mesmo tipo, não poderíamos concluir a qual tem maior volume, pois cada uma delas tem densidade diferente.
A_1 – Não tem como verificar pois as matérias são diferentes, ou seja, independe do peso.
C_1 – Colocaria dentro de um copo e despejava água, a que coubesse menos água teria o maior volume.
B_2 – [...] precisamos criar alternativas como colocar as pedras num recipiente com água e ver quanto de água subiu. Quanto mais subir, mais volumoso é.

Figura 4 - Quarta Questão e respostas dos participantes
Fonte: Arquivo dos autores

Na discussão, alguns participantes tentaram explicar a ideia de densidade por meio de exemplos: "1 kg de chumbo e 1 kg de algodão", mas sem definir a relação entre massa e volume. A estratégia de verificar o deslocamento de água obtido por mergulhar cada pedra em um recipiente foi utilizada pela maioria, ora observando a água que faltaria para completar o recipiente, ora comparando as alturas da água contida nos recipientes utilizados etc. A pesquisadora solicitou que a conclusão do experimento simulado fosse explicitada.

> B_1 – [...] na vasilha onde a água tiver a maior altura, estará a pedra com maior volume.
> Pesquisadora: – Por quê?

Embora não se aprofundasse no conceito, a ideia de dois corpos não ocuparem o mesmo lugar no espaço foi lembrada pelos participantes para responder a pergunta da pesquisadora.

A quinta questão apresentava algumas caixas de tamanhos distintos e solicitava que se colocasse em ordem crescente de volume, justificando a resposta. A Figura 5 mostra a questão e algumas respostas.

5ª questão:
Imagine que você tenha várias caixas de papelão e queira saber qual tem maior ou menor volume. Como faria?

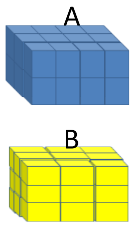
C_2 – Colocando uma dentro da outra. A maior comportará as menores dentro e, de dentro para fora, as caixas menores para as maiores.
A_1 – Comparando as três dimensões: altura, largura e comprimento.
C_1 – Colocando areia dentro.

Figura 5 - Quinta Questão e respostas dos participantes
Fonte: Arquivo dos autores

Apenas um participante considerou a caixa como um recipiente que poderia ser preenchido por alguma substância (areia, feijão etc.), para posterior comparação. Com exceção deste, os participantes ou disseram que bastaria colocar uma dentro da outra (caso fosse possível) ou fizeram referência às três dimensões da caixa.

A sexta questão apresentava duas caixas iguais A e B cujos volumes teriam sido medidos por cubos e por paralelepípedos. Evidentemente, todos os participantes responderam corretamente aos itens (a) e (b) com os números 24 e 27, respectivamente, mas variaram as explicações aos itens (c) e (d), conforme pode ser visto na Figura 6.

6ª questão:
a) Quantos cubinhos formam a caixa A?
b) Quantos paralelepípedos formam a caixa B?
c) Qual das duas tem maior volume?
d) Tente explicar a situação.



D_1: *As duas possuem mesmo volume porque tem o mesmo tamanho, o que diferencia são os objetos que colocam, e estes possuem volumes diferentes.*
D_3: *As duas partiram pela mesma caixa. Os paralelepípedos tem o volume menor, por isso couberam mais na caixa do que os cubinhos possuem o volume maior.*
A_1: *São iguais. Massa e comprimento influenciam no volume do sólido. O volume do cubo é maior que o volume do paralelepípedo.*

Figura 6 - Sexta Questão e respostas dos participantes
Fonte: Arquivo dos autores

Tanto na escrita como nos diálogos, nota-se a dificuldade dos participantes em explicar os números obtidos, já que nenhum deles refere-se à mudança que houve na unidade de medida.

> A_3 – Na questão seis; um é cubo e o outro é paralelepípedo. Aí fiquei na dúvida. Será que a caixa vai ficar com o mesmo volume?
> A_5 – Eu acho que o que mudou foi o volume dos objetos... A caixa é a mesma!...
> A_2 – Eu fiquei muito em dúvida [...] contei 24 e 27 [...] então, pela minha lógica, então tinha que ter maior volume a caixa B. Mas como? [...] e eu calculei usando a altura, a largura e o comprimento [...]. Agora entendi...
> Pesquisadora – Mas me digam por que é que esta questão está aí, qual o objetivo dela?

Como a discussão não avançou, a pesquisadora prosseguiu na correção da próxima questão que perguntava: o que é volume? As respostas são mostradas na Figura 7.

7ª questão: Concluindo: o que é volume?
B_1: *É o espaço ocupado por um objeto.*
D_3: *É o espaço preenchido por um corpo.*
B_2: *O espaço ocupado que cada objeto sólido tem.*
C_1: *É a quantidade de espaço ocupada dentro de um recipiente.*
D_2: *É a quantidade de espaço que um objeto ocupa em algum ambiente de comparação.*

Figura 7 - Sétima Questão e respostas dos participantes
Fonte: Arquivo dos autores

Parte da discussão ocorrida é mostrada a seguir, em que outras questões foram colocadas pelos participantes.

> B_1 – [...] mas se tiver uma caixa com espessura bem grossa [...] volume vai ser por fora [...]
> A_2 – [...] Independe se eu olhar por fora, por dentro do recipiente [...]
> Pesquisadora: Mas precisa ser recipiente?
> Todos: Não
> A_1: Professora, quando vi a segunda questão (das pedras) eu pensei que era uma “pegadinha”, pois o meu primeiro pensamento foi que a pedra não tinha volume [...] a escola ensina a gente a pensar em volume como a questão do recipiente [...].

A oficina se prolongou por mais duas semanas, com mais atividades que envolviam unidades de medida, conceito de densidade e resolução de problemas. No fechamento do primeiro encontro, a pesquisadora explicou os objetivos de cada atividade, evidenciou a importância da formação do conceito de volume a partir de ideias prévias dos alunos. Parte dessa explicação, acrescida da fundamentação teórica será mostrada a seguir.

Discussão dos resultados

As questões que compunham o primeiro encontro da oficina atendiam à classificação de problemas proposta por Figueiredo (2013), sendo que a maior parte delas solicitava a comparação de volumes. Seguindo a indicação de Barros (2002) – que a aprendizagem de volume implica na distinção dos três quadros conceituais: o geométrico, o numérico e das grandezas – as cinco primeiras questões foram organizadas de modo a levar os participantes a pensar no quadro geométrico e no das grandezas, sem preocupação com o numérico. Para responder as questões, os participantes – estudantes do curso de matemática já acostumados com os cálculos de volume de sólidos geométricos – precisaram mobilizar suas ideias sobre o tema e expressá-las na forma escrita e oral, o que não pareceu ser muito simples para eles.

A primeira questão visava articular a grandeza volume com uma das propriedades físicas dos corpos (massa como quantidade de matéria) e também com características físicas e geométricas dos objetos, conforme sugerido por Figueiredo (2013) e Oliveira (2007). O argumento dado pelos participantes refere-se a "*não retirada do material*" e à "*modificação da forma*", o que demonstra o domínio do quadro conceitual geométrico e parece demonstrar a articulação pretendida.

Ao trazer outros exemplos de características físicas de objetos e de ações com materiais ("*massa mais dura*", "*porosa*", "*fatiar*") os licenciandos buscavam tornas mais claras as ideias âncoras para atribuir mais significado ao conceito, conforme indica Ausubel (2003). Ao solicitar que escrevessem e verbalizassem as respostas, buscou-se a consciência dos participantes quanto aos subsunçores relevantes em sua estrutura cognitiva de modo a avaliar a disponibilidade, a especificidade, a clareza, a estabilidade e a capacidade de discriminação dos conceitos. No entanto, houve certa dificuldade de alguns alunos para discriminar as relações entre as características físicas e geométricas dos objetos, conforme pode ser verificado na resposta de um participante: "*na esfera achatada (pizza), o volume é menor que o da esfera... há modificação dos sólidos*".

Nas questões três e quatro, em que era necessário decidir sobre o volume das pedras de mesmo material, objetivava-se articular as grandezas volume e massa; já nas latas era necessária a articulação entre volume e capacidade. Finalmente, a comparação entre as pedras preciosas envolvia, além das ideias relativas à densidade de materiais, articular volume com o conteúdo do líquido deslocado ao mergulhar aqueles objetos em líquidos.

Em todas essas questões, notou-se a dificuldade dos participantes em discriminar e expressar verbalmente as relações entre as grandezas volume, massa e capacidade. Nota-se a tentativa de formar frases que representassem a elaboração e testagem de hipóteses: "*A gente colocaria água na lata A. Depois pegaria essa água do recipiente A e despejaria na F. Sobrou? Então significa que A tem menor que a F. Então pegaria todo o recipiente F e jogaria na B. Sobrou? Então significa que F tem menor que B. E assim sucessivamente"*.

Ausubel (2003) explica que a linguagem influencia a natureza e o produto dos processos cognitivos envolvidos na aquisição de novas ideias abstratas. Ao analisar a linguagem escrita e oral dos participantes, percebe-se a dificuldade em organizar as ideias pré-existentes com os dados que poderiam ser tomados por meio de simulações de ações (como manipular massa de modelar, fatiar objetos, dispor pedras nos pratos de uma balança, preencher com água ou areia, verificar a altura de líquidos etc). Para concluir as respostas das questões propostas a partir destes experimentos eram requeridas operações lógicas (supostamente já interiorizadas por todos os adultos participantes da oficina). Na terceira questão, por exemplo, as pedras A, B e C poderiam ser colocadas, duas a duas, numa balança de dois pratos e ser empregado o raciocínio ilustrado a seguir:

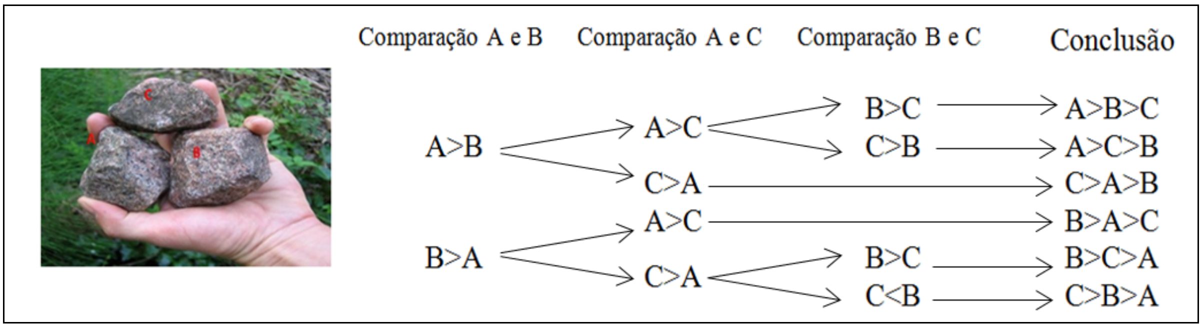


Figura 8 - Raciocínio requerido para a terceira questão
Fonte: Arquivo dos autores

Assim, foram notadas duas dificuldades: (a) a de discriminação das relações entre as características físicas e geométricas dos objetos e (b) a de expressar verbalmente algumas operações lógicas (por exemplo, "*colocar as pedras num recipiente com água e ver quanto de água subiu; quanto mais subir, mais volumoso é"*). Nenhum dos participantes pensou em utilizar as próprias pedras como comparação duas a duas, conforme sistematização exposta no modelo ilustrado na Figura 8.

Adentrar no quadro conceitual numérico da grandeza volume foi o objetivo da sexta questão. Para explicar que os paralelepípedos apresentados tinham o mesmo volume e que os números que expressavam as medidas de volume eram distintos porque foram tomadas unidades de medida diferentes para os dois sólidos, os participantes tinham que se valer de frases; nestas, as palavras individuais (conceitos) deveriam ser combinadas de modo a resultar em uma nova ideia, o que caracterizaria a aprendizagem proposicional. A atividade pareceu trazer à consciência alguns equívocos, como pode ser visto nas frases "*pela minha lógica, então tinha que ter maior volume a caixa B*" e "*eu acho que o que mudou foi o volume dos objetos... a caixa é a mesma!"* Outros participantes pareciam entender a igualdade dos volumes e tentavam justificar a conclusão obtida a partir da desigualdade dos sólidos colocados nos paralelepípedos: "o*s paralelepípedos tem o volume menor, por isso couberam mais na caixa do que os cubinhos que possuem o volume maior", e "as duas possuem mesmo volume porque tem o mesmo tamanho, o que diferencia são os objetos que colocam, e estes possuem volumes diferente"*, mas não formaram a frase com sentido completo. Assim, a linguagem utilizada pelos participantes refletia a dificuldade de discriminar a atribuição numérica e a noção de medida de volume.

As dúvidas expressadas no parágrafo anterior parecem denunciar a aprendizagem memorística do conceito de volume. Conforme identificado por Morais et. al. (2014), Roldán (2003) e Viana (2015), o ensino deste tema em geral prioriza a mecanização do uso de fórmulas e não considera a complexidade da formação do conceito. No processo de aprendizagem desses estudantes, talvez tenham faltado oportunidades para o estabelecimento de relações importantes como aquelas que articulam as grandezas massa, capacidade e densidade, bem como problemas advindos do cotidiano em que envolvam comparação de volumes, produção de um sólido com volume dado, determinação de volume usando unidades diferentes etc.

Finalmente, várias das respostas dadas pelos participantes para a última questão mostraram certa confusão entre as grandezas volume e capacidade, como, por exemplo: "é a *quantidade de espaço ocupada dentro de um recipiente";* no entanto, quase todos apresentaram definições não distantes daquela que é utilizada no ensino básico. Um dos participantes concluiu dizendo que "*a escola ensina a gente a pensar em volume como a questão do recipiente*". A confusão entre volume e capacidade também foi diagnosticada por Figueiredo (2013), o que leva a refletir sobre a importância de um tipo de ensino que reconheça os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora nos materiais de instrução. No caso do ensino do conceito de volume, considera-se ser necessário levar o aprendiz a diferenciar progressivamente as ideias existentes em sua estrutura cognitiva acerca das grandezas físicas e também explorar as relações entre essas ideias de modo a indicar semelhanças e diferenças significativas e reconciliar as inconsistências reais ou aparentes. Talvez tenham faltado essas oportunidades ao longo da formação dos participantes.

Considerações finais

Ao colocar foco na linguagem utilizada por futuros professores nas respostas e nos diálogos promovidos pelas atividades que foram direcionadas à aprendizagem do conceito de volume, foi possível verificar, de um modo geral, certa dificuldade de discriminação das relações: (a) entre as características físicas e geométricas dos objetos, (b) entre as grandezas volume, massa e capacidade e (c) entre a atribuição numérica e a noção de medida. Estas são ideias consideradas relevantes para a aprendizagem significativa do conceito de volume. Apesar da dificuldade, notou-se que eles procuravam, no decorrer das atividades, aperfeiçoar as frases de modo a tornar os significados mais claros, precisos e transferíveis e também mais adequados ao contexto matemático.

A área de Matemática requer larga utilização de símbolos (numéricos, algébricos, figurais, esquemáticos, gráficos etc); no entanto, o desenvolvimento do pensamento lógico não deve prescindir do desenvolvimento da capacidade linguística das crianças e esta é influenciada pela linguagem dos professores. Na perspectiva da teoria da aprendizagem significativa (Ausubel, 2003), a verbalização dos alunos acrescenta muito quer à criação do significado, quer à capacidade de transferência dos produtos do pensamento; assim, deve ser considerada uma parte integral do processo de raciocínio. O professor exerce papel fundamental nesse processo, não apenas verbalizando as informações, mas encorajando os alunos a reconhecerem os pressupostos subjacentes às novas proposições e a elaborar e testar hipóteses valendo-se da linguagem oral e escrita.

Dessa forma, considera-se que no processo de formação inicial dos professores devem ser provocadas situações que, além de contribuir no entendimento dos conceitos que irão ensinar, ajudem no desenvolvimento linguístico no que concerne à nomenclatura científica, ao domínio da sintaxe e de termos linguísticos mais abstratos e relacionais de modo a demonstrar a interiorização de operações lógicas. Acredita-se que a utilização, com clareza, de palavras e expressões verbais nas definições dos conceitos e no enunciado das proposições contribua para mobilizar os conhecimentos prévios dos alunos, sintetizar as ideias dos aprendizes, clarificar as relações e favorecer a atribuição de significados.

A continuidade deste estudo prevê explorar as atividades da sequência didática aqui exposta em outros contextos de turmas de alunos e de professores e analisar o processo de aprendizagem do conceito de volume a partir da linguagem utilizada nas respostas e nos diálogos produzidos com mediação didática.

Referências

Ausubel, D. P. (2003*). Aquisição e Retenção de Conhecimentos***:** Uma Perspectiva Cognitiva. Tradução de Lígia Teopisto. 1.ª Edição. Lisboa: Plátano.

Barros, J. S. (2002). *Investigando o conceito de volume no ensino fundamental:* um estudo exploratório. Recife, 2002. Dissertação [Mestrado em Educação], Programa de Pós Graduação em Educação, Centro de Educação, UFPE.

Battista, M. T. (2004). Applying Cognition-Based Assessment to Elementary School Students' Development of Understanding of Area and Volume Measurement, *Mathematical Thinking and Learning*, 6:2, 185-204.

Disponível em:< https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1207/s15327833mtl0602_6> Acesso em 14 jan 2019.

Brasil. *Base Nacional Comum Curricular*. Conselho Nacional de Secretaria de Educação. Brasília: Distrito Federal, 2017. Disponível em < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>. Acesso em 14 jan 2019.

Dolce, O.; Pompeo, J. N. (2013). *Fundamentos de Matemática Elementar*. Vol. 10 - Geometria Espacial - 7ª Edição. São Paulo: Atual Editora.

Douady R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil – objet. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, 7/2, 5-31.

Douady R.; Perrin-Glorian, M. J. (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics***,** 20, 387-424.

Figueiredo, A. P. N. B. (2013). *Resolução de problemas sobre a grandeza volume por alunos do ensino médio:* um estudo sob a ótica da teoria dos campos conceituais**.** Dissertação [Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica]. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, PE. Disponível em:< https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/13227> Acesso em 14 jan 2019.

Figueiredo, A. P. N. B.; Bellemain, P. M. B.; Teles, R. A. M. (2014). Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como alunos do ensino médio lidam com situações de comparação. *Bolema*, v. 28, n.50, 1172-1192. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a09> Acesso em 14 jan 2019.

Işiksal, M.; Koç, Y.; Osmanoğlu, A. (2010). A Study on Investigating 8th Grade Students` Reasoning Skills on Measurement: The Case of Cylinder. Education and Science, V. 35, N.156. Disponível em: < egitimvebilim.ted.org.tr/index.php/EB/article/download/79/12> Acesso em 14 jan 2019.

Morais, L.B.; Bellemain, P. M.; Lima, P. F. (2014). Análise de situações de volume em livros didáticos de matemática do ensino médio à luz da teoria dos campos conceituais**.** *Educ. Matem. Pesq*., São Paulo, V. 16, n. 1, p. 25-46, 2014. Disponível em: < https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/15278/pdf> Acesso em 14 jan 2017.

Moreira, M. A. (2011). Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas – UEPS. *Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review* – V1(2), 43-63. Disponível em:< http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID10/v1_n2_a2011.pdf>. Acesso em 14 jan 2017.

Oliveira, G. R. F. (2002). *Construção do Conceito de Volume no Ensino Fundamental*: um estudo de caso. 2002. 135 f. Dissertação [Mestrado em Educação] - Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE. Disponível em: < https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/4091> Acesso em 14 jan 2019.

Oliveira, G. R. F. (2007). *Investigação do papel das grandezas físicas na construção do conceito de volume.* Tese [Doutorado em Educação]. Programa de Pós–Graduação em Educação. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE. Disponível em: < https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/4091> Acesso em 14 jan 2019.

Rodrigues, W. P. (2011). Uma abordagem conceitual de volumes no ensino médio. *Educação Matemática Pesquisa*. v.13, n. 3. Disponível em :< http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/7758> Acesso em 14 jan 2019.

Roldán, M. S. (2003). Algunos objetos mentales relacionados con el concepto volumen de maestros de primaria. *Revista Mexicana de investigación educativa*. México, V. 8, n. 18. p. 447-478, 2003. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=14001807> Acesso em 14 jan 2019.

Serra, S. C. C. (2010). *Conceito de volume*: uma experiência no 6º ano de escolaridade. Dissertação [Mestrado em Educação Matemática na Educação Pré-Escolar e no 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico]. Escola Superior de Educação. Instituto Politécnico de Lisboa. Disponível em: <https://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/115/1/conceito%20de%20volume_uma%20experiencia%20com%20alunos%20do%206%C2%BAano%20de%20escolaridade.pdf> Acesso em 14 jan 2019.

Tekin-Sitrava, R. Işiksal-Bostan, M. (2014). An Investigation into the Performance, Solution Strategies and Difficulties in Middle School Students' Calculation of the Volume of a Rectangular Prism. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, jul 2014, p. 2-27. Disponível em:< https://eric.ed.gov/?id=EJ1032724> Acesso em 14 jan 2019.

Van Der Mer, I. A. S. (2017a). *Aprendizagem do conceito de volume*: uma proposta didática compartilhada com licenciandos da matemática. Dissertação [Mestrado Profissional] - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Federal de Uberlândia. Disponível em: < https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/19712 > Acesso em 14 jan 2019.

Van Der Mer, I. A. S. (2017b). *Aprendizagem do conceito de volume*: uma proposta didática para o ensino fundamental. Produto Educacional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Federal de Uberlândia. Disponível em: <http://www.infis.ufu.br/pgecm/api/pdf/1207057125.pdf > Acesso em 14 jan 2019.

Viana, O. A. (2015). Solução de Problemas Geométricos Envolvendo a Noção de Volume**:** Um Estudo Exploratório com Alunos do Ensino Médio. VI SIPEM- Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pirenópolis, GO, Brasil. *ANAIS*... SBEM. Disponível em: < http://www.sbembrasil.org.br/visipem/anais/story.html> Acesso em 14 jan 2019.