

**O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATRIZES TENDO COMO FUNDAMENTAÇÃO
TEÓRICA A TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA
(Matrix teaching and learning with the meaningful learning theory as a theoretical
foundation)**

MARJUNIA ÉDITA ZIMMER KLEIN [marjunia.klein@gmail.com]

Doutoranda do Programa de Pós-Graduação Educação em Ciências: Química da Vida e da Saúde
Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

JOSÉ CLÁUDIO DEL PINO [delpinojc@yahoo.com.br]

Professor do Programa de Pós-Graduação Educação em Ciências: Química da Vida e da Saúde
Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Resumo

Este trabalho de pesquisa tem como objetivos: propor, aplicar e buscar evidências de uma aprendizagem significativa em relação aos conceitos envolvidos no campo conceitual de Matrizes. A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel ressalta que a aprendizagem significativa tem chance de acontecer quando há uma interação não arbitrária e substantiva entre os novos conhecimentos (ideias, proposições, informações, conceitos, símbolos) e os conhecimentos prévios (subsunoçores), contribuindo para a sua diferenciação, (re)elaboração e estabilidade. Moreira (2005) complementa essa ideia, ao chamar a atenção para o fato de que é por meio da aprendizagem significativa crítica que o aluno vai ser capaz de lidar com as mudanças, manejar a informação, usufruir da tecnologia e ser o protagonista de sua aprendizagem, admitindo que o conhecimento é uma construção individual. Sendo assim, foram planejadas Unidades de Ensino Potencialmente Significativas, envolvendo o conteúdo de matrizes, nas quais, os alunos, poderiam explicitar, discutir e (re)construir seus conhecimentos em relação ao tema proposto. Os resultados confirmaram a importância de: identificar os conhecimentos prévios dos alunos para se valer deles e desenvolver os conteúdos; elaborar atividades potencialmente significativas que permitam ao aluno explicitar suas ideias, interagir com os colegas e com o professor, evoluindo progressivamente em um determinado campo conceitual.

Palavras-chave: Matemática. Matriz. Conhecimentos prévios. Aprendizagem Significativa. Metodologia.

Abstract

The objectives of this research paper are to propose, apply and seek evidence of meaningful learning in relation to the concepts involved in the Matrices conceptual field. Ausubel's Meaningful Learning Theory points out that there is a chance for meaningful learning when there is non-arbitrary and substantive interaction between new concepts (ideas, propositions, information, concepts, symbols) and previous knowledge (subsumers) that contribute to their differentiation, (re)elaboration and stability. Moreira (2005) complements this by calling attention to the fact that it is through critical meaningful learning that students will be capable of leading with changes, manage information, make use of technology and be protagonists of their learning by admitting that knowledge is an individual construction. This way, Potentially Meaningful Teaching Units were planned that involved the matrix contents in which students could explicit, discuss and (re)construct all their knowledge regarding the proposed theme. The results confirm how important it is to identify students' previous knowledge to make use of them and develop the contents; elaborate potentially meaningful activities that would allow students to explicit their ideas, interact with colleagues and with teachers, thus progressively evolving within a certain conceptual field.

Keywords: Mathematics. Matrix. Previous knowledge. Meaningful learning. Methodology.

Introdução

A Matemática evoluiu ao longo do tempo tendo como função: interpretar, equacionar e resolver os problemas do cotidiano. Porém, na escola, muitas vezes, deparamo-nos com situações adversas a esse histórico. Talvez porque deva ser importante que o professor conceba que o ensino e a aprendizagem de um conteúdo dentro desse componente curricular exigem uma contextualização, um significado e, efetivamente, a participação do aluno nas atividades propostas. Segundo Vasconcellos:

A forma de se compreender a aprendizagem do aluno depende da concepção que se tem da educação. Do ponto de vista epistemológico, grosso modo, podemos agrupar as diferentes manifestações da prática educativa em três grandes linhas: Inatista (resgate do conhecimento já existente no educando), Empirista (transferência do conhecimento do educador para o educando) e sócio interacionista (construção do conhecimento pelo educando a partir das relações que estabelece com o meio e com os outros sujeitos). (VASCONCELLOS, 2009, p.97).

Momentos de sala de aula que permitam a reflexão, a discussão e a explicitação das ideias relacionadas ao conteúdo em questão, têm uma melhor oportunidade de serem compreendidos, pois a aprendizagem do conteúdo está no significado que cada indivíduo atribui a ele.

As DCNEM (Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio) como orientações sobre as finalidades e objetivos do ensino de matemática no Brasil, procuram dar um norte, mas o problema é como fazer com que estas metas sejam alcançadas de forma efetiva.

No ensino médio, etapa final da escolaridade básica, a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional. Nessa etapa da escolaridade, portanto, a Matemática vai além de seu caráter instrumental, colocando-se como ciência com características próprias de investigação e de linguagem e com papel integrador importante junto às demais Ciências da Natureza. Enquanto ciência, sua dimensão histórica e sua estreita relação com a sociedade e a cultura em diferentes épocas ampliam e aprofundam o espaço de conhecimentos não só nesta disciplina, mas nas suas inter-relações com outras áreas do saber. As situações e os desafios que o jovem do ensino médio terá de enfrentar no âmbito escolar, no mundo do trabalho e no exercício da cidadania fazem parte de um processo complexo, no qual as informações são apenas parte de um todo articulado, marcado pela mobilização de conhecimentos e habilidades. Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (DCNEM, 2013, p.111).

Não menos importante, temos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para o ensino fundamental, exigência da Lei de Diretrizes e Bases (LDB) para a educação e do Plano Nacional de Educação (PNE) que têm como objetivos orientar e estabelecer uma sintonia entre os conteúdos a serem desenvolvidos no país, independente de local ou escola e a formação de professores.

O que parece é que há indícios de como se proceder, mas, efetivamente, essa ação de mudança não acontece. Os resultados dos índices de aprovação dos concursos vestibulares, os índices do ENEM e os índices medidos pelo IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) e SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), divulgados pelos órgãos competentes e pela mídia, neste componente curricular, continuam abaixo do esperado.

Nesse sentido, e preocupados com tais reflexões pensou-se, especificamente, em um determinado conteúdo de matemática, neste caso, o conteúdo de matrizes, para desenvolver-se uma

mudança na metodologia, privilegiando a participação dos alunos e momentos de reflexão. Optou-se pela construção de UEPS, Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (Moreira, 2016) fundamentadas na Aprendizagem Significativa, conforme proposta por Ausubel e aprimorada por Novak, Gowin, Moreira, entre os pesquisadores.

Segundo Moreira (2005), é importante considerar alguns princípios para facilitar a aprendizagem significativa, tais como, diversificar o uso de materiais educativos que permitam uma negociação de significados e considerem a aprendizagem como um processo dinâmico entre os novos conhecimentos e os conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva do aluno, permitindo a diferenciação progressiva e a formulação de perguntas ao invés de respostas.

Fundamentação Teórica

A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e colaboradores busca considerar aquilo que o aprendiz já sabe e orientá-lo de modo que consiga realizar conexões entre o novo conhecimento e os conhecimentos já assimilados pelo educando.

Ausubel, Novak e Gowin (1980) consideram que a finalidade do ensino é a aprendizagem pelo aluno e que ensino e aprendizagem coexistem. Consideram que é útil prestarmos atenção à relação recíproca que o ensino e a aprendizagem têm, ou seja a relação que inclui os objetivos do ensino, os efeitos do ensino e a avaliação do ensino. Conforme os autores:

[...] é útil voltar-nos para aqueles aspectos do ensino e aprendizagem que têm uma relação dupla. Esta relação recíproca inclui os objetivos, os efeitos e a avaliação de ensino. Desta forma, embora seja verdadeiro que ensino é logicamente diferente da aprendizagem e pode ser analisado independentemente daquilo que os alunos aprendem, qual seria a vantagem prática desta análise em separada? A facilitação da aprendizagem é a própria finalidade do ensino. O ato de ensinar não se encerra em si mesmo, pois a finalidade do ensino é a aprendizagem por parte do aluno; muito embora o insucesso na aprendizagem dos alunos não indique necessariamente a competência do professor, o produto da aprendizagem é ainda a única medida possível para se avaliar o mérito do ensino. (AUSUBEL, NOVAK e GOWIN, 1980, p. 12).

A partir do excerto, pode-se afirmar que, na aprendizagem significativa, o aluno consegue relacionar de forma não arbitrária e substantiva (não literal) uma nova informação com outras já existentes na sua estrutura cognitiva (os subsunçores) contribuindo para a sua diferenciação, estabilidade e, se necessário, modificando-os. Para Ausubel, Novak e Gowin:

A essência do processo de aprendizagem significativa é que as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno através de uma relação não arbitrária e substantiva (não literal). Uma relação não arbitrária e substantiva significa que as ideias são relacionadas a algum aspecto relevante existente na estrutura cognitiva do aluno, como por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição. A aprendizagem significativa pressupõe que o aluno manifeste uma disposição para a aprendizagem significativa – ou seja, uma disposição para relacionar, de forma não arbitrária e substantiva, o novo material à sua estrutura cognitiva – e que o material aprendido seja potencialmente significativo – principalmente incorporável à estrutura de conhecimento através de uma relação não arbitrária e não literal. (AUSUBEL, NOVAK e GOWIN, 1980, p. 34).

Destacam que os novos conceitos (imagens, símbolos, conceitos ou proposições) precisam relacionar-se com os conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aluno de maneira que contribuam para esclarecer, melhorar ou até rever aquilo que já está estabelecido. Só assim haverá a possibilidade de uma aprendizagem com significado e para que isso aconteça, deve haver uma disposição do aluno e um material que seja potencialmente significativo.

Fica claro que, além do aluno, o professor tem uma tarefa fundamental no desenrolar das atividades, seja ao elaborar esse material e orientar o aluno na realização das atividades, seja ao observar a realização das atividades, fazendo anotações e, se necessário, intervindo de modo a reorientar os alunos quanto às suas possíveis dúvidas.

O material, então, a ser elaborado, pelo professor em consonância com a teoria da aprendizagem significativa, deve respeitar no mínimo duas condições.

A primeira delas diz respeito:

- à natureza do conteúdo a ser aprendido, que deve ter significado lógico. Considera-se que a abordagem pedagógica de determinado conteúdo partirá de ideias mais simples até às mais complexas, além de estabelecer relações entre elas e poder relacionar-se de forma não arbitrária e substantiva às estruturas cognitivas já existentes. Ressalta-se que a maioria dos conteúdos trabalhados na escola possui essa característica.

Já a segunda característica do material a ser elaborado pelo professor refere-se:

- à natureza da estrutura cognitiva do aluno, que deve permitir, por meio de conceitos subsunçores (conhecimentos prévios), uma relação não arbitrária e substantiva entre o novo conhecimento e aquele que já existe.

É importante ressaltar que a aprendizagem significativa, dessa forma, requer um material potencialmente significativo (com significado lógico) e uma pré-disposição do aluno para a aprendizagem. Respeitadas estas duas condições, acredita-se no seu sucesso e na formação de um novo significado, que é chamado por Ausubel e colaboradores, de significado psicológico ou idiossincrático fenomenológico, muito particular de cada aluno (AUSUBEL, NOVAK e GOWIN, 1980).

Moreira (2005) enfatiza que a aprendizagem, dentro de uma óptica contemporânea, não pode se preocupar apenas em adquirir novos conhecimentos, mas é importante adquiri-los criticamente.

É através da aprendizagem significativa crítica que o aluno poderá fazer parte de sua cultura e, ao mesmo tempo, não ser subjugado por ela, por seus ritos, mitos e ideologias. É através dessa aprendizagem que ele poderá lidar construtivamente com a mudança sem deixar-se dominar por ela, manejar a informação sem sentir-se impotente frente a sua grande disponibilidade e velocidade de fluxo, usufruir e desenvolver a tecnologia sem tornar-se tecnófilo. Por meio dela, poderá trabalhar com a incerteza, a relatividade, a não-causalidade, a probabilidade, a não dicotomização das diferenças, com a ideia de que o conhecimento é construção (ou invenção) nossa, que apenas representamos o mundo e nunca o captamos diretamente. (MOREIRA, 2005, p.18).

Moreira (2005) sugere alguns princípios para facilitar a aprendizagem significativa crítica, a saber:

- considerar importante que haja uma negociação de significados entre o aluno e o professor, centrada na interação;
- diversificar o uso de materiais educativos, além do livro texto;
- considerar a aprendizagem como um processo dinâmico de interação, diferenciação e integração entre conhecimentos novos e pré-existentes, incentivando o aluno a não ser passivo durante o processo, mas argumentar, discutir, registrar e socializar seus conhecimentos;
- perceber que aprender uma disciplina (Biologia, Matemática, História, Física, Literatura, ...) é apropriar-se de sua linguagem, com seus símbolos, signos, palavras e proposições, considerando seus significados;
- considerar que o significado está nas pessoas e não nas palavras, as quais só poderão dá-lo para aquilo que está ao seu alcance ou se forem motivadas (organizadores prévios) a pensar sobre o assunto;
- considerar o erro como parte integrante do processo de aprendizagem e a sua superação como uma evolução no conhecimento de determinado conteúdo;

- considerar que o conhecimento não é algo permanente, linear, está em constante modificação e reestruturação e aprendemos corrigindo nossos erros;
- permitir o ato de desaprender para reestruturar algum conhecimento prévio que possa estar impedindo a aprendizagem ou porque, devido ao ambiente que está em constante transformação, há a necessidade de rever conceitos e estratégias para poder sobreviver;
- permitir e incentivar os questionamentos em sala de aula, percebendo que as perguntas movem a curiosidade e o conhecimento humano;
- diversificar as estratégias de ensino e aprendizagem.

A aprendizagem significativa crítica deve permitir que o aluno se torne autônomo e participe criticamente da sociedade em constante transformação, sentindo-se parte integrante e colaborando com os seus avanços.

Por uma questão de sobrevivência, é preciso mudar o foco da aprendizagem e do ensino que busca facilitá-la. Meu argumento, parafraseando Postman e Weingartner (1969) é que este foco deveria estar na aprendizagem significativa subversiva, ou crítica como me parece melhor, aquela que permitirá ao sujeito fazer parte de sua cultura e, ao mesmo tempo, estar fora dela, manejar a informação, criticamente, sem sentir-se imponente frente a ela; usufruir a tecnologia sem idolatrá-la; mudar sem ser dominado pela mudança; viver em uma economia de mercado sem deixar que este resolva sua vida; aceitar a globalização sem aceitar suas perversidades; conviver com a incerteza, a relatividade, a causalidade múltipla, a construção metafórica do conhecimento, a probabilidade das coisas, a não dicotomização das diferenças, a recursividade das representações mentais; rejeitar as verdades fixas, as certezas, as definições absolutas, as entidades isoladas. (MOREIRA, 2005, p. 39).

Neste sentido, Moreira (2005) também sugere que o professor, ao elaborar um material didático, considere dez princípios facilitadores de uma aprendizagem significativa crítica:

- levar em conta o conhecimento prévio do aluno, pois temos mais facilidade de aprender a partir do que já sabemos;
- incentivar o aluno a perguntar, valorizando a resposta;
- providenciar e utilizar diversos materiais educativos;
- considerar o erro do aluno não como forma de punição, mas incentivá-lo a corrigi-lo;
- permitir que o aluno protagonize o significado do que está aprendendo;
- considerar que o conhecimento é gradual, não linear, com rupturas e incertezas;
- ficar atento, pois, às vezes, o conhecimento prévio pode estar obliterando a aprendizagem;
- permitir que o aluno explicito o seu conhecimento pela linguagem oral e escrita;
- elaborar materiais potencialmente significativos que considerem as diversidades;
- ser um professor de “boca fechada”, ou seja, dar menos respostas e escutar mais os alunos.

Moreira (2005) criou as Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS), como uma proposta didática para alterar, pelo menos dentro do possível, o modelo de narrativa que costumamos ter em sala de aula e que já sabemos que não está produzindo aprendizagens.

As UEPS são sequências didáticas de ensino, teoricamente fundamentadas, voltadas para a aprendizagem significativa, elaboradas pelo professor, com tópicos específicos de conhecimentos a serem desenvolvidos. Seu objetivo é auxiliar a aprendizagem significativa por meio de atividades que permitam a explicitação de conhecimentos dos alunos para posterior análise e discussão.

A construção de uma UEPS, segundo Moreira (2005), envolve:

- Título: de acordo com o conteúdo/tópico a ser estudado;
- Objetivo: definir os objetivos a serem alcançados na UEPS;
- Filosofia: só há ensino se há aprendizagem e esta deve ser significativa;
- Marco teórico: a teoria da aprendizagem significativa na perspectiva original e com os aportes e seus elaboradores;

➤ Princípios:

- não esquecer que o conhecimento prévio é a variável que mais influencia a aprendizagem significativa;
- pensar, sentir e agir estão integrados no ser que aprende, quando a aprendizagem é significativa;
- o aluno deve estar interessado em aprender;
- organizadores prévios podem e devem ser utilizados, sempre que necessário;
- são as situações-problema que dão sentido ao conhecimento (Vergnaud, 1990) e elas são criadas para despertar a curiosidade do aluno;
- as situações-problema podem funcionar como organizadores prévios;
- as situações-problema devem ser propostas em um nível crescente de complexidade;
- diante de uma nova situação é importante criar um modelo mental, na memória de trabalho, análogo estruturalmente a essa situação (Johnson-Laird, 1983);
- não se esquecer de levar em conta, na organização do ensino, a diferenciação progressiva, a reconciliação integrativa e a consolidação (Ausubel);
- ao longo da aprendizagem, progressivamente, buscar evidências de que ela é significativa;
- o professor é organizador e mediador de situações-problema (Vergnaud; Gowin);
- considerar a linguagem e a interação social durante o processo de aprendizagem;
- existe uma relação triádica professor, aluno e materiais educativos (Gowin);
- essa relação poderá ser quádrica na medida em que o computador não for utilizado apenas como material educativo;
- a aprendizagem deve ser significativa e crítica (Moreira);
- a aprendizagem significativa crítica estimula a formulação de perguntas ao invés da memorização e o abandono das aulas narrativas em prol de aulas com materiais e estratégias diversificadas;

➤ Aspectos sequenciais:

- definir os assuntos a serem abordados e identificar objetivos a serem alcançados;
- criar momentos introdutórios (discussão, mapa conceitual, questionário, filme, história, texto, ...) de aprendizagem que permitam que o aluno externalize ou registre o seu conhecimento prévio sobre o assunto;
- considerar o conhecimento prévio demonstrado na atividade anterior e elaborar situações de aprendizagem que permitam que o aluno perceba uma relação entre os seus conhecimentos prévios e os novos conhecimentos;
- respeitando a diferenciação progressiva, propor outras atividades, relacionadas ao assunto, mas que continuem permitindo ao aluno explicitar seus conhecimentos;
- retomar os aspectos mais gerais daquilo que se vai ensinar e a partir deles, ressignificar os novos conhecimentos, evoluindo progressivamente para características mais específicas do conteúdo por meio de novas situações de aprendizagem;
- concluir as situações de aprendizagem, individualmente ou em grupo, definindo, anotando e retomando as características mais importantes e relevantes, integrando e buscando a reconciliação integrativa. Propor novas situações de aprendizagens em níveis de maior complexidade em relação às situações anteriores. É importante que se considerem também atividades que permitam a discussão em pequenos grupos e posterior discussão que envolva todos os alunos, sempre com a mediação do professor;
- a avaliação deve acontecer durante o processo de aprendizagem por meio de registros que possam dar evidências de uma aprendizagem de real significado;
- será importante considerar os aspectos individuais para a resolução de situações de aprendizagem, considerando o nível de interpretação e resolução conceitual e procedimental da mesma, bem como permitir avaliações colaborativas observando os mesmos itens;

- a avaliação permitirá também a validação das situações de aprendizagem;
 - é importante considerar que a mediação do professor pode acontecer a qualquer momento do processo como forma de esclarecer possíveis dúvidas;
 - a UEPS atingirá êxito se os alunos apresentarem evidências de uma aprendizagem de real significado, interpretando, resolvendo e aplicando os conhecimentos adquiridos de forma que demonstrem terem atingido um domínio desse conteúdo.
- Aspectos transversais:
- considerar atividades diferenciadas durante o processo e incentivar o questionamento em lugar das respostas prontas;
 - propor que os alunos formulem situações de aprendizagem em relação ao conteúdo em questão;
 - permitir momentos individuais e em grupo durante as situações de aprendizagem.

Considerando a fundamentação teórica elaboraram-se as atividades da pesquisa que se encontram descritas a seguir.

Metodologia da pesquisa

No intuito de investigar como uma metodologia fundamentada na TAS poderia contribuir para a construção e desenvolvimento de uma proposta de ensino com potencial de favorecer uma aprendizagem significativa no campo conceitual¹ das matrizes, optou-se por realizar uma investigação de abordagem qualitativa. Tal decisão baseia-se na ideia de que esta poderia auxiliar de uma forma mais adequada a compreender o fenômeno, suas variáveis e relações, seus participantes e o local da pesquisa, uma vez que esse ambiente era o mesmo, no qual a pesquisadora também era professora. Sendo assim, julgou-se ser a análise textual discursiva a opção mais apropriada para a construção e interpretação dos dados da pesquisa. Segundo Moraes e Galiazzi:

O processo da Análise Textual Discursiva tem fundamentos na fenomenologia e na hermenêutica. Valoriza os sujeitos em seus modos de expressão dos fenômenos. Centra sua procura em redes coletivas de significados construídos subjetivamente, os quais o pesquisador se desafia a compreender, descrever e interpretar. São processos hermenêuticos. (MORAES, GALIAZZI, 2007, p.169).

Era necessário observar, compreender, refletir sobre o ambiente de pesquisa no intuito de transformá-lo e promover melhorias no ensino e na aprendizagem de matrizes no segundo ano do ensino médio. A Análise Textual Discursiva valoriza a descrição e a interpretação do fenômeno, permitindo uma postura analítica do pesquisador. O pesquisador assume por meio dela, um desafio permanente de produzir sentidos, categorizar e reconstruir significados sobre os dados obtidos referente ao tema que investiga. Todo esse processo ocorre concomitante com a pesquisa, podendo assumir uma perspectiva transformadora da própria realidade que pesquisa. Categorizar, nesta metodologia, significa valorizar uma parte do todo para melhorar a compreensão do todo e, se necessário, intervir ao longo do processo. O pesquisador precisa estar disposto a desconstruir suas ideias e convicções para imergir no processo e dele extrair novos e originais conhecimentos sobre a pesquisa.

Ao analisar os dados e as informações coletadas, procedeu-se a uma categorização e a uma posterior produção de novas compreensões sobre o fenômeno em questão.

¹ Vergnaud parte da premissa de que o conhecimento está organizado em campos conceituais e estes, por sua vez, envolvem um conjunto de problemas, situações, conceitos, relações, conteúdos, operações e estruturas que estão relacionados e conectados uns aos outros.

Metodologia da prática pedagógica

Foram construídos e utilizados os seguintes instrumentos de coleta de dados durante a pesquisa, que se passa a listar:

- Um questionário inicial (Apêndice A) contendo três perguntas que envolviam quais as dificuldades que os alunos encontravam no ensino e na aprendizagem de conteúdos de Matemática, como costumavam resolver essas dificuldades e qual o significado que conseguiam dar ao conteúdo desenvolvido em sala de aula;
- Uma coleta dos conhecimentos prévios dos alunos em relação ao conteúdo de matrizes, por meio de uma UEPS, denominada UEPS 01, que continha perguntas sobre um quadro das eliminatórias da Copa do Mundo de 2018 permitindo que o aluno explicitasse seu conhecimento sobre linhas e colunas;
- Mais sete UEPS envolvendo os demais temas sobre matrizes. A UEPS 02 versou sobre a definição de matrizes, a UEPS 03, sobre adição e subtração de matrizes, a UEPS 04 (Apêndice B) tratou da multiplicação de matriz por matriz, a UEPS 05 também sobre a multiplicação de matriz por matriz, a UEPS 06 foi considerada um organizador prévio sobre determinantes e sistemas lineares, a UEPS 07 abordou o conteúdo sobre sistemas lineares de duas equações contendo duas incógnitas e a UEPS 08 abordou o conteúdo sobre sistemas lineares contendo três equações e três incógnitas;
- Um questionário final (Apêndice C) contendo três perguntas que envolviam o fato de termos alterado a metodologia de ensino nas aulas de Matemática, sobre como isso modificou ou não a sua aprendizagem e o significado do conteúdo em situações do cotidiano;
- Avaliações formais de ensino, totalizando seis momentos, sendo que três deles continham questões objetivas e subjetivas (permitindo a explicitação escrita dos procedimentos) e foram elaborados pela professora e os outros três no modelo PAS² (contendo apenas questões objetivas extraídas de concursos vestibulares e do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM). A avaliação 01 foi sobre a definição de matriz e a construção de matrizes de forma genérica, um PAS envolvendo o mesmo assunto, a avaliação 02 sobre as operações de adição, subtração, igualdade de matrizes, um PAS envolvendo o mesmo assunto, um PAS sobre a multiplicação de matriz por matriz e a avaliação 03 sobre resolução de sistemas lineares.

As atividades foram programadas e realizadas em duas turmas da segunda série do ensino médio de uma escola da rede particular de Novo Hamburgo, nas quais a primeira autora deste texto leciona a disciplina de Matemática. Foram 51 alunos envolvidos na pesquisa, divididos em turmas A e B. A turma A é composta de 28 alunos, sendo 14 meninos e 14 meninas, com cinco períodos de Matemática por semana; a turma B, com 23 alunos, sendo 09 meninos e 14 meninas, com quatro períodos de Matemática por semana. A escola oferece duas modalidades de matrícula para os responsáveis, uma modalidade em que o aluno pertence a uma turma de segunda série que tem 33 horas aulas semanais, com isto 5 horas aula de Matemática por semana (Turma A) e outra modalidade em que o aluno pertence a turma que tem 25 horas-aula por semana, com isso 4 horas-aula de Matemática por semana (Turma B). É importante considerar que, sendo turmas regulares de ensino, por vezes, nem todos os alunos estavam presentes e o fato de cargas horárias diferenciadas também provocou um ritmo de trabalho diferenciado em cada turma, mas que será descrito ao longo do texto.

² PAS - Projeto de Avaliação Sistemática – Avaliação individual, por série, aplicada uma vez por mês, de acordo com o calendário escolar, contendo cinco questões objetivas de cada componente curricular da respectiva série sobre o conteúdo desenvolvido nesse período.

A pesquisa em sala de aula, aconteceu de setembro a novembro de 2016, nos períodos destinados à disciplina de Matemática e respeitaram o conteúdo programático da série, bem como às atividades já incluídas no calendário escolar da escola.

Alguns dos motivos que nos levaram a trabalhar com essas turmas foram as dificuldades conceituais e procedimentais já evidenciadas durante o ano letivo em outros conteúdos programáticos e, conseqüentemente, com rendimentos abaixo do esperado (a média da escola é a nota 7,0); a exigência por parte da escola de melhorar os escores de resultados no ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio); o fato de a professora considerar ser possível se trabalhar uma matemática com maior atribuição de significados e que possa desenvolver o raciocínio do aluno, permitindo que ele não decore apenas regras sem sentido, mas venha a compreendê-las e aplicá-las.

As UEPS foram planejadas e aplicadas no intuito de favorecer o ensino e a aprendizagem do campo conceitual das matrizes, tendo como fundamentação teórica a TAS de Ausubel e colaboradores. O planejamento respeitou a evolução do conteúdo e consideramos importante que cada UEPS abordasse um determinado assunto específico do campo conceitual de matrizes e tivesse uma carga horária pertinente com o tempo necessário para ser concluída, em média quatro horas-aula. Procedendo dessa maneira poderíamos tabular e analisar os dados obtidos em cada UEPS, intervindo, se necessário, durante o processo. Também é importante dizer que todas as análises forneceram evidências positivas de uma aprendizagem de real significado no campo conceitual de matrizes, mas que devido à limitação do texto, optamos por descrever os resultados obtidos na aplicação da UEPS 04, que envolvia a multiplicação de matriz por matriz.

A descrição completa de todos os instrumentos de coleta de dados e os seus resultados encontram-se na tese (em fase de conclusão) da primeira autora desse artigo.

Resultados e discussão

A UEPS 04 (Apêndice B) foi planejada e aplicada com o objetivo de levar o aluno a compreender a definição de multiplicação de matriz por matriz, descobrindo quais são as condições para que isto aconteça e como se faz esta multiplicação.

A UEPS 04 tinha três problemas (I, II, e III) contextualizados. O problema I fazia menção aos pontos obtidos por quatro equipes de basquete em cada tipo de lance. A primeira pergunta sobre este problema solicitava que os alunos representassem, em formato matricial, desconsiderando as informações marginais, os dados contidos nas tabelas.

Na turma A, 100% dos alunos fizeram a representação corretamente das duas tabelas; na turma B, 83% dos alunos representaram corretamente as duas tabelas, conforme se demonstra nos quadros 1 e 2.

Quadro 1: Respostas dos alunos da turma A para a primeira pergunta do problema I da UEPS 04

Do ponto de vista matemático, ou seja, desconsiderando as informações marginais, qual a ordem (tamanho) de cada matriz apresentada acima?		
Resposta	Número de alunos	Percentual
Tabela A: 4x3 Tabela B: 3x1	25	100%
TOTAL	25	100%

Fonte: os autores

Quadro 2: Respostas dos alunos da turma B para a primeira pergunta do problema I da UEPS 04

Do ponto de vista matemático, ou seja, desconsiderando as informações marginais, qual a ordem (tamanho) de cada matriz apresentada acima?		
Resposta	Número de alunos	Percentual

Tabela A: 4x3 Tabela B: 3x1	19	83%
Tabela A: 4x3 Tabela B: 1x3	03	13%
Tabela A: 4x3 Sobre a outra matriz não fez referência	01	4%
TOTAL	23	100%

Fonte: os autores

Observa-se que três alunos da turma B ainda estavam invertendo de posição linhas por colunas sendo necessário chamar a atenção sobre este fato.

Em relação à segunda pergunta do primeiro problema, constata-se que, nas duas turmas, foi obtido um percentual de 100% de respostas corretas.

Quadro 3: Respostas dos alunos da turma A para a segunda pergunta do problema I da UEPS 04

Para saber a pontuação total de cada uma das equipes no campeonato, como você faria? Escreva o procedimento adotado:		
Resposta	Número de alunos	Percentual
Multiplicar os lances livres por 1, as cestas de dois pontos por dois e as cestas de três pontos por três. Somar estes valores conforme a linha de cada equipe. $\begin{pmatrix} 10 & 12 & 18 \\ 8 & 15 & 19 \\ 12 & 17 & 21 \\ 7 & 10 & 9 \end{pmatrix}_{4 \times 3} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}_{3 \times 1} = \begin{pmatrix} 88 \\ 95 \\ 109 \\ 54 \end{pmatrix}_{4 \times 1}$	25	100%
TOTAL	25	100%

Fonte: os autores

Quadro 4: Respostas dos alunos da turma B para a segunda pergunta do problema I da UEPS 04

Para saber a pontuação total de cada uma das equipes no campeonato, como você faria? Escreva o procedimento adotado:		
Resposta	Número de alunos	Percentual
Tem que fazer a primeira coluna vezes 1, a segunda vezes 2 e a terceira vezes 3. Depois somar os pontos por linha. $\begin{pmatrix} 10 & 12 & 18 \\ 8 & 15 & 19 \\ 12 & 17 & 21 \\ 7 & 10 & 9 \end{pmatrix}_{4 \times 3} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}_{3 \times 1} = \begin{pmatrix} 88 \\ 95 \\ 109 \\ 54 \end{pmatrix}_{4 \times 1}$	23	100%
TOTAL	23	100%

Fonte: os autores

Alguns deles explicaram exatamente o que fizeram, conforme demonstra a figura abaixo.

Disciplina: Matemática Professor: Ms. Marjúnia Edita Zimmer Klein

ATIVIDADE 04

Tarefas:
I) Situação problema I:
 Observe as tabelas abaixo e responda o que se pede:
 A primeira tabela mostra o número de cestas de cada tipo convertidas por quatro equipes que disputaram um campeonato:

Equipe	Lance Livre	Cesta de dois pontos	Cesta de três pontos
A	10	12	18
B	8	15	19
C	12	17	21
D	7	10	9

E a segunda tabela mostra, de acordo com as regras do basquetebol, que há uma determinada pontuação para cada bola encestanda. Uma cesta de lance livre (cobranças de infrações) vale 1 ponto, uma bola encestanda a uma distância igual ou inferior a 6,25 m do cesto (área dos dois pontos) vale 2 pontos e uma bola encestanda a uma distância superior a 6,25m do cesto (área dos três pontos) vale 3 pontos> Essa informações podem ser organizadas numa tabela:

Tipo de cesta	Pontos obtidos
Lance livre	1
Cesta da área de dois pontos	2
Cesta da área de três pontos	3

Responda:
 1) Do ponto de vista matemático, ou seja, desconsiderando as informações marginais, qual a ordem (tamanho) de cada matriz apresentada acima?

$1^a = 4 \times 3$
 $2^a = 3 \times 1$

2) Para saber a pontuação total de cada uma das equipes no campeonato, como você faria? Escreva o procedimento adotado:

Time A: $(10 \times 1 = 10) + (12 \times 2 = 24) + (18 \times 3 = 54) = 88$
 Time B: $(8 \times 1 = 8) + (15 \times 2 = 30) + (19 \times 3 = 57) = 95$
 Time C: $(12 \times 1 = 12) + (17 \times 2 = 34) + (21 \times 3 = 63) = 109$
 Time D: $(7 \times 1 = 7) + (10 \times 2 = 20) + (9 \times 3 = 27) = 54$

266

$$\begin{pmatrix} 10 & 12 & 18 \\ 8 & 15 & 19 \\ 12 & 17 & 21 \\ 7 & 10 & 9 \end{pmatrix}_{4 \times 3} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}_{3 \times 1}$$

Figura 1: Respostas de um aluno para a UEPS 04, explicando o procedimento que deu origem a matriz produto.

Fonte: os autores

O problema II referia-se a um empresário que, querendo saber onde seria mais barato efetuar as compras de alguns produtos para dois orfanatos, fez uma consulta de preços e os alunos diante das duas tabelas deveriam calcular os valores de cada produto em cada supermercado e responder à pergunta de qual supermercado seria mais barato comprar.

Na turma A, obtiveram-se as seguintes respostas à primeira pergunta.

Quadro 5: Respostas dos alunos da turma A para a primeira pergunta do problema II da UEPS 04

Do ponto de vista matemático, ou seja, desconsiderando as informações marginais, qual a ordem (tamanho) de cada matriz apresentada acima?		
Resposta	Número de alunos	Percentual
Tabela A: 2x4 Tabela B: 4x2	25	100%
TOTAL	25	100%

Fonte: os autores

Na turma B:

Quadro 6: Respostas dos alunos da turma B para a primeira pergunta do problema II da UEPS 04

Do ponto de vista matemático, ou seja, desconsiderando as informações marginais, qual a ordem (tamanho) de cada matriz apresentada acima?		
Resposta	Número de alunos	Percentual
Tabela A: 2x4 Tabela B: 4x2	22	96%
Tabela A: 2x4 Tabela B: 2x4	01	4%
TOTAL	23	100%

Fonte: os autores

Trata-se, portanto, de resultados muito satisfatórios para as atividades até o momento.

Na sequência, apresenta-se a segunda pergunta do problema II. A partir dela, observa-se que, como esse problema continha mais informações, surgiram outras formas de registros para encontrar a solução à pergunta feita, conforme se demonstra no Quadro 7.

Quadro 7: Respostas dos alunos da turma A para a segunda pergunta do problema II da UEPS 04

Para saber o gasto mensal desse empresário, por orfanato, supondo que todos os produtos sejam adquiridos no mesmo estabelecimento como você faria? Escreva o procedimento adotado.		
Resposta	Nº de alunos	Percentual
Multiplicando a quantidade de quilos necessários pelo seu valor por quilo. Após, somaria os valores de todos os produtos na mesma coluna, mesmo supermercado, fazendo separadamente para cada supermercado. $\begin{pmatrix} 25 & 20 & 30 & 32 \\ 28 & 24 & 35 & 38 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3,50 & 3,50 \\ 7,50 & 8,00 \\ 20,00 & 25,00 \\ 4,50 & 4,00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 981,5 & 1125,5 \\ 1149,00 & \dots 1317,00 \end{pmatrix}$	22	88%
A + B no supermercado X → 981,50 + 1149,50 = 2130,50 e A + B no supermercado Y → 1125,50 + 1317,00 = 2442,50	03	12%
TOTAL	25	100%

Fonte: os autores

Ao analisarem as respostas dos alunos da turma A, percebe-se que, sem nenhuma definição de como multiplicar as matrizes entre si, todos fizeram a multiplicação da forma correta, mas três alunos registraram-na de forma diferenciada, somando todos os valores de todos os produtos que o orfanato A e o orfanato B gastaria no supermercado X, o que não está errado, apenas é uma forma diferente de interpretar o problema, onde o valor de cada produto em cada supermercado não aparece discriminado, mas apenas o total gasto.

As figuras 2 e 3 registram o que foi descrito.

II) Situação problema II:
Um empresário oferece mensalmente alimentos para dois orfanatos, conforme a tabela abaixo.

Orfanato	Arroz (kg)	Feijão (Kg)	Carne (kg)	Batata (kg)
A	25	20	30	32
B	28	24	35	38

O empresário faz a cotação de preços em dois supermercados. A cotação atual encontra-se abaixo.

Produto (kg)	Supermercado X	Supermercado Y
Arroz	3,50	3,50
Feijão	7,50	8,00
Carne	20,00	25,00
Batata	4,50	4,00

Responda:

1) Do ponto de vista matemático, ou seja, desconsiderando as informações marginais, qual a ordem (tamanho) de cada matriz apresentada acima?

Matriz 1: 2×4
Matriz 2: 4×2

2) Para saber o gasto mensal desse empresário, por orfanato, supondo que todos os produtos sejam adquiridos no mesmo estabelecimento como você faria? Escreva o procedimento adotado.

Orfanato A no Supermercado X:
 $\hookrightarrow (25 \cdot 3,5) + (20 \cdot 7,5) + (30 \cdot 20) + (32 \cdot 4,5) = 984,50 \text{ €}$

Orfanato A no Supermercado Y:
 $\hookrightarrow (25 \cdot 3,5) + (20 \cdot 8) + (30 \cdot 25) + (32 \cdot 4) = 1125,50 \text{ €}$

Orfanato B no Supermercado X:
 $\hookrightarrow (28 \cdot 3,5) + (24 \cdot 7,5) + (35 \cdot 20) + (38 \cdot 4,5) = 1149,00 \text{ €}$

Orfanato B no Supermercado Y:
 $\hookrightarrow (28 \cdot 3,5) + (24 \cdot 8) + (35 \cdot 25) + (38 \cdot 4) = 1317,00 \text{ €}$

	X	Y
A	984	1125
B	1149	1317

Figura 2: Respostas de um aluno que fez a questão corretamente
Fonte: os autores

II) Situação problema II:
 Um empresário oferece mensalmente alimentos para dois orfanatos, conforme a tabela abaixo.

Orfanato	Arroz (kg)	Feijão (Kg)	Carne (kg)	Batata (kg)
A	25	20	30	32
B	28	24	35	38

O empresário faz a cotação de preços em dois supermercados. A cotação atual encontra-se abaixo.

Produto (kg)	Supermercado X	Supermercado Y
Arroz	3,50	3,50
Feijão	7,50	8,00
Carne	20,00	25,00
Batata	4,50	4,00

Responda:

- Do ponto de vista matemático, ou seja, desconsiderando as informações marginais, qual a ordem (tamanho) de cada matriz apresentada acima?

$1^a = 2 \times 4$
 $2^a = 4 \times 4$

- Para saber o gasto mensal desse empresário, por orfanato, supondo que todos os produtos sejam adquiridos no mesmo estabelecimento como você faria? Escreva o procedimento adotado.

$1^a: \begin{pmatrix} 25 & 20 & 30 & 32 \\ 28 & 24 & 35 & 38 \end{pmatrix} \quad 2^a: \begin{pmatrix} 3,5 & 3,5 \\ 7,5 & 8 \\ 20 & 25 \\ 4,5 & 4 \end{pmatrix}$

$A+B$ no X =

A → $87,5 + 150 + 600 + 144$
 B → $98 + 180 + 700 + 171$ } → 2.130,5

$A+B$ no Y =

A → $87,5 + 160 + 750 + 128$
 B → $98 + 192 + 875 + 152$ } → 2.442,5

Figura 3: Respostas de uma aluna que somou todos os gastos.
 Fonte: os autores

Já na turma B, foram obtidas as seguintes respostas, demonstradas por meio do Quadro 8.

Quadro 8: Respostas dos alunos da turma B para a segunda pergunta do problema II da UEPS 04

Para saber o gasto mensal desse empresário, por orfanato, supondo que todos os produtos sejam adquiridos no mesmo estabelecimento como você faria? Escreva o procedimento adotado.		
Resposta	Nº de alunos	Percentual
Eu faria cada produto vezes o seu preço de um determinado mercado. $\begin{pmatrix} 25 & 20 & 30 & 32 \\ 28 & 24 & 35 & 38 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3,50 & 3,50 \\ 7,50 & 8,00 \\ 20,00 & 25,00 \\ 4,50 & 4,00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 981,5 & 1125,5 \\ 1149,00 & \dots 1317,00 \end{pmatrix}$	20	88%
$\begin{pmatrix} 981,5 \\ 1125,50 \\ 1149,00 \\ 1317,00 \end{pmatrix}$	02	8%
$\begin{pmatrix} 1317,00 \\ 1149,00 \\ 1125,50 \\ 981,50 \end{pmatrix}$	01	4%
TOTAL	23	100%

Fonte: os autores

É muito interessante observar que o registro dos alunos apresenta formas diferentes de indicar a multiplicação de matriz por matriz. Esses registros fazem refletir que, se isso não fosse permitido, talvez eles, simplesmente, copiaríamos do quadro as respostas, sem pensar no que estavam fazendo. Assim, tiveram a oportunidade de explicitar seus conhecimentos e discuti-los.

Na turma B três alunos não viram nenhum problema em registrar os resultados obtidos sem discriminá-los, apenas somando-os e colocando-os em colunas, inclusive um deles fez a ordem da coluna exatamente o contrário do outro. Segundo Vergnaud:

Em geral, os alunos não são capazes de explicar ou mesmo expressar em linguagem natural seus teoremas e conceitos-em-ação. Na abordagem de uma situação, os dados a serem trabalhados e a sequência de cálculos a serem feitos dependem de teoremas-em-ação e da identificação de diferentes tipos de elementos pertinentes. A maioria desses conceitos e teoremas-em-ação permanecem totalmente implícitos, mas eles podem também ser explícitos ou tornarem-se explícitos e aí entra o ensino: ajudar o aluno a construir conceitos e teoremas explícitos e cientificamente aceitos, a partir do conhecimento implícito. É nesse sentido que conceito-em-ação e teoremas-em-ação podem, progressivamente, tornarem-se verdadeiros conceitos e teoremas científicos, mas isso pode levar muito tempo. (VERGNAUD apud MOREIRA, 2004, p. 17).

Antes de analisar o problema III desta UEPS 04, é importante dizer que na turma B este problema não foi aplicado, pois houve uma situação envolvendo a carga horária. O tema do problema III era sobre uma editora que pretendia publicar uma coleção dois livros em três volumes. O problema continha duas tabelas, uma delas informando sobre a quantidade de exemplares de cada livro em cada volume e a outra sobre o preço de custo e o preço de venda de cada livro. Quando solicitados a responder cinco perguntas sobre o problema, 100% dos alunos acertaram as três primeiras perguntas. Isso é demonstrado nos Quadros 9, 10 e 11.

Quadro 9: Respostas dos alunos da turma A para a primeira pergunta do problema III da UEPS 04

Do ponto de vista matemático, ou seja, desconsiderando as informações marginais, qual a ordem (tamanho) de cada matriz apresentada acima?		
Resposta	Número de alunos	Percentual
Tabela A: 4x2 Tabela B: 2x2	25	100%
TOTAL	25	100%

Fonte: os autores

Quadro 10: Respostas dos alunos da turma A para a segunda pergunta do problema III da UEPS 04

Quais os valores totais de custo e venda para cada volume dos dois temas escolhidos?		
Resposta	Número de alunos	Percentual
$\begin{pmatrix} 200 & 250 \\ 220 & 230 \\ 260 & 240 \\ 300 & 310 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 32 & 40 \\ 33 & 43 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14650 & 18750 \\ 14630 & 13690 \\ 16240 & 20720 \\ 19830 & 25330 \end{pmatrix}$	25	100%
TOTAL	25	100%

Fonte: os autores

Quadro 11: Respostas dos alunos da turma A para a terceira pergunta do problema III da UEPS 04

Supondo que todos os livros lançados do volume 1 fossem vendidos para os dois temas, qual é o lucro obtido pela editora?		
Resposta	Número de alunos	Percentual
R\$ 4 100,00	25	100%
TOTAL	25	100%

Fonte: os autores

Em relação à quarta pergunta, quando se começou a propor questões mais desafiadoras, percebeu-se que os registros, começaram a se diferenciar, provavelmente devido à interpretação dessas questões. É o que se pode observar a partir dos dados contidos nos quadros a seguir.

Quadro 12: Respostas dos alunos da turma A para a quarta pergunta do problema III da UEPS 04

Supondo que todos os livros lançados do volume 2 fossem vendidos para os dois temas, qual é o lucro obtido pela editora?		
Resposta	Número de alunos	Percentual
R\$ 4 060,00	24	100%
R\$ 4 460,00	01	4%
TOTAL	25	100%

Fonte: os autores

Em relação à quinta pergunta, exigiu-se um pouco mais de interpretação e observou-se que, em aumentando o número de exigências, o número de registros diferentes também aumentou.

Quadro 13: Respostas dos alunos da turma A para a quinta pergunta do problema III da UEPS 04

Supondo que todos os livros lançados do volume 2 fossem vendidos para os dois temas, qual é o lucro obtido pela editora?		
--	--	--

Resposta	Número de alunos	Percentual
R\$ 4 480,00	22	88%
R\$ 4 472,00	01	4%
R\$ 5 180,00	01	4%
R\$ 3 680,00	01	4%
TOTAL	25	100%

Fonte: os autores

O aumento de informações nos problemas propostos torna a resposta cada vez mais peculiar. Isso, para alguns alunos, interfere na resposta, talvez pela dificuldade de interpretação ou pela falta de atenção, aumentando o número de registros diferentes, todavia ainda não interferindo no percentual de maneira significativa.

Convém destacar que os alunos, em duplas, tiveram tempo para realizar as tarefas desta UEPS 04 e depois discutiram-se as respostas no quadro em conjunto com a professora. No item que solicitava uma conclusão para que a multiplicação de matriz por matriz pudesse acontecer, a maioria dos alunos percebeu que o número de colunas da primeira matriz deveria ser igual ao número de linhas da segunda matriz. Porém, não estando satisfeitos com os resultados, foi aplicada mais uma UEPS, a UEPS 05, ainda sobre o tema de multiplicação de matriz por matriz. Isto se deveu ao fato de que tivemos o sentimento que alguns dos alunos precisavam de mais exemplos para poderem acompanhar os demais e confirmarem suas conclusões a respeito da condição para que a multiplicação de matriz por matriz aconteça. Na sequência, foram realizados exercícios do livro texto e outros elaborados pela professora envolvendo questões de ENEM e de vestibulares, as avaliações formais e o PAS.

Considerações finais

Pelo que foi exposto e por todo o envolvimento dos alunos e da professora pesquisadora é possível afirmar que uma metodologia baseada na Teoria da Aprendizagem Significativa e que utiliza um material potencialmente significativo tem condições de produzir sensíveis mudanças no processo de ensino e de aprendizagem de matrizes, fazendo do aluno um indivíduo que participa do processo, explicita, discute e socializa as suas ideias. A coleta de dados após a realização de cada uma das UEPS e a sua análise confirmou esse fato. Mais especificamente, sobre a UEPS 04, cujo objetivo era o de definir como e quais são as condições para que aconteça a multiplicação de matriz por matriz, percebemos que os alunos construíram as matrizes corretamente e responderam aos questionamentos propostos sem maiores dificuldades, obtendo um alto percentual de acertos. Na descrição da condição de multiplicação de matriz por matriz os alunos perceberam, sem grandes dificuldades, que os dados de cada uma das linhas da primeira matriz estavam sendo relacionados com os dados de cada uma das colunas da segunda matriz e registraram esse fato, utilizando diversas maneiras, mas com significado. Após a aplicação da UEPS 04, na resolução dos exercícios do livro texto, na resolução das questões de ENEM e de vestibulares e nas respostas dadas nas avaliações individuais, os alunos tiveram oportunidades de explicitar, discutir, registrar e aplicar seus conhecimentos sobre o conteúdo de multiplicação de matriz por matriz em situações semelhantes e, em todas as atividades propostas, a análise dos resultados demonstrou evidências de uma aprendizagem de real significado.

A metodologia também permitiu que o aluno reelaborasse os seus conhecimentos prévios e incrementasse à sua bagagem cognitiva novos conhecimentos.

Acreditamos que todo esse processo contribuiu para a formação de um aluno mais crítico, criativo e autônomo, enriquecendo o seu crescimento pessoal e daqueles que convivem com ele. Consideramos que esse aluno estará melhor preparado para uma sociedade em constantes mudanças, que exige cada vez mais habilidades e competências para a tomada de decisões.

Afirmar que Aprendizagem Significativa pode modificar a aprendizagem é poder considerar que se o aluno encontra o significado para o que está aprendendo, aumenta as possibilidades de (re)construir o seu conhecimento.

Referências

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. *Psicologia Educacional*. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980. 625p.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO – MEC, 2013. *Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM)*. Acesso em 10 de agosto, 2016, <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO – MEC, 2018. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Acesso em 15 de março, 2018, <http://basenacionalcomumcurricular.mec.gov.br>

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO – MEC, 2018. *Plano Nacional de Educação (PNE)*. Acesso em 15 de março, 2018, <http://pne.mec.gov.br>

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. *Análise Textual Discursiva*. Ijuí. Unijuí. 2007. 224p.

MOREIRA, M. A. *Aprendizagem Significativa Crítica*. Porto Alegre. 2005. 47p.

MOREIRA, M. A. *Unidades de Ensino Potencialmente Significativas – UEPS*. Acesso em 10 de agosto, 2016, www.if.ufrgs/~moreira. p.2

MOREIRA, M. A. ; MASINI, E. F. S. *Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos*. São Paulo, 2016. Vetor. 2008. 295p.

MOREIRA, M. A. *A Teoria dos Campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a investigação nesta área*. Porto Alegre: Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2004. 107p.

VASCONCELLOS, Celso dos Santos. *Currículo: A atividade Humana como princípio educativo*. São Paulo: Libertad, 2009. 259p.

APÊNDICES

Apêndice A – Questionário inicial



PPG EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E DA SAÚDE

Aluna: Marjunia Édita Zimmer Klein, aluna do Doutorado (2015/1)

Título: “O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATRIZES TENDO COMO FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA A TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE AUSUBEL”

Questões para a entrevista preliminar:

Objetivo: Identificar se o aluno considera ter dificuldades em Matemática e consegue identificá-las.

Data: ____/____/2016

1. Você considera que possui dificuldades em Matemática?

() Sim

Você consegue exemplificar essas dificuldades e em que momentos elas acontecem?

Como você costuma resolver as suas dificuldades em Matemática?

() Não

Por quê?

Você consegue dar significado ao conteúdo desenvolvido em aula, por exemplo, aplicando-o em alguma situação do cotidiano?

Obs.:

Apêndice B - UEPS 04

PROPOSTA DE UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVO (UEPS) PARA O ENSINO DE MATRIZES – UEPS 04

Objetivo: Definir a multiplicação de matriz por matriz

Sequência:

1. Situação-problema inicial: os alunos receberão individualmente uma folha (ver abaixo) com situações problemas para serem resolvidas em duplas.



Instituição Evangélica de Novo Hamburgo
Centro Sinodal de Ensino Médio de Novo Hamburgo
Unidade Fundação Evangélica - Ensino Médio

Nome: _____ Nº: _____ Série/Turma: _____ Data: __/__/____

Disciplina: Matemática

Professor: Ms. Marjúnia Edita Zimmer Klein

ATIVIDADE 04

Tarefas:

I) Situação-problema I:

Observe as tabelas abaixo e responda o que se pede:

A primeira tabela mostra o número de cestas de cada tipo convertidas por quatro equipes que disputaram um campeonato:

Equipe	Lance Livre	Cesta de dois pontos	Cesta de três pontos
A	10	12	18
B	8	15	19
C	12	17	21
D	7	10	9

E a segunda tabela mostra, de acordo com as regras do basquetebol, que há uma determinada pontuação para cada bola encestanda. Uma cesta de lance livre (cobranças de infrações) vale 1 ponto, uma bola encestanda a uma distância igual ou inferior a 6,25 m do cesto (área dos dois pontos) vale 2 pontos e uma bola encestanda a uma distância superior a 6,25m do cesto (área dos três pontos) vale 3 pontos. Essas informações podem ser organizadas numa tabela:

Tipo de cesta	Pontos obtidos
Lance livre	1
Cesta da área de dois pontos	2
Cesta da área de três pontos	3

Fonte: Matemática, 2ª série: ensino médio/ Felipe Fujita [et al.], São Paulo. 1ª ed. Edições SM. 2009. (Coleção ser protagonista).

Responda:

1) Do ponto de vista matemático, ou seja, desconsiderando as informações marginais, qual a ordem (tamanho) de cada matriz apresentada acima?

2) Para saber a pontuação total de cada uma das equipes no campeonato, como você faria? Escreva o procedimento adotado:

II) Situação-problema II:

Um empresário oferece mensalmente alimentos para dois orfanatos, conforme a tabela abaixo.

Orfanato	Arroz (kg)	Feijão (Kg)	Carne (kg)	Batata (kg)
A	25	20	30	32
B	28	24	35	38

O empresário faz a cotação de preços em dois supermercados. A cotação atual encontra-se abaixo.

Produto (kg)	Supermercado X	Supermercado Y
Arroz	3,50	3,50
Feijão	7,50	8,00
Carne	20,00	25,00
Batata	4,50	4,00

Fonte: Matemática Fundamental: uma nova abordagem. Volume unico/ José Ruy Giovanni, José Ruy Giovanni Jr, José Roberto Bonjorno. São Paulo. 2ª ed. FTD. 2011.

Responda:

1) Do ponto de vista matemático, ou seja, desconsiderando as informações marginais, qual a ordem (tamanho) de cada matriz apresentada acima?

2) Para saber o gasto mensal desse empresário, por orfanato, supondo que todos os produtos sejam adquiridos no mesmo estabelecimento como você faria? Escreva o procedimento adotado.

III) Situação-problema III:

Uma editora pretende publicar uma coleção de livros de História do Brasil e História Geral em duas versões: Volumes 1,2,3 e único. A primeira tabela mostra a quantidade de cada volume a ser lançada.

Quantidade de exemplares (em milhares de unidades)

Volume	História do Brasil	História Geral
1	200	250
2	220	230
3	260	240
Único	300	310

A segunda tabela mostra o preço de custo e o preço de venda de cada um dos exemplares.

Preço por exemplar (em reais)

Tema	Custo(R\$)	Venda (R\$)
História do Brasil	32,00	40,00
História Geral	33,00	43,00

Fonte: Matemática, 2ª série: ensino médio/ Felipe Fujita [et al.], São Paulo. 1ª ed. Edições SM. 2009. (Coleção ser protagonista).

Responda:

1) Do ponto de vista matemático, ou seja, desconsiderando as informações marginais, qual a ordem (tamanho) de cada matriz apresentada acima?

2) Quais os valores totais de custo e venda para cada volume dos dois temas escolhidos?

3) Supondo que todos os livros lançados do volume 1 fossem vendidos para os dois temas, qual é o lucro obtido pela editora?

4) Supondo que todos os livros lançados do volume 2 fossem vendidos para os dois temas, qual é o lucro obtido pela editora?

5) Supondo que todos os livros lançados do volume 3 fossem vendidos para os dois temas, qual é o lucro obtido pela editora?

2. Discussão: Permitir que algumas duplas externalizem as respostas para que o grupo de sala de aula possa discutir e observar as diferenças, se houver.

3. Conclusão: Anotar algumas observações quanto às tabelas respostas e verificar como podemos multiplicar uma matriz por outra matriz, questionando se existe uma condição para que a soma/subtração aconteça.

4. Avaliação: Diagnóstico analítico, pela professora, sobre as evidências que envolvem a multiplicação de matriz por matriz, que percebeu ou não, ao longo das tarefas e no grupo.
5. Número de horas-aula destinadas para a atividade: 04 h/a

Apêndice C – Questionário final



PPG EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E DA SAÚDE

Aluna: Marjunia Édita Zimmer Klein, aluna do Doutorado (2015/1)

Questões para o questionário final

Objetivo: Identificar as percepções do aluno devido à mudança de metodologia no ensino e na aprendizagem de matrizes.

Data: ____/____/____

Turma: _____

1. Você observou que alteramos a metodologia de ensino nas aulas de Matemática durante este terceiro trimestre. Você considera que esta alteração na metodologia auxiliou na sua aprendizagem em Matemática?
 - 1.1. Se você marcou sim, você consegue exemplificar?
 2. Você consegue dar significado ao conteúdo desenvolvido em aula, por exemplo, aplicando-o em alguma situação do cotidiano?