

Um passeio aleatório pelo universo

Marco Aymone

20/08/2007

Conceitos Básicos

- Independência:

Conceitos Básicos

- Independência: Eventos A e B são independentes se

$$\mathbb{P}(A \& B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$

Conceitos Básicos

- Independência: Eventos A e B são independentes se

$$\mathbb{P}(A \& B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$

- Probabilidade Condicional:

Conceitos Básicos

- Independência: Eventos A e B são independentes se

$$\mathbb{P}(A \& B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$$

- Probabilidade Condicional:

$$\mathbb{P}(A \text{ ocorrer dado que } B \text{ ocorreu}) = \frac{\mathbb{P}(A \& B)}{\mathbb{P}(B)}$$

Hipóteses

Hipóteses

- Assuma universo infinito !

Hipóteses

- Assuma universo infinito !
- Assuma que para qualquer planeta:

$$\mathbb{P}(\text{planeta ser parecido com a terra}) = p > 0$$

Hipóteses

- Assuma universo infinito !
- Assuma que para qualquer planeta:

$$\mathbb{P}(\text{planeta ser parecido com a terra}) = p > 0$$

- Assuma que contar planetas é um processo de Poisson com parâmetro λ , isto é:

Hipóteses

- Assuma universo infinito !
- Assuma que para qualquer planeta:

$$\mathbb{P}(\text{planeta ser parecido com a terra}) = p > 0$$

- Assuma que contar planetas é um processo de Poisson com parâmetro λ , isto é:
 1. A densidade planetária λ é "mais ou menos"periódica ;

Hipóteses

- Assuma universo infinito !
- Assuma que para qualquer planeta:

$$\mathbb{P}(\text{planeta ser parecido com a terra}) = p > 0$$

- Assuma que contar planetas é um processo de Poisson com parâmetro λ , isto é:
 1. A densidade planetária λ é "mais ou menos"periódica ;
 2. A probabilidade de achar k planetas numa região de volume V depende somente de V ;

Hipóteses

- Assuma universo infinito !
- Assuma que para qualquer planeta:

$$\mathbb{P}(\text{planeta ser parecido com a terra}) = p > 0$$

- Assuma que contar planetas é um processo de Poisson com parâmetro λ , isto é:
 1. A densidade planetária λ é "mais ou menos"periódica ;
 2. A probabilidade de achar k planetas numa região de volume V depende somente de V ;
 3. O número de planetas contados em regiões disjuntas do espaço são independentes;

Hipóteses

- Assuma universo infinito !
- Assuma que para qualquer planeta:

$$\mathbb{P}(\text{planeta ser parecido com a terra}) = p > 0$$

- Assuma que contar planetas é um processo de Poisson com parâmetro λ , isto é:
 1. A densidade planetária λ é "mais ou menos"periódica ;
 2. A probabilidade de achar k planetas numa região de volume V depende somente de V ;
 3. O número de planetas contados em regiões disjuntas do espaço são independentes;
 4. Dois planetas nunca estão muito próximos;

Hipóteses

- Assuma universo infinito !
- Assuma que para qualquer planeta:

$$\mathbb{P}(\text{planeta ser parecido com a terra}) = p > 0$$

- Assuma que contar planetas é um processo de Poisson com parâmetro λ , isto é:
 1. A densidade planetária λ é "mais ou menos"periódica ;
 2. A probabilidade de achar k planetas numa região de volume V depende somente de V ;
 3. O número de planetas contados em regiões disjuntas do espaço são independentes;
 4. Dois planetas nunca estão muito próximos;

Conclusão :

Hipóteses

- Assuma universo infinito !
- Assuma que para qualquer planeta:

$$\mathbb{P}(\text{planeta ser parecido com a terra}) = p > 0$$

- Assuma que contar planetas é um processo de Poisson com parâmetro λ , isto é:
 1. A densidade planetária λ é "mais ou menos"periódica ;
 2. A probabilidade de achar k planetas numa região de volume V depende somente de V ;
 3. O número de planetas contados em regiões disjuntas do espaço são independentes;
 4. Dois planetas nunca estão muito próximos;

Conclusão :

$$\mathbb{P}(\text{Achar } k \text{ planetas numa região de vol. } V) = \frac{(\lambda V)^k}{k!} e^{-\lambda V}$$

Afirmação

Existem infinitos planetas parecidos com o nosso !

Prova

Lemma de Borel-cantelli

Assuma A_1, A_2, \dots eventos independentes.

Prova

Lemma de Borel-cantelli

Assuma A_1, A_2, \dots eventos independentes.

Se

$$\sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_i) = \infty$$

Prova

Lemma de Borel-cantelli

Assuma A_1, A_2, \dots eventos independentes.

Se

$$\sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_i) = \infty$$

então com probabilidade 1 ocorre alguma subsequência infinita dos A'_i s.

- Para garantir independência de nossos eventos,

- Para garantir independência de nossos eventos, tome regiões disjuntas R_j do espaço de volume V e muito longe uma das outras;

- Para garantir independência de nossos eventos, tome regiões disjuntas R_j do espaço de volume V e muito longe uma das outras;
- Chame de A_j o evento: "existe pelo menos um planeta em R_j e ele é parecido com a terra";

- Para garantir independência de nossos eventos, tome regiões disjuntas R_j do espaço de volume V e muito longe uma das outras;
- Chame de A_j o evento: "existe pelo menos um planeta em R_j e ele é parecido com a terra";
- Então

$$\mathbb{P}(A_j) = (1 - e^{-\lambda V})p$$

- Para garantir independência de nossos eventos, tome regiões disjuntas R_j do espaço de volume V e muito longe uma das outras;
- Chame de A_j o evento: "existe pelo menos um planeta em R_j e ele é parecido com a terra";
- Então

$$\mathbb{P}(A_j) = (1 - e^{-\lambda V})p$$

- Usando o Lemma de Borel-Cantelli:

- Para garantir independência de nossos eventos, tome regiões disjuntas R_j do espaço de volume V e muito longe uma das outras;
- Chame de A_j o evento: "existe pelo menos um planeta em R_j e ele é parecido com a terra";
- Então

$$\mathbb{P}(A_j) = (1 - e^{-\lambda V})p$$

- Usando o Lemma de Borel-Cantelli:

$$\sum_{j=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_j) = \infty \quad !!!!$$

Afirmação

Existe vida inteligente em infinitos lugares do universo !!!

Prova

É razoável assumir que o evento condicional:

Prova

É razoável assumir que o evento condicional:

"Existe vida inteligente no planeta P sendo que ele é parecido com a terra."

Prova

É razoável assumir que o evento condicional:

"Existe vida inteligente no planeta P sendo que ele é parecido com a terra."

Possui probabilidade maior que 0.

Prova

É razoável assumir que o evento condicional:

"Existe vida inteligente no planeta P sendo que ele é parecido com a terra."

Possui probabilidade maior que 0.

Aplica de novo o lemma de Borel-Cantelli !!!!

Questão

Se você acha que é razoável que a probabilidade condicional:

Questão

Se você acha que é razoável que a probabilidade condicional:

$\mathbb{P}(\text{existe pessoa} = \text{você no planeta } P \text{ que contém vida inteligente})$

Questão

Se você acha que é razoável que a probabilidade condicional:

$\mathbb{P}(\text{existe pessoa} = \text{você no planeta } P \text{ que contém vida inteligente})$

pode ser tão,

Questão

Se você acha que é razoável que a probabilidade condicional:

$\mathbb{P}(\text{existe pessoa} = \text{você no planeta } P \text{ que contém vida inteligente})$

pode ser tão, tão,

Questão

Se você acha que é razoável que a probabilidade condicional:

$\mathbb{P}(\text{existe pessoa} = \text{você no planeta } P \text{ que contém vida inteligente})$

pode ser tão, tão, tão,

Questão

Se você acha que é razoável que a probabilidade condicional:

$\mathbb{P}(\text{existe pessoa} = \text{você no planeta } P \text{ que contém vida inteligente})$

pode ser tão, tão, tão, tão,

Questão

Se você acha que é razoável que a probabilidade condicional:

$\mathbb{P}(\text{existe pessoa} = \text{você no planeta } P \text{ que contém vida inteligente})$

pode ser tão, tão, tão, tão, tão,

Questão

Se você acha que é razoável que a probabilidade condicional:

$\mathbb{P}(\text{existe pessoa} = \text{você no planeta } P \text{ que contém vida inteligente})$

pode ser tão, tão, tão, tão, tão, mas tão

Questão

Se você acha que é razoável que a probabilidade condicional:

$\mathbb{P}(\text{existe pessoa} = \text{você no planeta } P \text{ que contém vida inteligente})$

pode ser tão, tão, tão, tão, tão, mas tão **pequena**,

Questão

Se você acha que é razoável que a probabilidade condicional:

$\mathbb{P}(\text{existe pessoa} = \text{você no planeta } P \text{ que contém vida inteligente})$

pode ser tão, tão, tão, tão, tão, mas tão **pequena**, mas \neq de 0:

Questão

Se você acha que é razoável que a probabilidade condicional:

$\mathbb{P}(\text{existe pessoa} = \text{você no planeta } P \text{ que contém vida inteligente})$

pode ser tão, tão, tão, tão, tão, mas tão **pequena**, mas \neq de 0:

Então existem infinitas cópias de você por aí !!!!

Questão

Se você acha que é razoável que a probabilidade condicional:

$\mathbb{P}(\text{existe pessoa} = \text{você no planeta } P \text{ que contém vida inteligente})$

pode ser tão, tão, tão, tão, tão, mas tão **pequena**, mas \neq de 0:

Então existem infinitas cópias de você por aí !!!!

Do contrário você é único no universo.

Questão

Se você acha que é razoável que a probabilidade condicional:

$\mathbb{P}(\text{existe pessoa} = \text{você no planeta } P \text{ que contém vida inteligente})$

pode ser tão, tão, tão, tão, tão, mas tão **pequena**, mas \neq de 0:

Então existem infinitas cópias de você por aí !!!!

Do contrário você é único no universo. (quase certamente)