FIS02012 - Cosmologia e Relatividade

Profa. Thaisa Storchi Bergmann

Massa, comprimento, energia e tempo de Planck:

Seja o Princípio da Incerteza de Heisenberg:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}$$

Seja o momentum máximo de uma partícula:

$$\Delta p = mc$$

De acordo com o Princípio da Incerteza, este momentum máximo corresponde a um Δx mínimo:

$$\Delta x \geq \frac{1}{2}\frac{h}{2\pi mc}$$

Que, dentro de uma ordem de magnitude, corresponde ao comprimento de onda de Compton

$$\lambda_c = \frac{h}{mc}$$

Agora, dada uma massa 'm', define-se o seu "raio de influência":

$$\frac{m'v^2}{r} = \frac{Gmm'}{r^2} \rightarrow r = \frac{Gm}{v^2}$$

Define-se o raio do "horizonte causal" como correspondendo a v=c, pois a máxima velocidade com que podemos transferir informação no Universo é c:

$$l = \frac{Gm}{c^2}$$

Este raio é também chamado de Raio Gravitacional.

Quando o raio do horizonte causal se aproxima ao comprimento de Compton, processos quânticos dominam e a teoria da relatividade não vale mais. Este limite define ***a massa de***

Planck:

$$\frac{Gm_{Pl}}{c^2} = \frac{h}{2\pi m_{Pl} c} \rightarrow m_{Pl} = \sqrt{\frac{h}{2\pi}\frac{c}{G}} = 2{,}1767 \times 10^{-5} g$$

Podemos defini-la como:

1) "A massa cujo Raio Gravitacional (que é igual ½ do Raio de Schwarzschild) é da ordem do seu Comprimento de Planck."

Exercício: Provar a afirmação acima.

2) "A maior massa que cabe dentro do Comprimento de Planck."

3) "É a massa para a qual os efeitos gravitacionais ficam da ordem dos efeitos quânticos."

4) Ou ainda: Pelo princípio da incerteza, o mínimo comprimento associado a uma partícula é da ordem do seu Comprimento de Onda de Compton, e a máxima massa que cabe dentro de um volume com este raio é a Massa de Planck.

Comprimento de Planck: Definido como sendo igual ao 1/2p vezes o comprimento de onda de Compton da massa de Planck:

$$\lambda_{Pl} = \frac{1}{2\pi}\frac{h}{m_{Pl} c} = \sqrt{\frac{h}{2\pi}\frac{G}{c^3}} = 1{,}616 \times 10^{-33} cm$$

O tempo para a luz percorrer esta distância é o ***Tempo de Planck***:

$$t_{Pl} = \frac{\lambda_{Pl}}{c} = \sqrt{\frac{h}{2\pi}\frac{G}{c^5}} = 5{,}3906 \times 10^{-44} s$$

Finalmente, a ***Energia de Planck*** é a energia de repouso correspondente à massa de Planck:

$$E_{Pl} = m_{Pl} c^2 = \sqrt{\frac{h}{2\pi}\frac{c^5}{G}} = 1{,}956 \times 10^{9} J = 1{,}22 \times 10^{19} GeV$$