FIS02012 - Cosmologia e Relatividade

Profa. Thaisa Storchi Bergmann

Bibliografia: baseado no capítulo 4 do livro de Barbara Ryden

Dinâmica Cósmica

Num Universo isotrópico em expansão, as quantidades fundamentais para descrever a evolução do Universo são κ, R_0 (raio de curvatura do Universo no momento presente t_0) e $a(t)$. Se $\kappa \neq 0$, então R_0 é o raio de curvatura do Universo no momento presente. Se $\kappa = 0$, então $R_0 = \infty$. O fator de escala a(t) nos diz como as distâncias e R_0 crescem com o tempo, e é normalizado a $a(t_0) = 1$. Em 1829, Nikolai I. Lobachevski propôs testes observacionais para verificar se o Universo era curvo. Por exemplo, desenhando um triângulo gigantesco e medindo os ângulos α, β e γ. Se a soma for maior que π, a curvatura é positiva, se for menor que π, ela é negativa. Pela relação:

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi + \frac{\kappa A}{R_0^2}$$

Dá até para medir o raio de curvatura. Na prática, a área que se pode medir é muito menor que R_0^2, por isto não dá para usar este teste. O que se pode concluir é que, se o Universo tem curvatura positiva, R_0, não é muito menor que a distância de Hubble. Por que podemos dizer isso? Porque, se o Universo tem curvatura positiva, tem tamanho finito, cuja circunferência seria $C_0 = 2\pi R_0$. Se $C_0 < ct_0$, então os fótons teriam já tido tempo de "circumnavegar" o Universo, ou seja, dar uma volta completa e passar de novo pelo ponto de partida; se $C_0 \ll ct_0$, teriam dado várias voltas, e deveríamos ver múltiplas imagens de um mesmo objeto, vindas de diferentes épocas. As observações não mostram isto, o que nos faz concluir que R_0 é no mínimo da ordem da distância de Hubble.

1) Equação de Friedmann

A equação chave da relatividade geral é a equação de campo de Einstein, que relaciona a métrica do espaço-tempo num ponto com a energia e pressão naquele ponto de espaço-tempo:

$$\aleph = \frac{8\pi G}{c^2} T$$

onde $\aleph$ é o tensor de curvatura e T o tensor energia-momentum.

Esta equação é equivalente à equação de Poisson da dinâmica Newtoniana:

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho$$

Friedmann, em 1922, usou as equações de campo de Einstein para descrever como ocorre a expansão (ou contração) de um Universo homogêneo e isotrópico, em função do tempo. Vamos derivar a equação de Friedmann de uma forma aproximada, usando dinâmica Newtoniana, para facilitar seu entendimento.

Seja uma esfera homogênea de matéria com massa total M_S = cte. no tempo. A esfera está se expandindo (ou contraindo) isotropicamente, com raio $R_S(t)$. Seja uma massa de prova m, na superfície da esfera. A partir da expressão para a força gravitacional, de Newton:

$$F = -\frac{GM_s m}{R_s(t)^2}$$

A aceleração sofrida pela massa m será:

$$a_g = \frac{d^2R_s(t)}{dt^2} = -\frac{GM_s}{R_s(t)^2}$$

Multiplicando por dR_S / dt e integrando:

$$\int \frac{dR_s}{dt}\frac{d^2R_s}{dt^2}dt = \int -\frac{GM_s}{R_s(t)^2}dR_s$$

$$\int \frac{dR_s}{dt}\frac{d^2R_s}{dt^2}dt = \frac{1}{2}\left(\frac{dR_s}{dt}\right)^2 + cte$$

$$\int -\frac{GM_s}{R_s(t)^2}dR_s = \frac{GM_s}{R_s(t)} + cte$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR_s}{dt}\right)^2 = \frac{GM_s}{R_s(t)} + E$$

$$2\left(dt \right) \quad R_s(t)$$

Ou seja:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR_s}{dt}\right)^2 - \frac{GM_s}{R_s(t)} = E$$

Onde o primeiro termo é a energia cinética por unidade de massa e o segundo é a energia potencial por unidade de massa. Esta equação, portanto, representa a conservação de energia mecânica E. Em outras palavras, é a soma da energia cinética e potencial de uma massa m na superfície de uma esfera que se expande (ou contrai). Como a massa da esfera é constante:

$$M_s = \frac{4}{3}\pi\rho(t)R_s(t)^3$$

Para uma expansão isotrópica: $R_S(t) = a(t)r_S$, onde r_S é o raio comóvel e a(t) é o fator de escala do Universo. Substituindo na equação da conservação de energia fica:

$$\frac{1}{2}r_s^2\dot{a}^2 = \frac{4\pi}{3}G\rho(t)a(t)^2 r_s^2 + E$$

dividindo por 1/2 a^2 r_S^2:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(t) + \frac{2E}{r_s^2}\frac{1}{a(t)^2}$$

Esta é uma aproximação “Newtoniana” da equação de Friedmann.

No caso de uma esfera em expansão (representando o Universo): da/dt=$\dot{a}(t) > 0$. O futuro do Universo em expansão vai depender do sinal de E (energia total):

1) Se E > 0, o lado direito da equação será sempre maior que 0, e a expansão nunca para (Universo “aberto”).

2) Se E < 0, vai haver um valor máximo para a (t), em que da(t)/dt=0:

$$\frac{8}{3}\pi G\rho(t) = -\frac{2E}{r^2 a \quad (t)^2}$$

então:

$$a_{max}^2 = -\frac{2E}{\frac{8}{3}\pi G r_s^2 \rho(t)} = -\frac{E}{\frac{4}{3}\pi G r_s^2 \rho(t)} = -\frac{E r_s a_{max}^3}{\frac{4}{3}\pi G r_s^3 a_{max}^3 \rho(t)} = -\frac{E r_s a_{max}^3}{G M_s}$$

$$a_{max} = -\frac{G M_s}{E r_s}$$

Quando $a=a_{max}$, a expansão para e a esfera começa a contrair (Universo “fechado”).

3) Se E = 0; $\dot{a}(t)$ vai a 0 à medida que t vai a infinito e a densidade ρ vai a 0 (Universo “assintótico”).
Analogia: bola atirada para cima com velocidade igual à velocidade de escape da Terra.

Forma correta da equação de Friedmann (derivação acima tem falhas: Universo não seria homogêneo e isotrópico devido à presença do centro e superfície da esfera):

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon(t) - \frac{\kappa c^2}{R_0^{\,2}}\frac{1}{a(t)^2}$$

Mudanças Newton → Einstein:

1) $$\rho(t) \to \frac{\varepsilon(t)}{c^2}$$

Onde $\varepsilon(t)$ é a densidade de energia.

Einstein postula que a influência gravitacional de particulas e fótons é determinada por sua energia E, e não por sua massa:

$$E = \sqrt{\left(mc^2\right)^2 + \left(pc\right)^2}$$

Se a velocidade v da partícula for muito menor que c, então $p \cong mv$ e:

$$E_{não-relat.} \cong mc^2\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right) \cong mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

Para os fótons, o termo "pc" dentro da raiz acima, é dominante.

2) Segunda mudança Newton → Einstein:

$$\frac{2E}{r_s^2} = -\frac{\kappa c^2}{R_0^2}$$

Então se:

E < 0, κ = +1 → curvatura positiva, Universo fechado.

E > 0, κ = - 1 → curvatura negativa, Universo aberto.

E = 0, κ = 0 → sem curvatura, espaço plano.

Introduzindo quantidades observáveis na equação de Friedmann:

$$v(t) = H(t)d(t)$$

Onde H(t) é o parâmetro de Hubble. No tempo atual, $H(t)=H_0=70\pm7$ km $s^{-1}Mpc^{-1}$, que é a constante de Hubble.

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a}$$

E a equação de Friedmann fica:

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon(t) - \frac{\kappa c^2}{R_0^2}\frac{1}{a(t)^2}$$

Para o tempo atual:

$$H_0^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon_0 - \frac{\kappa c^2}{R_0^2}$$

Se pudéssemos medir $\mathbf{H_0}$ e $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ com precisão, poderíamos determinar $\boldsymbol{\kappa / R_0}$ pela equação acima.

Exercício: Podemos obter um limite para o valor de $\mathbf{R_0}$ para um Universo de curvatura negativa ($\boldsymbol{\kappa}$=-1).

Se $\boldsymbol{\varepsilon_0 > 0}$, para um dado valor de $\mathbf{H_0}$ e $\boldsymbol{\kappa}$=-1:

$$-\frac{c^2}{R_0^2} = -H_0^2 + \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon_0$$

$$\frac{c^2}{R_0^2} = H_0^2 - \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon_0$$

O menor valor de $\mathbf{R_0}$ é obtido para $\boldsymbol{\varepsilon_0 = 0}$ (Universo vazio):

$$R_{0min} = \frac{c}{H_0}$$

que é a distância de Hubble.

Se o Universo não for vazio, $\boldsymbol{\varepsilon_0 > 0}$ e:

$$\frac{c^2}{R_0^2} = H_0^2 - \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon_0$$

Neste caso, o raio de curvatura é maior.

Então, para um Universo vazio, de curvatura negativa, o menor valor do raio de curvatura é igual à distância de Hubble.

Se o Universo contém matéria, $\mathbf{R_0}$ só pode ser maior.

Consideremos agora a Equação de Friedmann para Universo plano $(\boldsymbol{\kappa = 0})$, que corresponde a uma densidade de energia e_c, que chamamos de ***densidade crítica***:

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon_c(t)$$

$$\varepsilon_c(t) = \frac{3c^2}{8\pi G}H(t)^2$$

Ou seja, se $\boldsymbol{\varepsilon(t) > \varepsilon_c(t)}$, então $\boldsymbol{\kappa = +1}$ e se $\boldsymbol{\varepsilon(t) < \varepsilon_c(t)}$, então $\boldsymbol{\kappa = -1}$.

O valor atual da densidade crítica de energia é:

$$\varepsilon_{c,0} = \frac{3c^2}{8\pi G} H_0{}^2 = (8{,}3 \pm 1{,}7) \times 10^{-10} \mathrm{Jm}^{-3} = 5200 \pm 1000 \mathrm{MeVm}^{-3}$$

Muitas vezes este valor é dado em massa:

$$\rho_{c,0} = \frac{\varepsilon_{c,0}}{c^2} = (1{,}4 \pm 0{,}3) \times 10^{11} M_{sol} \mathrm{Mpc}^{-3} = 9{,}53 \times 10^{-30} \mathrm{gcm}^{-3}$$

Exercício: Mostrar que esta densidade corresponde a um próton por cada 200 litros.

Parâmetro de densidade:

Define-se o parâmetro de densidade como:

$$\Omega(t) \equiv \frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_c(t)}$$

De acordo com as observações, o valor atual do parâmetro de densidade situa-se no intervalo $0{,}1 < \Omega_0 < 2$.

Usando as expressões do parâmetro de densidade e da densidade crítica na equação de Friedmann:

$$H(t)^2 = \Omega(t) H(t)^2 - \frac{\kappa c^2}{R_0^2 a(t)^2}$$

$$1 - \Omega(t) = -\frac{\kappa c^2}{R_0{}^2 a(t)^2 H(t)^2}$$

À medida que o Universo expande, não há mudança de sinal no lado direito da equação, portanto não pode haver também no lado esquerdo.

Então, se $\Omega < 1$ num certo tempo t, sempre teremos $\Omega < 1$. Se $\Omega > 1$ num certo t, sempre vai ser, e o mesmo vale se Ω for igual a 1. No tempo atual:

$$1-\Omega_0 = -\frac{\kappa c^2}{R_0^2 H_0^2}$$

$$\frac{\kappa}{R_0^2} = \frac{H_0^2}{c^2}(\Omega_0 - 1)$$

Sabendo o valor de Ω_0, sabe-se o sinal de κ e usando o valor da constante de Hubble pode-se calcular R_0.

Exercício: Calcular R_0 se Ω_0 =1,02.

2) Equação de fluido e aceleração

A equação de Friedmann na aproximação Newtoniana diz que a soma da energia potencial gravitacional e a energia cinética da expansão é uma constante (conservação de energia). Equação de Friedmann contém duas incógnitas: a(t) e $\varepsilon(t)$. Precisamos de uma outra equação.

Outra expressão do princípio da conservação de energia é a primeira lei da termodinâmica:

$$\begin{aligned} dQ &= dE + PdV \Rightarrow \\ dE &= dQ - PdV \end{aligned}$$

Onde dQ é a variação da quantidade de calor numa região, dE a variação de energia interna, P a pressão e dV variação do volume da região. Esta lei diz que o aumento da energia interna é igual ao aumento do calor recebido menos o trabalho realizado. Se o Universo é homogêneo, para qualquer região dentro dele, dQ = 0, ou seja, a expansão do Universo é um processo adiabático. Processos adiabáticos também são descritos como aqueles em que não há aumento da entropia:

$$dS = dQ / T = 0$$

Então, para um Universo em expansão:

$$\dot{E} + P\dot{V} = 0$$

Seja uma esfera de raio comóvel r_S expandindo no Universo com raio próprio: $R_s(t) = a(t) r_s(t)$. O volume da esfera é:

$$V(t) = \frac{4}{3}\pi r_s^3 a(t)^3$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3}\pi r_s^3 3a^2\dot{a} \times \frac{a}{a} = 3V\frac{\dot{a}}{a}$$

A energia interna da esfera é:

$$E(t) = V(t)\varepsilon(t) \rightarrow \dot{E}(t) = V\dot{\varepsilon} + \dot{V}\varepsilon = V(\dot{\varepsilon} + 3\frac{\dot{a}}{a}\varepsilon)$$

E a variação temporal da energia:

$$\dot{E} + P\dot{V} = 0 = V(\dot{\varepsilon} + 3\frac{\dot{a}}{a}\varepsilon + 3\frac{\dot{a}}{a}P) = 0$$

Ou seja,

$$\dot{\varepsilon} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\varepsilon + P) = 0 \rightarrow \textbf{Equação de Fluido}$$

Esta equação é a segunda equação mais importante da Cosmologia (a 1ª. é a de Friedmann).

Multiplicando a equação de Friedmann por a^2 e tomando a derivada em relação ao tempo:

$$\dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon a^2 - \frac{\kappa c^2}{R_0^2} \rightarrow 2\dot{a}\ddot{a} = \frac{8\pi G}{3c^2}(\dot{\varepsilon}a^2 + 2\varepsilon a\dot{a})$$

Dividindo por $2a\dot{a}$:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{4\pi G}{3c^2}(\dot{\varepsilon}\frac{a}{\dot{a}} + 2\varepsilon)$$

Usando a equação de fluido chegamos à equação da aceleração:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\varepsilon + 3P)$$

Esta equação descreve a acelração do fator de escala. Se a densidade de energia é maior que 0, a aceleração é negativa.
A matéria bariônica tem uma pressão P positiva, devido ao movimento térmico das moléculas, átomos ou íons. Um gás de fótons também tem pressão positiva, bem como um gás de nêutrons e de WIMPs. Esta pressão positiva causa também uma desaceleração na expansão.

Agora, se supusermos que haja um componente com pressão menor que $-\varepsilon/3$, por exemplo, com P=-ε então:

$$\frac{\bar{a}}{a} = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon$$

A aceleração agora é positiva; esta pressão negativa vai provocar uma expansão acelerada do Universo. Podemos entender o que significa uma pressão negativa através do seguinte exemplo, se comprimirmos uma borracha, a pressão vai ser positiva. Se a espicharmos, a pressão será negativa. A constante cosmológica, que introduziremos na próxima seção tem uma pressão negativa e pode ser responsável pela aceleração na expansão do Universo que observamos atualmente.

3) Equações de estado

Temos até agora duas equações independentes (equações de Friedmann e de fluido) para descrever a expansão do Universo, uma vez que a equação da aceleração foi obtida a partir das equações de Friedmann e da equação de fluido. Mas temos três variáveis, e por isto precisamos de mais uma equação. Ela é equação de estado, que dá a relação entre a pressão e a densidade de energia: P = P(ε).

No caso da Cosmologia, que podemos considerar como descrevendo o comportamento de gases diluídos, a equação de estado é simples: P = ωε, com ω constante. Por exemplo: um gás de baixa densidade de partículas massivas não relativísticas obedece a lei de gases perfeitos: $P = (\rho/\mu)kT$, onde μ é a massa média das partículas. Para um gás não relativístico, $\rho \cong \varepsilon/c^2$:

$$P \cong \frac{\varepsilon}{c^2\mu}kT = \frac{kT}{\mu c^2}\varepsilon$$

Também para este gás vale:

$$3kT = \mu\left\langle v^2 \right\rangle$$

Onde $\langle v^2 \rangle$ é a velocidade quadrática média das partículas.

Portanto,

$$P = \frac{\langle v^2 \rangle}{3c^2}\varepsilon$$

Exercício: Demostre o que diz a seguinte afirmação: a maioria dos gases na época atual são não-relativísticos. Num gás de hidrogênio ionizado, por exemplo, os elétrons são não-relativísticos para $T \ll 6 \times 10^9$ K e os prótons para $T \ll 10^{13}$ K.

Um gás de fótons, por outro lado, é relativístico. Sua equação de estado é:

$$P_{relat} = \frac{1}{3}\varepsilon_{relat}$$

Pois:

$$P_{relat} = \omega\varepsilon_{relat}$$
$$\omega = \frac{\langle v^2 \rangle}{3c^2} = \frac{c^2}{3c^2} = \frac{1}{3}$$

Um gás semi-relativístico vai ter $0 < \omega < 1/3$.

Os valores de ω não podem ser quaisquer. Consideremos a velocidade do som c_s: perturbações pequenas numa substância com pressão P viajam à velocidade do som c_s. Para perturbações adiabáticas num gás com pressão P e densidade de energia ε, a velocidade do som é:

$$c_s^2 = c^2\frac{dP}{d\varepsilon}$$
$$P = \omega\varepsilon \rightarrow c_s = c\sqrt{\omega}$$

Ou seja, $\omega \leq 1$, senão $c_s > c$ e poderíamos mandar um sinal sonoro para o passado, violando o princípio da causalidade.

<u>Valores de interesse para ω</u>

Para matéria não relativística, como por exemplo, moléculas de nitrogênio do ar, $< v > \sim 500 ms^{-1}$.

$$\omega \cong \frac{\langle v^2 \rangle}{3c^2} \cong 10^{-12} \approx 0$$

1) Então, para a matéria no Universo, podemos considerar ω = 0.
2) Para os fótons e outras partículas relativísticas ω = 1/3. Chamaremos esta componente de radiação.
3) O caso ω < -1/3 vai produzir uma aceleração positiva no Universo, que chamamos de energia escura, pois não conhecemos sua natureza. Uma forma de energia escura é a constante cosmológica, que tem ω = -1, o que significa que, para ela, P = -ε.

4) A constante cosmológica Λ

Depois de publicar seu primeiro *paper* sobre a relatividade geral em 1915, Einstein queria aplicar sua equação de campo ao Universo. As observações mostravam que o Universo continha radiação e matéria. Como ele não sabia da existência da radiação cósmica de fundo, concluiu que a única fonte de radiação no Universo eram as estrelas. A densidade de radiação das estrelas é muito menor do que a densidade de energia da matéria que as constitui. Assim ele concluiu que a contribuição principal à densidade de energia do Universo fosse a matéria, sendo sua pressão desprezível.

Na época não havia também evidência de que o Universo estivesse expandindo (isto só ocorreu em 1929, através da lei de Hubble) e Einstein assumiu que o Universo era estático. Mas como poderia ser o Universo estático se ele contém uma densidade de energia positiva devido à matéria?

Na formulação Newtoniana podemos entender este dilema através da equação de Poisson:

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho$$

A aceleração gravitacional correspondente é:

$$\vec{a} = -\vec{\nabla}\Phi$$

Num Universo estático, o vetor $\vec{a}$ é zero. Então, a única solução possível é um Universo vazio:

$$\rho = \frac{1}{4\pi G} \nabla^2 \Phi = 0$$

Para tentar resolver este problema, poderíamos incluir na equação a constante cosmológica L :

$$\nabla^2\Phi + \Lambda = 4\pi G\rho$$

E o Universo poderia ser estático se:

$$\Lambda = 4\pi G\rho$$

Na equação de campo de Einstein o que ele fez foi incluir um termo adicional Λ. Deste modo, a Equação de Friedmann passa a ser escrita:

$$\left(\frac{\bar{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon - \frac{\kappa c^2}{R_0{}^2 a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

A equação da aceleração fica:

$$\frac{\bar{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\varepsilon + 3P) + \frac{\Lambda}{3}$$

A equação de fluido permanece inalterada.

A partir da equação de Friedmann acima, podemos inferir a densidade de energia associada a Λ:

$$\varepsilon_\Lambda \equiv \frac{c^2}{8\pi G}\Lambda$$

Se Λ for constante no tempo, então a densidade de energia correspondente também é constante. A partir da equação de fluido para a energia e_L, considerando que ela é constante no tempo, obtemos:

$$P_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda = -\frac{c^2}{8\pi G}\Lambda$$

Assim, a constante cosmológica seria uma componente do Universo que tem densidade de energia constante ε_Λ e pressão constante $P = -\varepsilon_\Lambda$. Então, à medida que o Universo expande, aumenta a contribuição desta componente à energia total do Universo, já que sua densidade de energia é constante.

Para um Universo estático, a equação da aceleração fica:

$$0 = -\frac{4\pi G}{3c^2}\varepsilon + \frac{\Lambda}{3} = -\frac{4\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3}$$

O que implica em $\Lambda = 4\pi G\rho$, como obtido a partir da equação de Poissson.

Para um Universo estático, a variação temporal de a(t) é igual a zero, e a equação de Friedmann fica:

$$0 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{\kappa c^2}{R_0{}^2} + \frac{4\pi G\rho}{3} = 4\pi G\rho - \frac{\kappa c^2}{R_0{}^2}$$

$$4\pi G\rho = \frac{\kappa c^2}{R_0^2}$$

E podemos calcular o raio de curvatura, por exemplo, para um Universo estático e fechado com curvatura k=1.

Exercício: fazer o cálculo acima, bem como obter o valor correspondente de L.

Einstein não gostava de Λ porque a equação de evolução do Universo era instável. Embora a repulsão produzida por Λ contrabalançasse a força atrativa produzida por ρ, um pequeno desvio do equilíbrio produziria uma expansão ou uma contração. Por exemplo, se o Universo se expandisse só um pouquinho, ρ diminuiria, mas como ε_Λ é constante, a repulsão dominaria fazendo o Universo expandir mais rápido, ρ diminuiria mais e a expansão se aceleraria (expansão sem controle). O mesmo aconteceria no caso de uma pequena contração. Quando, em 1929, Hubble publicou o *paper* mostrando que o Universo está em expansão, Einstein ficou feliz em "jogar Λ no lixo", dizendo que Λ tinha sido o maior erro da sua carreira. Atualmente, Λ foi "resgatada" frente às observações que indicam que o Universo está em expansão acelerada, portanto, $\Lambda > 4\pi G\rho_0$.

Mas, qual seria a causa física que estaria por trás de Λ? Qual componente do Universo teria uma densidade de energia que se mantém constante à medida que o Universo se expande? A "candidata" favorecida atualmente: a energia do vácuo, que só tem sentido na física quântica: O princípio da incerteza de Heisenberg permite que pares partícula-antipartícula apareçam e se aniquilem a todo o momento; obedecendo a relação entre a energia total do par ΔE e seu tempo de vida Δt:: $\Delta E\Delta t\ ^{3}\ h$.

Ainda não se sabe ao certo o valor da energia do vácuo (problema para a teoria quântica de campos). Alguns argumentam que o valor natural seria a densidade de Energia de Planck:

$$\varepsilon_{vac} \approx \frac{E_P}{l_P^3}$$

Onde $E_P = 1{,}2 \times 10^{28}\,\mathrm{eV}$, $l_P = 1{,}6 \times 10^{-35}\,\mathrm{m}$, resultando:

$$\varepsilon_{vac} \sim 3 \times 10^{133}\,\mathrm{eVm^{-3}}$$

Isto é, uma densidade enorme de energia, que é 124 ordens de magnitude maior do que a densidade de energia crítica do Universo (e_C= 5,2´10^{9}eV m^{-3})!

Uma importante tarefa para os astrônomos é tentar derivar ε_Λ a partir de observações para fornecer vínculos à teoria.