

**FIS02012 - Cosmologia e Relatividade**  
**Profa. Thaisa Storchi Bergmann**

Bibliografia: baseado no capítulo 9 do livro de Barbara Ryden

## A Radiação Cósmica de Fundo

Num comprimento de onda  $\lambda$  de alguns mm, o Universo é uniformemente brilhante, a uma temperatura de corpo negro de 2,725 K – que corresponde à radiação cósmica de fundo (CMB). Se Olbers tivesse um olho sensível a este  $\lambda$ , não teria formulado seu paradoxo. Só que a radiação não corresponde à temperatura superficial das estrelas (milhares de K), mas a esta temperatura bem baixa de  $T = 2,725$  K.

Já vimos que a densidade de energia na radiação de fundo é somente:

$$\epsilon_{\gamma,0} = \alpha T_0^4 = 0,261 \text{ MeV m}^{-3}$$

Mas como a energia média por fóton é pequena ( $6,34 \times 10^{-4}$  eV), a densidade de fótons é grande:

$$\eta_{\gamma,0} = \frac{0,261 \times 10^6 \text{ eV m}^{-3}}{6,34 \times 10^{-4} \text{ eV}} = 4,11 \times 10^8 \text{ m}^{-3}$$

Comparemos esta densidade com a de bárions:

$$\epsilon_{\text{bar},0} = \Omega_{\text{bar},0} \epsilon_{c,0} = 0,04 \times 5200 \text{ MeV m}^{-3} = 210 \text{ MeV m}^{-3}$$

A densidade de energia em bárions é ~ 800 vezes maior do que na radiação de fundo, mas, como a energia média por bárions é muito grande (~939 MeV), a densidade de bárions é muito menor do que a de fótons da radiação de fundo:

$$\eta_{\text{bar},0} = \frac{\epsilon_{\text{bar},0}}{939 \text{ MeV}} = 0,22 \text{ m}^{-3}$$

A razão entre a densidade de bárions e de fótons da radiação de fundo é

$$\eta = \frac{\eta_{\text{bar},0}}{\eta_{\gamma,0}} = 5 \times 10^{-10} \rightarrow \frac{1}{\eta} = 2 \times 10^9$$

O número de fótons é dois bilhões de vezes o de bárions no Universo.

## 1) Observação da CMB

Arno Penzias e Robert Wilson, radioastrônomos trabalhando nos laboratórios Bell, descobriram-na por acaso, observando com uma antena de rádio no  $\lambda = 7,35$  cm, um sinal que vinha de todas as direções do céu. Pensaram que era ruído, até entrarem em contato com cosmologistas da Universidade de Princeton que haviam predito a existência da radiação de fundo, se o Universo tivesse, realmente, seu início num estado quente e denso.

O pico da radiação de fundo ocorre em  $\lambda \approx 2$ mm, bem menor do que o  $\lambda = 7,35$  cm no qual Penzias e Wilson fizeram sua observação (ou seja, eles observaram uma parte longe do pico da Planckiana – a distribuição de energia de corpo negro). É que as moléculas de água da atmosfera absorvem a radiação com  $\lambda \leq 3$  mm.

O espectro de corpo negro da radiação de fundo foi observado em vários  $\lambda$ 's pela primeira vez pelo satélite COBE (COsmic Background Explorer), que orbita acima da atmosfera, lançado em 1989. Os três principais resultados das medidas feitas com o COBE são:

1) Em qualquer posição do céu, o espectro da radiação de fundo é muito próximo ao de um corpo negro ideal com desvio menor do que  $10^{-4}$ .

2) Há uma “distorção de dipolo”: em metade do céu o espectro da radiação de fundo está um pouco “blueshifted” e na outra metade, um pouco “redshifted”: resultado de um movimento do COBE relativo a um sistema de referência em que a radiação de fundo está “em repouso”. Para corrigir por este efeito, é preciso fazer as seguintes correções no mapa observado:

2a) pelo movimento do COBE em torno da Terra ( $\sim 8$  km/s);

2b) movimento da Terra em torno do Sol ( $\sim 30$  km/s);

2c) movimento do Sol em torno do centro da Via Láctea ( $\sim 220$  km/s);

2d) movimento orbital da Via Láctea no Grupo Local ( $\sim 80$  km/s).

2e) Depois de fazer estas correções, conclui-se ainda que o Grupo Local está se movendo na direção do Aglomerado de Virgem, a maior concentração de matéria do Universo Local, e que o Aglomerado de Virgem, por sua vez, está sendo acelerado na direção do superaglomerado de Hydra-Centauro, com velocidade combinada dos dois efeitos de  $630 \pm 20$  km/s =  $0,0021c$ : principal causador do dipolo observado na radiação de fundo.

3) Após subtração do efeito de dipolo restam flutuações de temperatura, expressas como:

$$\frac{\delta T(\theta, \phi)}{T} = \frac{T(\theta, \phi) - \langle T \rangle}{\langle T \rangle}$$

Onde  $\langle T \rangle$  é a temperatura média (2,725K).

As medidas do COBE deram um valor para a flutuação quadrática média de:

$$\left\langle \left( \frac{\delta T}{T} \right)^2 \right\rangle^{1/2} = 1,1 \times 10^{-5}$$

Após excluir a emissão do plano galáctico, que não vem da radiação de fundo, o resultado indica grande isotropia na radiação de fundo. A observada isotropia da radiação de fundo e o fato de ela ter um espectro de corpo negro dão um forte suporte ao modelo de Big Bang quente do Universo.

## 2) A Recombinação e o Desacoplamento

Para entender a origem da radiação de fundo, temos que entender a passagem do estado de plasma completamente ionizado para o de gás neutro da matéria bariônica do Universo. Três épocas muito próximas no tempo podem ser distinguidas:

1) Época da “recombinação”: quando a matéria passa de ionizada a neutra. Define-se como sendo o instante em que a densidade de íons é igual à densidade de átomos neutros. (Observação: pode-se argumentar que esta é a época da “combinação”, pois é a primeira vez que os elétrons se combinam com os núcleos, portanto dizer “recombinação” não estaria correto).

2) Época do “desacoplamento dos fótons”: instante em que os fótons deixam de interagir com os elétrons, e o Universo se torna transparente. Quantitativamente, é o instante em que a taxa de espalhamento de fótons por elétrons se torna menor que a taxa de expansão do Universo (que é o parâmetro de Hubble).

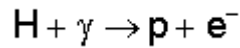
3) Época do último espalhamento: tempo em que um fóton típico da radiação de fundo sofre seu último espalhamento por um elétron.

Vamos considerar a seguinte simplificação: A matéria bariônica do Universo consistindo somente de H na época da recombinação. Grau de ionização do Universo pode então ser expresso como:

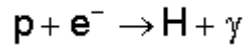
$$\chi = \frac{n_p}{n_p + n_H} = \frac{n_p}{n_{\text{bar}}} = \frac{n_e}{n_{\text{bar}}}$$

onde:  $n_p$  = densidade de prótons,  $n_e$  = densidade de elétrons,  $n_H$  = densidade de átomos neutros e a última igualdade resulta da observação de que o Universo é neutro. O intervalo de valores de  $X$  é  $0 \leq X \leq 1$  ( $0$  = completamente neutro e  $1$  = completamente ionizado)

Processo de ionização:



Recombinação:



O valor de  $X$  vai depender do balanço entre fotoionização e recombinação.

Consideremos uma época antes da recombinação, por exemplo, quando  $a = 10^{-5}$  ( $z = 10^5$ ). No Modelo Padrão, isto corresponde a uma idade de somente 70 anos para o Universo.

A Temperatura da radiação de fundo era:

$$T = T_0(1+z) = 2,725 \times 10^5 \text{ K} \cong 3 \times 10^5 \text{ K}$$

A energia média por fóton era:

$h \langle \nu \rangle \approx 2,7kT \approx 60\text{eV}$  ( $\gg Q=13,6 \text{ eV}$ , o potencial de ionização do H); bem maior que a necessária para ionizar o H; considerando, também, que havia  $2 \times 10^9$  fótons para cada bárion, os átomos de H eventualmente formados eram logo destruídos e  $X \approx 1$ .

Nesta época, a interação dominante era o espalhamento Thompson dos fótons pelos elétrons, cuja seção de choque é  $\sigma_e = 6,65 \times 10^{-29} \text{ m}^2$ . O livre caminho médio de um fóton era:

$$l = \frac{1}{n_e \sigma_e}$$

E a taxa de interação era:

$$\Gamma = \frac{c}{l} = cn_e\sigma_e$$

Podemos obter  $n_e$  da época considerando que  $n_e = n_{\text{bar}}$ :

$$n_{\text{bar}} = n_{\text{bar},0} a^{-3} = 0,22 \times (10^{-5})^{-3} = 0,22 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$$

$$\Gamma = 0,22 \times 10^{15} \text{ m}^{-3} \times 6,65 \times 10^{-29} \text{ m}^2 \times 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1} = 4,4 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

Ou seja: 3x por semana!!!

Os fótons ficam “acoplados” com os elétrons enquanto  $\Gamma > H$  (taxa de interações maior que taxa de expansão do Universo), o que é equivalente a dizer que o livre caminho médio é menor que a distância de Hubble:  $l < c / H$ . Enquanto esta condição for obedecida, os fótons, elétrons e prótons ficam em equilíbrio térmico e têm a mesma temperatura  $T$ . Quando  $\Gamma$  se tornar menor do que  $H$ , os elétrons se afastam mais rapidamente do que ocorre a interação com os fótons, provocando o desacoplamento entre os mesmos tornando o Universo transparente.

Durante a fase de domínio da radiação (a menor do que  $a_{\text{rm}}$ ), a equação de Friedmann era:

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \frac{\Omega_{r,0}}{a^4} \rightarrow H = \frac{H_0 (\Omega_{r,0})^{1/2}}{a^2} = \frac{2,1 \times 10^{-20} \text{ s}^{-1}}{a^2}$$

Para  $a = 10^{-5}$ ,  $H = 2,1 \times 10^{-10} \text{ s}^{-1}$  que é muito menor do que  $\Gamma$ , portanto nesta época os fótons estavam acoplados aos elétrons e prótons (o Universo era opaco).

### 3) A Física da Recombinação

Temperatura aproximada no momento da recombinação: pode ser estimada considerando que nesta época a energia média por fóton deveria ser da ordem do potencial de ionização do H,  $Q=13,6 \text{ eV}$ :

$$T_{\text{rec}} \approx \frac{Q}{2,7k} \approx \frac{13,6 \text{ eV}}{2,7(8,6 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1})} \approx 60000 \text{ K}$$

Entretanto, a radiação de fundo não possui somente fótons com a energia média (a distribuição de energia é a de um corpo negro), contendo também fótons com energias bem mais altas. Assim, mesmo a temperaturas bem mais baixas que esta haverá fótons ionizantes.

Para calcular a época da recombinação é mais interessante utilizarmos o valor de  $X$ , o grau de ionização do Universo. Para podermos calcular  $X$  em função de  $T$ , precisamos usar mecânica estatística, em particular a equação de Saha, que dá a relação entre o no. de átomos neutros, ionizados e os elétrons no equilíbrio de ionização (lembre que estamos usando uma aproximação em que o Universo só contém hidrogênio):

$$\frac{n_H}{n_p n_e} = \left( \frac{m_e k T}{2\pi \hbar^2} \right)^{-3/2} e^{\frac{Q}{kT}}$$

Substituindo, da definição de  $X$ :

$$X = \frac{n_p}{n_p + n_H} \rightarrow n_p + n_H = \frac{n_p}{X}$$

$$1 + \frac{n_H}{n_p} = \frac{1}{X} \rightarrow n_H = \frac{1-X}{X} n_p$$

e fazendo  $n_e = n_p$  (neutralidade),

$$\frac{(1-X)n_p}{X n_p n_p} = \left( \frac{m_e k T}{2\pi \hbar^2} \right)^{-3/2} e^{\frac{Q}{kT}}$$

$$\frac{(1-X)}{X} = n_p \left( \frac{m_e k T}{2\pi \hbar^2} \right)^{-3/2} e^{\frac{Q}{kT}}$$

Da definição de  $\eta = \frac{n_{bar}}{n_\gamma}$  e  $X = \frac{n_p}{n_{bar}}$ , conclui-se que:

$$\eta = \frac{n_p}{X n_\gamma} \rightarrow n_p = \eta X n_\gamma$$

Do espectro de corpo negro para  $n_g$ , podemos obter:

$$n_\gamma = \frac{2,404}{\pi^2} \left( \frac{kT}{\hbar c} \right)^3 = 0,243 \left( \frac{kT}{\hbar c} \right)^3$$

$$n_p = \eta X 0,243 \left( \frac{kT}{\hbar c} \right)^3$$

Substituindo na equação acima para  $\frac{1-X}{X}$ :

$$\frac{1-X}{X} = \eta X 0,243 \left( \frac{kT}{\hbar c} \right)^3 \left( \frac{m_e kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{-3/2} e^{\frac{Q}{kT}}$$

$$= \eta X \frac{0,243}{(2\pi)^{-3/2}} \left( \frac{kT}{m_e c^2} \right)^{3/2} e^{\frac{Q}{kT}}$$

$$\frac{1-X}{X^2} = 3,84\eta \left( \frac{kT}{m_e c^2} \right)^{3/2} e^{\frac{Q}{kT}} = S$$

Equação do segundo grau cuja raiz positiva é:

$$X = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4S}}{2S}$$

Definindo o momento da recombinação como sendo aquele em que  $X = \frac{1}{2}$ :

$$\frac{1}{2} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4S}}{2S} \Rightarrow S = 2$$

Portanto,

$$2 = 3,84\eta \left( \frac{kT_{rec}}{m_e c^2} \right)^{3/2} e^{\frac{Q}{kT_{rec}}}$$

Sendo  $Q = 13,6 \text{ eV}$  e  $\eta = 5 \times 10^{-10}$ , encontra-se que:

$$kT_{\text{rec}} = 0,323 \text{ eV} = \frac{Q}{42} \rightarrow T_{\text{rec}} = 3740 \text{ K}$$

Bem menor que os 60000 K estimados anteriormente,

O redshift  $z$  correspondente será:

$$T = (1+z) T_0$$
$$z = \frac{T}{T_0} - 1 = \frac{3740}{2,725} - 1 = 1370 \text{ K}$$

A idade correspondente do Universo, no Modelo Padrão é:  $T_{\text{rec}} = 240000$  anos.

Exercício: Demonstrar.

A recombinação não foi um processo instantâneo; demorou milhares de anos.

Exercício: Mostre que  $X = 0,9$  (90% de ionização) ocorreu em  $z = 1475$  e que  $X = 0,1$  (90% de neutralidade) ocorreu em  $z = 1255$ . No Modelo Padrão, o intervalo de tempo transcorrido neste processo foi de  $\Delta t \approx 70000$  anos.

Agora, quando ocorre o desacoplamento matéria-radiação? Vem logo depois da recombinação, quando o número de elétrons livres cai rapidamente. O desacoplamento matéria-radiação ocorre quando o livre caminho médio do fóton é maior do que a distância de Hubble  $c/H$ :

$$l = \frac{1}{\sigma_e n_e} > \frac{c}{H} \rightarrow c \sigma_e n_e < H \rightarrow$$
$$\Gamma(z) < H(z)$$

Ou seja, a taxa de espalhamento por fótons é menor que a taxa de expansão do Universo.

O desacoplamento se dá quando estas taxas se igualam:



$$\Gamma(z) = H(z)$$

Assim, logo depois da recombinação, quando o número de elétrons livres cai rapidamente: A taxa de espalhamento por fótons é dada por:

$$\Gamma = n_e(z) \sigma_e c$$

$$X = \frac{n_p}{n_{\text{bar}}} = \frac{n_e}{n_{\text{bar}}} \rightarrow n_e(z) = X(z) n_{\text{bar}}(z)$$

$$n_{\text{bar}}(z) = n_{\text{bar},0} (1+z)^3$$

Portanto,  $n_e(z) = X(z) n_{\text{bar},0} (1+z)^3$

$$\Gamma(z) = X(z) (1+z)^3 n_{\text{bar},0} \sigma_e c = 4.4 \times 10^{-24} X(z) (1+z)^3 \text{ s}^{-1}$$

$$\Gamma(z) = 4,4 \times 10^{-21} \text{ s}^{-1} X(z) (1+z)^3$$

Na época do desacoplamento, o Universo é dominado pela matéria, e podemos usar a equação de Friedmann na forma:

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \frac{\Omega_{m,0}}{a^3} = \Omega_{m,0} (1+z)^3 = 0,3(1+z)^3 \rightarrow H(z) = 1,24 \times 10^{-18} (1+z)^{3/2} \text{ s}^{-1}$$

Que é a taxa de expansão do Universo.

O *redshift* correspondente ao desacoplamento é:

$$\Gamma(z)_{\text{des}} = H(z)_{\text{des}}$$

$$4,4 \times 10^{-21} \text{ s}^{-1} X(z) (1+z_{\text{des}})^3 = 1,24 \times 10^{-18} (1+z_{\text{des}})^{3/2}$$

$$(1+z_{\text{des}}) = \frac{43}{X_{\text{des}}^{2/3}}$$

Usando-se a função  $X(z)$  (Fig. 4 do livro de Barbara Ryden) chega-se a  $z_{\text{des}}=1130$ . O valor mais exato para  $z_{\text{des}}$  é 1100 porque assumimos que a reação de ionização/recombinação ocorre no equilíbrio e isto não é bem verdade.

Exercício: Qual é a temperatura correspondente a  $z_{\text{des}}$ ?

## A Superfície de Último Espalhamento

O fóton da radiação de fundo que chega até nós num tempo  $t_0$  sofreu um número de espalhamentos desde um tempo  $t$  dado por:

$$\tau(t) = \int_t^{t_0} \Gamma(t) dt$$

Esta equação define a profundidade ótica.

Define-se o tempo  $t$  para o qual  $\tau(t) = 1$  como tempo do último espalhamento (intervalo de tempo transcorrido desde o último espalhamento)

Mudando a variável de integração para "a":

$$\Gamma(t) dt = \Gamma(a) da \frac{dt}{da} = \Gamma(a) \frac{da}{\dot{a}}$$

$t \rightarrow a$ ;  $t_0 \rightarrow a=1$ :

$$\tau(t) = \int_t^{t_0} \Gamma(t) dt = \int_a^1 \Gamma(a) \frac{da}{\dot{a}} = \int_a^1 \frac{\Gamma(a) da}{H(a)a}$$

Fazendo:

$$(1+z) = \frac{1}{a} \rightarrow a = \frac{1}{(1+z)} \rightarrow \frac{da}{a} = -\frac{dz}{(1+z)}$$

Se  $a = 1 \rightarrow z = 0$ ; se  $a = a \rightarrow z = z$ , logo:

$$\tau(t) = -\int_z^0 \frac{\Gamma(z)}{H(z)} \frac{dz}{(1+z)} = \int_0^z \frac{\Gamma(z)}{H(z)} \frac{dz}{(1+z)}$$

Sendo:

$$\frac{\Gamma(z)}{H(z)} = \frac{4,4 \times 10^{-21} \text{ s}^{-1} X(z)(1+z)^3}{1,24 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1} (1+z)^{3/2}} = 3,55 \times 10^{-3} X(z)(1+z)^{3/2}$$

Teremos:

$$\tau(t) = \int_0^z \frac{\Gamma(z)}{H(z)} \frac{dz}{(1+z)} = 0,0035 \int_0^z X(z)(1+z)^{1/2} dz$$

Substituindo a função para  $X(z)$  e fazendo-se  $\tau(t) = 1$ , resulta que o  $z$  para o último espalhamento é da ordem do  $z$  para o desacoplamento:

$$z_{\text{últ. esp}} \approx z_{\text{des}} \approx 1100$$

Na verdade, os fótons da radiação de fundo não sofrem o último espalhamento todos ao mesmo tempo; melhor seria chamar “camada de último espalhamento”, que tem uma pequena “espessura” ou “profundidade” em  $z$  (p.ex. vai de  $z \approx 1200$  até  $z \approx 1000$ ).

Tabela1: Eventos relevantes ao redor da época da recombinação

	$z$	$T$ (K)	$t$ (M anos)	$t$ (anos)
Eq. mat./rad.	3570	9730	0,047	47000
Recombinação	1370	3740	0,240	240000
Desacoplamento	1100	3000	0,350	350000
Último Espalhamento	1100	3000	0,350	350000

A época do desacoplamento marca um momento importante na evolução do Universo: o fluido único fóton-bárion se separa em dois, um de bárions e outro de fótons, e a partir deste momento os bárions estão “livres” da constante interação com os fótons e podem colapsar sob a força da gravidade entre eles, dando origem às primeiras estruturas do Universo.

#### 4) Flutuações de Temperatura na Radiação de Fundo

Após subtração da distorção de dipolo da radiação de fundo, sobram flutuações de temperatura que refletem o tamanho das flutuações de densidade em  $z \approx 1100$ . O tamanho angular destas

flutuações de temperatura está relacionado ao seu tamanho físico através da relação:

$$d_A = \frac{l}{\delta\theta}$$

Como a superfície de último espalhamento está a um *redshift*  $z = 1100 \gg 1$ , usa-se a relação:

$$d_A = \frac{d_p}{1+z}$$

Para:

$$z \rightarrow \infty \Rightarrow d_p \approx d_{hor} \Rightarrow d_A \approx \frac{d_{hor}}{(1+z)} \approx \frac{d_{hor}}{z}$$

Portanto,

$$d_A(z \rightarrow \infty) \approx \frac{d_{hor}(t_0)}{z}$$

No Modelo Padrão, a distância do horizonte é  $d_{hor}(t_0) \approx 14000$  Mpc, de forma que  $d_A(z = 1100) \approx 13$  Mpc.

Então, o tamanho próprio das estruturas de tamanho angular  $\delta\theta$  em  $z = 1100$  é:

$$l = \delta\theta \times 13 \text{ Mpc}$$

$$l = 0,22 \text{ Mpc} \times \delta\theta / 1^\circ$$

Observa-se que as menores flutuações encontradas na radiação de fundo têm  $\delta\theta \approx 0,17^\circ$ ,  $l = 0,04$  Mpc, que na época atual corresponde a  $l_0 = l(1+z) = 40$  Mpc, que é o tamanho típico dos superaglomerados de galáxias.

Uma descrição matemática para as flutuações de temperatura observadas na radiação de fundo em função dos ângulos  $\theta$  e  $\phi$  é dada por:

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_l \sum_m a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi)$$

$$l \geq 0 \quad m = -l, \dots, l$$

onde  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  são os harmônicos esféricos. Esta descrição matemática é útil devido ao fato de que vemos a radiação de fundo vindo de uma superfície esférica.

Propriedade estatística importante de  $\delta T / T$ : a função de correlação  $C(\theta)$ , definida como:

$$C(\theta) = \left\langle \frac{\delta T}{T}(\hat{n}) \frac{\delta T}{T}(\hat{n}') \right\rangle_{\hat{n} \cdot \hat{n}' = \cos \theta}$$

Onde  $\hat{n}$  e  $\hat{n}'$  indicam direções separadas por um ângulo  $\theta$  no céu. Quanto maior  $C(\theta)$ , mais correlacionadas estarão as flutuações de temperatura.

Substituindo as expressões de  $\delta T / T$  acima por sua expansão em harmônicos esféricos resulta:

$$C(\theta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) C_l P_l(\cos \theta)$$

onde  $P_l$  são os polinômios de Legendre, o que significa que a função de correlação pode ser decomposta em “momentos de multipolo”  $C_l$ . Os valores de  $C_l$  serão não nulos para separações angulares maiores do que a resolução do instrumento.

Significado de  $C_l$ : é uma medida das flutuações de temperatura em escalas angulares  $\delta\theta \approx 180^\circ/l$ . O termo de monopolo ( $l = 0$ ) dá a temperatura média; o termo de dipolo ( $l = 1$ ) é devido ao nosso movimento em relação à radiação de fundo (em direção a Virgo + movimento de Virgo em direção a Hydra-Centauro); os termos para  $l \geq 2$  são os de maior interesse, pois revelam os tamanhos das flutuações de  $T$  na superfície de último espalhamento.

O gráfico de  $\Delta T \equiv \left( \frac{l(l+1)}{2\pi} C_l \right)^{1/2} \langle T \rangle$  vs  $l$  (Fig. 9.6 do livro de Barbara Ryden) mostra o comportamento das flutuações de temperatura em função de  $l$ . Nota-se um pico para  $l \approx 180^\circ$  correspondente a  $\delta\theta \sim 1^\circ$ , e  $l \approx 0,22$  Mpc.

## A Causa das Flutuações de Temperatura.

É interessante constatar que este máximo corresponde à distância de Hubble na época do último espalhamento:

$$(d_H)_{\text{esp}} = \frac{c}{H(z_{\text{des}})} = \frac{3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}}{1,24 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1} (1+z)^{3/2}} \approx 0,2 \text{ Mpc}$$

Então  $\theta \approx 1^\circ \approx \theta_H(\text{esp})$ , o tamanho angular correspondente a distância de Hubble na época.

A distância de Hubble corresponde aproximadamente à distância do horizonte na época, que é a máxima distância dentro da qual há comunicação através de fótons (horizonte causal). Para  $\theta > \theta_H$  ( $l < 180^\circ$ ) a origem das flutuações de T é diferente daquelas com  $\theta < \theta_H$  ( $l > 180^\circ$ ).

Origem das Flutuações de Temperatura com  $\theta > \theta_H$ :

São originadas do efeito gravitacional de flutuações de densidade primordiais na distribuição da matéria escura não bariônica. Não podem ter a ver com os fótons porque fótons não tiveram tempo de percorrer mais do que 0,22 Mpc ou  $\theta \approx 1^\circ$  até a época do desacoplamento ou último espalhamento:

Densidade de energia na matéria escura não-bariônica na época do último espalhamento:

$$\varepsilon_{\text{dm}}(z_{\text{esp}}) = \Omega_{\text{dm},0} \varepsilon_{\text{c},0} (1+z)^3 \approx 1,8 \times 10^{12} \text{ MeV m}^{-3}$$

Densidade de energia em matéria bariônica:

$$\varepsilon_{\text{bar}}(z_{\text{esp}}) = \Omega_{\text{bar},0} \varepsilon_{\text{c},0} (1+z)^3 \approx 2,8 \times 10^{11} \text{ MeV m}^{-3}$$

Densidade de energia em fótons:

$$\varepsilon_{\gamma}(z_{\text{esp}}) = \Omega_{\gamma,0} \varepsilon_{\text{c},0} (1+z)^4 \approx 3,8 \times 10^{11} \text{ MeV m}^{-3}$$

A densidade de energia escura, que é a mesma que a atual ( $0.7 \times 5200 \text{ MeV m}^{-3}$ ) era totalmente desprezível na época.

Então, na época do último espalhamento,  $\varepsilon_{\text{dm}} > \varepsilon_{\gamma} > \varepsilon_{\text{bar}}$ . Portanto, a matéria escura não-bariônica dominava a densidade de energia na época do último espalhamento.

Assumindo uma expressão para a densidade de energia em matéria escura:

$$\varepsilon(\vec{r}) = \bar{\varepsilon} + \delta\varepsilon(\vec{r})$$

Sendo  $\bar{\epsilon}$ , o valor médio, e  $\delta\epsilon(\vec{r})$  a variação.

Numa aproximação Newtoniana, uma componente variável espacialmente da densidade de energia  $\delta\epsilon$  vai originar uma variação no potencial gravitacional, que obedece à equação de Poisson:

$$\nabla^2(\delta\Phi) = \frac{4\pi G}{c^2} \delta\epsilon$$

Onde  $\Phi$  é o potencial gravitacional.

Flutuações de densidade levam necessariamente a flutuações no potencial gravitacional.

Um fóton que esteja num mínimo de potencial no seu último espalhamento, deverá perder energia para escapar do potencial e será “redshifted”. Por outro lado, um fóton que estiver num máximo do potencial vai ganhar energia ao cair num poço de potencial e vai ser “blueshifted”. Portanto, as manchas frias (redshifted) no mapa da radiação de fundo correspondem às regiões de mínimo de  $\delta\phi$  e as manchas mais quentes (blueshifted) correspondem às regiões de máximo do  $\delta\phi$ . Os cientistas Sachs & Wolfe em 1967 obtiveram uma relação entre  $\delta T$  e  $\theta\Phi$ .

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{1}{3} \frac{\delta\Phi}{c^2}$$

Chama-se Efeito Sachs-Wolfe a criação de flutuações de  $T$  devido a flutuações de  $\Phi$ . As flutuações de  $T$  para  $\theta > \theta_H \approx 1^\circ$  fornecem um mapa de  $\delta\phi$  da época do último espalhamento.

### Origem das Flutuações de Temperatura com $\theta < \theta_H$

Dentro de  $\theta_H$  os fótons e bárions têm um papel. Antes do desacoplamento entre os fótons e bárions, estes formam um “fluido” fóton-bárion, que se move sob a ação gravitacional da matéria escura, uma vez que a densidade de energia do fluido é  $\approx 1/3$  da densidade de energia da matéria escura. Se o fluido fóton-bárion se aproxima de um poço de potencial da matéria escura, ele vai cair dentro do potencial. Ao ser comprimido pela gravidade, a pressão do fluido aumenta. Até que esta pressão provoca uma expansão do fluido; a pressão então cai e daí a força gravitacional provoca uma nova compressão e assim se originam as chamadas “oscilações acústicas”, uma vez que representam uma espécie de onda estacionária no fluido fóton-bárion. Isto acontece até o desacoplamento dos fótons e bárions. No momento do desacoplamento, o fluido pode estar na fase de compressão máxima e os fótons vão ser “mais quentes” que a média; por outro lado, para a parte do fluido que está na máxima expansão, os fótons vão estar “mais frios” que a média. Se o fluido fóton-bárion está no processo de expansão ou contracção durante o desacoplamento. o

efeito Doppler vai provocar que os fótons liberados sejam também “mais frios” ou “mais quentes” que a média.

Interpretação do pico mais alto na curva  $\Delta T \times l$  observado em  $l \approx 180^\circ$ , ou  $\theta \approx 1^\circ$  na Fig. 9.6 (Barbara Ryden): representa os poços de potencial dentro dos quais o fluido fóton-bárion atingiu a máxima compressão na época do último espalhamento. Estes poços de potencial tinham tamanhos próprios  $\sim c / H(z_{es}) \rightarrow \theta \sim \theta_H$ .

A localização e amplitude do pico mais alto na Fig.9.6 (Barbara Ryden) é um diagnóstico cosmológico. O tamanho angular  $\theta$  de um objeto de tamanho próprio conhecido depende da curvatura do Universo. Para um Universo de curvatura negativa, o tamanho angular é menor do que num Universo de curvatura positiva.

A Fig. 9.7 (Barbara Ryden) mostra os valores de  $\Omega_{m,0}$  e  $\Omega_{\Lambda,0}$  resultantes dos dados do COBE para a radiação de fundo. A intersecção destes valores com os provenientes dos resultados de medidas de magnitudes aparentes de Supernova tipo 1a conduzem aos resultados:  $\Omega_0 = 1$ ,  $\Omega_{\Lambda,0} = 0,7$  e  $\Omega_{m,0} = 0,3$ .

A amplitude do pico depende da velocidade do som no fluido fóton-bárion logo antes do desacoplamento:

$$c_s = \sqrt{\omega_{fb}} c$$

Ou seja, depende do parâmetro da equação de estado  $\omega_{fb}$  que, por sua vez, depende da razão  $n_\gamma / n_b$  e, portanto, da densidade de bárions no Universo. A análise detalhada da curva  $\Delta T \times l$  resulta em:

$$\Omega_{bar,0} = 0,04 \pm 0,02$$