Cosmologia

Observação Cosmológicas :

1)**Paradoxo de Olbers**. A mais simple observação cosmológica e que a *noite e escura* .
Este fato chamou a atenção de Kepler , Galileo, Halley. Olbers em 1826 , explicou que se assumimos que o Universo e infinito e que a estrelas estão distribuídas uniformemente o céu deveria ser brilhante como a superfície de uma estrela.

A radiação de uma estrela cai com quadrado da distância, enquanto o número de estrelas aumenta com o quadrado da distância,

o céu em média deveria ser tão brilhante quanto a superfície de uma estrela média, pois estaria completamente coberto delas

.Uma analogia simples de fazer é com uma floresta de árvores.

o meio da floresta, a meu redor vejo as árvores bem espaçadas entre si, mas quanto mais longe olho, mais diminui o espaçamento entre as árvores de forma que no limite da minha linha de visada as árvores estão todas juntas e nada posso ver além delas.

Solução para o Paradoxo O universo não existiu por todo o sempre.

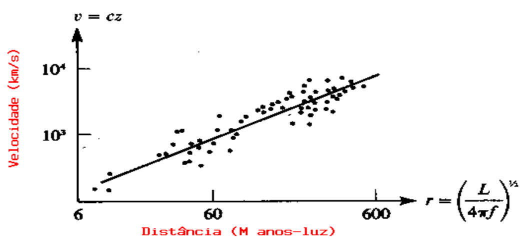
Essa é a solução atualmente aceita para o paradoxo. Como o universo tem uma idade finita, e a luz tem uma velocidade finita, a luz das estrelas mais distantes ainda não teve tempo de chegar até nós. Portanto, o universo que enxergamos é limitado no espaço, por ser finito no tempo. A escuridão da noite é uma prova de que o universo teve um início.

2) Lei de Hubble

Lei de Hubble

1930 Hubble demonstrou que a velocidade de recessão das galáxias medida pelo deslocamento Doppler das linhas espectrais esta correlacionada com a distancia da galáxia:

Lei de Hubble



Vr=H d(Mpc)

Medida a velocidade radial das galáxia, adotando H=75 [km/seg Mpc

Determinamos d = Vr/H

A Lei de Hubble   V=H d   revela que o   universo se expande. As galáxias se afastam uma das outra com velocidade proporcional a sua separação. Podemos assumir que elas estiveram mais próximas no passado, por exemplo, uma galáxia que se afasta de nossa galáxia com uma velocidade V terá percorrido uma distancia

d= V T_H

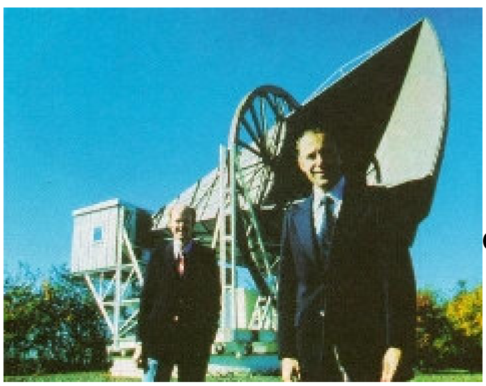
Lei de Hubble   d = V/H

Podemos definir o tempo de Hubble como T_{H} = 1/H

Adotando H= 72 (km/seg Mpc) T_H = 13 x 10 ^{9} anos

A Lei de Hubble oferece um prova de que o Universo não e estático e que uma grande explosão deve ter ocorrido 13 bilhões de anos atrás.

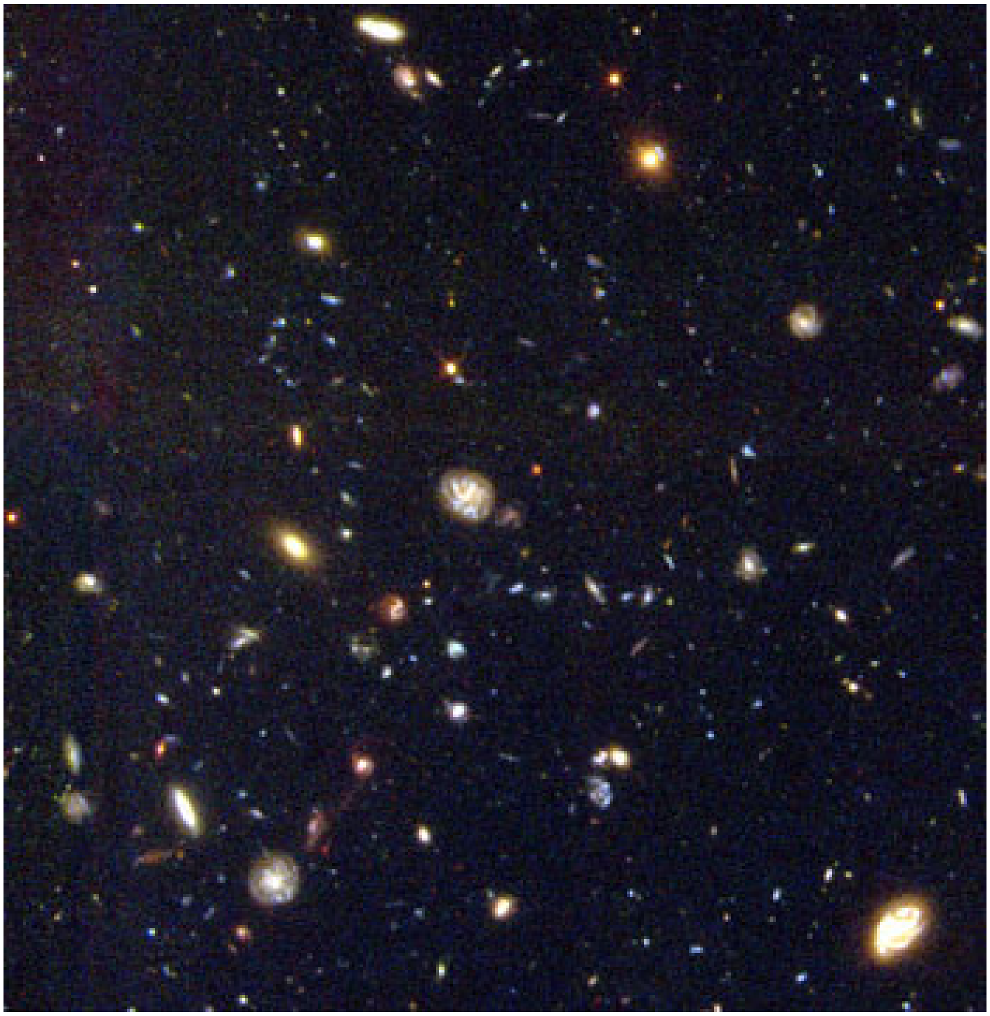
A radiação termica de fundo . Após a descoberta da Lei de Hubble a descoberta mais importante foi a realizada por Arno Penzias e Robert Wilson (1948) da radiação de fundo de 3 K .
A radiação de fundo tinha sido prevista pelo físico Gamow (1942) que estudo as fases iniciais da expansão do Universo. De acordo com sua teoria, na fase inicial da expansão, o universo estava preenchido por radiação muito quente, na medida que se expande, essa radiação se esfria ate chegar a poucos Kelvins. A descoberta desta radiação de fundo indica que o universo foi extremamente quente em sua fase inicial.



O Radiotelescópio utilizado na descoverta

A isotropia da matéria e da radiação

A isotropia do universo é demonstrada pela radiação de 3K, a distribuição das galáxias distantes, das radio-fontes e dos QSOs, bem como a radiação X de fundo, e finalmente a Lei de Hubble . O Universo é homogêneo em grande escala .



A Idade do Universo

Observações cosmológicas que no dependem de modelos, como a idade da Terra (4600 milhões de anos), idade do Sol (um pouco mais velho) e a idade das estrelas mais velhas dos aglomerados estelares da Galáxia (de 10 a 15 x 10^9 anos), fornecem um limite inferior para a idade do Universo que. Estes valores são próximos aos limites determinado pela constante de Hubble. Isto revela que a Lei de Hubble e devida a expansão do Universo e mostra também que os objetos mais velhos se formaram bem cedo na historia do universo.

Cosmologia matemática

O Principio cosmológico que serve de base aos modelos de universo assume que a densidade de galáxias é uniforme, quando observamos grandes volumes do espaço, independente da direção e deixando de lado as irregularidades locais o universo aparece igual de qualquer lugar do espaço que observamos. O Universo é Homogêneo e isotrópico

Universo Homogêneo e isotrópico

De acordo as condições gerais adotadas, as coordenadas do espaço e do tempo do universo, devem ser escolhidas de forma que as coordenadas espaciais de um observador que se move junto com a matéria, seja constante. Em um universo isotrópico e homogêneo o elemento de distancia é dado pela métrica de Robertson - Wolker

$$ds^2 = -c^2\, dt^2 + R(t)^2 [\, dr^2/(1-kr^2) + r\, (d\,\theta^2 + \text{cós}^2\theta\; d\,\phi^2)]$$

r *coordenada radial adimensional*

R(t) escala do universo (depende de **t , quando R** cresce, crescem a distancia entre as galáxias).

O coeficiente k define a geometria do espaço

k =1	elíptico (fechado)
k= 0	parabólico (aberto)
k=-1	hiperbólico (aberto)

-Os espaços descrito por estes modelos não são necessariamente Euclideos, podem ter curvatura positiva ou negativa.

-Dependendo da curvatura pode ser fintos ou infinitos, porem em ambos os casos não tem limites.

(k=+1) a analogia da geometria elíptica no espaço bidimensional é a superfície da esfera

A área da superfície da esfera e finita porem não tem limites. O fator de escala R(t) e o raio da esfera quando R cambia, a distancia entre os pontos da superfície da esfera cambiam da mesma forma.

(k=0) o exemplo de este tipo de geometria em duas dimensões é o plano.

$$ds^2 = -c^2\, dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad \text{(espaco de Minkounski)}$$

(k= -1) geometria hiperbólica, é infinita um exemplo em duas dimensões é a cela.

No Universo homogêneo e isotrópico todas as quantidades físicas dependem do tempo através do fator de escala **R(t).** Por exemplo, r é distancia entre as galáxias no tempo t é r´ no tempo t'.

$$\mathbf{r' = [R(t'o)/ R(to)]r}$$

O volumem varia proporcionalmente a R^3

O comprimento de onda λ da radiação do universo em expansão será proporcional a R(t)

$\lambda / \lambda o = R/Ro$ quando Ro cresce ate R

$z = \lambda - \lambda o / \lambda o$ $z + 1 = R/Ro$

O Desvio ao vermelho de uma galáxia (redshift), expressa quanto o fator de escala cambiou desde que a luz da galáxia foi emitida

para um QSO com $z=1$ $Ro=1/2\ R$

a luz do QSO foi emitida quando todas as distancias entre as galáxias eram ½ da distancia atual R do Universo.

Efeito Doppler

Dentro da visão clássica interpretamos este desvio como um sintoma do afastamento da fonte a qual pode ser avaliada como

$z=v/c$.

Observamos galáxias com $z > 1$. Naturalmente e impossível que objetos se afastem com velocidades superiores a velocidade da luz e de acordo com a teoria da relatividade restrita a formula nestes casos é

$v/c=(z+10)^2 -1/(z+1)^2+1$

Os Modelos de Freedman

Para determinar com precisão a dependência do fator de escala com o tempo é necessário incluir a teoria da gravitação.

Eintein apresentou seu modelo do universo de acordo a teoria geral da relatividade, que o descreve da seguinte forma:

-geometricamente esférico e simétrico
-volumem finito porem sem limites
-homogêneo, uniforme e estático . ***Para obter um modelo estático, Eintein preciso acrescentar as equações uma força repulsiva , o termo cosmológico Λ .***

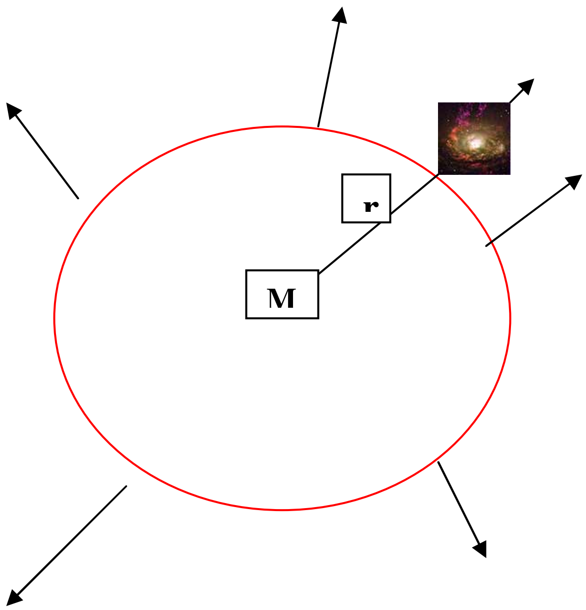
A equação de campo de Einstein pode ser escrita como:

$$\boxed{R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R - \Lambda g_{ik} = \frac{\kappa}{c^2}T_{ik},}$$

Após a descoberta da expansão do Universo (lei de Hubble), Alexander Friedmann (Físico Ruso) estudou as soluções da equação de Einstein para Λ=0. Neste caso só os modelos de universo em expansão ou contração são possíveis .

Cosmologia Newtoniana

Derivaremos aqui a existência de 3 tipos de modelos e a lei de expansão do universo a partir de considerações puramente Newtonianas . Estes modelos estão completamente em acordo com o tratamento relativístico.
Consideremos uma região do universo esférica que esta em expansão , a distribuição de massa M interior ao raio, exerce atração gravitacional sobre a galáxia



de massa m localizada na borda da região. Devido a expansão, se afasta com uma velocidade dada pela lei de Hubble $V = H r$

A energia cinética da galáxia é $T = m V^2 / 2$

A energia potencial da massa M em r é $U = -GMm/r$

A energia total é
$E = T + U = m V^2 / 2 - G M m / r = cte$
(Equação de expansão do Universo.)

Dependendo do valor da energia total do Universo, que é uma constante do sistema, o Universo será aberto ou fechado.

$$E \begin{cases} > 0, & \text{Universo aberto;} \\ = 0, & \text{Universo plano;} \\ < 0, & \text{Universo fechado.} \end{cases}$$

Densidade Critica

A massa M dada em função da densidade media do universo e ρ é M= $(4\pi\, r^3/ 3)\ \rho$

o valor da densidade ρ que corresponde a E=0, e chamada de densidade critica ρ_c

Usando a *lei de Hubble*:

$$v = H_0 r,$$

onde Ho é a constante de Hubble no presente, e

$$M = \rho_c \frac{4\pi}{3} r^3,$$

onde ρ_c é a densidade crítica, isto é, a densidade necessária para parar a expansão do universo E=0 obtemos:

$$\frac{1}{2} H_0^2 m r^2 - \frac{4G\pi}{3} \rho_c m r^2 = 0,$$

Usando Ho=75 km/s/Mpc, obtemos

$$\rho_c \simeq 1,1 \times 10^{-26}\ \mathrm{kg/m^3} = 1,1 \times 10^{-29}\ \mathrm{g/cm^3},$$

que pode ser comparado com a densidade de matéria visível observada, que é da ordem de 10^{31} g/cm^3
ou seja, cerca de 100 vezes menor do que a densidade crítica.

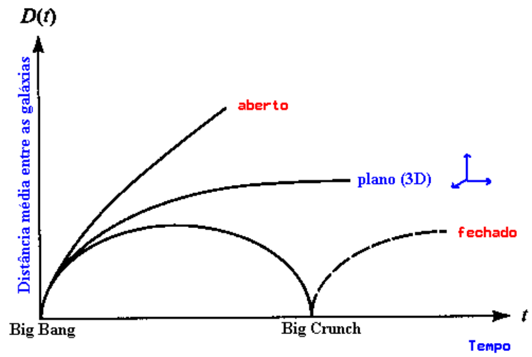
A expansão do universo pode ser comparada com o movimento vertical de uma massa m ejetada da superfície de um objeto celeste (por exemplo: planeta) de massa M. A órbita depende da energia inicial, para calcular a órbita e necessário conhecer a velocidade inicial e a massa M. Em cosmologia precisamos saber a densidade media do universo e a constante de Hubble H .

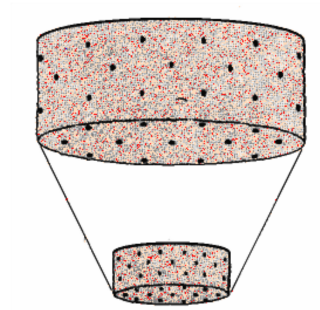
Este modelo E=0 e chamado o Modelo de Einstein – de Sitter

$\rho > > \rho_c$ o termo da energia potencial domina a expansão e o universo colapsa em um ponto. Este modelo corresponde ao modelo fechado de Friedamann

$\boldsymbol{\rho << \rho c}$ o universo esta sempre em expansão corresponde ao modelo hiperbólico

Expansão do Universo





A Densidade critica para o Universo fechado =
$Dc=10^{-29}$ g/cm^3 A matéria visível <100 Dc

Comportamento do Parâmetro de Escala R

Normalizando o fator de escala para uma região do universo de raio **a** como:

r(t) =a R(t)

Podemos descrever a expansão de qualquer região do universo com um mesmo parâmetro R.

A velocidade local de expansão V = R a

$M= 4/3\ \pi\rho\ R^3\ a^3$

A Energia total normalizada $E = - mc \frac{1}{2} k$

Podemos escrever a equação de expansão

$$\dot{R}^2 - 8/3 \ \pi G \ (\rho/\rho c) \ \rho c \ R^2 - \ \Lambda = - k \ c^2 / a^2$$

$$k \ /a^2 = K$$

$$\dot{R}^2 - 8/3 \ \pi G \ \rho R^2 = - K c^2$$

Um modelo cosmológico e completamente especificado quando o valor da densidade media do universo e a constante de Hubble são conhecidas .

As velocidades relativas V de dois pontos separados pela distancia r e dada em função do fator de escala R

$r=(R(t)/Ro)\ ro$ e $V = \dot{r} = \dot{R}(t)/R(t0)\ ro$

$H = V/r = \dot{R}(t)/R(t0)$

O parâmetro de desaceleração do universo

$$q= - \ddot{R} \dot{R} / R^2$$

Este parâmetro descreve os câmbios na expansão de R

$$q(t) = \frac{GM}{r^3 H^2} = \frac{4\pi G \rho_c(t)\Omega(t)}{3H^2} = \frac{\Omega(t)}{2},$$

O parâmetro de densidade $\Omega = \rho / \rho_c$ Ω=1 corresponde ao Modelo de Einstein-de Sitter

Ω = Ω (materia barionica) + Ω (matéria escura) +Ω (radiação escura)+...

Podemos demonstrar que $\Omega = 2q$

A equação de campo de Einstein pode ser escrita como:

$$\boxed{R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R - \Lambda g_{ik} = \frac{\kappa}{c^2} T_{ik},} \tag{1.22}$$

onde R_{ik} é o tensor espaço-tempo, g_{ik} são as componentes do tensor métrico e dependem do sistema de coordenadas usado e da unidade da coordenada temporal, T_{ik} é o tensor momentum-energia, que depende da distribuição e movimento das massas e do campo eletromagnético,

Λ é a constante cosmológica, que pode ser nula,
e

$$\boxed{\kappa \equiv \frac{8\pi G}{c^2}}$$

$$\boxed{R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R - \Lambda g_{ik} = \frac{\kappa}{c^2} T_{ik},}$$

Bibliografia :

Astronomia e Astrofísica, Kepler Oliveira & Maria de Fátima Saraiva
Fundamental Astronomy, Karttunen, Kroger, Oja, Pautanen e Donner
Introdução `a Cosmologia, Ronaldo E. de Souza