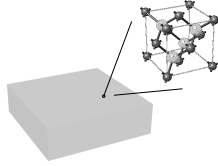


### Unidade 3 Estado Sólido



#### Propriedades Elétricas

(cap. 42 – Fundamentos de Física – Halliday, Resnick, Walker, vol. 4 – 6ª. Ed.)

- Metais
- Semicondutores

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

### Classificar os sólidos, do ponto de vista elétrico, de acordo com três propriedades básicas:

Resistividade  $\rho$  à temperatura ambiente [unidades: ohm-metro ( $\Omega \cdot m$ )]

**Concentração (densidade) de portadores de carga  $n$**  definida como o número de portadores de carga por unidade de volume (unidades:  $m^{-3}$ )

**Coefficiente de temperatura da resistividade  $\alpha$**  definido pela relação:

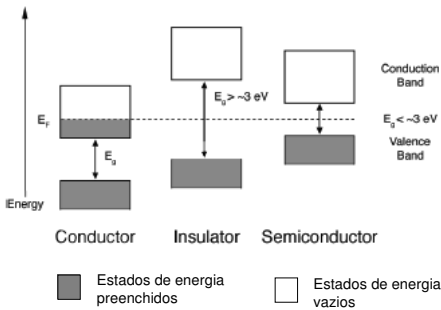
$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} = \alpha \quad (\text{unidades: } K^{-1})$$

	Cobre	Silício
Densidade de Portadores de Carga ( $m^{-3}$ )	$9 \times 10^{28}$	$1 \times 10^{16}$
Coefficiente de Temperatura da Resistividade ( $K^{-1}$ )	$+4 \times 10^{-3}$	$-70 \times 10^{-3}$

Substância	Resistividade ( $\Omega \cdot m$ )
Cobre	$1.7 \times 10^{-8}$
Ouro	$2.3 \times 10^{-8}$
Alumínio	$2.8 \times 10^{-8}$
Grafite	$6 \times 10^{-5}$
Germânio (puro)	$4.7 \times 10^{-1}$
Silício (puro)	$2.1 \times 10^2$
Vidro	$10^{10}$
Mica	$10^{15}$
Diamante	$10^{16}$

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

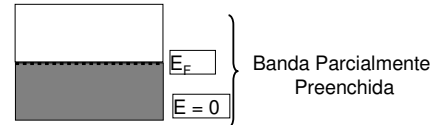
### Níveis de energia para um sólido cristalino: teoria de bandas



Márcia Russman Gallas (FIS01184)

### METAIS

#### Diagrama de Bandas



- $E_F$  = nível de Fermi = energia de Fermi  $\rightarrow$  definido para  $T = 0$  K
- elétrons que ocupam banda parcialmente preenchida  $\rightarrow$  elétrons de valência
- Cobre:

$$E_F = 7,0 \text{ eV}, \quad v_F = 0,0052 c = 1,6 \times 10^6 \text{ m/s (vel. dos elétrons no nível de Fermi)}$$

para  $T = 0$  K

O que acontece se aumentarmos a temperatura??

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

### Condução para $T > 0$

Elétrons próximos ao nível de Fermi irão para níveis vagos acima do nível de Fermi  $\rightarrow$  continuarão aprisionados nesta banda

Distribuição de elétrons não difere muito da distribuição no zero absoluto

PORQUE??

Energia Térmica =  $kT$   $\rightarrow$  energia cedida ao elétron através do aumento de temperatura

$$(k = \text{constante de Boltzman} = 8,62 \times 10^{-5} \text{ eV/K})$$

$$T = 1000 \text{ K (727 } ^\circ\text{C)} \rightarrow kT = 0,086 \text{ eV}$$

Pouca alteração na energia do elétron

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

### Condução elétrica num metal: Resistividade $\rho$

Expressão baseada no modelo de elétrons livres (gás de elétrons) – elétrons de condução

- Aplica-se um campo elétrico  $E \Rightarrow$  força  $F$  aplicada em cada elétron  $F = -eE$
- Tempo  $\Delta t \Rightarrow$  aumento de  $\Delta v$  na velocidade dos elétrons de condução no sentido  $-E$ 
  - $\Rightarrow$  variação na energia dos elétrons
  - $\Rightarrow$  ocupam outros níveis vagos
- Velocidade dos elétrons não cresce sem limites
  - $\Rightarrow$  colisões com vibrações térmicas da rede limita a velocidade
  - $\Rightarrow$  chega a um valor constante  $\Rightarrow$  corrente constante
  - $\Rightarrow$  tempo para que isto ocorra: tempo de relaxação  $\tau$

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$

$m$  = massa do elétron;  $e$  = carga do elétron;

$n$  = concentração de portadores de cargas

( $n^{\circ}$  de elétrons de condução por volume.)

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

METAIS: como varia a resistividade com o aumento da temperatura?

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$

- Concentração de portadores de carga ( $n$ ) não aumenta muito, por causa dos processos de colisão;
- Tempo de relaxação  $\tau$  diminui bastante com o aumento no número de colisões, mais rápido se chega a uma corrente constante.

$\rho$  AUMENTA com a temperatura

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} = \alpha \quad \alpha = \text{coeficiente de temperatura da resistividade é POSITIVO!}$$

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

Como se calcula o número de elétrons de condução ( $N_{ec}$ ) num sólido?

$$N_{ec} = N_{\text{átomos}} \times N_{\text{elétrons de valência/átomo}}$$

$$n = \frac{N_{ec}}{\text{volume da amostra}}$$

$$n = \frac{N_{\text{átomos}} \times N_{\text{elétrons de valência/átomo}}}{\text{volume da amostra}}$$

Concentração de portadores de carga

$$N_{\text{átomos}} = \frac{M_{\text{amostra}}}{\text{massa atômica}} = \frac{\text{massa específica} \times \text{volume}}{\text{massa atômica}}$$

$$\text{massa atômica} = \frac{\text{massa molar}}{N_A}$$

$$N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

## Estudo Quantitativo da Eletricidade num Metal

- 1) Contagem de Estados Quânticos:
  - para 1 átomo:  $2(2l + 1)$
  - para N átomos num sólido: ??
- 2) Contagem dos Estados em  $T = 0$  K
- 3) Cálculo da Energia de Fermi
- 4) Contagem dos Estados em  $T > 0$  K

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

## 1) Contagem de estados quânticos:

N átomos: método estatístico

Em vez de perguntarmos: "qual a energia do estado?"

Perguntamos: "quantos estados (por unidade de volume) tem energia entre E e E + dE?"

- ❖ Um cristal com  $10^{23}$  átomos origina um número muito grande de níveis de energia. Muitos dos quais são degenerados (= Energia)
- ❖ A densidade de estados  $N(E)$  é a medida de estados disponíveis com a mesma energia, por unidade de volume

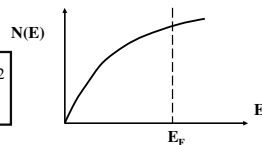
Densidades de Estados

$$N(E) = \frac{8\pi}{h^3} (2m^3 E)^{1/2}$$

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

## Densidade de Estados

$$N(E) = \frac{8\pi}{h^3} (2m^3 E)^{1/2}$$

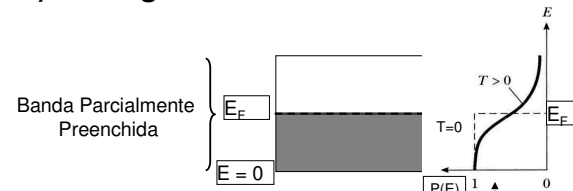


Não depende da forma, tamanho e material da amostra

É função apenas da energia!!

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

## 2) Contagem de estados em $T = 0$ K:



- até nível de Fermi, todos os estados estão ocupados (mais baixa energia)
- acima do nível de Fermi, todos os estados estão vazios
- ESTATÍSTICA: peso para cada estado de energia

$P(E)$  = função probabilidade  $\rightarrow$  1 certeza que o estado está ocupado  
 $\rightarrow$  0 certeza que o estado está vazio

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

### Densidade de Ocupação de Estados

Nº de estados ocupados por unidade de volume  $\rightarrow N_o(E) = N(E) P(E)$

Nº de estados não ocupados por unidade de volume (densidade de estados)  $N(E) = \frac{8\pi}{h^3} (2m^3 E)^{1/2}$

Probabilidade de ocupação de um estado  $P(E) \begin{cases} = 1 \\ = 0 \end{cases}$

$n = \int_0^{E_F} N_o(E) dE = \int_0^{E_F} N(E) P(E) dE$

$n = N^\circ$  de elétrons de condução por unidade de volume num metal

$n = \int_0^{E_F} N(E) dE$

Em  $T = 0$  K os elétrons de condução ocupam todos os estados de energia até o nível de Fermi

Márcia Russman Gallás (FIS01184)

### 3) Cálculo da Energia de Fermi

$$n = \int_0^{E_F} N(E) dE = \int_0^{E_F} \frac{8\pi}{h^3} (2m^3 E)^{1/2} dE = \frac{8\pi}{h^3} (2m^3)^{1/2} \left[ \frac{E^{3/2}}{3/2} \right]_0^{E_F}$$

$$n = \frac{16\pi}{3h^3} (2m^3)^{1/2} E_F^{3/2}$$

isolando  $E_F$ , temos:  $A = 3,65 \times 10^{-19} (m^2 eV)$

$$E_F = \left( \frac{3}{16\sqrt{2}\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{0,121 \cdot h^2}{m} n^{2/3} = A n^{2/3}$$

Sabendo  $n$  ( $n^\circ$  de elétrons de condução por volume) calcula-se  $E_F$

Márcia Russman Gallás (FIS01184)

### 4) Contagem de estados para $T > 0$ K

Como fica a função probabilidade  $P(E)$ ?  
Temos a distribuição de probabilidades de Fermi-Dirac que representa a probabilidade de ocupação de um estado com energia  $E$ .

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

Em  $T = 0$  K temos:  $\begin{cases} \text{para } E < E_F \Rightarrow (E - E_F)/kT \rightarrow -\infty \\ \Rightarrow e^{-\infty} = 0 \Rightarrow P(E) = 1 \\ \text{para } E > E_F \Rightarrow (E - E_F)/kT \rightarrow +\infty \\ \Rightarrow e^{+\infty} = \infty \Rightarrow P(E) = 0 \end{cases}$

Márcia Russman Gallás (FIS01184)

### 4) Contagem de estados para $T > 0$ K

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

$$n = \int_0^E N_o(E) dE = \int_0^E N(E) P(E) dE$$

Márcia Russman Gallás (FIS01184)

### Comparando ocupação de estados para:

**T = 0 K**

**T > 0 K**

Márcia Russman Gallás (FIS01184)

### Nível de Fermi e ocupação de estados:

<http://jas.eng.buffalo.edu/education/semicon/fermi/functionAndStates/functionAndStates.html>

Ver Exemplos 42-2, 42-3, 42-4

Márcia Russman Gallás (FIS01184)