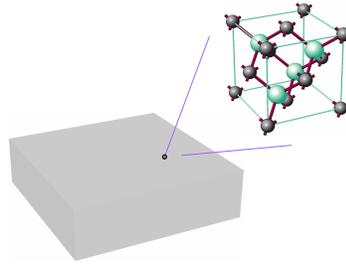


Unidade 3 Estado Sólido



Propriedades Elétricas

(cap. 42 – Fundamentos de Física – Halliday, Resnick, Walker, vol. 4 – 6ª. Ed.)

- Metais
- Semicondutores

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

Classificar os sólidos, do ponto de vista elétrico, de acordo com três propriedades básicas:

Concentração (densidade) de portadores de carga n definida como o número de portadores de carga por unidade de volume (unidades: m^{-3})

Coefficiente de temperatura da resistividade α definido pela relação:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} = \alpha \quad (\text{unidades: } K^{-1})$$

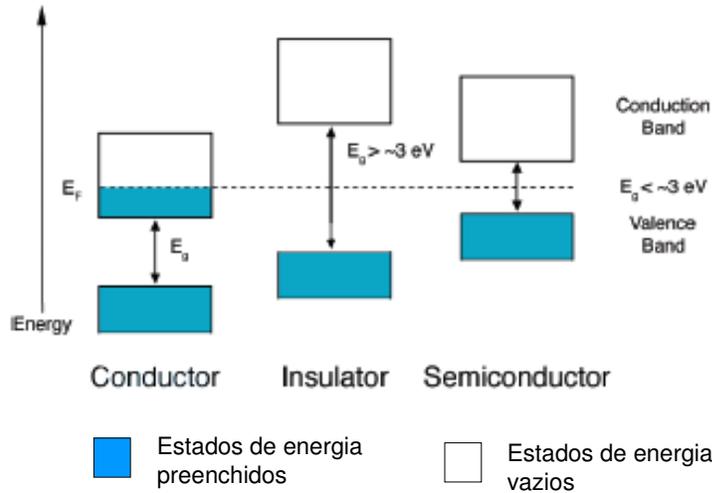
| | Cobre | Silício |
|---|----------------------|-----------------------|
| Densidade de Portadores de Carga (m^{-3}) | 9×10^{28} | 1×10^{16} |
| Coefficiente de Temperatura da Resistividade (K^{-1}) | $+ 4 \times 10^{-3}$ | $- 70 \times 10^{-3}$ |

Resistividade ρ à temperatura ambiente [unidades: ohm-metro ($\Omega \cdot m$)]

| Substância | Resistividade ($\Omega \cdot m$) |
|-----------------|------------------------------------|
| Cobre | 1.7×10^{-8} |
| Ouro | 2.3×10^{-8} |
| Alumínio | 2.8×10^{-8} |
| Grafite | 6×10^{-5} |
| Germânio (puro) | 4.7×10^{-1} |
| Silício (puro) | 2.1×10^3 |
| Vidro | 10^{10} |
| Mica | 10^{15} |
| Diamante | 10^{16} |

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

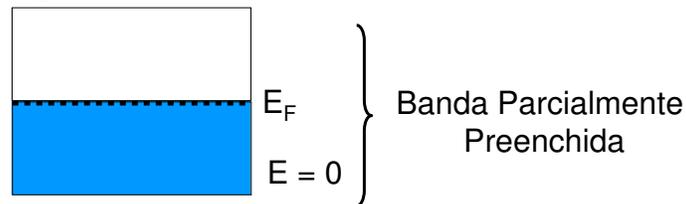
Níveis de energia para um sólido cristalino: teoria de bandas



Márcia Russman Gallas (FIS01184)

METAIS

Diagrama de Bandas



- E_F = nível de Fermi = energia de Fermi → definido para $T = 0 \text{ K}$
- elétrons que ocupam banda parcialmente preenchida → elétrons de valência
- **Cobre:**

$E_F = 7,0 \text{ eV}$, $v_F = 0,0052 c = 1,6 \times 10^6 \text{ m/s}$ (vel. dos elétrons no nível de Fermi)

para
 $T = 0 \text{ K}$

O que acontece se aumentarmos a temperatura??

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

Condução para $T > 0$

Elétrons próximos ao nível de Fermi irão para níveis vagos acima do nível de Fermi → continuarão aprisionados nesta banda

Distribuição de elétrons não difere muito da distribuição no zero absoluto

PORQUE ?

Energia Térmica = kT → energia cedida ao elétron através do aumento de temperatura

(k = constante de Boltzman = $8,62 \times 10^{-5}$ eV/K)

$T=1000$ K (727 °C) → $kT = 0,086$ eV

Pouca alteração na energia do elétron

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

Condução elétrica num metal: Resistividade ρ

Expressão baseada no modelo de elétrons livres (gás de elétrons) – elétrons de condução



$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$

- Aplica-se um campo elétrico $E \Rightarrow$ força F aplicada em cada elétron $F = -eE$
- Tempo $\Delta t \Rightarrow$ aumento de Δv na velocidade dos elétrons de condução no sentido $-E$
 - \Rightarrow variação na energia dos elétrons
 - \Rightarrow ocupam outros níveis vagos
- Velocidade dos elétrons não cresce sem limites
 - \Rightarrow colisões com vibrações térmicas da rede limita a velocidade
 - \Rightarrow chega a um valor constante \Rightarrow corrente constante
 - \Rightarrow tempo para que isto ocorra: tempo de relaxação τ

m = massa do elétron; e = carga do elétron;

n = concentração de portadores de cargas

(n° de elétrons de condução por volume.

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

METAIS: como varia a resistividade com o aumento da temperatura?

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$

- Concentração de portadores de carga (n) não aumenta muito, por causa dos processos de colisão;
- Tempo de relaxação τ diminui bastante com o aumento no número de colisões, mais rápido se chega a uma corrente constante.

ρ AUMENTA com a temperatura

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT} = \alpha \quad \alpha = \text{coeficiente de temperatura da resistividade é POSITIVO!}$$

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

Como se calcula o número de elétrons de condução (N_{ec}) num sólido?

$$N_{ec} = N_{\text{átomos}} \times N_{\text{elétrons de valência/átomo}}$$

$$n = \frac{N_{ec}}{\text{volume da amostra}}$$

$$n = \frac{N_{\text{átomos}} \times N_{\text{elétrons de valência/átomo}}}{\text{volume da amostra}}$$

Concentração de portadores de carga

$$N_{\text{átomos}} = \frac{M_{\text{amostra}}}{\text{massa atômica}} = \frac{\text{massa específica} \times \text{volume}}{\text{massa atômica}}$$

$$\text{massa atômica} = \frac{\text{massa molar}}{N_A}$$

$$N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

Estudo Quantitativo da Eletricidade num Metal

- 1) Contagem de Estados Quânticos:
para 1 átomo: $2(2l + 1)$
para N átomos num sólido: ??
- 2) Contagem dos Estados em $T = 0$ K
- 3) Cálculo da Energia de Fermi
- 4) Contagem dos Estados em $T > 0$ K

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

1) Contagem de estados quânticos:

N átomos: método estatístico

Em vez de perguntarmos: “qual a energia do estado?”

Perguntamos: “quantos estados (por unidade de volume) tem energia entre E e $E + dE$?”

- ❖ Um cristal com 10^{23} átomos origina um número muito grande de níveis de energia. Muitos dos quais são degenerados (= Energia)
- ❖ A densidade de estados $N(E)$ é a medida de estados disponíveis com a mesma energia, por unidade de volume

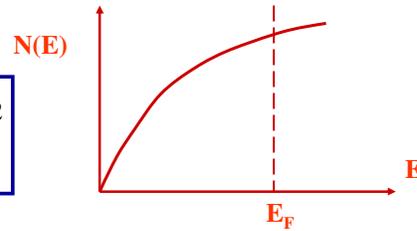
Densidades de Estados

$$N(E) = \frac{8\pi}{h^3} (2m^3 E)^{1/2}$$

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

Densidade de Estados

$$N(E) = \frac{8\pi}{h^3} (2m^3 E)^{1/2}$$

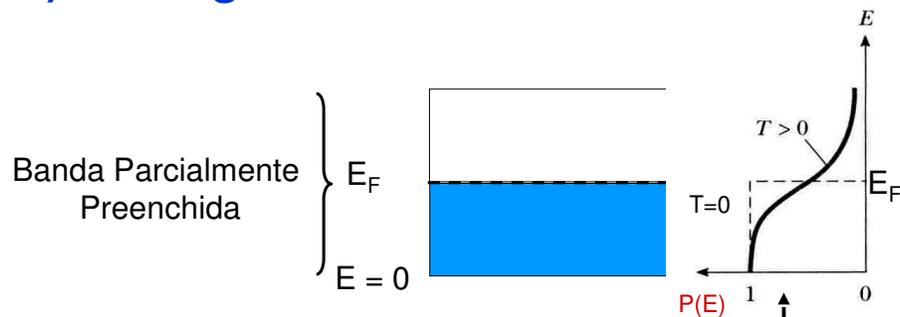


Não depende da forma, tamanho e material da amostra

É função apenas da energia!!

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

2) Contagem de estados em $T = 0$ K:



- até nível de Fermi, todos os estados estão ocupados (mais baixa energia)
- acima do nível de Fermi, todos os estados estão vazios
- ESTATÍSTICA: peso para cada estado de energia

$P(E) \Rightarrow$ função probabilidade $\begin{cases} \rightarrow = 1$ certeza que o estado está ocupado \\ \rightarrow = 0 certeza que o estado está vazio \end{cases}

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

Densidade de Ocupação de Estados

Nº de estados ocupados por unidade de volume

$$N_o(E) = N(E) P(E)$$

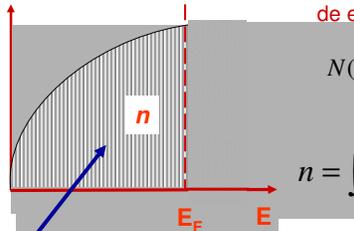
Nº de estados não ocupados por unidade de volume (densidade de estados)

$$N(E) = \frac{8\pi}{h^3} (2m^3 E)^{1/2}$$

Probabilidade de ocupação de um estado

$$P(E) \begin{cases} = 1 \\ = 0 \end{cases}$$

$N_o(E)$



$$n = \int_0^{E_F} N_o(E) dE = \int_0^{E_F} N(E) P(E) dE$$

$n = N^\circ$ de elétrons de condução por unidade de volume num metal

$$n = \int_0^{E_F} N(E) dE$$

Em $T = 0$ K os elétrons de condução ocupam todos os estados de energia até o nível de Fermi

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

3) Cálculo da Energia de Fermi

$$n = \int_0^{E_F} N(E) dE = \int_0^{E_F} \frac{8\pi}{h^3} (2m^3 E)^{1/2} dE = \frac{8\pi}{h^3} (2m^3)^{1/2} \left[\frac{E^{3/2}}{3/2} \right]_0^{E_F}$$

$$n = \frac{16\pi}{3h^3} (2m^3)^{1/2} E_F^{3/2}$$

isolando E_F , temos:

$$A = 3,65 \times 10^{-19} (m^2 eV)$$

$$E_F = \left(\frac{3}{16\sqrt{2\pi}} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3} = \frac{0,121 \cdot h^2}{m} n^{2/3} = A n^{2/3}$$

massa do elétron

Sabendo n (nº de elétrons de condução por volume) calcula-se E_F

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

4) Contagem de estados para $T > 0$ K

Como fica a função probabilidade $P(E)$?

Temos a distribuição de probabilidades de Fermi-Dirac que representa a probabilidade de ocupação de um estado com energia E .

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

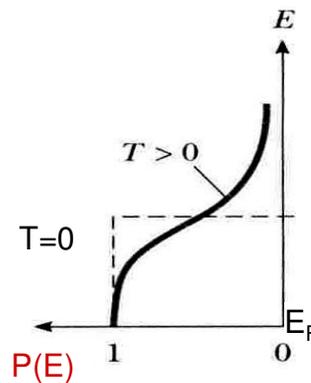
Em $T = 0$ K temos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{para } E < E_F \Rightarrow (E - E_F)/kT \Rightarrow -\infty \\ \quad \Rightarrow e^{-\infty} = 0 \Rightarrow P(E) = 1 \\ \text{para } E > E_F \Rightarrow (E - E_F)/kT \Rightarrow +\infty \\ \quad \Rightarrow e^{+\infty} = \infty \Rightarrow P(E) = 0 \end{array} \right.$$

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

4) Contagem de estados para $T > 0$ K

$$P(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$



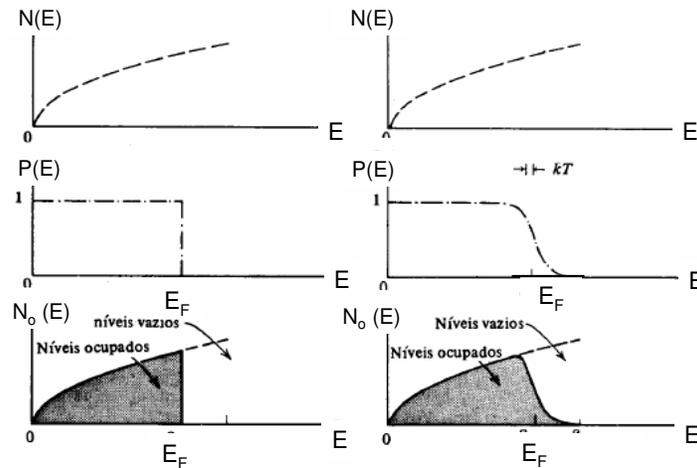
$$n = \int_0^E N_o(E) dE = \int_0^E N(E) P(E) dE$$

Márcia Russman Gallas (FIS01184)

Comparando ocupação de estados para:

$T = 0 \text{ K}$

$T > 0 \text{ K}$



Márcia Russman Gallas (FIS01184)

Nível de Fermi e ocupação de estados:

<http://jas.eng.buffalo.edu/education/semicon/fermi/functionAndStates/functionAndStates.html>

Ver Exemplos 42-2, 42-3, 42-4

Márcia Russman Gallas (FIS01184)