



## 19 Temperatura

### 19.1 Questões

#### Q 19-3.

Um pedaço de gelo e um termômetro mais quente são colocados num recipiente hermeticamente fechado, no vácuo. O gelo e o termômetro estão suspensos de tal maneira, que não ficam em contato. Por que a leitura do termômetro diminui, após algum tempo?

► O termômetro transfere calor por irradiação. As formas de transferência de calor serão estudadas no capítulo 20.

#### Q 19-7.

Embora pareça impossível atingir o zero absoluto de temperatura, temperaturas tão baixas quanto 0.000000002 K foram alcançadas em laboratórios. Isto não seria suficiente para todos os fins práticos? Por que os físicos deveriam (como realmente fazem) tentar obter temperaturas ainda mais baixas?

► Porque a muito baixas temperaturas os materiais exibem propriedades não observadas a temperaturas usuais. A supercondutividade é um exemplo dessas propriedades. A motivação para esse tipo de pesquisa está na possibilidade de encontrar novos fenômenos e propriedades físicas dos materiais. A tentativa de reduzir os limites físicos induz o desenvolvimento de instrumentos de medida mais e mais sofisticados, que são posteriormente usados em outros campos.

#### Q 19-14.

Explique por que, quando colocamos um termômetro de mercúrio numa chama, a coluna de mercúrio desce um pouco, antes de começar a subir.

► Porque o vidro que contém o mercúrio inicia seu processo de dilatação primeiro. Depois, a dilatação do mercúrio é mais notável, porque este tem um coeficiente de dilatação maior do que o do vidro.

#### Q 19-18.

Duas lâminas, uma de ferro e outra de zinco, são rebitadas uma na outra, formando uma barra que se encurva quando é aquecida. Por que a parte de

ferro fica sempre no interior da curva?

► Porque o zinco tem coeficiente linear de expansão térmica maior que o ferro. Procure tais valores em alguma Tabela.

#### Q 19-22.

Explique por que a dilatação aparente de um líquido num tubo de vidro, quando aquecido, não corresponde à verdadeira expansão do líquido.

► Porque o vidro que contém o líquido também se expande.

### 19.2 Exercícios e Problemas

#### 19.2.1 Medindo temperatura

#### P 19-6 (19-1/6<sup>a</sup>)

Dois termômetros de gás a volume constante são usados em conjunto. Um deles usa nitrogênio e o outro, hidrogênio. A pressão do gás em ambos os bulbos é  $p_3 = 80$  mm de Hg. Qual é a diferença de pressão nos dois termômetros, se colocarmos ambos em água fervendo? Em qual dos termômetros a pressão será mais alta?

► Tomamos  $p_3$  como sendo 80 mm de mercúrio para ambos termômetros. De acordo com a Fig. 19-6, o termômetro de  $N_2$  fornece 373.35 K para o ponto de ebulição da água. Usamos a Eq. 19-5 para determinar a pressão:

$$\begin{aligned} p_N &= \frac{T}{273.16} p_3 = \left( \frac{373.35}{273.16} \right) (80) \\ &= 109.343 \text{ mm de mercúrio.} \end{aligned}$$

Analogamente, o termômetro de hidrogênio fornece 373.16 para o ponto de ebulição da água e

$$\begin{aligned} p_H &= \left( \frac{373.16}{273.16} \right) (80) \\ &= 109.287 \text{ mm de mercúrio.} \end{aligned}$$

A pressão no termômetro de nitrogênio é maior que a pressão no termômetro de hidrogênio por 0.056 mm de mercúrio.

### 19.2.2 As escalas Celsius e Fahrenheit

#### E 19-14 (19-5/6<sup>a</sup>)

A que temperatura os seguintes pares de escalas dão a mesma leitura: **(a)** Fahrenheit e Celsius (veja Tabela 19-2), **(b)** Fahrenheit e Kelvin e **(c)** Celsius e Kelvin?

► **(a)** As temperaturas Fahrenheit e Celsius estão relacionadas pela fórmula  $T_F = 9T_C/5 + 32$ . Dizer que a leitura de ambas escalas é a mesma significa dizer que  $T_F = T_C$ . Substituindo esta condição na expressão acima temos  $T_C = 9T_C/5 + 32$  de onde tiramos

$$T_C = -\frac{5}{4}(32) = -40^\circ \text{C}.$$

**(b)** Analogamente, a condição para as escalas Fahrenheit e Kelvin é  $T_F = T$ , fornecendo

$$T = \frac{9}{5}(T - 273.15) + 32,$$

ou seja,

$$T = \frac{5}{4} \left[ \frac{(9)(273.15)}{5} - 32 \right] = 575 \text{ K}.$$

**(c)** Como as escala Celsius e Kelvin estão relacionadas por  $T_C = T - 273.15$ , vemos que não existe nenhuma temperatura para a qual essas duas escalas possam fornecer a mesma leitura.

#### P 19-17 (19-7/6<sup>a</sup>)

Observamos, no dia-a-dia, que objetos, quentes ou frios, esfriam ou aquecem até adquirir a temperatura ambiente. Se a diferença de temperatura  $\Delta T$  entre o objeto e o ambiente não for muito grande, a taxa de esfriamento ou aquecimento será proporcional à diferença de temperatura, isto é,

$$\frac{d\Delta T}{dt} = -A(\Delta T),$$

onde  $A$  é uma constante. O sinal menos aparece porque  $\Delta T$  diminui com o tempo, se for positivo, e aumenta, se negativo. Esta é a *lei de Newton do resfriamento*. **(a)** De que fatores depende  $A$ ? Qual a sua dimensão? **(b)** Se no instante  $t = 0$  a diferença de temperatura for  $\Delta T_0$ , mostre que

$$\Delta T = \Delta T_0 e^{-At}$$

num instante posterior  $t$ .

► **(a)** Mudanças na temperatura ocorrem através de radiação, condução e convecção. O valor de  $A$  pode ser reduzido isolando os objetos através de uma camada de vácuo, por exemplo. Isto reduz condução e convecção. Absorção de radiação pode ser reduzida polindo-se a superfície até ter a aparência de um espelho. Claramente  $A$  depende da condição da superfície do objeto e da capacidade do ambiente de conduzir ou convectar energia do e para o objeto. Como podemos reconhecer da equação diferencial acima,  $A$  tem dimensão de  $(\text{tempo})^{-1}$ .

**(b)** Rearranjando a equação diferencial dada obtemos

$$\frac{1}{\Delta T} \frac{d\Delta T}{dt} = -A.$$

Integrando-a em relação a  $t$  e observando que

$$\int \frac{1}{\Delta T} \frac{d\Delta T}{dt} dt = \int \frac{1}{\Delta T} d(\Delta T),$$

temos

$$\int_{\Delta T_0}^{\Delta T} \frac{1}{\Delta T} d(\Delta T) = - \int_0^t A dt$$

$$\ln \Delta T \Big|_{\Delta T_0}^{\Delta T} = -At \Big|_0^t.$$

Portanto, temos

$$\ln \Delta T - \ln \Delta T_0 = \ln \frac{\Delta T}{\Delta T_0} = -At,$$

que reescrita de modo equivalente fornece o resultado desejado:

$$\Delta T = \Delta T_0 e^{-At}.$$

### 19.2.3 Expansão térmica

#### E 19-24 (19-12/6<sup>a</sup>)

Uma barra feita com uma liga de alumínio mede 10 cm a  $20^\circ \text{C}$  e 10.015 cm no ponto de ebulição da água. **(a)** Qual o seu comprimento no ponto de congelamento da água? **(b)** Qual a sua temperatura, se o seu comprimento é 10.009 cm?

► **(a)** Para poder determinar o comprimento da barra no ponto de congelamento precisamos primeiro determinar o valor do coeficiente de expansão linear,  $\alpha$ , da liga de alumínio. Tal valor pode ser

obtido usando-se o fato que  $\Delta L = L \alpha \Delta T$ . Portanto,

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L \Delta T} = \frac{0.015}{(10)(80)} = 1.875 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.$$

Agora, ao baixarmos a temperatura até o ponto de congelamento da água a barra sofre uma variação de comprimento dada por

$$\begin{aligned} \Delta L' &= L \alpha (t_f - t_i) \\ &= (10)(1.875 \times 10^{-5})(0 - 20) \\ &= -0.0037 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Portanto o comprimento procurado é

$$L' = L + \Delta L' = 10 - 0.0037 = 9.9963 \text{ cm.}$$

(b) Usamos novamente a relação

$$L_f - L_i = \Delta L = L_i \alpha \Delta t = L_i \alpha (t_f - t_i)$$

para extrair a temperatura final procurada:

$$\begin{aligned} t_f = t_i + \frac{L_f - L_i}{L_i \alpha} &= 20 + \frac{10.009 - 10}{(10)(1.875 \times 10^{-5})} \\ &= 20 + 48 = 68^\circ \text{ C.} \end{aligned}$$

### E 19-30.

Um cubo de latão tem aresta de 30 cm. Qual o aumento de sua área superficial, se a temperatura subir de 20 para 75 °C?

► Aqui consideramos a equação da expansão superficial, com coeficiente de dilatação

$$2 \times \alpha_{\text{latão}} = 38 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1},$$

onde tiramos o  $\alpha_{\text{latão}}$  da Tabela 19-3, pag. 176. Portanto, para uma face do cubo temos

$$\begin{aligned} \Delta A &= A (2\alpha) \Delta T, \\ &= (900)(38 \times 10^{-6})(55) = 1.881 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Portanto, a expansão da área superficial será

$$\Delta A_s = 6 \Delta A = (6)(1.881) = 11.29 \text{ cm}^2.$$

NOTA: no livro original (americano), o enunciado deste problema fala em área *superficial*, palavra que não apareceu na tradução brasileira.

### P 19-36 (19-19/6ª)

Uma barra de aço a 25 °C tem 3 cm de diâmetro. Um anel de latão tem diâmetro interior de 2.992 cm a 25 °C. A que temperatura comum o anel se ajustará exatamente à barra?

► Após a mudança de temperatura o diâmetro da barra de aço é  $D_a = D_{a0} + \alpha_a D_{a0} \Delta T$  e o diâmetro do anel de latão é  $D_\ell = D_{\ell 0} + \alpha_\ell D_{\ell 0} \Delta T$ , onde  $D_{a0}$  e  $D_{\ell 0}$  são os diâmetros originais,  $\alpha_a$  e  $\alpha_\ell$  são os coeficientes lineares de expansão, e  $\Delta T$  é a mudança da temperatura.

A barra se ajustará exatamente à barra quando tivermos  $D_a = D_\ell$ , os seja quando

$$D_{a0} + \alpha_a D_{a0} \Delta T = D_{\ell 0} + \alpha_\ell D_{\ell 0} \Delta T,$$

de onde obtemos  $\Delta T$ :

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{D_{a0} - D_{\ell 0}}{\alpha_\ell D_{\ell 0} - \alpha_a D_{a0}} \\ &= \frac{3 - 2.992}{(19 \times 10^{-6})(2.992) - (11 \times 10^{-6})(3)} \\ &= 335^\circ \text{ C.} \end{aligned}$$

Portanto a temperatura procurada é

$$T = 25 + 335 = 360^\circ \text{ C.}$$

### P 19-39.

Densidade é massa dividida por volume. Como o volume depende da temperatura, a densidade também depende. Mostre que, se a temperatura variar de  $\Delta T$ , a variação da densidade será

$$\Delta \rho = -\beta \rho \Delta T,$$

onde  $\beta$  é o coeficiente de dilatação volumétrica. Explique o sinal negativo.

► Sabemos que  $\Delta V = V \beta \Delta T$ , ou seja, que

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} = V \beta.$$

Da definição de densidade  $\rho = m/V$  obtemos

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} &= \frac{\Delta \rho}{\Delta V} \frac{\Delta V}{\Delta T} = -\frac{m}{V^2} V \beta \\ &= -\frac{m}{V} \beta = -\rho \beta. \end{aligned}$$

Comparando as duas extremidades obtemos que

$$\Delta\rho = -\beta\rho\Delta T.$$

Quando  $\Delta T$  é positivo, o volume aumenta e a densidade diminui, ou seja,  $\Delta\rho$  é negativo. Se  $\Delta T$  é negativo, o volume diminui e a densidade aumenta, isto é,  $\Delta\rho$  é positivo.

---

**P 19-41 (19-??/6ª)**

Mostre que quando a temperatura de um líquido num barômetro varia de  $\Delta T$  e a pressão é constante, a altura muda de  $\Delta h = \beta h \Delta T$ , onde  $\beta$  é o coeficiente de expansão volumétrica. Despreze a expansão do tubo de vidro.

► A mudança no volume do líquido é dada por  $\Delta V = \beta V \Delta T$ . Sendo  $A$  a área da secção reta do tubo e  $h$  a altura do líquido, então  $V = Ah$  é o volume original e a variação de volume é, conseqüentemente,  $\Delta V = A \Delta h$ . Desprezar a expansão do tubo equivale dizer que a área da secção reta do líquido permanece a mesma. Portanto  $A \Delta h = \beta Ah \Delta T$ . Desta expressão vemos que, realmente,

$$\Delta h = \beta h \Delta T.$$

---

**P 19-42 (19-22/6ª)**

A temperatura de uma moeda de cobre aumenta de  $100^\circ\text{C}$  e seu diâmetro cresce 0.18%. Dê o aumento percentual, com dois algarismos significativos, (a) na área, (b) na espessura, (c) no volume e (d) na massa da moeda. (e) Qual o coeficiente de dilatação linear da moeda?

► (a) Como sabemos que o coeficiente de expansão superficial é o **dobro** do coeficiente de expansão linear, podemos afirmar imediatamente que o aumento percentual na área será o dobro do aumento percentual linear, ou seja 0.36%.

Mais formalmente, podemos ver isto comparando as fórmulas

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha \Delta T = 0.0018$$

$$\frac{\Delta A}{A} = 2\alpha \Delta T = (2)(0.0018) = 0.36\%.$$

(b) A espessura  $h$  da moeda varia *linearmente* e, portanto, sua variação percentual coincide com a do item anterior:

$$\frac{\Delta h}{h} = \alpha \Delta T = 0.0018 = 0.18\%.$$

(c) A variação no volume é:

$$\frac{\Delta V}{V} = 3\alpha\Delta T = (3)(0.0018) = 0.54\%.$$

(d) Não há variação na massa da moeda.

(e) Qualquer das relações acima pode ser usada para determinar  $\alpha$ .

Por exemplo, usando a do item (a) temos:

$$\frac{\Delta d}{d} = \alpha \Delta T = \alpha (100) = 0.0018,$$

donde tiramos que

$$\alpha = 18 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.$$

Perceba que para responder aos itens (a)-(d) *não* é necessário conhecer-se  $\alpha$ . Esta é a razão do livro pedir para determinar  $\alpha$  apenas ao final do exercício.

---

**P 19-43 (~ 19-23/6ª)**

Um relógio de pêndulo feito de Invar (veja Tabela 19-3) tem um período de 0.5 s e é exato a  $20^\circ\text{C}$ . Se o relógio é usado num clima onde a temperatura média é  $30^\circ\text{C}$ , que correção (aproximada) é necessária ao final de 30 dias para colocar o relógio novamente na hora certa?

► O período do pêndulo é dado por  $P = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ , onde  $\ell$  é o seu comprimento. Quando a temperatura é aumentada o pêndulo encurtado, seu período aumenta, e o relógio anda mais devagar. Se o comprimento mudar de  $\Delta\ell$ , o período muda de

$$\Delta P = \frac{dP}{d\ell} \Delta\ell = \pi \frac{1}{\sqrt{\ell g}} \Delta\ell = \frac{1}{2} \frac{P}{\ell} \Delta\ell.$$

O aumento no comprimento é dado por  $\Delta\ell = \alpha\ell\Delta T$ , onde  $\alpha$  é o coeficiente de expansão linear do Invar e  $\Delta T$  é o aumento de temperatura. Portanto

$$\Delta P = \frac{1}{2}\alpha P \Delta T.$$

Multiplique o número de períodos em 30 dias para obter o tempo em que o erro acumula-se. Seja  $t = 30$  dias e  $\Delta t$  o erro acumulado. Então

$$\begin{aligned} \Delta t = \frac{1}{2}\alpha t \Delta T &= \frac{1}{2}(0.7 \times 10^{-6})(30 \text{ dias})(10) \\ &= 1.05 \times 10^{-4} \text{ dias} = 9.1 \text{ s.} \end{aligned}$$

**P 19-46.**

(a) Mostre que, se os comprimentos de duas barras de materiais diferentes são inversamente proporcionais aos seus respectivos coeficientes de dilatação linear, à mesma temperatura inicial, a diferença em comprimento entre elas será a mesma, a todas as temperaturas. (b) Quais devem ser os comprimentos de uma barra de aço e outra de latão a  $0^\circ\text{C}$ , tais que, a qualquer temperatura, a diferença de comprimento seja  $0.30\text{ m}$ ?

► (a) À temperatura inicial, considere-se os comprimentos das duas barras dados por:

$$L_{1o} = \frac{N}{\alpha_1} \quad \text{e} \quad L_{2o} = \frac{N}{\alpha_2},$$

onde  $N$  é a constante de proporcionalidade. Quando a temperatura varia de um  $\Delta T$ , tem-se:

$$L_1 = \frac{N}{\alpha_1} + N \Delta T \quad \text{e} \quad L_2 = \frac{N}{\alpha_2} + N \Delta T.$$

A diferença entre os comprimentos iniciais das barras é:

$$\begin{aligned} \Delta L_o = L_{1o} - L_{2o} &= \frac{N}{\alpha_1} - \frac{N}{\alpha_2}, \\ &= N \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 \alpha_2}. \end{aligned}$$

A diferença entre os comprimentos das barras quando a temperatura variou de  $\Delta T$  é:

$$\begin{aligned} \Delta L = L_1 - L_2 &= \frac{N}{\alpha_1} + N \Delta T - \frac{N}{\alpha_2} - N \Delta T \\ &= N \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 \alpha_2} \\ &= \Delta L_o \end{aligned}$$

(b) Sendo  $\Delta L = 0.30\text{ m}$  e os valores dos coeficientes de expansão do aço e do latão dados por

$$\alpha_2 = \alpha_{\text{aço}} = 11 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

e

$$\alpha_1 = \alpha_{\text{latão}} = 19 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1},$$

obtemos

$$N = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} \Delta L = \frac{(19)(11) \times 10^{-12}}{(19 - 11) \times 10^{-6}} \quad (0.30)$$

$$= 7.84 \times 10^{-6}.$$

Portanto,

$$L_{1o} = \frac{7.84 \times 10^{-6}}{19 \times 10^{-6}} = 0.4125\text{ m}$$

$$L_{2o} = \frac{7.84 \times 10^{-6}}{11 \times 10^{-6}} = 0.7125\text{ m}$$

donde tiramos

$$\Delta L_o = L_{1o} - L_{2o} = 0.30\text{ m}.$$

**P 19-47 (19-25/6<sup>a</sup>)**

Como resultado de uma elevação de temperatura de  $32^\circ\text{C}$ , uma barra com uma fissura no seu centro empena para cima (Fig. 19-16 [19-32]). Se a distância fixa  $L_0$  for de  $3.77\text{ m}$  e o coeficiente de expansão linear da barra for de  $25 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ , determine a elevação  $x$  do centro.

► Considere metade da barra. Seu comprimento original é  $\ell_0 = L_0/2$  e seu comprimento após o aumento da temperatura é  $\ell = \ell_0 + \alpha \ell_0 \Delta T$ . A posição antes de empenar, depois de empenar e o deslocamento  $x$  de uma das extremidades formam um triângulo retângulo, com hipotenusa de comprimento  $\ell$ , um lado  $\ell_0$  e o outro lado de comprimento  $x$ . O teorema de Pitágoras fornece-nos

$$x^2 = \ell^2 - \ell_0^2 = \ell_0^2(1 + \alpha \Delta T)^2 - \ell_0^2.$$

Como  $\alpha$  é um número pequeno,  $\alpha^2$  é menor ainda! Portanto, é razoável usar-se a aproximação

$$(1 + \alpha \Delta T)^2 \simeq 1 + 2\alpha \Delta T,$$

onde, é claro, a pequena contribuição do termo  $(\alpha \Delta T)^2$  foi desprezada. Com isto, segue

$$x^2 = \ell_0^2 + 2\ell_0^2 \alpha \Delta T - \ell_0^2 = 2\ell_0^2 \alpha \Delta T$$

donde obtemos facilmente que

$$\begin{aligned} x &= \ell_0 \sqrt{2\alpha \Delta T} \\ &= \frac{3.77}{2} \sqrt{2(25 \times 10^{-6})(32)} \\ &= 7.5 \times 10^{-2}\text{ m} = 7.5\text{ cm}. \end{aligned}$$

Sugestão: refaça as contas SEM desprezar o termo em  $\alpha^2$  e veja quão grande é a diferença do resultado acima.

**P 19-50.**

Uma barra composta, de comprimento  $L = L_1 + L_2$ , é feita de uma barra de material 1 e comprimento  $L_1$ , ligada à outra de material 2 e comprimento  $L_2$  (Fig. 19-18). **(a)** Mostre que o coeficiente de dilatação efetivo para esta barra é

$$\alpha = \frac{(\alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2)}{L}.$$

**(b)** Usando aço e latão, dimensione uma barra composta de 52.4 cm e o coeficiente de dilatação linear efetivo  $13 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

► **(a)** A variação no comprimento da barra composta é dada por

$$\begin{aligned} \Delta L &= \Delta L_1 + \Delta L_2 \\ &= L_1 \alpha_1 \Delta T + L_2 \alpha_2 \Delta T \\ &= (L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2) \Delta T \end{aligned}$$

Por outro lado, também temos que

$$\Delta L = L \alpha \Delta T = (L_1 + L_2) \alpha \Delta T.$$

Igualando-se as duas expressões para  $\Delta L$  obtemos que  $L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2 = (L_1 + L_2) \alpha$ , ou seja, que

$$\alpha = \frac{L_1 \alpha_1 + L_2 \alpha_2}{L}.$$

**(b)** Reescrevendo a expressão acima e usando o fato que  $L_2 = L - L_1$ , obtemos

$$L\alpha = L_1\alpha_1 + (L - L_1)\alpha_2,$$

que nos dá, com  $\alpha_1 = 11 \times 10^{-6}$  e  $\alpha_2 = 19 \times 10^{-6}$ ,

$$\begin{aligned} L_1 = \frac{\alpha - \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} L &= \frac{(13 - 19) \times 10^6}{(11 - 19) \times 10^6} (0.524) \\ &= \frac{3}{4} (0.524) = 39.3 \text{ cm}, \end{aligned}$$

onde já simplificamos o fator comum  $10^{-6}$  que aparece no numerador e denominador da fração. Finalmente,

$$L_2 = L - L_1 = 52.4 - 39.3 = 13.1 \text{ cm}.$$

É claro que este valor também poderia ter sido obtido independentemente, substituindo-se  $L_1 = L - L_2$  na expressão acima para  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} L_2 = \frac{\alpha_1 - \alpha}{\alpha_1 - \alpha_2} L &= \frac{11 - 13}{11 - 19} (0.524) \\ &= \frac{0.524}{4} = 13.1 \text{ cm}. \end{aligned}$$

### P 19-54\*

Um cubo de alumínio de aresta 20 cm flutua em mercúrio. Quanto afundará o cubo, se a temperatura subir de 270 para 320 K? O coeficiente de dilatação do mercúrio é  $1.8 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

► A força da gravidade no cubo é  $\rho_A g V$ , onde  $V$  é o volume do cubo e  $\rho_A$  é a densidade de massa do alumínio. O empuxo do mercúrio no cubo é  $\rho_M g A y$ , onde  $\rho_M$  é a densidade de massa do mercúrio,  $A$  é a área de uma das faces do cubo, e  $y$  é a profundidade de submersão, de modo que  $A y$  fornece o volume do mercúrio deslocado.

O cubo está em equilíbrio, de modo que a magnitude das duas forças é o mesmo:  $\rho_A g V = \rho_M g A y$ . Substituindo-se  $V = L^3$  e  $A = L^2$  nesta expressão obtemos

$$y = \frac{\rho_A}{\rho_M} L.$$

Quando a temperatura muda, todas as três quantidades que aparecem em  $y$  também mudam, sendo tal mudança dada por

$$\begin{aligned} \Delta y &= \frac{\partial y}{\partial \rho_A} \Delta \rho_A + \frac{\partial y}{\partial \rho_M} \Delta \rho_M + \frac{\partial y}{\partial L} \Delta L \\ &= \frac{L}{\rho_M} \Delta \rho_A - \frac{\rho_A L}{\rho_M^2} \Delta \rho_M + \frac{\rho_A}{\rho_M} \Delta L. \end{aligned}$$

Primeiro, consideremos a mudança da densidade do alumínio. Suponhamos que uma massa  $M$  de alumínio ocupe um volume  $V_A$ . A densidade será, portanto,  $\rho_A = M/V_A$ , sendo a variação da densidade dada por

$$\Delta \rho_A = \frac{d\rho_A}{dV_A} \Delta V_A = -\frac{M}{V_A^2} \Delta V_A = -\frac{\rho_A}{V_A} \Delta V_A.$$

Como sabemos que  $\Delta V_A = 3\alpha V_A \Delta T$ , encontramos

$$\Delta \rho_A = -3\alpha \rho_A \Delta T,$$

onde  $\alpha$  representa o coeficiente de expansão linear do alumínio.

Segundo, de modo análogo, para o mercúrio temos

$$\Delta \rho_M = -\frac{\rho_M}{V_M} \Delta V_M.$$

Agora porém, como tratamos com um líquido e não de um sólido como acima,  $\Delta V_M = \beta V_M \Delta T$ , onde

$\beta$  representa o coeficiente de expansão volumétrica do mercúrio. Portanto

$$\Delta\rho_M = -\beta\rho_M\Delta T.$$

Terceiro, temos que  $\Delta L = \alpha L\Delta T$ .

Substituindo estes três resultados na expressão para  $\Delta y$  acima obtemos:

$$\begin{aligned}\Delta y &= \frac{L}{\rho_M} (-3\alpha\rho_A\Delta T) - \frac{\rho_AL}{\rho_M^2} (-\beta\rho_M\Delta T) \\ &\quad + \frac{\rho_A}{\rho_M} (\alpha L\Delta T) \\ &= \frac{\rho_A}{\rho_M} L(\beta - 2\alpha)\Delta T \\ &= \frac{2.7}{13.6}(20) \left[ 1.8 \times 10^{-4} \right. \\ &\quad \left. - (2)(23 \times 10^{-6}) \right] (50) \\ &= 2.66 \times 10^{-2} \text{ cm} = 0.266 \text{ mm},\end{aligned}$$

onde usamos o fato que  $\Delta T = 320 - 270 = 50$  K.

► *Solução alternativa:* Para o bloco flutuando no mercúrio a 270 K, pelo Princípio de Arquimedes (Capítulo 15), tem-se para a força de empuxo  $F_e$ :

$$F_e = \rho_{Hg} L^2 y g = m_{Al} g = \rho_{Al} L^3 g$$

que simplifica-se em

$$\rho_{Al} L = \rho_{Hg} y, \quad (1)$$

de onde tiramos

$$y = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Hg}} L = \frac{2.7 \times 10^3}{13.6 \times 10^3} (0.2) = 0.04 \text{ m}.$$

Como  $y = 0.04$  m representa 20% de  $L = 0.2$  m, vemos que o cubo está com 20% da sua aresta submersa.

Porém, como *todas* as quantidades envolvidas na Eq. (1) variam com a temperatura, temos

$$\Delta\rho_{Hg} y + \rho_{Hg} \Delta y = \Delta\rho_{Al} L + \rho_{Al} \Delta L. \quad (2)$$

A massa  $m_{Al} = \rho_{Al} L^3$  do cubo não varia com a temperatura e, portanto,

$$\Delta m_{Al} = \Delta\rho_{Al} L^3 + 3 L^2 \Delta L \rho_{Al} = 0,$$

ou seja, que

$$L \Delta\rho_{Al} = -3 \rho_{Al} \Delta L.$$

Substituindo este resultado na Eq. (2) acima, segue

$$\begin{aligned}\Delta\rho_{Hg} y + \Delta y \rho_{Hg} &= -3 \Delta L \rho_{Al} + \Delta L \rho_{Al} \\ \Delta\rho_{Hg} y + \Delta y \rho_{Hg} &= -2 \Delta L \rho_{Al} \\ \Delta\rho_{Hg} &= -\beta \rho_{Hg} \Delta T \\ -\beta \rho_{Hg} \Delta T y + \Delta y \rho_{Hg} &= -2 \Delta L \rho_{Al}\end{aligned}$$

Substituindo-se ai acima o valor de  $y$  extraído da Eq. (1) temos

$$\left( -\beta \rho_{Hg} \Delta T \right) \left( \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Hg}} L \right) + \Delta y \rho_{Hg} = -2 \Delta L \rho_{Al}$$

ou seja

$$\begin{aligned}\Delta y &= \frac{\beta L \rho_{Al} \Delta T - 2 L \alpha_{Al} \Delta T \rho_{Al}}{\rho_{Hg}} \\ &= \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Hg}} L (\beta - 2\alpha_{Al}) \Delta T\end{aligned}$$

Substituindo-se os valores numéricos na equação acima, obtém-se, finalmente,

$$\Delta y = 2.66 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.266 \text{ mm}.$$

## 20 Calor e 1ª Lei da Termodinâmica

### 20.1 Questões

#### Q 20-4.

O calor pode ser absorvido por uma substância sem que esta mude sua temperatura. Esta afirmação contradiz o conceito do calor como uma energia no processo de transferência, devido a uma diferença de temperatura?

► Não. Um sistema pode absorver calor e utilizar essa energia na realização de um trabalho; a temperatura do sistema *não* muda e *não* é violado o princípio da conservação da energia.

O sistema também absorver calor sem mudar temperatura ao sofrer uma *mudança de fase*.

#### Q 20-7.

Um ventilador não esfria o ar que circula, mas o esquentava levemente. Como pode, então, lhe refrescar?

► O movimento do ar estabelece uma corrente de convecção, com o ar mais quente subindo, e o ar mais frio ocupando-lhe o lugar, refrescando o ambiente.

#### Q 20-14.

Você põe a mão dentro de um forno quente para tirar uma forma e queima seus dedos nela. Entretanto, o ar em torno dela está à mesma temperatura, mas não queima seus dedos. Por quê?

► Porque a forma, feita de metal como o alumínio, por exemplo, conduz muito melhor o calor do que o ar.

#### Q 20-20.

Os mecanismos fisiológicos, que mantêm a temperatura interna de um ser humano, operam dentro de uma faixa limitada de temperatura externa. Explique como essa faixa pode ser aumentada, para os dois extremos, com o uso de roupas.

► No verão, usam-se roupas claras, que refletem a radiação, e soltas, que favorecem a convecção do

ar, ventilando o corpo. Com as roupas mais grossas de inverno, a camada de ar junto da pele, aquecida por irradiação do corpo, funciona como isolante térmico.

#### Q 20-27.

Discuta o processo pelo qual a água congela, no ponto de vista da primeira lei da termodinâmica. Lembre-se que o gelo ocupa um volume maior do que a mesma massa de água.

► Pela primeira lei, tem-se para o processo  $\Delta U = Q - W$ . O calor  $Q$  é removido da água, e, portanto, igual a  $-L_F$ , o calor de fusão do gelo. O trabalho é dado por  $W = p(V_f - V_i)$ , sendo  $p$  a pressão atmosférica.  $V_f$  é maior que  $V_i$ , sendo o trabalho positivo. Então, a variação da energia interna é  $\Delta U = -L_F - W$ , sendo, portanto, negativa.

#### Q 20-31.

Por que as panelas de aço freqüentemente possuem uma placa de cobre ou alumínio no fundo?

► Porque o cobre e o alumínio conduzem mais eficientemente o calor do que o aço.

## 20.2 Exercícios e Problemas

### 20.2.1 A absorção de calor por sólidos e líquidos

#### E 20-6 (19-28/6ª)

Quanta água permanece líquida após 50.2 kJ de calor serem extraídos de 260 g de água, inicialmente no ponto de congelamento?

► De Tabela no livro, vemos que o calor de fusão da água é  $L_F = 333$  kJ/kg. Portanto, com os  $Q = 50.2 \times 10^3$  J disponíveis é possível solidificar

$$m' = \frac{Q}{L_F} = \frac{50.2 \times 10^3}{3.33 \times 10^5} = 0.150 \text{ kg} = 150 \text{ g,}$$

de água. Portanto,

$$\Delta m = m - m' = 260 - 150 = 110 \text{ g}$$

de água permanecem no estado líquido.

Para solidificar 260 g de água seria preciso extrairmos

$$Q = m L_F = (0.260)(333 \times 10^3) = 8.66 \times 10^4 \text{ J.}$$

---

**E 20-13.**

Um objeto de massa de 6 kg cai de uma altura de 50 m e, por meio de uma engrenagem mecânica, gira uma roda que desloca 0.6 kg de água. A água está inicialmente a 15 °C. Qual o aumento máximo da temperatura da água?

► A energia potencial gravitacional perdida pelo objeto de massa  $m_o$  na queda é:

$$W = m_o g h = (6)(9.8)(50) = 2940 \text{ J} = 702.34 \text{ cal.}$$

O aumento máximo de temperatura da água será

$$\Delta T = \frac{Q}{m_a c} = \frac{702.34}{(600)(1)} = 1.17 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Este aumento máximo ocorrerá apenas se não houverem perdas no processo de conversão.

Perceba bem: porque foi necessário converter Joules para calorias?

---

**P 20-18.**

Calcule o calor específico de um metal a partir dos seguintes dados. Um recipiente feito do metal tem massa de 3.6 kg e contém 14 kg de água. Uma peça de 1.8 kg deste metal, inicialmente a 180 °C, é colocada dentro da água. O recipiente e a água tinham inicialmente a temperatura de 16 °C e a final do sistema foi de 18 °C.

► O calor fornecido pela peça quente será redistribuído de modo que

$$Q_p = Q_a + Q_r,$$

onde  $Q_p$ ,  $Q_a$ ,  $Q_r$  representam os calores da peça, da água e do recipiente, respectivamente. Como é usual, usaremos  $\Delta T$  sempre positivos, agregando as palavras “cedido” e “absorvido” para indicar qual a natureza da variação, positiva ou negativa. Usamos  $m_a$ ,  $m_p$ ,  $m_r$ , para representar as massas da água, peça e do recipiente. Idem para os calores específicos.

O calor  $Q_a$  absorvido pela água e cedido pela peça é

$$Q_a = m_a c_a \Delta T = (14000)(1)(18 - 16) = 28000 \text{ cal.}$$

O calor absorvido pelo recipiente e cedido pela peça é

$$Q_r = m_r c_r \Delta T = (3600)(c_r)(18 - 16) = 7200 c_r.$$

O calor cedido pela peça é igual a

$$\begin{aligned} Q_p = m_p c_r \Delta T &= (1800)(c_r)(180 - 18) \\ &= 291600 c_r. \end{aligned}$$

Usando agora o fato que  $Q_p = Q_a + Q_r$ , temos

$$291600 c_r = 28000 + 7200 c_r,$$

donde extraímos que o calor específico do metal do recipiente é

$$c_r = \frac{28000}{291600 - 7200} = \frac{28000}{284400} = 0.098 \text{ cal}/(g^\circ\text{C}).$$

---

**P 20-24.**

Um bloco de gelo, em seu ponto de fusão e com massa inicial de 50 kg, desliza sobre uma superfície horizontal, começando à velocidade de 5.38 m/s e finalmente parando, depois de percorrer 28.3 m. Calcule a massa de gelo derretido como resultado do atrito entre o bloco e a superfície. (Suponha que todo o calor produzido pelo atrito seja absorvido pelo bloco de gelo.)

► A massa de gelo derretido sai da relação  $Q = m L_F$ , onde  $Q$  representa o calor produzido pelo atrito, que precisa ser determinado. Sabemos que  $Q = W = F x = (ma)x$ . A incógnita nesta expressão é a aceleração  $a$ , que não é difícil de se determinar, lembrando-se que  $v^2 = v_o^2 - 2 a x$ . Portanto

$$a = \frac{v_o^2 - v^2}{2x} = \frac{(5.38)^2 - 0^2}{(2)(28.3)} = 0.511 \text{ m/s}^2.$$

Assim, vemos que o calor produzido pelo atrito é

$$\begin{aligned} Q = W = F x = (ma)x &= (50)(0.511)(28.3) \\ &= 723.61 \text{ J.} \end{aligned}$$

Agora fica fácil determinar a massa de gelo derretido:

$$m = \frac{Q}{L_F} = \frac{723.61}{3.33 \times 10^5} = 0.002 \text{ kg.}$$

---

**P 20-30.**

(a) Dois cubos de gelo de 50 g são colocados num vidro contendo 200 g de água. Se a água estava inicialmente à temperatura de 25 °C e se o gelo veio diretamente do freezer a -15 °C, qual será a temperatura final do sistema quando a água e o gelo atingirem a mesma temperatura? (b) Supondo que somente um cubo de gelo foi usado em (a), qual a temperatura final do sistema? Ignore a capacidade térmica do vidro.

► (a) Se a água resfriar até 0 °C, o calor fornecido por ela será de

$$Q_a = m_a c_a \Delta T = (200)(1)(25) = 5000 \text{ cal.}$$

Para o gelo chegar a 0 °C, necessita-se:

$$\begin{aligned} Q_g &= m_g c_g \Delta T \\ &= (100)(0.53)(15) = 795 \text{ cal.} \end{aligned}$$

Para fundir o gelo seriam necessárias:

$$Q' = m_g L_F = (100)(79.5) = 7950 \text{ cal}$$

Então o calor fornecido derreterá só parte do gelo. O calor disponível será:

$$5000 - 795 = 4205 \text{ cal.}$$

Com essa quantidade de calor, pode-se fundir

$$m_g = \frac{Q}{L_F} = \frac{4205}{79.5} = 53 \text{ g.}$$

Portanto, ter-se-á uma mistura de água e gelo a 0 °C, restando 100 - 53 = 47 g de gelo.

(b) Se apenas um cubo de gelo for adicionado à água:

$$\begin{aligned} Q_g = m_g c_g \Delta T &= (50)(0.53)(0 - (-15)) \\ &= 397.5 \text{ cal} \end{aligned}$$

$$Q_F = m_g L = (50)(79.5) = 3975 \text{ cal}$$

$$Q_g + Q_F = 4372.50 \text{ cal.}$$

Agora o calor fornecido pela água será suficiente para derreter todo o gelo. A temperatura final do sistema estará algo acima da temperatura de fusão:

$$\begin{aligned} Q'_g &= m_g c_a \Delta T \\ &= (50)(1)(T_f - 0^\circ) \\ &= 50 T_f \\ Q_{\text{ABSORVIDO}} &= Q_{\text{gelo}} + Q_{\text{Fusão}} + Q'_{\text{gelo}} \\ &= 4372.50 + 50 T_f \\ Q_{\text{CEDIDO}} &= m_a c_a \Delta T \\ &= (200)(1)(T_f - 25^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{ABSORVIDO}} + Q_{\text{CEDIDO}} &= 0 \\ 4372.50 + 50 T_f + 200 T_f - 5000 &= 0 \end{aligned}$$

$$T_f = \frac{672.50}{250} = 2.51^\circ \text{C.}$$

### P 20-34\*

Dois blocos de metal são isolados de seu ambiente. O primeiro bloco, que tem massa  $m_1 = 3.16 \text{ kg}$  e temperatura inicial  $T_i = 17^\circ \text{C}$ , tem um calor específico quatro vezes maior do que o segundo bloco. Este está à temperatura  $T_2 = 47^\circ \text{C}$  e seu coeficiente de dilatação linear é  $15 \times 10^{-6}/^\circ \text{C}$ . Quando os dois blocos são colocados juntos e alcançam seu equilíbrio térmico, a área de uma face do segundo bloco diminui em 0.03%. Encontre a massa deste bloco.

► A variação percentual da área  $A_2$  de uma das faces do segundo bloco é

$$\frac{\Delta A_2}{A_2} = 2 \alpha (T_f - 47^\circ) = -\frac{0.03}{100},$$

onde o sinal negativo indica que houve uma redução da área. Portanto, a temperatura final de equilíbrio é

$$T_f = 47 - \frac{0.0003}{30 \times 10^{-6}} = 47 - 10 = 37^\circ \text{C.}$$

O balanço dos calores cedido e absorvido fornece-nos

$$(3.16)(4c)(37 - 17) + m_2 (c)(37 - 47) = 0,$$

ou seja,

$$m_2 = \frac{(3.16)(4c)(20)}{(c)(10)} = (3.16)(8) = 25.28 \text{ kg.}$$

### 20.2.2 Alguns casos especiais da primeira lei da termodinâmica

#### P 20-42.

Quando um sistema passa de um estado  $i$  para  $f$  pelo caminho  $iaf$  na Fig. 20-23,  $Q = 50$  cal e  $W = 20$  cal. Pelo caminho  $ibf$ ,  $Q = 36$  cal. **(a)** Qual o trabalho  $W$  para o caminho  $ibf$ ? **(b)** Se  $W = -13$  cal para o caminho curvo de retorno  $fi$ , qual é  $Q$  para esse caminho? **(c)** Seja  $\Delta E_{int,i} = 10$  cal. Qual é  $\Delta E_{int,f}$ ? **(d)** Se  $\Delta E_{int,b} = 22$  cal, quais os valores de  $Q$  para os processos  $ib$  e  $bf$ ?

► **(a)** A mudança da energia interna  $\Delta E_{int}$  é a mesma tanto para o caminho  $iaf$  quanto para o caminho  $ibf$ . De acordo com a primeira lei da termodinâmica temos  $\Delta E_{int} = Q - W$ , onde  $Q$  é o calor absorvido e  $W$  é o trabalho executado pelo sistema. O caminho  $iaf$  permite determinar o valor de  $\Delta E_{int}$ :

$$\Delta E_{int} = Q - W = 50 - 20 = 30 \text{ cal.}$$

Com este valor, podemos agora determinar o trabalho ao longo de  $ibf$

$$W = Q - \Delta E_{int} = 36 - 30 = 6 \text{ cal.}$$

**(b)** Como a trajetória curva é atravessada de  $f$  para  $i$ , a variação da energia interna é  $-30$  cal e

$$Q = \Delta E_{int} + W = -30 - 13 = -43 \text{ cal.}$$

**(c)** Como  $\Delta E_{int} = \Delta E_{int,f} - \Delta E_{int,i}$ , temos

$$\Delta E_{int,f} = \Delta E_{int} + \Delta E_{int,i} = 30 + 10 = 40 \text{ cal.}$$

**(d)** O trabalho  $W_{bf}$  para o caminho  $bf$  é zero, de modo que

$$Q_{bf} = \Delta E_{int,f} - \Delta E_{int,b} = 40 - 22 = 18 \text{ cal.}$$

Para o caminho  $ibf$  temos  $Q = 36$  cal de modo que

$$Q_{ib} = Q - Q_{bf} = 36 - 18 = 18 \text{ cal.}$$

#### P 20-43.\*

Um cilindro possui um pistão de metal bem ajustado de 2 kg, cuja área da seção reta é de  $2 \text{ cm}^2$  (Fig. 20-24). O cilindro contém água e vapor à temperatura constante. Observa-se que o pistão desce lentamente, à taxa de  $0.30 \text{ cm/s}$ , pois o calor escapa

do cilindro pelas suas paredes. Enquanto o processo ocorre, algum vapor se condensa na câmara. A densidade do vapor dentro dela é de  $6 \times 10^{-4} \text{ g/cm}^3$  e a pressão atmosférica, de 1 atm. **(a)** Calcule a taxa de condensação do vapor. **(b)** A que razão o calor deixa a câmara? **(c)** Qual a taxa de variação da energia interna do vapor e da água dentro da câmara?

► **(a)** Expressando a massa de vapor em termos da densidade e do volume ocupado,

$$m_v = \rho_v \Delta V = \rho_v A \Delta y,$$

a taxa de condensação de vapor será:

$$\begin{aligned} \frac{dm_v}{dt} &= \rho_v A \frac{dy}{dt} \\ &= (0.6)(2 \times 10^{-4})(3 \times 10^{-3}) \\ &= 3.6 \times 10^{-7} \text{ kg/s} = 0.36 \text{ mg/s.} \end{aligned}$$

**(b)** O calor deixa a câmara à razão de:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_v}{dt} &= L_v \frac{dm_v}{dt} \\ &= (2260)(3.6 \times 10^{-7}) = 0.81 \text{ J/s} \end{aligned}$$

**(c)** A taxa de realização de trabalho é:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= m_{\text{pistão}} g \frac{dy}{dt} = (2)(9.8)(3 \times 10^{-3}) \\ &= 0.06 \text{ J/s.} \end{aligned}$$

No item **(b)**, a taxa calculada é a do calor que *deixa* a câmara, sendo então negativa, de acordo com a convenção de sinais adotada. Também no item **(c)**, o trabalho por unidade de tempo é realizado *sobre* o sistema, sendo, portanto, negativo. Reunindo esses resultados na primeira lei, chega-se à taxa de variação da energia interna na câmara:

$$\begin{aligned} \frac{dE_{int}}{dt} &= \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = -0.81 - (-0.06) \\ &= -0.75 \text{ J/s.} \end{aligned}$$

### 20.2.3 A transferência de calor

#### E 20-48.

Um bastão cilíndrico de cobre, de comprimento 1.2 m e área de seção reta de  $4.8 \text{ cm}^2$  é isolado, para evitar perda de calor pela sua superfície. Os extremos são mantidos à diferença de temperatura de  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ , um colocado em uma mistura água-gelo e o outro em água fervendo e vapor. **(a)** Ache a taxa em que o calor é conduzido através do bastão. **(b)** Ache a taxa em que o gelo derrete no extremo frio.

► **(a)** A taxa de condução do calor é [veja Eq. 20-18]

$$\begin{aligned} H &= \frac{kA(T_H - T_C)}{L} \\ &= \frac{(401)(4.8 \times 10^{-4})(100)}{1.2} = 16 \text{ J/s}, \end{aligned}$$

onde  $k = 401 \text{ W/(m.K)}$  foi tirado da Tabela 20-4.

**(b)** Da equação para a condução do calor obtemos

$$\frac{dQ}{dt} = H = L_F \frac{dm_{\text{gelo}}}{dt}.$$

Portanto

$$\frac{dm_{\text{gelo}}}{dt} = \frac{H}{L_F} = \frac{16}{333 \times 10^3} = 0.048 \text{ g/s}.$$

#### P 20-55

Um grande tanque cilíndrico de água com fundo de 1.7 m de diâmetro é feito de ferro galvanizado de 5.2 mm de espessura. Quando a água esquenta, o aquecedor a gás embaixo mantém a diferença de temperatura entre as superfícies superior e inferior, da chapa do fundo, em  $2.3 \text{ }^\circ\text{C}$ . Quanto calor é conduzido através dessa placa em 5 minutos? O ferro tem condutividade térmica igual a  $67 \text{ W/(m.K)}$ .

► A área da chapa é  $A = \pi d^2/4 = 2.27 \text{ m}^2$ . A taxa de condução do calor é

$$H = \frac{kA\Delta T}{L} = \frac{(67)(2.27)(2.3)}{0.0052} = 67271 \text{ W}.$$

O calor conduzido no intervalo de 5 minutos será:

$$\begin{aligned} Q = H\Delta t &= (67271)(300) \\ &= 2.02 \times 10^7 \text{ J} = 20.2 \text{ MJ} \end{aligned}$$

#### P 20-58.

Formou-se gelo em um chafariz e foi alcançado o estado estacionário, com ar acima do gelo a  $-5 \text{ }^\circ\text{C}$  e o fundo do chafariz a  $4 \text{ }^\circ\text{C}$ . Se a profundidade total do gelo + água for 1.4 m, qual a espessura do gelo? Suponha que as condutividades térmicas do gelo e da água sejam 0.40 e  $0.12 \text{ cal/m}^\circ\text{C s}$ , respectivamente.

► No regime estacionário, as taxas de condução do calor através do gelo e da água igualam-se:

$$k_g A \frac{(T_2 - T_3)}{x} = k_a A \frac{(T_1 - T_2)}{L - x},$$

onde  $x$  é a espessura do gelo e  $L - x$  é a espessura da água, sendo  $L = 1.4 \text{ m}$  a espessura total.

Como a temperatura na interface é  $T_2 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ , encontramos

$$x = \frac{L}{1 + \frac{k_a T_1 - T_2}{k_g T_2 - T_3}} = \frac{1.4}{1 + \frac{(0.12)(4 - 0)}{(0.40)(0 - (-5))}} = 1.13 \text{ m}.$$

### 20.2.4 Problemas Adicionais

#### P 20-62.

Quantos cubos de gelo de 20 g, cuja temperatura inicial é  $-10^\circ\text{C}$ , precisam ser colocados em 1 L de chá quente, com temperatura inicial de  $90^\circ\text{C}$ , para que a mistura final tenha a temperatura de  $10^\circ\text{C}$ ? Suponha que todo o gelo estará derretido na mistura final e que o calor específico do chá seja o mesmo da água.

► Considerando os valores para os calores específicos da água e do gelo,  $c_a = 4190 \text{ J/(kg K)}$  e  $c_g = 2220 \text{ J/(kg K)}$ , o calor extraído do gelo para trazê-lo à temperatura de fusão é:

$$Q_1 = m_g c_g \Delta T = m_g (2220)(10) = 22200 m_g$$

Para fundir o gelo necessitamos

$$Q_2 = m_g L_F = 333000 m_g.$$

Para aquecer o gelo derretido de  $0^\circ\text{C}$  a  $10^\circ\text{C}$ :

$$\begin{aligned} Q_3 &= m_g c_a \Delta T \\ &= m_g (4190)(10) = 41900 m_g. \end{aligned}$$

O calor removido do chá é:

$$\begin{aligned} Q_4 &= m_a c_a \Delta T \\ &= (1)(4190)(-80) = -335200 \text{ J}. \end{aligned}$$

Reunindo todos os valores calculados acima, vem:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 - Q_4 = 0$$

$$(22200 + 333000 + 41900) m_g = 335200$$

$$m_g = \frac{335200}{397000} = 0.844 \text{ kg.}$$

Como cada cubo tem  $m_g = 0.020$  kg, deve-se acrescentar ao chá  $n = \frac{0.844}{0.020} \simeq 42$  cubos de gelo.

---

**P 20-63.**

Uma amostra de gás se expande a partir de uma pressão e um volume iniciais de 10 Pa e 1 m<sup>3</sup> para um volume final de 2 m<sup>3</sup>. Durante a expansão, a pressão e o volume são obtidos pela equação

$p = a V^2$ , onde  $a = 10 \text{ N/m}^8$ . Determine o trabalho realizado pelo gás durante a expansão.

► O trabalho realizado pela gás na expansão é dado por

$$dW = p dV = a V^2 dV$$

Integrando do volume inicial  $V_i$  até o volume final  $V_f$ :

$$\begin{aligned} W &= a \int_{V_i}^{V_f} V^2 dV \\ &= a \left[ \frac{V^3}{3} \right]_{V_i}^{V_f} = a \left[ \frac{V_f^3}{3} - \frac{V_i^3}{3} \right] \\ &= (10 \text{ N/m}^8) \left[ \frac{8}{3} - \frac{1}{3} \right] (\text{m}^9) \\ &= 23.33 \text{ J.} \end{aligned}$$

## 21 A Teoria Cinética dos Gases

### 21.1 Questões

#### Q 21-5.

Duas salas de mesmo tamanho se comunicam por uma porta aberta. Entretanto, a média de temperatura nas duas salas é mantida a valores diferentes. Em qual sala há mais ar?

► Pela equação do gás ideal  $\frac{pV}{R} = \text{constante}$ , se a pressão é a mesma nas duas salas. Então  $n_1T_1 = n_2T_2$ . Se  $T_2 > T_1$ , tem-se  $n_2 < n_1$ , ou seja, há mais ar na sala cuja temperatura é mais baixa.

#### Q 21-12.

Por que a temperatura de ebulição de um líquido aumenta com a pressão?

► Com a pressão externa maior aplicada sobre o líquido, as moléculas precisam ter uma energia cinética maior para vencer as forças (fracas) que as unem e “escapar” ou evaporar. Uma energia cinética maior das moléculas significa uma temperatura maior. A grandes altitudes acima do nível do mar, no topo das montanhas, onde a pressão atmosférica é menor, a água, por exemplo, pode ferver a uns 80 °C; ao nível do mar, ferve a 100 °C.

#### Q 21-19.

Que evidência direta temos para a existência dos átomos? E indireta?

► Não percebemos diretamente a existência dos átomos, mas indiretamente sim, e de muitas formas. Quando sentimos o vento no rosto ou o interceptamos com a palma da mão, sabemos que se trata de um gás, cujas partículas em movimento, exercem força sobre a superfície em que incidem. Fenômenos observados como o movimento Browniano ou o efeito fotoelétrico também indicam claramente que todas as substâncias são formadas por estas minúsculas partículas.

#### Q 21-25.

Dê uma explicação qualitativa da conexão entre o livre caminho médio das moléculas de amônia no ar e o tempo que se leva para sentir o cheiro da amônia, quando um vidro é aberto do outro lado de uma sala.

► O tempo típico para se sentir o cheiro é de cerca de um minuto. As moléculas de amônia difundem-se no ar, tendo um livre caminho médio da ordem de  $10^{-8}$  m, sofrendo da ordem de  $10^9$  colisões por segundo. Como as moléculas movem-se em todas as direções devido às colisões, precisam deste tempo para atravessar uma sala. O movimento das moléculas também é afetado pelas correntes de convecção do ar, em geral presentes numa sala.

#### Q 21-28.

As duas paredes opostas de um recipiente de gás são mantidas a diferentes temperaturas. O ar entre os vidros de uma janela contra tempestade é um bom exemplo. Descreva, em termos de teoria cinética, o mecanismo de condução do calor através do gás.

► O calor é transferido no gás por um mecanismo combinado de condução e convecção. As moléculas de ar próximas da parede mais quente tem energia maior que a energia média e perdem energia nas colisões com as moléculas que tem energia mais baixa, que estão mais próximas da parede mais fria. Mas há também um transporte de massa no processo, porque o ar junto da parede quente expande-se, tendo sua densidade diminuída. O ar mais frio vai ocupando o lugar deixado pelo ar mais quente, estabelecendo-se uma corrente de convecção entre as paredes.

#### Q 21-32.

Que tipo de observação forneceria boa evidência de que nem todas as moléculas de um corpo estão se movendo com a mesma velocidade a uma dada temperatura?

► Um fenômeno que fornece boa evidência de que as moléculas não se movem à mesma velocidade a uma dada temperatura, é o processo de evaporação de um líquido, em que as moléculas mais rápidas são as que mais facilmente escapam da sua superfície.

**Q 21-37.**

Explique como podemos manter um gás a uma temperatura constante, durante um processo termodinâmico.

► O processo no qual a temperatura mantém-se constante, chama-se *isotérmico*. Para que a temperatura se mantenha constante durante o processo, as variações nas outras grandezas (pressão, volume) devem ser efetuadas muito lentamente e deve haver transferência de calor. De um modo geral, as grandezas  $Q$ ,  $W$  e  $\Delta E_{\text{int}}$  não são nulas nos processos termodinâmicos. Para o *gás ideal* a energia interna só depende da temperatura; se esta é constante,  $\Delta E_{\text{int}}$  é nula e  $Q = W$ .

**Q 21-40.**

Explique por que a temperatura de um gás diminui em uma expansão adiabática.

► Não havendo qualquer troca de calor, pela primeira lei da termodinâmica, a variação da energia interna é igual ao trabalho realizado na expansão, que é positivo. Portanto, a energia interna do gás diminui, o que corresponde a uma diminuição da temperatura do gás.

## 21.2 Exercícios e Problemas

**P 21-3. (20-3/6<sup>a</sup>)**

Se as moléculas de água em 1,00 g de água fossem distribuídas uniformemente pela superfície da Terra, quantas moléculas haveria em 1,00 cm<sup>2</sup> da superfície?

► A massa molar  $M$  da água é de 18,0 g/mol. O número  $N$  de moléculas na massa de 1,00 g é dado por:

$$\begin{aligned} N &= \frac{m}{M} N_A = \frac{(1,00)(6,02 \times 10^{23})}{18} \\ &= 3,344 \times 10^{22} \text{ moléculas} \end{aligned}$$

A área  $A$  da Terra é  $A = 4\pi R^2 = 5,1 \times 10^{18} \text{ cm}^2$ . O número de moléculas por unidade de área é então:

$$\frac{N}{A} = \frac{3,344 \times 10^{22}}{5,1 \times 10^{18}} = 6558 \text{ moléculas/cm}^2.$$

**P 21-13.**

(a) Qual o número de moléculas por metro cúbico no ar a 20 °C e à pressão de 1,0 atm ( $= 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$ )? (b) Qual a massa de 1,0 m<sup>3</sup> desse ar? Suponha que 75% das moléculas sejam de nitrogênio ( $N_2$ ) e 25% de oxigênio ( $O_2$ ).

► (a) Da equação do gás ideal:

$$pV = nRT, \quad n = \frac{N}{N_A}$$

$$\begin{aligned} \frac{N}{V} &= \frac{pN_A}{RT} = \frac{(1,01 \times 10^5)(6,02 \times 10^{23})}{(8,31)(293)} \\ &= 2,5 \times 10^{25} \text{ moléculas/m}^3 \end{aligned}$$

(b) As massas molares são  $M_{O_2} = 16,0 \text{ g/mol}$  e  $M_{N_2} = 14,0 \text{ g/mol}$ . O número total de moles na amostra de gás é:

$$n_T = \frac{pV}{RT} = 41,48 \text{ moles}$$

Para os percentuais indicados,  $n_{O_2} = 0,75 \times 41,48 = 31,11 \text{ moles}$  e  $n_{N_2} = 0,25 \times 41,48 = 10,37 \text{ moles}$ . As massas dos gases serão:

$$m_{O_2} = n_{O_2} M_{O_2} = (10,37)(16,0) = 166 \text{ g}$$

$$m_{N_2} = n_{N_2} M_{N_2} = (31,11)(14,0) = 436 \text{ g}$$

A massa total de gás é  $m_T = 602 \text{ g}$ .

**P 21-15. (20-33/6<sup>a</sup>)**

Uma amostra de ar, que ocupa 0,14 m<sup>3</sup> à pressão manométrica de  $1,03 \times 10^5 \text{ Pa}$ , se expande isotermicamente até atingir a pressão atmosférica e é então resfriada, à pressão constante, até que retorne ao seu volume inicial. Calcule o trabalho realizado pelo ar.

► Começando pela expansão isotérmica:

$$p_i V_i = p_f V_f,$$

$$V_f = V_i \frac{p_i}{p_f} = (0,14) \frac{(1,01 + 1,03) \times 10^5}{1,01 \times 10^5} = 0,28 \text{ m}^3$$

$$p_i V_i = nRT = 2,856 \times 10^4 \text{ J}$$

$$W_{\text{isotérmico}} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$W_{\text{isotérmico}} = (2,856 \times 10^4) \ln \left( \frac{0,28}{0,14} \right) = 1,98 \times 10^4 \text{ J.}$$

Para o processo isobárico,

$$W_{\text{isobárico}} = p(V_f - V_i)$$

$$W_{\text{isobárico}} = (1,01 \times 10^5)(0,14 - 0,28) = -1,41 \times 10^4 \text{ J.}$$

O trabalho total realizado pelo ar é então:

$$W_T = (1,98 - 1,41) \times 10^4 = 5,7 \times 10^3 \text{ J.}$$

**P 21-20. (20-16/6<sup>a</sup>)**

Um tubo de comprimento  $L = 25,0$  m, aberto em uma das extremidades contém ar à pressão atmosférica. Ele é colocado verticalmente em um lago de água doce, até que a água preencha metade do tubo, como mostrado na Fig. 21-16 (20-20). Qual a profundidade  $h$  da parte submersa do tubo? Considere a temperatura como sendo a mesma em todo o lugar e constante.

► Se a temperatura é constante, então  $pV = nRT = \text{constante}$ . A pressão do ar, ocupando agora a metade do volume do tubo, é dada por

$$p_i V_i = p_f V_f$$

$$p_o LA = p \frac{L}{2} A \quad e \quad p = 2p_o$$

A pressão  $p_{\text{fundo}}$  do lago é dada por:

$$p_{\text{fundo}} = p + \rho g \frac{L}{2}$$

$$p_{\text{fundo}} = 2p_o + \rho g \frac{L}{2}$$

A mesma pressão  $p_{\text{fundo}}$ , calculada a partir da superfície do lago é dada por

$$p_{\text{fundo}} = p_o + \rho g h$$

Igualando as duas equações para  $p_{\text{fundo}}$ , vem:

$$2p_o + \rho g \frac{L}{2} = p_o + \rho g h$$

$$p_o = \rho g \left( h - \frac{L}{2} \right)$$

$$h = \frac{L}{2} + \frac{p_o}{\rho g}$$

$$h = 12,5 + \frac{1,01 \times 10^5}{(1000)(9,8)} = 22,60 \text{ m}$$

**P 21-23. (20-17/6<sup>a</sup>)**

O recipiente  $A$ , na Fig. 21-17 (20-21), contém um gás ideal à pressão de  $5,0 \times 10^5$  Pa e à temperatura de 300 K. Ele está conectado por um fino tubo ao recipiente  $B$ , que tem quatro vezes o volume de  $A$ . O  $B$  contém o mesmo gás ideal, à pressão de  $1,0 \times 10^5$  Pa e à temperatura de 400 K. A válvula de conexão é aberta e o equilíbrio é atingido a uma pressão comum, enquanto a temperatura de cada recipiente é mantida constante, em seu valor inicial. Qual a pressão final do sistema?

► As temperaturas nos dois recipientes não se alteram com a abertura da válvula. A pressão final de equilíbrio será indicada por  $p$ . Com os dados fornecidos, calcula-se o número de moles  $n_A$  e  $n_B$  de gás em cada recipiente *antes* da abertura da válvula. *Depois*, esses números são  $n'_A$  e  $n'_B$  e o número total de moles nos dois recipientes é  $n$ :

$$\frac{V_A}{RT_A} = \frac{n_A}{p_A} = \frac{n'_A}{p}$$

Para um volume unitário:

$$n_A = \frac{p_A}{RT_A} = \frac{5,0 \times 10^5 \text{ Pa}}{(8,31 \text{ J/mol.K})(300 \text{ K})} = 200,56 \text{ moles}$$

$$n_B = \frac{4p_B}{RT_B} = \frac{(4)(1,0 \times 10^5 \text{ Pa})}{(8,31 \text{ J/mol.K})(400 \text{ K})} = 120,34 \text{ moles}$$

$$n_A + n_B = 320,90 \text{ moles}$$

$$n'_A + n'_B = n$$

$$\frac{n_A T_A}{p_A} = \frac{n'_A T_A}{p} = \frac{n_B T_B}{4p_B} = \frac{n'_B T_B}{4p}$$

$$\frac{n'_A T_A}{p} = \frac{n'_B T_B}{4p}$$

$$n'_A = n'_B \frac{T_B}{4T_A} = 0,333 n'_B$$

$$0,333 n'_B + n'_B = n$$

$$n'_B = \frac{320,90}{1,333} = 240,68 \text{ moles}$$

$$n'_A = 80,22 \text{ moles}$$

E, finalmente, obtém-se a pressão:

$$p'_{\Lambda} = \frac{n'_{\Lambda}}{n_{\Lambda}} \cdot p_{\Lambda} = \left( \frac{80,22}{200,56} \right) (5,0 \times 10^5) = 1,99 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$= \frac{(0,0124 \text{ kg/m}^3)(8,31 \text{ J/mol.K})(273 \text{ K})}{1,01 \times 10^3}$$

$$= 0,0279 \text{ kg/mol}$$

**E 21-28.**

(a) Encontre a velocidade quadrática média de uma molécula de nitrogênio a 20 °C. (b) A que temperaturas a velocidade quadrática média será a metade e o dobro desse valor?

► (a) A massa molar da molécula de  $N_2$  é  $M = 28,0$  g/mol:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{(3)(8,31 \text{ J/mol.K})(301 \text{ K})}{0,028 \text{ g/mol}}} = 517,68 \text{ m/s}$$

(b) A metade da  $v_{\text{rms}}$  do item (a) é igual a 258,84 m/s. A temperatura correspondente será:

$$T' = \frac{Mv_{\text{rms}}^2}{3R} = 75,25 \text{ K} (\simeq -198^\circ \text{C})$$

O dobro da  $v_{\text{rms}}$  do item (a) é igual a 1035,36 m/s. A nova temperatura será:

$$T'' = \frac{Mv_{\text{rms}}^2}{3R} = 1204 \text{ K} (\simeq 931^\circ \text{C}).$$

**P 21-30.**

A densidade de um gás a 273 K e  $1,00 \times 10^{-2}$  atm é de  $1,24 \times 10^{-5}$  g/cm<sup>3</sup>. (a) Encontre a velocidade  $v_{\text{rms}}$  para as moléculas do gás. (b) Ache a massa molar do gás e identifique-o.

► (a) Escrevendo a equação do gás ideal em termos da massa da amostra e da massa molar  $M$  do gás, tem-se:

$$\frac{p}{RT} = \frac{m}{MV}, \quad \text{onde } \frac{m}{V} = \rho.$$

A massa molar é  $M = \frac{\rho RT}{p}$  e a velocidade quadrática média pode então ser expressa por  $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$  e obtida com os dados fornecidos acima:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{(3)(1,01 \times 10^3 \text{ Pa})}{0,0124 \text{ kg/m}^3}} = 494,32 \text{ m/s}.$$

(b) A massa molar  $M$  vale:

$$M = \frac{\rho RT}{p}$$

Na tabela de Propriedades dos Elementos, Apêndice D, encontramos a massa molar do nitrogênio, que, na forma molecular, tem massa  $M = 28,0$  g/mol.

**P 21-36.**

Mostre que a equação do gás ideal (Eq. 21-4) pode ser escrita nas formas alternativas: (a)  $p = \frac{\rho RT}{M}$ , onde  $\rho$  é a densidade de massa do gás e  $M$ , a massa molar; (b)  $pV = NkT$ , onde  $N$  é o número de partículas do gás (átomos ou moléculas).

► (a) Na equação do gás ideal, o número  $n$  de moles pode ser expresso por  $n = \frac{m}{M}$ , onde  $m$  é a massa da amostra de gás e  $M$ , a sua massa molar:

$$p = \frac{mRT}{MV}, \quad \text{onde } \frac{m}{V} = \rho,$$

$$p = \frac{\rho RT}{M}.$$

(b) O número de moles da amostra de gás também pode ser expressa em termos de  $N$ , o número total de partículas e o número de Avogadro:  $n = \frac{N}{N_A}$ . Lembrando que  $k = \frac{R}{N_A}$ , vem

$$pV = NkT.$$

**P 21-43.**

Em um certo acelerador de partículas, os prótons percorrem um caminho circular de diâmetro de 23,0 m em uma câmara onde a pressão é  $1,00 \times 10^{-6}$  mm de Hg e a temperatura é 295 K. (a) Calcule o número de moléculas de gás por centímetro cúbico, a esta pressão. (b) Qual o livre caminho médio das moléculas de gás sob estas condições, se o diâmetro molecular for de  $2,00 \times 10^{-8}$  cm?

► (a) Em unidades do Sistema Internacional, a pressão dada é igual a  $p = 1,33 \times 10^{-4}$  Pa. Expressando o número de moles em termos do número de partículas,  $n = \frac{N}{N_A}$ , da equação do gás ideal vem:

$$\frac{N}{V} = \frac{pN_A}{RT} = \frac{(1,33 \times 10^{-4} \text{ Pa})(6,02 \times 10^{23})}{(8,31 \text{ J/mol.K})(295 \text{ K})}$$

$$\frac{N}{V} = 3,26 \times 10^{10} \text{ moléculas/cm}^3.$$

(b) Com o diâmetro molecular dado, o livre caminho médio é obtido diretamente por:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2(N/V)} = 17261 \text{ cm.}$$

ou  $\lambda \simeq 173 \text{ m.}$

**P 21-54.**

Certa molécula de hidrogênio (diâmetro de  $1,0 \times 10^{-8} \text{ cm}$ ) escapa de um forno ( $T = 4000 \text{ K}$ ) com velocidade quadrática média e entra em uma câmara contendo átomos de argônio frio (diâmetro de  $3,0 \times 10^{-8} \text{ cm}$ ), sendo a densidade deste último de  $4,0 \times 10^{19} \text{ átomos/cm}^3$ . (a) Qual a velocidade da molécula de hidrogênio? (b) Se a molécula de hidrogênio e um átomo de argônio colidirem, qual a menor distância entre seus centros, considerando ambos como esferas rígidas? (c) Qual o número inicial de colisões por segundo sofridas pela molécula de hidrogênio?

► (a) A massa molar da molécula de  $H_2$  é  $M = 2,02 \text{ g/mol}$  e sua a velocidade quadrática média é:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{(3)(8,31 \text{ J/mol.K})(4000 \text{ K})}{0,00202 \text{ kg/mol}}} = 7026 \text{ m/s.}$$

(b) A distâncias entre os centros da molécula de  $H_2$  e o átomo de Ar é igual a soma dos seus raios, isto é,

$$d = r_{\text{Ar}} + r_{\text{H}_2} = 2,0 \times 10^{-8} \text{ cm.}$$

(c) O livre caminho médio dos átomos de Ar nas condições dadas é

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d_{\text{Ar}}^2(N/V)} = 6,25 \times 10^{-8} \text{ m.}$$

O número de colisões por segundo,  $f$ , é dado por

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{7026 \text{ m/s}}{6,25 \times 10^{-8} \text{ m}} = 1,12 \times 10^{11} \text{ colisões/s.}$$

**P 21-56.**

Para a distribuição hipotética de velocidades das  $N$  partículas de um gás, mostrada na Fig. 21-19 [ $P(v) = Cv^2$  para  $0 < v \leq v_o$ ;  $P(v) = 0$  para  $v > v_o$ ], encontre (a) uma expressão para  $C$

em termos de  $N$  e  $v_o$ , (b) a velocidade média das partículas e (c) a velocidade rms das partículas.

► (a) Para o cálculo de  $C$ , tem-se:

$$\int_0^{v_o} Cv^2 dv = N,$$

$$C = \frac{3N}{v_o^3}.$$

(b) A velocidade média é obtida por:

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \int P(v)dv$$

$$\bar{v} = \left(\frac{3N}{v_o^3}\right) \frac{1}{N} \int_0^{v_o} v^3 dv$$

$$\bar{v} = \frac{3v_o}{4} = 0,75 v_o.$$

(c) A velocidade quadrática média calcula-se por:

$$\bar{v}^2 = \frac{1}{N} \int P(v)v^2 dv$$

$$\bar{v}^2 = \left(\frac{3N}{v_o^3}\right) \frac{1}{N} \int_0^{v_o} v^4 dv$$

$$\bar{v}^2 = \frac{3v_o}{5}$$

$$\sqrt{\bar{v}^2} = v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3}{5}}v_o = 0,775v_o.$$

**P 21-61.**

20,9 J de calor são adicionados a um certo gás ideal. Como resultado, seu volume aumenta de 50,0 para  $100 \text{ cm}^3$ , enquanto a pressão permanece constante (1,0 atm). (a) Qual a variação na energia interna do gás? (b) Se a quantidade de gás presente for de  $2,00 \times 10^{-3} \text{ mol}$ , calcule o calor específico molar à pressão constante. (c) Calcule o calor específico molar a volume constante.

► (a) O trabalho realizado na expansão do gás é

$$W = p\Delta V = (1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(50 \times 10^{-6} \text{ m}^3)$$

$$= 5,05 \text{ J.}$$

E a variação da energia interna é

$$\Delta E_{\text{int}} = 20,6 - 5,05 = 15,85 \text{ J.}$$

(b) A variação da temperatura no processo pode ser calculada a partir do trabalho:

$$W = p\Delta V = nR\Delta T,$$

$$\Delta T = \frac{W}{nR} = \frac{5,05 J}{(2,0 \times 10^{-3} mol)(8,31 J/mol.K)} \simeq 304 K.$$

E para o calor específico molar à pressão constante vem:

$$C_p = \frac{Q}{n\Delta T} = \frac{20,9 J}{(2,0 \times 10^{-3} mol)(304 K)} = 34,36 J/mol.K.$$

(c) O calor específico molar a volume constante é obtido diretamente do resultado do item anterior:

$$C_v = C_p - R = 34,36 - 8,31 = 26,07 J/mol.K.$$

**P 21-68. (20-53/6<sup>a</sup>)**

Suponha que 4 moles de um gás ideal diatômico, cujas moléculas estejam em rotação sem oscilar, sofrem um aumento de temperatura de 60 K à pressão constante. (a) Quanto calor foi transferido para o gás? (b) Em quanto aumentou a energia interna do gás? (c) Quanto trabalho foi realizado pelo gás? (d) Qual foi o aumento na energia interna translacional das moléculas do gás?

► (a) O calor transferido para o gás à pressão constante foi:

$$Q = nC_p \Delta T = n \frac{7}{2} R \Delta T = (4) \left(\frac{7}{2}\right) (8,31)(60) = 6980 J.$$

(b) A variação da energia interna, para qualquer processo, é dada por

$$\Delta E_{int} = nC_v \Delta T = n \frac{5}{2} R \Delta T = (4) \left(\frac{5}{2}\right) (8,31)(60) = 4968 J.$$

(c) O trabalho realizado pelo gás é

$$p_0 \Delta V = nR\Delta T = (4)(8,31)(60) = 1994 J.$$

(d) Levando em conta só os 3 graus de liberdade translacionais das moléculas, a energia interna correspondente será:

$$\Delta E_{int} = (4) \left(\frac{3}{2}\right) (8,31)(60) = 2992 J.$$

**P 21-69.**

A massa molar do iodo é de 127 g/mol. Uma onda estacionária em um tubo cheio de gás de iodo a 400 K tem os seus nós 6,77 cm distantes um do outro, quando a frequência é 1000 Hz. O gás de iodo é monoatômico ou diatômico?

► Se a distância entre nós é 6,77 cm, o comprimento de onda é  $\lambda = 2 \times 6,77 = 13,54$  cm e a velocidade de propagação é  $v = \lambda f = 135,4$  m/s. O módulo de elasticidade volumétrica pode ser expresso em termos da constante adiabática  $\gamma$  e da pressão:

$$B = -V \frac{dp}{dV} = \gamma p.$$

A velocidade de propagação é então  $v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$  e, como foi mostrado no P-36,  $\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{M}$ . Assim, a velocidade é, finalmente,  $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$ . Com os dados disponíveis, pode-se agora obter  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{v^2 M}{RT} = \frac{(135,4 m/s)^2 (2 \times 127 g/mol)}{(8,31 J/mol.K)(400 K)} = 1,4.$$

Dobrou-se a massa molar no cálculo para obter  $\gamma = 1,4$ , o valor da constante adiabática de um gás diatômico.

**E 21-71.**

(a) Um litro de gás com  $\gamma = 1,3$  está a 273 K e 1,00 atm. O gás é subitamente (adiabaticamente) comprimido até a metade do seu volume inicial. Calcule suas temperatura e pressão finais. (b) O gás é então resfriado até 273 K, à pressão constante. Qual o seu volume final?

► (a) Para o processo adiabático, são válidas as relações:

$$p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$$

$$p_f = p_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^\gamma = 2,46 \text{ atm.}$$

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$$

$$T_f = T_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1} = 336 K.$$

(b) O número de moles de gás na amostra é

$$n = \frac{p_i V_i}{RT_i} = \frac{(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(0,001 \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/mol.K})(273 \text{ K})} = 0,0445 \text{ mol.}$$

E a variação produzida no volume é então

$$p\Delta V = nR\Delta T,$$

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{nR\Delta T}{p} \\ &= \frac{(0,0445 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol.K})(-63 \text{ K})}{(2,46)(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})} \\ &\simeq -0,10 \text{ m}^3. \end{aligned}$$

$$V_f = \Delta V + V_i = -0,1 + 0,5 = 0,4 \text{ litro.}$$

#### P 21-80.

Um gás ideal sofre uma compressão adiabática de  $p = 1,0 \text{ atm}$ ,  $V = 1,0 \times 10^6 \text{ litros}$ ,  $T = 0,0^\circ\text{C}$  para  $p = 1,0 \times 10^5 \text{ atm}$ ,  $V = 1,0 \times 10^3 \text{ litros}$ . (a) Este gás é monoatômico, diatômico ou poliatômico? (b) Qual a sua temperatura final? (c) Quantos moles do gás estão presentes? (d) Qual a energia cinética translacional total por mole, antes e depois da compressão? (e) Qual a razão entre os quadrados das velocidades rms de suas moléculas, antes e depois da compressão?

► (a) Para os processos adiabáticos vale a relação:

$$\begin{aligned} p_i V_i^\gamma &= p_f V_f^\gamma, \\ p_i V_i^\gamma &= 10^5 p_i (10^{-3} V_i)^\gamma \\ 5 - 3\gamma &= 0, \quad e \quad \gamma = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Portanto, trata-se de um gás monoatômico.

(b) Para achar a temperatura final, tem-se outra relação para os processos adiabáticos:

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1},$$

$$T_f = T_i \left( \frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma-1} = (273 \text{ K})(10^3)^{\frac{2}{3}} = 27300 \text{ K.}$$

(c) O número de moles presentes é calculado da equação de estado do gás ideal:

$$n = \frac{p_i V_i}{RT_i} = \frac{(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(10^3 \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/mol.K})(273 \text{ K})}$$

$$= 44520,26 \text{ moles.}$$

(d) A energia cinética translacional por mol, antes da compressão é:

$$\frac{K_i}{n} = \frac{3}{2} RT_i = 3403 \text{ J,}$$

e depois da compressão é:

$$\frac{K_f}{n} = \frac{3}{2} RT_f = 340300 \text{ J.}$$

(e) A razão entre os quadrados das  $v_{\text{rms}}$ , antes e depois da compressão, é:

$$\frac{v_{\text{rms},f}^2}{v_{\text{rms},i}^2} = \frac{T_f}{T_i} = \frac{27300}{273} = 100.$$

#### P 21-83.

Certa máquina térmica processa 1,00 mol de um gás ideal monoatômico através do ciclo mostrado na Fig. 21-21. O processo  $1 \rightarrow 2$  acontece a volume constante, o  $2 \rightarrow 3$  é adiabático e o  $3 \rightarrow 1$  acontece à pressão constante. (a) Calcule o calor  $Q$ , a variação da energia interna  $\Delta E_{\text{int}}$  e o trabalho realizado  $W$ , para cada um dos três processos e para o ciclo como um todo. (b) Se a pressão inicial no ponto 1 for 1,00 atm, encontre a pressão e o volume nos pontos 2 e 3. Use  $1,00 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$  e  $R = 8,314 \text{ J/mol.K}$ .

► (a) Começando com o processo a volume constante,

$$\begin{aligned} Q_{1 \rightarrow 2} &= nC_V \Delta T \\ &= (1,0)(1,5)(8,31)(600 - 300) \\ &= 3740 \text{ J.} \end{aligned}$$

O trabalho é nulo neste processo e, portanto, a variação da energia interna é igual ao calor absorvido, ou seja,

$$\Delta E_{\text{int},1 \rightarrow 2} = 3740 \text{ J.}$$

No processo adiabático,  $Q = 0$  e da primeira lei tem-se:

$$\Delta E_{\text{int},2 \rightarrow 3} = -W,$$

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{int},2 \rightarrow 3} &= nC_V \Delta T \\ &= (1,0)(1,5)(8,314)(455 - 600) \end{aligned}$$

$$= -1808 \text{ J.}$$

Portanto,  $W_{2 \rightarrow 3} = 1808 \text{ J}$ .

Para o processo à pressão constante tem-se:

$$\begin{aligned} Q_{3 \rightarrow 1} &= nC_P \Delta T \\ &= (1,0)(2,5)(8,314)(300 - 455) \\ &= -3222 \text{ J,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{3 \rightarrow 1} &= p\Delta V = nR\Delta T \\ &= (1,0)(8,31)(300 - 455) \\ &= -1290 \text{ J,} \end{aligned}$$

$$\Delta E_{\text{int},3 \rightarrow 1} = -3222 - (-1290) = -1932 \text{ J.}$$

O calor efetivo transferido no ciclo é:

$$\begin{aligned} Q_{\text{Total}} &= Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 1} \\ &= 3740 + 0 - 3222 \\ &= 518 \text{ J.} \end{aligned}$$

O trabalho total realizado no ciclo é:

$$\begin{aligned} W_{\text{Total}} &= W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 1} \\ &= 0 + 1808 - 1290 \\ &= 518 \text{ J.} \end{aligned}$$

E para o ciclo,  $\Delta E_{\text{int}} = Q_{\text{Total}} - W_{\text{Total}} = 0$ .

(b) Dada  $p_1 = 1,0 \text{ atm}$  e  $T_1 = 300 \text{ K}$ , obtém-se a pressão  $p_2$ :

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

donde tiramos facilmente

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = (1,0 \text{ atm}) \left( \frac{600}{300} \right) = 2,0 \text{ atm.}$$

Para obter  $p_3$ , usa-se a relação entre a pressão e o volume válida para os processos adiabáticos:

$$p_2 V_2^\gamma = p_3 V_3^\gamma,$$

O volume  $V_2$  é calculado com a equação de estado do gás ideal:

$$\begin{aligned} V_2 = \frac{nRT_2}{p_2} &= \frac{(1,0)(8,31)(300)}{1,013 \times 10^5} \\ &= 0,02462 \text{ m}^3 \\ &= 24,62 \text{ litros.} \end{aligned}$$

O volume  $V_3$  obtém-se da relação:

$$\begin{aligned} T_2 V_2^{\gamma-1} &= T_3 V_3^{\gamma-1}, \\ V_3^{\gamma-1} &= V_2^{\gamma-1} \frac{T_2}{T_3} = (24,6)^{0,67} \frac{600}{455}, \\ V_3^{0,67} &= 11,27 \quad \text{e} \quad V_3 = 37,34 \text{ litros.} \\ p_3 &= p_2 \left( \frac{V_2}{V_3} \right)^\gamma \\ p_3 &= (2,0 \text{ atm}) \left( \frac{24,62}{37,34} \right)^{1,67} = 1,0 \text{ atm.} \end{aligned}$$

### 21.3 Problemas Adicionais

#### P 21-85.

Uma amostra de gás ideal passa pelo processo cíclico ilustrado no gráfico  $p - V$  da Fig. 21 - 22. A temperatura do gás no ponto  $a$  é  $200 \text{ K}$ . (a) Quantos moles do gás existem na amostra? Quais são (b) a temperatura do gás no ponto  $b$ , (c) a temperatura do gás no ponto  $c$  e (d) o calor total adicionado ao gás durante o ciclo?

► (a) O número de moles na amostra é:

$$n = \frac{pV}{RT_a} = \frac{(2,5 \times 10^3 \text{ Pa})(1,0 \text{ m}^3)}{(8,314 \text{ J/mol.K})(200 \text{ K})} = 1,5 \text{ mol}$$

(b) Para a temperatura no ponto  $b$  tem-se:

$$\frac{p_a V_a}{T_a} = \frac{p_b V_b}{T_b},$$

$$\begin{aligned} T_b = T_a \frac{p_b V_b}{p_a V_a} &= (200 \text{ K}) \frac{(7,5 \times 10^3 \text{ Pa})(3,0 \text{ m}^3)}{(2,5 \times 10^3)(1,0 \text{ m}^3)} \\ &= 1800 \text{ K.} \end{aligned}$$

(c) E para a temperatura no ponto  $c$  tem-se:

$$\begin{aligned} T_c = T_b \frac{p_c V_c}{p_b V_b} &= (1800 \text{ K}) \frac{(2,5 \times 10^3 \text{ Pa})(3,0 \text{ m}^3)}{(7,5 \times 10^3 \text{ Pa})(3,0 \text{ m}^3)} \\ &= 600 \text{ K.} \end{aligned}$$

(d) O trabalho realizado pelo gás no ciclo é igual à área do triângulo  $abc$  e vale  $5000 \text{ J}$ . Como é nula a variação da energia interna no ciclo, o calor total adicionado ao gás é igual ao trabalho, ou seja,  $5000 \text{ J}$ .

**P 21-88.**

Uma amostra de gás ideal se expande de pressão e volume iniciais correspondentes a 32 atm e 1,0 litro, respectivamente, para um volume final de 4,0 litros. A temperatura inicial do gás era de 300 K. Quais serão a pressão e temperatura finais desse gás e quanto trabalho ele realizará durante a expansão, se esta for **(a)** isotérmica, **(b)** adiabática e o gás monoatômico, e **(c)** adiabática e o gás diatômico?

► **(a)** Se a expansão é isotérmica,  $\Delta E_{\text{int}} = 0$  e  $Q = W$ . A pressão no estado final será:

$$p_i V_i = p_f V_f,$$

$$p_f = p_i \left( \frac{V_i}{V_f} \right) = (32 \text{ atm}) \frac{1,0 \text{ l}}{4,0 \text{ l}} = 8,0 \text{ atm}.$$

E o trabalho no processo isotérmico é dado por:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} p dV = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$W = (32 \text{ atm} \cdot \text{l}) (\ln 4) = 44,36 \text{ atm} \cdot \text{l} = 4494 \text{ J}.$$

**(b)** Para a expansão adiabática de um gás *monoatômico* tem-se  $Q = 0$ ,  $C_V = \frac{3}{2}R$ ,  $C_P = \frac{5}{2}R$  e  $\gamma = \frac{5}{3} = 1,67$ . A pressão final é:

$$p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma,$$

$$p_f = p_i \left( \frac{V_i}{V_f} \right)^\gamma = (32 \text{ atm}) \left( \frac{1,0 \text{ l}}{4,0 \text{ l}} \right)^{1,67} = 3,16 \text{ atm}.$$

E a temperatura final é obtida por:

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1},$$

$$\begin{aligned} T_f &= T_i \left( \frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma-1} = (300 \text{ K}) \left( \frac{1,0 \text{ l}}{4,0 \text{ l}} \right)^{0,67} \\ &= 118,5 \text{ K}. \end{aligned}$$

Da primeira lei,  $\Delta E_{\text{int}} = -W$ . A variação da energia interna é calculada por:

$$\Delta E_{\text{int}} = nC_V \Delta T = \frac{3}{2} nR (118,5 - 300),$$

Para o estado inicial, obtém-se:

$$\begin{aligned} nR &= \frac{p_i V_i}{T_i} = \frac{(32 \text{ atm})(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(10^{-3} \text{ m}^3)}{300 \text{ K}} \\ &= 10,8 \text{ J/K}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{int}} &= \frac{3}{2} (10,8 \text{ J/K})(118,5 \text{ K} - 300 \text{ K}) \\ &= -2940,30 \text{ J}. \end{aligned}$$

E, portanto,  $W = 2940,30 \text{ J}$ .

**(c)** Se a expansão é adiabática e o gás é *diatômico*, tem-se  $Q = 0$ ,  $C_V = \frac{5}{2}R$ ,  $C_P = \frac{7}{2}R$  e  $\gamma = \frac{7}{5} = 1,4$ . Repetindo os mesmos cálculos do ítem anterior, obtém-se  $P_f = 4,6 \text{ atm}$ ,  $T_f = 172 \text{ K}$  e  $W = 3456 \text{ J}$ .