

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

Lista n.º 2 - FIP10402 - Física de Partículas e Campos: Teoria Quântica de Campos II
Prof. Dimiter Hadjimichef

Espalhamento Luz-Luz

O espalhamento luz-luz pode ser estudado usando os campos eletromagnéticos fortes dos hádrons colididos no LHC [1, 2]. Este fenômeno foi visto pela primeira vez em 2016 pela colaboração ATLAS no LHC [3, 4]. A melhor restrição obtida anteriormente para a seção choque elástica fóton-fóton foi de PVLAS¹ (Polarizzazione del Vuoto con LASer, -polarização do vácuo com laser), que relatou um limite superior muito acima do valor previsto pelo Modelo Padrão [5]. A observação de uma seção de choque maior que a prevista pelo Modelo Padrão poderia significar *nova física* como por exemplo a presença de *axions*, cuja busca é o objetivo principal do PVLAS e de vários experimentos similares.

Na QED o espalhamento luz-luz pode ser descrito pelas seguintes amplitudes de Feynman

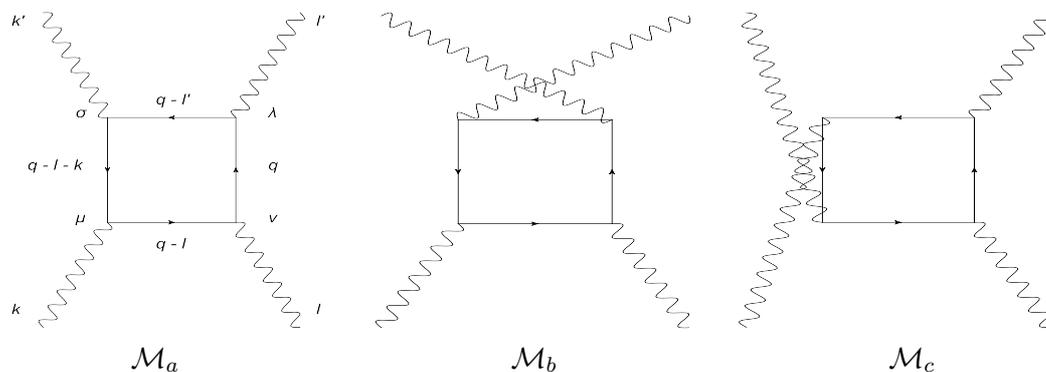


Figura 1:

Siga os cálculos desenvolvidos por Naohiro Kanda em [6]:

1. Mostre que

$$\mathcal{M}^{rr'ss'} = 2(\mathcal{M}_a + \mathcal{M}_b + \mathcal{M}_c) = 2(\bar{\mathcal{M}}_a^{\mu\nu\lambda\sigma} + \bar{\mathcal{M}}_b^{\mu\nu\lambda\sigma} + \bar{\mathcal{M}}_c^{\mu\nu\lambda\sigma})\epsilon_\mu^r(k)\epsilon_\nu^s(l)\epsilon_\lambda^{s'}(l')\epsilon_\sigma^{r'}(k')$$

2. Mostre que

$$\mathcal{M}_a = -\frac{(ie)^4}{(2\pi)^4} \int d^4q \frac{\text{Tr}[\gamma^\mu(\not{q} - \not{l} - \not{k} + m)\gamma^\sigma(\not{q} - \not{l}' + m)\gamma^\lambda(\not{q} + m)\gamma^\nu(\not{q} - \not{l} + m)]}{[(q-l-k)^2 - m^2 + i\varepsilon][(q-l')^2 - m^2 + i\varepsilon][q^2 - m^2 + i\varepsilon][(q-l)^2 - m^2 + i\varepsilon]} \times \epsilon_\mu^r(k)\epsilon_\sigma^{r'}(k')\epsilon_\lambda^{s'}(l')\epsilon_\nu^s(l)$$

¹ Esta colaboração do Departamento de Física e do Instituto Nacional de Física Nuclear em Ferrara (Itália), pretende testar a eletrodinâmica quântica para possivelmente detectar matéria escura.

3. Mostre que no limite $q \rightarrow \infty$ a divergência logarítmica de $\mathcal{M}^{rr'ss'}$ é cancelada, isto é,

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \mathcal{M}^{rr'ss'} = 0.$$

Isso significa que a amplitude total não tem divergência alguma por causa deste cancelamento e, de fato, é finita. Portanto, não precisamos empregar nenhum esquema específico de regularização, sendo a sua avaliação muito confiável.

4. Adote os seguintes vetores de polarização [7]

$$\begin{aligned} \epsilon_1^{(1)} = \epsilon_2^{(1)} = \epsilon_3^{(1)} = \epsilon_4^{(1)} &= \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{k}'}{|\mathbf{k} \times \mathbf{k}'|} & \epsilon_1^{(2)} &= \frac{1}{\omega} (\mathbf{k} \times \epsilon_1^{(1)}) = -\epsilon_2^{(2)} \\ \epsilon_4^{(2)} &= \frac{1}{\omega} (\mathbf{k}' \times \epsilon_4^{(1)}) = -\epsilon_3^{(2)} \end{aligned}$$

$\epsilon_n^{(i)}$ denota o vetor de polarização dos fótons. Consideramos a fixação no calibre Coulomb $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$. Cada fóton de o seguinte momento:

* Estado inicial: fóton 1 : $k^\mu = (\omega, \mathbf{k})$; fóton 2 : $l^\mu = (\omega, \mathbf{l})$

* Estado final: fóton 3 : $l'^\mu = (\omega, \mathbf{l}')$; fóton 4 : $k'^\mu = (\omega, \mathbf{k}')$.

Também temos $\omega = |\mathbf{k}| = |\mathbf{l}| = |\mathbf{k}'| = |\mathbf{l}'|$, é bom notar que não há sistema de repouso: $\mathbf{l} = -\mathbf{k}$ e $\mathbf{l}' = -\mathbf{k}'$.

Mostre que a amplitude total no limite $\omega/m \ll 1$ é dada por

$$\mathcal{M} = -i \frac{4}{3} \alpha^2 \left(g^{\mu\sigma} g^{\lambda\nu} + g^{\mu\nu} g^{\sigma\lambda} + g^{\mu\lambda} g^{\sigma\nu} \right) \epsilon_\mu^r \epsilon_\nu^s \epsilon_\lambda^{s'} \epsilon_\sigma^{r'}$$

onde $\alpha = e^2/4\pi$.

5. Os termos não-nulos na soma sobre as polarizações do estado final e média sobre o estado inicial são dados por

$$\frac{1}{4} \sum_{rr'ss'} |\mathcal{M}^{rr'ss'}|^2 = \frac{1}{4} \left\{ |\mathcal{M}^{1111}|^2 + |\mathcal{M}^{2222}|^2 + 2|\mathcal{M}^{1122}|^2 + 2|\mathcal{M}^{1221}|^2 + 2|\mathcal{M}^{1212}|^2 \right\}.$$

Mostre que

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{1111} &= -i \frac{4}{3} \alpha^2 \cdot 3 & \mathcal{M}^{2222} &= -i \frac{4}{3} \alpha^2 (1 + 2 \cos^2 \theta) & \mathcal{M}^{1122} &= -i \frac{4}{3} \alpha^2 \cos \theta \\ \mathcal{M}^{1221} &= i \frac{4}{3} \alpha^2 \cos \theta & \mathcal{M}^{1212} &= i \frac{4}{3} \alpha^2 \cdot 1 \end{aligned} \quad (1)$$

6. A seção de choque para o espalhamento fóton-fóton é dada por

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{(2\omega)^2} |\mathcal{M}|^2. \quad (2)$$

Use os resultados (1) para $\mathcal{M}^{rr'ss'}$ do item anterior em (2) para obter, no limite $\frac{\omega}{m} \ll 1$,

$$\begin{aligned} (a) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{(6\pi)^2} \frac{\alpha^4}{(2\omega)^2} (3 + 2 \cos^2 \theta + \cos^4 \theta) \\ (b) \quad \sigma(\omega) &= \frac{29 \alpha^4}{270\pi \omega^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

7. Considere que o loop fermiônico seja de um (a) múon ($m_\mu=105$ MeV) e (b) tau ($m_\tau= 1.7$ GeV). Lembrando que $\omega/m \ll 1$, considere que no caso (a) $\omega = 10$ MeV e (b) $\omega = 1$ GeV. Calcule $\sigma(\omega)$ nestas duas energias. Recorde que $1 \text{ nb} = 10^{-33} \text{ cm}^2$; $1 \text{ pb} = 10^{-36} \text{ cm}^2$ e $1 \text{ fb} = 10^{-39} \text{ cm}^2$.

-
- [1] d’Enterria, David; da Silveira, Gustavo G. (22 August 2013). “Observing Light-by-Light Scattering at the Large Hadron Collider”. *Physical Review Letters*. American Physical Society (APS). 111 (8): 080405. doi:10.1103/physrevlett.111.080405. ISSN 0031-9007.
- [2] Michael Schirber (22 Aug 2013). “Synopsis: Spotlight on Photon-Photon Scattering”. *APS Physics*. Retrieved 27 May 2019. <https://physics.aps.org/synopsis-for/10.1103/PhysRevLett.111.080405>
- [3] “ATLAS spots light-by-light scattering”. *CERN Courier*. 11 Nov 2016. Retrieved 27 May 2019. <https://cerncourier.com/atlas-spots-light-by-light-scattering/>
- [4] ATLAS Collaboration: Light-by-light scattering in ultra-peripheral Pb+Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}}=5.02$ TeV with the ATLAS detector at the LHC. <https://cds.cern.ch/record/2220773>
- [5] Zavattini, G.; Gastaldi, U.; Pengo, R.; Ruoso, G.; Valle, F. Della; Milotti, E. (20 June 2012). “Measuring the magnetic birefringence of vacuum: the PVLAS experiment”. *International Journal of Modern Physics A*. World Scientific Pub Co Pte Lt. 27 (15): 1260017. arXiv:1201.2309. doi:10.1142/s0217751x12600172. ISSN 0217-751X.
- [6] <https://arxiv.org/pdf/1106.0592.pdf>.
- [7] V.B. Berestetskii, E.M. Lifshitz and L.P. Pitaevskii, “Relativistic Quantum Theory”, (Pergamon Press, 1974).