

Nome:

Entrega facultativa até 15/06 no horário da aula. Os exercícios serão corrigidos, mas não pontuados.

1.) Um poço de potencial tipo delta localizado na origem é sobreposto a um potencial degrau também na origem, de forma que:

$$V(x) = -\lambda\delta(x) + V_0\Theta(x),$$

onde

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x < 0 \\ 1 & \text{para } x \geq 0 \end{cases}$$

é a função degrau e λ e V_0 constantes positivas.

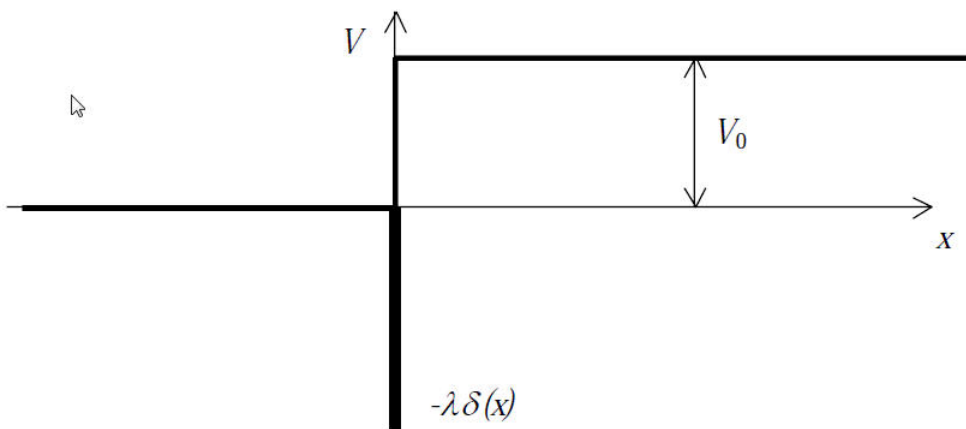


Figure 1: potencial delta sobreposto com um potencial degrau.

- (5) Escreva as funções de onda nas regiões $x > 0$ e $x < 0$ para o estado ligado. A condição para se ter estados ligados é $E < 0$ ou $E < V_0$? Por que?
- (3) Quais são as unidades da constante λ ?
- (7) Escreva as condições de contorno em $x = 0$.
- (5) Sem cálculo, mas usando seu conhecimento sobre as funções de onda, decida se para o estado ligado podemos esperar $\langle x \rangle < 0$, $\langle x \rangle = 0$ ou $\langle x \rangle > 0$.
- (10) Obtenha a equação que determina a energia do estado ligado em termos das constantes fundamentais e λ , V_0 e m .

2.0) Considere um potencial unidimensional arbitrário localizado nas proximidades da origem e com $V = 0$ fora dessa região. A solução mais geral para a Equação de Schrödinger para $|x| \gg 1$ é dada por $Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ e $Ce^{ikx} + De^{-ikx}$ à direita e à esquerda do potencial respectivamente, conforme esquematizado abaixo.

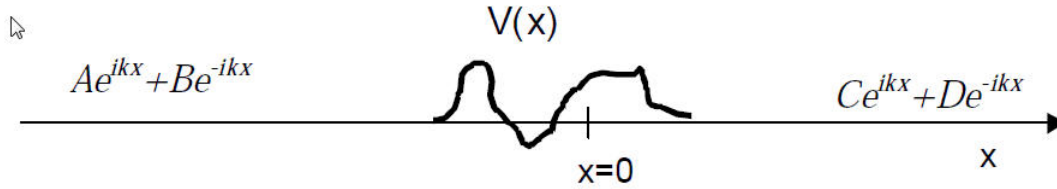


Figure 2: matriz espalhamento.

a) (10) Mostre que se escrevermos

$$\begin{aligned} B &= S_{11}A + S_{12}D \\ C &= S_{21}A + S_{22}D \end{aligned}$$

ou

$$\begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix}$$

as seguintes relações para os elementos S_{ij} são válidas:

$$\begin{aligned} |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 &= 1 \\ |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 &= 1 \\ S_{11}S_{12}^* + S_{21}S_{22}^* &= 0 \end{aligned}$$

b) (10)

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}$$

é chamada de matriz espalhamento. Use as relações acima para mostrar que S e a sua transposta são unitárias. (Dica: use a conservação do vetor corrente de probabilidade). Qual é a interpretação física de cada um dos coeficientes A , B , C e D ?

c) (10) A matriz espalhamento S é uma função de k ou do momentum $\hbar k$. Mostre que

$$\begin{aligned} S_{11}(-k) &= S_{11}^*(k) \\ S_{22}(-k) &= S_{22}^*(k) \\ S_{12}(-k) &= S_{21}^*(k) \end{aligned}$$

isto é, $S(-k) = S^\dagger(k)$