FIS01201
Física Geral e Experimental IIA

# 1 Experiência: Movimento Harmônico Amortecido

Um movimento harmônico em que a amplitude decai gradualmente é um movimento harmônico amortecido. Para velocidades não muito grandes admite-se que a força de amortecimento seja do tipo $-bv$, linearmente proporcional à velocidade. A constante $b$ é chamada *constante de amortecimento* e depende basicamente da forma do corpo. Se somarmos esta força à força restauradora do tipo $-kx$ resulta, para o oscilador harmônico amortecido, a seguinte equação de movimento:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0\,, \tag{1}$$

onde $\beta = b/2m$ e $\omega_0^2 = k/m$.

Essa equação diferencial de 2ª ordem tem soluções diversas, dependendo de $\omega_0^2 - \beta^2 \lesseqqgtr 0$. Quando $\omega_0^2 - \beta^2 > 0$, a solução pode ser expressa na seguinte forma:

$$x(t) = A_0 \mathrm{e}^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi), \quad \text{onde} \quad \omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2 \quad (\omega \text{ real}). \tag{2}$$

As constantes $A_0$ e $\phi$ dependem das condições iniciais.

A solução teórica dada pela Eq. (2) prevê para o oscilador harmônico amortecido um movimento periódico com freqüência angular $\omega$ menor do que $\omega_0$, que é a freqüência angular natural do sistema. Se $\omega_0^2 \gg \beta^2$ (amortecimento pequeno) então $\omega \approx \omega_0$. A equação

$$A(t) = A_0 \mathrm{e}^{-\beta t} \tag{3}$$

indica que também é previsto um decaimento exponencial da amplitude em função do tempo. Pode-se mostrar que a velocidade máxima, que é medida na posição de equilíbrio, relaciona-se com a amplitude pela fórmula

$$v_{max}(t) = \omega A(t)\,. \tag{4}$$

Nessa experiência investigaremos o comportamento da amplitude em função do tempo, bem como determinar os parâmetros $\beta$ e $\omega$.

### Equipamento

Será estudado o movimento pendular de uma bolinha de ping-pong suspensa no teto da sala. As medidas de tempo serão efetuadas com o auxílio de um foto-sensor.

### Procedimento

a) Determinação do período de oscilação: efetue 3 medidas de $T$, com amplitudes iniciais diferentes, e calcule a média.

b) Obtenção da amplitude de oscilação em função do tempo: desloque a bolinha da posição de equilíbrio para uma posição de amplitude inicial $A_0$. Deixe-a oscilar e registre numa tabela a velocidade de passagem pela posição de equilíbrio, $v_{max}(t)$, a cada meia oscilação. Usando a Eq.(4), determine a amplitude instantânea $A(t)$.

c) Lance num gráfico os valores das amplitudes encontradas em função do tempo e desenhe uma curva que mostre as sucessivas posições do oscilador.

d) Faça um gráfico de $\ln|A(t)|$ *versus* $t$, e determine $\beta$ pela análise do gráfico.

e) Use o valor de $\beta$ encontrado no item anterior para calcular o tempo que transcorre até a amplitude cair à metade do seu valor inicial (*meia vida*). Compare este valor com o respectivo valor experimental obtido do gráfico do item c).

### Bibliografia

AXT, R., GUIMARÃES, V. H. *Física experimental I e II*: manual de laboratório. Porto Alegre. 2.ed. Ed. da Universidade–UFRGS, 1991.