

FISE99  
Prof. Basílio X. Santiago  
Lista de Exercícios sobre detetores

1) Sejam dois detetores CCD ideais, com eficiências quânticas  $QE_1$  e  $QE_2$ , respectivamente. Determine a razão entre os sinais produzidos por estes dois detetores,  $S_1/S_2$ , se eles são instalados em telescópios idênticos, expostos ao mesmo alvo, pelo mesmo tempo de integração e sob condições igualmente fotométricas.

2) Qual a diferença de magnitude limite entre os 2 CCDs da questão anterior, assumindo-se que o sinal mínimo para se considerar um objeto como detectado seja o mesmo em ambos?

3) Escreva uma expressão para o sinal  $S$  produzido por um telescópio de diâmetro  $D$  num detetor com eficiência quântica  $QE$ , usando-se um tempo de exposição  $t$  para observar uma estrela de fluxo  $F$ . Assuma que não há perda de sinal em todos os demais componentes instrumentais, como lentes, colimadores, etc. Despreze também efeitos atmosféricos.

4) Seja um telescópio com espelho primário de diâmetro  $D_1$ , ao qual está acoplado um detetor com eficiência quântica  $QE_1$ . Seja também um outro sistema telescópio+detetor em que esses valores são, respectivamente,  $D_2$  e  $QE_2$ . Se  $D_2 = 2 D_1$  e  $QE_2 = 0.5 QE_1$ , determine:

a) a razão entre os sinais  $S_1$  e  $S_2$  produzidos por ambos os sistemas ao observarem o mesmo alvo com o mesmo tempo de exposição e sob as mesmas condições atmosféricas. Assuma também que todos os demais componentes instrumentais (filtros, lentes, etc) são os mesmos.

b) A razão entre os tempo de integração,  $t_2/t_1$  de forma que os sinais sejam iguais, ou seja,  $S_2/S_1 = 1$ .

c) Suponha que tenhamos  $t_2 = 4 t_1$ , mas para observações de estrelas diferentes, com fluxos  $F_1$  e  $F_2$ , respectivamente. Determine a razão  $F_2/F_1$  de forma que o sinal  $S_1$  seja 5 vezes maior do que o sinal  $S_2$ .

d) Determine a diferença  $m_2 - m_1$  para a situação do item anterior.

5) Seja um detetor com eficiência quântica de  $QE_1 = 70\%$  numa dada banda fotométrica. Ele está acoplado ao telescópio Isaac Newton, nas ilhas Canárias, com diâmetro  $D_1 = 2.5m$ . Uma galáxia de magnitude  $m = 25$  na mesma banda é observada com um tempo de exposição  $t_1 = 900s$ . Na mesma noite, usa-se o telescópio William Herschel ( $D = 4.2m$ ), situado no mesmo sítio astronômico, para o observar a mesma galáxia, com o mesmo filtro. Determine:

a) A razão entre os sinais obtidos nos dois telescópios, mantendo-se fixos todos os demais parâmetros observacionais.

b) A razão entre os sinais obtidos nos dois telescópios, para a mesma galáxia, se o detetor acoplado ao William Herschel tem  $QE_2 = 85\%$ , e o tempo de exposição usado é  $t_2 = 1200s$ . Assuma que todos os demais componentes da observação, incluindo a atmosfera, são os mesmos.

c) Se a galáxia observada com o Isaac Newton tem a magnitude limite para a observação com os parâmetros enunciados no problema, determine a magnitude limite para a observação com o William Herschell usando os parâmetros do ítem anterior.

6) Seja a curva característica de Llebaria & Figon (1981) para uma placa fotográfica, ajustada por Jerjen & Dressler (1997) (A&A Suppl. Ser. 124, 1-12), dada por:

$$\log I = A \log(D_{sat} - D) + B \log(D - D_{fog}) + C,$$

onde  $A = -0.55$ ,  $B = 0.272$ ,  $C = 1.225$ ,  $D_{sat} = 3.689$  e  $D_{fog} = -0.005$ .

Determine o domínio dinâmico em unidades de magnitude (na verdade, de brilho superficial),  $\Delta\mu$ , desta curva considerando como limites deste domínio  $D_{max} = 0.9D_{sat}$  e  $D_{min} = D_{fog} + 0.005 = 0.0$ .

*Solução :*

$$\Delta \log I = \log I_{max} - \log I_{min} = \log(I_{max}/I_{min})$$

$$\Delta \log I = A \log\left(\frac{D_{sat} - D_{max}}{D_{sat} - D_{min}}\right) + B \log\left(\frac{D_{max} - D_{fog}}{D_{min} - D_{fog}}\right)$$

$$\Delta \log I = A \log(0.1) + B \log\left(\frac{0.9D_{sat} + 0.005}{0.005}\right)$$

$$\Delta \log I = -A + 2.823B = 1.318$$

$$\Delta \mu = 2.5 \Delta \log I = 3.29 \text{ mag/arcsec}^2$$

7) Suponha que o nível de céu de Las Campanas, onde Jerjen & Dressler (1997) obtiveram suas imagens, seja  $\mu_B = 22.7 \text{ mag/''}^2$ . Assumindo que este nível de céu corresponda a uma densidade de placa  $D = 0.15$ , determine o ponto zero da escala de magnitude para a placa obtida pelos autores.

Determine o brilho superficial associado a  $D = 1.0$ .

*Solução :*

$$\mu_B = -2.5 \log I + PZ = -2.5[A \log(D_{sat} - D) + B \log(D - D_{fog}) + C] + PZ$$

$$PZ = \mu_B + 2.5[A \log(D_{sat} - D) + B \log(D - D_{fog}) + C]$$

$$PZ = 22.7 - 0.75 - 0.55 + 3.06 = 24.46$$

$$\mu_B(D = 1.0) = 0.59 - 0.001 - 3.06 + 24.46 = 21.99 \text{ mag/arcsec}^2$$

8) Seja uma fotomultiplicadora que contenha um fotocatodo (ou seja, um eletrodo revestido com um semicondutor sensível à luz visível), 9 dinodos intermediários e um anodo ligado a um circuito para detecção do pulso final de fotoelétrons gerados. A diferença de potencial entre dois eletrodos consecutivos é de 100V (ou seja, a voltagem aplicada entre o fotocatodo e o anodo é de 1000V (ver figura 1.1.10 do Kitchin para um exemplo de detetor deste tipo).

a) Se para cada fóton incidente sobre o catodo é gerado um fotoelétron ( $QE = 1.0 = 100\%$ ) e se a função trabalho das superfícies de todos os dinodos e do anodo é  $w_0 = 2 \text{ eV}$ , determine o ganho  $g$  de sinal da fotomultiplicadora, ou seja, o número de elétrons finais gerados no anodo para cada fóton incidente sobre o catodo. Para isso assuma que 100% da energia dos elétrons gerados em um eletrodo é usada para arrancar elétrons do eletrodo seguinte. Assuma também que os  $e^-$  arrancados seja pelo fóton incidente no catodo, seja pelos fotoelétrons dele resultantes, têm energia cinética inicial nula.

b) Suponha que uma determinada fonte astronômica tenha um fluxo  $F = 10^2$  fótons/s no domínio espectral da fotomultiplicadora. Qual a corrente gerada por esta fonte na fotomultiplicadora (em Ampere)? Se o circuito da fotomultiplicadora trabalha com pulsos espaçados por 0.1s, quantos elétrons contribuirão em média para cada pulso?

c) Suponha agora que, além dos fotoelétrons, cada eletrodo emita, em média,  $2 \text{ e}^-/\text{s}$  pelo efeito termiônico. Determine o valor médio da corrente de escuro da fotomultiplicadora (em A). Qual a razão sinal da fonte / ruído do detetor? Qual a razão sinal / ruído total (neste caso inclua um ruído Poissônico da fonte e some em quadratura com o ruído do detetor)?

d) Suponha agora que ocorra um evento de incidência de um raio cósmico com  $10^9 \text{ eV}$  de energia sobre o 3º dinodo. Qual o pulso resultante deste evento? E no caso de a incidência do raio cósmico ter ocorrido no dinodo de número 8?

*Solução :*

a) Catodo: incide 1 fóton e sai  $1e^-$ ; Dinodo 1: incide  $1 \text{ e}^-$  e saem  $50 \text{ e}^-$ ; Dinodo 2: incidem  $50e^-$  e saem  $50 \times 50 = 50^2 e^-$ ; Dinodo 3: incidem  $50^2 e^-$  e saem  $50 \times 50 \times 50 = 50^3 e^-$ ; Dinodo N: incidem  $50^{N-1} e^-$  e saem  $50 \times 50 \times 50 \dots \times 50 = 50^N e^-$ ; Anodo: incidem  $50^9 e^-$  e saem  $50^{10} e^-$ ; Logo o ganho é

$$g = 50^{10} = 9.77 \cdot 10^{16}$$

b) Corrente  $I = 10^2 g = 100 \cdot 50^{10} e^-/\text{s} = 100 \cdot 50^{10} \cdot 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ Amp} = 1.56 \text{ Amp}$   
Cada pulso contém, em média,  $9.77 \cdot 10^{17} e^-$ .

c) Do catodo saem  $2e^-$ ; Do dinodo 1, saem  $2 \times 50 + 2e^-$ ; Do anodo 2, saem  $(2 \times 50 + 2) \times 50 + 2e^-$ ; calculando recursivamente temos para a corrente de escuro

$$\text{Dark} = 1.99 \cdot 10^{17} e^-/\text{s} = 0.032 \text{ A}$$

O ruído associado a esta corrente de escuro é comparável à própria corrente de escuro:

$$\sigma_{dark} \simeq Dark = 1.99 \cdot 10^{17} e^-/s$$

A razão sinal/ruído levando em conta apenas o ruído detector é

$$(S/N)_1 = 49$$

Incluindo agora o ruído associado á fonte ( $\sigma_s = 10 \text{ fotons/s}$ ), temos

$$(S/N)_2 = 9.80$$

d) O pulso gerado por um raio cósmico de energia  $E$  incidente sobre o eletrodo de posição  $P$  (para o catodo,  $P = 1$ ; para o anodo,  $P = 11$ ), será:

$$I(e^-) = \frac{E(eV)}{2eV} 50^{11-P}$$

Os valores associados a um raio cósmico incidindo sobre o dinodo 8 e o dinodo 3 são , respectivamente,  $I_8 = 1.25 \cdot 10^{12} e^-$  e  $I_3 = 3.90 \cdot 10^{20} e^-$ .

9) Considere um CCD cujo nível de saturação de cada pixel ocorre quando a contagem instrumental é de 32000 DN (DN = data numbers). Se a corrente de escuro é de 0.01 DN/s, determine o domínio dinâmico de uma exposição de  $t = 15 \text{ min} = 900 \text{ s}$ , levando em conta que uma fonte, para ser detetada, precisa ter um sinal acima da contagem de fundo  $B$  por um mínimo de  $2\sigma = 2\sqrt{B}$ . Despreze outras fontes de contagem de fundo que não a intrínseca ao detector.

*Solução :*

O sinal causado pela corrente de escuro em um tempo de exposição  $t$  será  $0.01 t \text{ DN} = 9 \text{ DN}$ . Para ser detetada, uma fonte precisa ter um sinal acima de  $2\sqrt{B}$ . Se a corrente escura é a única fonte de fundo, teremos  $B = 9$ ,  $\sigma = 3$ ,  $S_{min} = 9 + 6 = 15 \text{ DN}$ .

O domínio dinâmico será então  $\delta m = 2.5 \log(32000/15) = 8.3 \text{ mag}$ .

10) Considere o mesmo CCD do questão anterior, mas inclua agora um nível médio de bias de 100 DN/pixel e um ruído de varredura (readout) típico de 5 DN/pixel. Qual o domínio dinâmico instrumental? Ele depende fortemente do tempo de exposição ?

*Solução :*

Agora o nível de fundo será  $B = 109 \text{ DN}$ . O ruído agora não é simplesmente  $\sqrt{B}$ , pois há uma fonte de ruído, o de varredura, que não contribui para a contagem de fundo. O ruído total será  $\sigma = \sqrt{3^2 + 5^2} = 5.8 \text{ DN}$ . Logo

$$S_{min} = 109 + 2\sigma = 109 + 11.6 = 120.7 \text{ DN}$$

$$\delta m = 2.5 \log(32000/120.7) = 6.1 \text{ mag}$$

O fundo de céu e a corrente de escuro aumentam linearmente com o tempo de exposição . Seus ruídos associados variam com  $\sqrt{t}$ . Logo, o domínio dinâmico varia com o tempo de exposição . Imaginem uma imagem com 80 horas de tempo de exposição . Se em 15min o céu atinge 100 DN, em 80 horas teremos um céu com 32000DN; ou seja, somente a contagem do céu será suficiente para saturar o CCD. O domínio dinâmico, portanto, seria 0!

11) Considere um CCD que sofra de um efeito sistemático de transferência de carga durante sua varredura. Este efeito faz com que 0.001% da carga elétrica acumulada em um pixel não seja transferida para o pixel seguinte durante a varredura. Se o CCD têm 2048 pixels ao longo de uma coluna, estime a perda relativa de carga para o N-ésimo pixel ao longo de uma coluna (o pixel 1 é o mais próximo da saída de varredura do CCD). Determine a variação máxima de magnitude medida para uma fonte devido a este efeito.

*Solução :*

A perda em cada passo da varredura é  $P = 0.001\% = 10^{-5}$ . O número de transferências de carga (passos da varredura) envolvidos para fazer com que a carga  $Q_N$  do N-esimo pixel chegue á região de leitura é simplesmente  $N$ .

A carga remanescente após a 1a transferência é

$$Q_1 = Q_0 - P Q_0 = Q_0 (1 - P)$$

Após o 2o passo teremos

$$Q_2 = Q_1 - P Q_1 = Q_1 (1 - P) = Q_0 (1 - P)^2$$

A carga a ser lida após os  $N$  passos será então

$$Q_N = Q_0 (1 - P)^N$$

A variação máxima da magnitude de uma fonte ocorrerá para medidas em que a fonte esteja no pixel 1 e no pixel 2048. A razão entre os sinais nestes dois casos será:

$$\frac{Q_1}{Q_{2048}} = \frac{1 - P}{(1 - P)^{2048}} = (1 - P)^{-2047} = 1.021$$

$$\delta m = 2.5 \log \frac{Q_{11}}{Q_{2048 \cdot 2048}} = 0.022$$