

Sinal e fluxo: calibração fotométrica

A técnica de determinação do fluxo (ou magnitude aparente) de uma fonte astronômica é chamada de fotometria. A fotometria de uma ou mais fontes geralmente é feita sobre uma imagem obtida em condições de observação estáveis. A estabilidade da atmosfera, no caso de observações baseadas em solo, é importante porque o sinal obtido por um sistema telescópio+detetor vai depender da transparência da atmosfera e do tamanho da coluna de ar atravessada pela luz da fonte. Se a transparência varia de um instante para outro, como no caso de passagem de nuvens durante uma observação óptica, por exemplo, o sinal também variará. Mas o fluxo que desejamos medir é uma grandeza que depende apenas da luminosidade L da fonte e de sua distância d :

$$F = \frac{L}{4 \pi d^2}$$

Ora, a correspondência entre o sinal S obtido numa imagem e o fluxo F só será possível em situações onde as condições da atmosfera são estáveis. Ou seja, dizemos que as condições de observação têm que ser **fotométricas**.

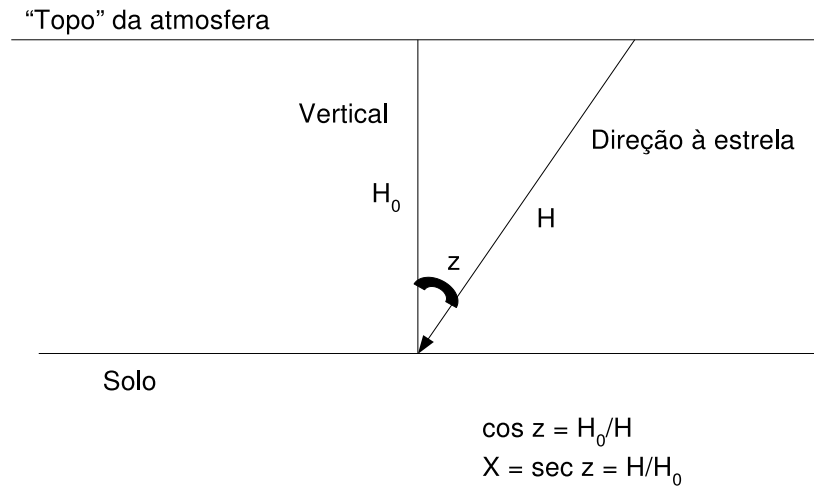
Mesmo em uma noite fotométrica, faz-se necessário achar uma relação que nos leve do sinal instrumental S registrado pela fonte ao fluxo F da mesma. O processo de obtenção desta relação se chama de *calibração fotométrica*. Comumente, a calibração fotométrica se dá pela observação de estrelas relativamente brilhantes, isoladas e não variáveis, as quais chamamos de **estrelas de calibração**.

Medido o sinal S_c devido a uma estrela de calibração gerado por uma imagem de tempo de exposição t , a forma mais simples de calibrar a imagem é através da obtenção de um ponto zero (PZ) da escala de magnitudes:

$$PZ = m_c + 2.5 \log(S_c/t),$$

onde m_c é magnitude conhecida da estrela de calibração. Ou seja, estamos simplesmente obtendo uma constante, que adicionada ao fluxo instrumental, $-2.5 \log(S_c/t)$, recupera a magnitude conhecida da calibradora. Aípodemos obter a magnitude de qualquer outra estrela, de sinal medido S , pela fórmula:

$$m = -2.5 \log(S/t) + PZ$$



Há algumas restrições na fórmula acima, contudo. Lembremo-nos que, mesmo numa noite fotométrica, em que a atmosfera esteja bem estável, sem nuvens, o sinal obtido vai depender da distância zenital com que observamos a fonte. Quanto mais distante do zênite, maior a coluna de ar percorrida pela luz do alvo e, portanto, maior a perda de luz ao longo do caminho. Usando um modelo de atmosfera plana infinita (plana paralela) e de densidade uniforme, é fácil provar, com a ajuda da figura acima, que a coluna de ar atmosférico atravessada pela luz será proporcional a $X = \sec z$. Mais especificamente:

$$H(z) = H_0 \sec z = H_0 X,$$

onde H e H_0 são as colunas de ar percorridas para a distância zenital z genérico e $z = 0$, respectivamente. X é chamada de *massa de ar*.

Ora, pela equação de transmissão de radiação, no caso em que o meio apenas absorve a radiação que o atravessa, a atenuação da luz será dada por:

$$F = F_{inc} e^{-\tau},$$

onde F_{inc} é o fluxo do objeto ao incidir no topo da atmosfera e a profundidade óptica τ , para um meio uniforme, será proporcional à coluna atravessada, H . Logo teremos:

$$\frac{F(H)}{F(inc)} = e^{-(\tau)} = e^{-(H)} = e^{-(H_0 X)},$$

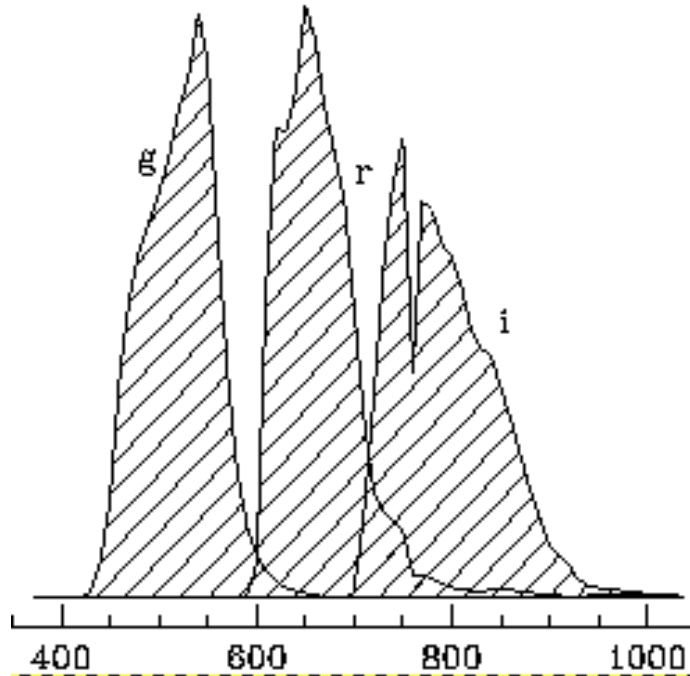
onde $\tau = \sigma H$ é a profundidade óptica para incidência da luz com uma distância zenital z e, portanto, massa de ar $X = secz$. Na equação acima tomamos o coeficiente de absorção da luz, σ como unidade, sem perda de generalidade. Tomando agora o log e multiplicando por -2.5 ambos os lados da equação, chegamos a que:

$$m - m_0 = aX = a(secz),$$

onde m e m_0 são as magnitudes aparentes obtidas a uma distância zenital z e fora da atmosfera, respectivamente, sendo que $a = 1.086H_0$. Assim sendo, a calibração fotométrica, para levar em conta o efeito de massa de ar, deverá ter a forma geral:

$$m = -2.5\log(S/t) + aX + PZ,$$

Finalmente, a calibração fotométria pode depender da distribuição de luz em função do comprimento de onda (ou seja, do espectro) da fonte. Isso porque medidas de fluxo são obtidas fazendo a luz da fonte atravessar um filtro de função de transmissão bem conhecida. Na figura abaixo mostramos, como exemplo, as funções de transmissão dos filtros g , r e i do sistema fotométrico ugriz.



Seja $T(\lambda)$ a função de transmissão de um dado filtro e seja $F(\lambda)$ o espectro da fonte. O sinal obtido será então dado por:

$$S \propto \int_0^{\infty} F(\lambda) T(\lambda) d\lambda$$

A constante de proporcionalidade vai depender da abertura do telescópio, da sensibilidade do detetor, etc.

Ora, fixada a função de transmissão, fontes com diferentes espectros irão gerar sinais diferentes. Se a fonte cuja magnitude desejamos determinar tiver espectro igual ou muito semelhante ao da estrela de calibração, então as expressões de calibração dadas anteriormente serão suficientes. Mas caso contrário, haverá um termo adicional, chamado termo de cor, na equação de calibração fotométrica:

$$m = -2.5 \log(S/t) + aX + b \text{ cor} + PZ.$$

Este termo de cor acomoda os efeitos de variação do espectro (e das cores, portanto) entre fonte e calibradoras.

Medindo o sinal: o caso dos CCDs

Mas como obter o sinal S a partir de uma imagem? Essa questão não é trivial e a resposta vai depender do tipo de detetor utilizado. No caso de imagens ópticas e no infravermelho próximo ($0.3 \mu m \leq \lambda \leq 2.2 \mu m$), os detetores mais usados são os *Charge Coupled Devices* (CCDs). Sem entrar em detalhes sobre como funciona um CCD, nos bastará dizer aqui que eles são detetores de estado sólido e quânticos. Por estado sólido queremos dizer apenas que o meio responsável pelo registro da incidência de radiação eletro-magnética é uma estrutura sólida. Os CCDs são quânticos porque registram a incidência das partículas da luz, os fótons, transformando a energia destes em carga elétrica. Os CCDs são estruturas semi-condutoras, comumente à base de Si. Quando um fóton incide sobre o CCD, ele tem uma grande chance de ser absorvido, sua energia sendo usada para transportar elétrons da camada de valência para a de condução. Ao final da exposição, os elétrons livres da banda de condução são contados, sendo a carga total proporcional à quantidade de fótons incidentes.

Muito importante para continuarmos a discussão sobre a medida do sinal S em si, é constatarmos que o CCD se subdivide em elementos físicos distintos, os pixels, dentro dos quais a carga resultante da incidência de luz é totalizada. Ou seja, num CCD a imagem é formada pela soma dos sinais armazenados nos pixels individualmente. Trata-se de uma imagem fisicamente discretizada, portanto.

Cada pixel cobre um elemento pequeno de ângulo sólido no céu. Ou seja, podemos mapear cada ponto da imagem a um ponto distinto no céu. A região do céu coberta pela imagem é o *campo da imagem*. O ângulo coberto pelo lado de pixel (1pixl) é chamado de escala espacial do CCD. Se s é a escala do CCD, s^2 é o ângulo sólido coberto pelo pixel, assumindo-se que ele é quadrado.

A contagem instrumental num único pixel por unidade de tempo é o equivalente instrumental à *intensidade ou densidade de fluxo*, I , tendo dimensões de sinal/tempo/pixel (ou seja, energia por tempo por ângulo sólido captada pela abertura D do telescópio à qual o CCD está

acoplado). Se integramos a intensidade instrumental numa área do CCD, estamos na verdade fazendo uma integral em ângulo sólido, Ω . Isso nos dá um fluxo instrumental:

$$F = I \Omega,$$

onde F tem dimensão de sinal/tempo. Se agora integramos o fluxo num dado tempo de integração, temos então o sinal total (energia eletromagnética) armazenado numa área do CCD durante um dado intervalo de tempo de exposição.

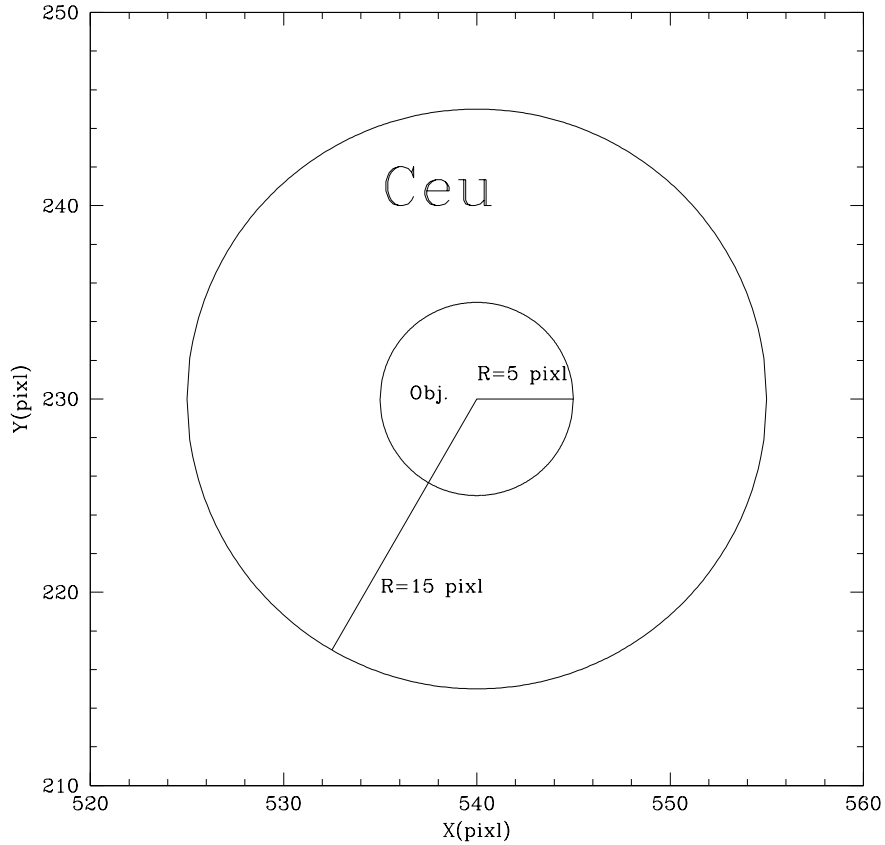
$$S = F t = I \Omega t$$

Claro que o tempo de integração e a área do CCD onde iremos somar o sinal podem variar. Mas há coisas que, como já vimos, influem no sinal de um objeto e que são fixas num dado sistema telescópio+detetor, incluindo-se a área da superfície coletora da luz (lente objetiva num refrator ou espelho primário num refletor), que é proporcional a D^2 , onde D é o diâmetro dessa superfície. A eficiência quântica (QE) do detetor também é fixa, sendo que detetores de maior QE obviamente constróem sinal mais elevado fixados os outros parâmetros. Finalmente, vimos no início deste texto que o sinal depende da transparência da atmosfera e da massa de ar X a ser atravessada pela luz.

Assim, se desejamos obter o sinal de uma fonte, o método mais simples é o de somar-se os sinais de todos os pixels do CCD que receberam luz da fonte, ou seja, que acusam na imagem a presença daquela fonte. Então, o sinal S devido à fonte seria dado por

$$S = \sum_i^{N_{pix}} S_i$$

onde N_{pix} é o número de pixels sobre os quais incidiu luz da fonte e S_i são os sinais armazenados nestes pixels. Num objeto de simetria circular, por exemplo, podemos utilizar todos os pixels situados dentro de uma abertura, centrada na fonte, e de raio R_f . Naturalmente, R_f será tanto maior quanto mais espalhada estiver a luz da fonte. A figura abaixo mostra o caso de uma abertura circular de raio $R = 5$ pixels em torno de uma fonte cujo centro se situa no pixel $(X_0, Y_0) = (540, 230)$ do detetor. O anel de raio interno $R_i = 5$ pixels e raio externo $R = 15$ pixels é usado para estimar o sinal do céu.



Contudo, temos que lembrar que os sinais S_i armazenados nos pixels em torno de uma fonte astronômica também contêm luz proveniente do fundo de céu. Ou seja, a presença de uma fonte em dada região do CCD não elimina a contribuição do fundo naquela região. Seja B_p o sinal típico, por pixel, do fundo de céu próximo a uma dada fonte. B_p pode ser estimado em regiões da imagem CCD onde não haja fontes. A contribuição do céu para os N_{pix} em torno da fonte será, portanto, $N_{pix} B_p$. Uma estimativa mais precisa do sinal S da fonte será então :

$$S = \sum_i^{N_{pix}} (S_i - B_p) = \sum_i^{N_{pix}} S_i - N_{pix} B_p$$

Novamente, particularizando para o caso de uma fonte circular, B_p pode ser estimado num anel imediatamente externo ao raio R_f que limita a região em que fonte contribui (ver figura acima).

Dessa forma, a magnitude instrumental (sem os termos de calibração fotométrica) obtida a partir de uma imagem CCD seria:

$$m_{inst} = -2.5 \log(S/t) = -2.5 \log\left(\frac{\sum_i^{N_{pix}} S_i - N_{pix} B_p}{t}\right)$$

Placas fotográficas

Se usamos uma placa fotográfica ao invés de um CCD, temos a opção de escolher o tamanho do pixel, pois o sinal armazenado na placa não é, *a priori*, discretizado como no CCD. O sinal numa placa fotográfica é construído por um processo físico-químico, que envolve a deposição de íons, em geral de prata, na emulsão sujeita à exposição pela luz. Esses íons formam grãos escuros, que é o que vemos como a imagem num negativo de filme. O processo de obtenção do sinal significa neste caso é equivalente a determinarmos a densidade de grãos escuros depositados em cada região da placa. Para isso fazemos o que se denomina de digitalização da placa, e o instrumento usado neste processo é geralmente um micro-densitômetro. Na digitalização, um feixe de luz estável (intensidade fixa) emitido pelo micro-densitômetro atravessa a placa, sendo que no lado oposto há um sensor de luz que registra a fração do feixe que atravessou a placa em dada região. O tamanho da região pode ser escolhido pelo usuário do micro-densitômetro e equivalerá ao pixel no CCD. A densidade de grãos localmente no placa será então dada pela expressão :

$$\rho = \log \frac{I}{I_0},$$

onde I e I_0 são as intensidades do feixe que atravessa e que incidente respectivamente e ρ é a densidade de grãos depositados na placa. A relação acima é chamada de curva característica e depende da emulsão da placa.

Fotometria por abertura e fotometria por ajuste

A técnica de se somar a contribuição de diferentes pixels em torno de uma fonte é denominada de **fotometria por abertura**. O nome é óbvio, pois indica que uma abertura específica está sendo usada na medida fotométrica.

A fotometria por abertura pode ser usada com segurança desde que seja possível definir uma abertura que satisfaça os seguintes 2 critérios:

- 1- A abertura precisa conter toda a luz emitida pela fonte
- 2- A abertura não pode conter luz proveniente de outras fontes.

Os critérios são relativamente óbvios, posto que uma abertura muito pequena vai deixar luz da fonte do lado de fora, subestimando o sinal e, por conseguinte, o fluxo da fonte. Já uma abertura muito grande poderá resultar em estimativas de S contaminadas por outras fontes.

Há vezes em que é impossível compatibilizar as duas exigências definidas acima. Em campos estelares muito densos, por exemplo, o espaçamento entre as estrelas na imagem pode ser menor do que o raio que contenha toda a luz de uma fonte individual.

A função de dispersão pontual (PSF)

Um conceito muito importante tanto na compreensão quanto na solução do problema, é o de **função de dispersão pontual**, ou PSF (da sigla em inglês para Point Spread Function). A PSF é uma função que descreve a distribuição de luz, no plano da imagem, de uma fonte cujo tamanho angular esteja abaixo do limite de resolução da imagem. De uma fonte assim, diz-se ser *não-resolvida ou pontual*. Isso não significa, é claro, que o objeto seja fisicamente um

ponto no espaço, mas apenas que sua imagem num CCD, por exemplo, não contém informação sobre sua distribuição intrínseca de luz, refletindo apenas a forma como o telescópio e/ou a atmosfera espalharam a luz do objeto.

Por depender apenas das condições de observação (atmosfera e/ou telescópio), a PSF é a mesma para todas os objetos não -resolvidos. Pequenas variações na forma da PSF podem ocorrer ao longo de uma imagem, dependendo do tamanho do campo e dos efeitos causados pelas aberrações sobre este campo imageado.

Assumindo-se a PSF como uniforme em todo o campo, podemos definir um critério mais objetivo a ser satisfeito por uma fonte para que sua fotometria por abertura seja confiável. Ou seja, a abertura tem que cobrir toda a região onde a PSF cai a um percentual insignificante de seu valor central, digamos $< 1\%$. Matematicamente:

$$R_f \mid PSF(R_f) < 0.01PSF(0)$$

O segundo critério poderia ser definido como:

$$\bar{d} > 2 R_f,$$

onde \bar{d} é a distância média entre estrelas vizinhas numa imagem, sendo que R_f é o raio definido usando a PSF.

Ajustes de PSF

Como dissemos antes, se a densidade de objetos é muito grande, as condições para fotometria por abertura não serão satisfeitas. Por outro lado, se temos como caracterizar com precisão a PSF, algumas alternativas surgem para obtermos medidas fotométricas úteis.

Uma dessas alternativas é a de medir um sinal S_{int} no interior de uma abertura suficientemente pequena de forma a não sofrer contaminação por outras fontes e aplicar correção para abertura infinita. Ora, seja R_{int} a abertura na qual medimos S_{int} . R_{int} necessariamente tem que satisfazer a condição de isolabilidade

$$R_{int} \ll \bar{d}$$

A fração do sinal total dentro de R_{int} será dada por:

$$\frac{S(\leq R_{int})}{S_T} = \frac{\int_0^{R_{int}} PSF(r)2\pi r dr}{\int_0^{\infty} PSF(r)2\pi r dr}$$

Se conhecemos a forma funcional da PSF, sempre podemos determinar o valor da fração acima e aplicar uma correção ao sinal de forma a recuperar o sinal total da fonte. Em termos de magnitudes, isso significa aplicar uma correção por abertura:

$$m_T - m(\leq R_{int}) = -2.5\log(S_T/t) + 2.5\log[S(\leq R_{int})/t]$$

$$m_T - m(\leq R_{int}) = +2.5\log\left(\frac{S(\leq R_{int})}{S_T}\right)$$

Na prática, é comum tomar-se um setor da imagem onde foram identificadas várias fontes muito próximas e obter medidas de magnitude para todas essas fontes simultaneamente através de ajustes de uma mesma PSF a todas elas.

Para se ajustar a PSF, é necessário antes obter um modelo que descreva a forma dessa função . Em geral PSFs são ajustadas a funções Gaussianas:

$$PSF(R) = PSF(0) e^{\frac{-R^2}{2\sigma^2}},$$

onde $PSF(0)$ é a contagem no centro do objeto pontual e σ é o desvio padrão (largura) da Gaussiana.

Imagens do telescópio espacial Hubble (HST) comumente são modeladas por uma função Moffat:

$$PSF(R) = \frac{PSF(0)}{[1 + (R/R_s)^2]^n},$$

onde R_s é um parâmetro de escala (para $R = R_s$ a função cai a 2^{-n} do seu valor central, $PSF(0)$), e n é um parâmetro que indica o quão rápido cai a função .