

1) Seja um telescópio com espelho primário de diâmetro D_1 , ao qual está acoplado um detector com eficiência quântica QE_1 . Seja também um outro sistema telescópio+detector em que esses valores são , respectivamente, D_2 e QE_2 . Se $D_2 = 1.5 D_1$ e $QE_2 = 1.4 QE_1$, determine:

a) a razão entre os sinais S_1 e S_2 produzidos por ambos os sistemas ao observarem o mesmo alvo com o mesmo tempo de exposição e sob as mesmas condições atmosféricas.

b) A razão entre os tempos de integração , t_2/t_1 , de forma que o sinal no segundo sistema seja 50% maior do que o sinal no outro (ou seja, $S_2/S_1 = 1.5$), para o mesmo alvo e as mesmas condições noturnas.

c) Suponha que tenhamos $t_2 = 3 t_1$, mas para observações de estrelas diferentes, com fluxos F_1 e F_2 , respectivamente. Determine a razão F_2/F_1 de forma que $S_1 = 10S_2$. Assuma condições atmosféricas idênticas.

d) Determine a diferença $m_2 - m_1$ para a situação do item anterior.

2) Seja uma abertura em torno de uma estrela numa imagem CCD. O sinal instrumental da estrela dentro dessa abertura é de S_* . O sinal instrumental do fundo de céu foi estimado como sendo B_p pixel⁻¹. Deduza expressões para:

a) o raio R_1 da abertura que contenha um sinal instrumental do céu igual ao da estrela. Expresse-o em função de S_* e de B_p .

b) o sinal total (S_T) dentro da abertura R_1 obtida no item anterior, expresso em função apenas do sinal da estrela, S_* .

c) a razão sinal/ruído (S/R) dos itens anteriores expressa apenas em função de R_1 e B_p .

d) o sinal instrumental total devido ao céu num anel de raio interno $R_i = m R_1$ pixls e raio externo $R_e = n R_1$ pixls.

3) Seja uma abertura em torno de uma estrela dentro da qual o sinal total é S_T . Se o sinal do céu dentro da abertura corresponde a 1/3 do sinal da estrela, determine:

a) o sinal da estrela na mesma abertura, S_* , expresso em função do sinal total, S_T .

b) a razão sinal/ruído da estrela, S/R , expressa em função do *fluxo* da estrela, $F_* = S_*/t$, e do tempo de exposição , t .

c) a magnitude da estrela, m_* , sabendo que o tempo de exposição da imagem foi t e que o ponto zero da escala de magnitudes é PZ. Exprimir m_* apenas em função de S_T , t e PZ .

4) Considere uma galáxia elíptica que gera um sinal S_g numa imagem CCD. Se a intensidade do céu é I_{ceu} s⁻¹ pixel⁻¹ e se o tempo de exposição é t , determine:

a) o sinal do céu na imagem, por pixel, B_p .

b) a razão axial $r = b/a$ da galáxia, sabendo-se que o sinal do céu na região que ela ocupa é $S_{ceu} = 2 S_g$. Expresse r em termos de S_g , I_{ceu} , t , e do semi-eixo maior da elipse, a .

c) a razão sinal/ruído, S/R , da galáxia, usando o sinal do céu do item anterior. Expressar essa razão em função de I_{ceu} , t , r e a .

5) Seja uma estrela cuja PSF é bem descrita por uma função Moffat com simetria circular:

$$I(R) = \frac{I_0}{[1 + (R/R_0)^2]^n},$$

onde R_0 é o raio de escala, I_0 é a intensidade central e $n > 1$ é o parâmetro de forma da PSF.

a) determine a largura à meia altura para esta PSF.

b) Prove que o sinal, $S(\leq r)$, de uma estrela descrita por essa PSF dentro de uma abertura genérica r é dado por

$$S(\leq r) = \frac{\pi I_0 R_0^2}{n-1} \left[1 - \left(1 + \frac{r^2}{R_0^2} \right)^{1-n} \right]$$

Para isso, integre a PSF no plano da imagem.

c) tome o limite $r \rightarrow \infty$ do sinal do item anterior, de forma a determinar o sinal total da estrela, S_* .

d) determine o raio dentro do qual o sinal é uma fração $f = 70\%$ do total.

e) determine a correção por abertura necessária para obter a magnitude total de uma estrela (ou seja, levando em conta todo o fluxo dela) a partir da magnitude contida dentro do raio do item anterior.

Formuletas e acessórios

- O sinal S de uma fonte captado por um sistema telescópio+detetor é proporcional ao fluxo da fonte F , à área da superfície coletora do telescópio, D^2 , à eficiência quântica do detetor QE e ao tempo de exposição t .
- Conversões de grandezas:

$$F = I \Omega,$$

onde F é o fluxo de uma fonte, I é a sua intensidade média correspondente e Ω é o ângulo sólido por ela coberto.

$$S_p = I t,$$

onde S_p é o sinal em um pixel, I é a intensidade no pixel e t é o tempo de exposição .

$$S = F t = I \Omega t,$$

onde S é o sinal total de uma fonte, F é o seu fluxo e t é o tempo de exposição .

Obs: essas expressões valem para uma fonte e também para o fundo de céu.

- Conversão de fluxo instrumental em magnitude:

$$m = -2.5 \log F_{inst} + PZ = -2.5 \log(S/t) + PZ$$

- Razão S/R:

$$S/R = \frac{S}{\sqrt{S + 2B}},$$

onde S é o sinal da fonte e B é o sinal do fundo de céu.

- Largura à meia altura:

$$r_1 \mid I(r_1) = I_0/2$$

- Sinal (ou fluxo) de uma fonte não resolvida contido dentro de uma abertura de raio R_1 :

$$S(\leq R_1) = \int_0^{R_1} PSF(R) 2\pi R dR$$

- Correção por abertura:

$$m_T - m(\leq r) = 2.5 \log[S(\leq r)/S_T]$$