FIS02014 - Exercícios sobre efeitos atmosféricos
Prof. Basílio X. Santiago

1) Aplique a equação de equilíbrio hidrostático,

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{GM(\leq r)\rho(r)}{r^2}$$

para a atmosfera terrestre e prove que a densidade e pressão atmosféricas variam exponencialmente com a altura z acima do nível do mar.

Hipóteses a serem usadas na dedução :

a) A atmosfera se comporta como gás ideal, isotérmico e cuja composição não varia com z.

b) A massa e a espessura da atmosfera são irrelevantes quando comparadas à massa e raio da parte sólida do planeta.

2) Use a figura 2.1 para estimar a massa molecular média do ar atmosférico a $z = 0$.

3) Vimos que a pressão atmosférica pode ser aproximada por

$$P(z) = P_0 e^{-z/H},$$

onde z é a altura acima do nível do mar, $P_0 = P(z = 0)$ e H é a escala exponencial de altura ($P(H) = P_0/e$)

Usando a figura 2.1, estime a escala exponencial H.

4) Vimos também que a escala H pode ser expressa como

$$H = \frac{RT_m}{m_0 g},$$

sendo $R = 8.32 JK^{-1}mol^{-1}$ a constante dos gases ideais, T_m é a temperatura média do ar, $g = 9.8 m\ s^{-2}$ é a aceleração da gravidade próximo à superfície terrestre e $m_0 = 29g$ é a massa molecular média do ar.

Determine então o valor de H:

a) próximo ao nível do mar.

b) na tropopausa.

5) Seja a coluna de vapor d'água acima de uma determinada altura z_0 dada pela expressão

$$h_{H2O}(z_0) = \rho(z_0) \int_{z_0}^{\infty} r(z)\ e^{-z/H}\ dz,$$

onde $\rho(z_0)$ é a densidade do ar à altura z_0, $r(z)$ é uma função chamada de razão de mistura, que mede a fração de massa com que dado componente atmosférico contribui para a composição da atmosfera e $H = 8km$ é uma escala exponencial de variação de densidade do ar.

Obtenha uma expressão que relacione a coluna $h_0 = h(z_0 = 0km)$ com a coluna $h_4 = h(z_0 = 4km)$, exprimindo-a em função de $\rho_0 = \rho(z = 0km)$ e de $\rho_4 = \rho(z = 4km)$.

Usando as figuras 2.2 e 2.3b, calcule a integral da expressão encontrada e estime a razão h_4/h_0. Dica: estime ρ_0 a partir da figura 2.2 e ajuste uma reta para a função $logr(z)xz$ a partir da figura 2.3b. Então determine a integral da expressão encontrada entre h_0 e h_4.

6) Sabendo que a razão entre a radiação incidente no topo da atmosfera ($z = \infty$) e $z = z_0$ é dada pela expressão :

$$\frac{I(z_0)}{I(\infty)} = exp[-\tau(\lambda, z_0)/cos\theta],$$

onde τ é a profundidade óptica da atmosfera para um dado comprimento de onda e θ é a distância zenital de onde provém a radiação , determine:

a) A profundidade óptica no caso em que a razão é $I(z_0)/I(\infty) = 0.2$ e a incidência da radiação é ao longo do zênite.

b) A profundidade óptica para a mesma atenuação do ítem anterior, mas agora considerando uma incidência com $\theta = 60^o$.

c) A razão de radiação , $I(z_0)/I(\infty)$, no caso de $\theta = 40^o$ e $\tau = 1$.

7) Sabendo que a razão entre a radiação incidente no topo da atmosfera ($z = \infty$) e $z = z_0$ é dada pela expressão :

$$\frac{I(z_0)}{I(\infty)} = exp[-\tau(\lambda, z_0)/cos\theta],$$

onde τ é a profundidade óptica da atmosfera para um dado comprimento de onda e θ é a distância zenital de onde provém a radiação , determine:

a) A profundidade óptica para o caso em que $I(z_0)/I(\infty) = 0.5$ e $\theta = 30^o$.

b) O ângulo de incidência para o qual $I(z_0)/I(\infty)$ e τ são ambas a metade dos valores do ítem anterior.

8) A partir da figura 2.4, estime a atenuação , em unidades de magnitude, provocada pela atmosfera sobre radiação com $\lambda = 10^{-3}\mathring{A}$ a uma altura $z = 20$ km.

Estime ainda as alturas em que a atenuação corresponde a 2.5mag para $\lambda = 10\mathring{A}$ e para $\lambda = 10^6\mathring{A}$.

9) Use a figura 2.8 para estimar a razão entre a intensidade do fundo de céu dentro e fora da atmosfera nas bandas B e I.

10) Use a tabela 2.3 para estimar a razão entre as intensidades de emissão do fundo de céu nas bandas L ($\lambda = 3.4\mu m$) e N ($\lambda = 10.2\mu m$).

11) Assuma que a emissão do céu no domínio $1 \leq \lambda \leq 20\mu m$ é uma função de Planck e determine o brilho superficial (Jy/arcsec2) de emissão do céu para $\lambda = 2\mu m$. Use para isso os valores de brilho da tabela 2.3. A função de Planck é dada pela expressão :

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1},$$

onde $h = 6.63\ 10^{-34} Js$ é a constante de Planck, $c = 3\ 10^8 m/s$ é a velocidade da luz no vácuo e $k = 1.38\ 10^{-23} J/K$ é a constante de Boltzmann.

12) Use a figura 2.11 para estimar o domínio em comprimento de onda em que a emissão do céu é mais intensa do que a luz espalhada pelo Sol por um fator 100.

13) Uma imagem obtida com um dado telescøpio sob *seeing* natural (sem qualquer correção para distorções causadas pela atmosfera) tem resolução espacial $\theta_s = 1.2''$. Qual a melhor resolução teoricamente possível para esta imagem, se for corrigida para óptica adaptativa? Dados: abertura do telescópio, $D = 2.5m$?

14) Suponha que um sistema de óptica adaptativa trabalha com uma freqüência f. Quantas exposições do sensor de frente de ondas são obtidas num intervalo de tempo de t_1? Se as flutuações nas fases das ondas EM variam numa escala de tempo de t_f, quantas exposições mostrando aproximadamente o mesmo padrão de distorção (ou diagrama de picos) serão obtidas pelo sistema?

15) Suponha que um sistema de óptica adaptativa trabalha com uma freqüência de 300 Hz. Quantas exposições do sensor de frente de ondas são obtidas num intervalo de tempo de 0.1s? Se as flutuações nas fases das ondas EM variam numa escala de tempo de 0.02s, quantas exposições mostrando aproximadamente o mesmo padrão de distorção (ou diagrama de picos) serão obtidas pelo sistema?

16) Considere um telescópio cujas imagens pontuais, sob *seeing* natural, resultam numa razão de strehl $S = 0.01$. Se um sistema de óptica adaptativa amplia esta razão por um fator 20, qual a intensidade de pico esperada para uma fonte cuja imagem é corrigida, se aquela obtida com *seeing* natural é $I = 500$? E qual a intensidade de pico que seria obtida caso o limite teórico de difração do telescópio fosse alcançado?

17) Considere um telescópio cujas imagens pontuais, sob *seeing* natural, resultam numa razão de strehl S_s. Um sistema de óptica adaptativa amplia esta razão por um fator F. Determine a intensidade de pico esperada para uma fonte cuja imagem é corrigida, se aquela obtida com *seeing* natural é I_{0s}. Exprima a resposta em termos de I_{0s} e F. E qual a intensidade de pico que seria obtida caso o limite teórico de difração do telescópio fosse alcançado? Exprima a resposta em função de I_{0s}, S_s.