# Astrometria

#### basilio.santiago

March 2023

FIS02014 - Um pouco sobre Astrometria Prof. Basílio X. Santiago

#### 1 Introdução

A posição de uma fonte astronômica no céu é uma de suas características mais importantes. Não tanto pela informação física que essa característica traz, que não é muita, mas sim pela necessidade prática de distinguir de maneira inequívoca a fonte. A posição de uma fonte é definida através de coordenadas celestes. O sistema equatorial, por ser baseado em um plano de referência comum e reconhecido para todos os observadores na superfície da Terra, é o mais utilizado para definir a posição de uma fonte. Outros sistemas, também compartilhados por todos, são o sistema de coordenadas Eclípticas  $(\lambda, \epsilon)$  e as coordenadas Galáticas (l, b).

As coordenadas eclípticas tomam como referência o plano da eclíptica, ou seja, o plano orbital terrestre em torno do Sol. A latitude eclíptica  $\epsilon$  é o ângulo da direção considerada com relação a este plano, enquanto que a longitude eclíptica é contada ao longo da eclíptica, com origem no ponto vernal.

O sistema Galático toma como plano de referência o plano do disco da Via-Láctea, nossa Galáxia, que corresponde à latitude Galática  $b = 0^{\circ}$ . A direção ao longo desse plano que corresponde à longitude Galáctica  $l = 0^{\circ}$  é a do centro da Galáxia.

## 2 Calibração astrométrica

Mas como obter as coordenadas de um objeto astrônomico a partir de sua posição numa imagem? A este processo, de conversão de uma posição (x,y) em uma imagem para um sistema de coordenadas, chamamos de Astrometria.

Comumente, a astrometria é feita em conjunto para todos os pontos da imagem, através de uma equação de transformação . Algo do tipo:

$$\alpha = \alpha_0 + a(X - X_0) + b(Y - Y_0) + c$$

$$\delta = \delta_0 + d(X - X_0) + e(Y - Y_0) + f$$

onde  $(\alpha, \delta)$  são as coordenadas equatoriais de um ponto (X, Y) numa imagem e  $(\alpha_0, \delta_0)$  são as coordenadas nominais correspondentes ao centro da imagem  $(X_0, Y_0)$ . Se o apontamento do telescópio fosse perfeito, o centro da imagem corresponderia exatamente às coordenadas  $(\alpha_0, \delta_0)$ . Nesse caso teríamos c = f = 0.

Mas nenhum telescópio tem um apontamento perfeito. Em geral, o apontamento inicial é feito colocando o telescópio no zênite e informando ao sistema de controle do telescópio as coordenadas geográficas (latitude  $\phi$  e longitude  $\lambda$ ) do local e a data e hora local da observação . Com essas informações , é possível determinar as coordenadas equatoriais que correspondem ao zênite naquele instante. Assim, o telescópio pode ser apontado para qualquer outra coordenada equatorial. Como o apontamento tem falhas, faz-se necessário incluir os termos  $c \in f$  de correção à astrometria.

Analogamente, os demais coeficientes  $(a, b, d \in e)$  também são teoricamente conhecidos *a priori*, mas sempre há necessidade de correções . Por exemplo, seja um telescópio cuja câmera CCD está orientada no plano focal de tal forma que a direção de Y crescente corresponde ao norte e a direção de X crescente ao leste. Nesse caso teríamos

$$a = \frac{1}{\cos(\delta)} \frac{ds}{dp}$$
$$b = d = 0$$
$$e = \frac{ds}{dp}$$

onde ds/dp é a escala da imagem, que no caso de um CCD em geral é expressa em "/pixl. O termo  $cos(\delta)$  na expressão do coeficiente a se deve ao fato de que a ascensão reta varia ao longo de um paralelo celeste, que só corresponde a um arco de grande círculo no caso do equador celeste ( $\delta = 0^{\circ}$ ). Nos outros casos, a transformação do arco sobre a imagem em um arco em  $\alpha$  exige o termo de correção ,  $cos\delta$ . Em outras palavras, quanto maior a declinação , menor o arco de círculo sobre o qual  $\alpha$  varia e, portanto, mais rápida a variação desta coordenada para uma mesma variação em X.

Assim como no caso da centragem (apontamento) do telescópio, uma certa flexibilidade é necessária para acomodar variações na orientação do CCD com relação aos pontos cardeais, até porque efeitos de deformação gravitacional sobre os componentes ópticos do detetor podem induzir variações nos coeficientes de conversão astrométrica em função da direção de apontamento. Por vezes, a conversão  $(X, Y) \rightarrow (\alpha, \delta)$  é afetada por deformações da imagem no plano focal. Vimos que nem sempre a superfície onde se forma a imagem de um telescópio, e onde colocamos o detetor, é plana, havendo por vezes efeitos de curvatura. Esses em geral afetam mais as posições de objetos longe do centro da imagem  $|(X - X_0)| \simeq X_0$  ou  $|(Y - Y_0)| \simeq Y_0$ . Assim, termos quadrátricos em X e Y, ou mesmo de ordem mais alta, podem ser necessários e precisam ser determinados empiricamente.

Necessariamente, a aplicação das tranformações dadas acima, ou de outras que incluam termos quadráticos e cruzados, exige que os coeficientes sejam bem determinados, caso a caso. Isso, em geral, é feito pelo uso de estrelas de referência astrométrica nos campos imageados. Essas estrelas têm suas coordenadas equatoriais bem conhecidas. A medidas da sua posição (X, Y) na imagem, portanto, permite que sejam determinados empiricamente os coeficientes. Em geral usa-se um conjunto de estrelas de referência e determina-se os coeficientes por regressão (ajuste) estatística.

Uma vez obtidas as coordenadas equatoriais dos pontos da imagem, qualquer objeto nela existente poderá ter seus valores de  $\alpha$  e  $\delta$  inferidos. A conversão para o sistema de coordenadas eclípticas ou Galácticas se dá por meio de transformações matemáticas conhecidas, já que essa conversão equivale a uma mudança de plano e eixos de referência. Isso equivale a aplicar rotações a um sistema para chegar ao outro.

Para finalizar, há ainda que se distinguir astrometria relativa (a um dado sistema) de astrometria absoluta. O processo descrito acima é o de obtenção de valores de coordenadas referenciadas a um conjunto de estrelas cujas posições são conhecidas em um dado sistema, em geral o sistema equatorial de coordenas. O problemas com esse sistema é que nem o plano do equador, nem a direção do ponto vernal, que lhes servem de referência, constituem um referencial inercial. Ou seja, o equador e o eixo de rotação da Terra variam de orientação no espaço, já que a Terra sofre perturbações gravitacionais dos outros objetos do Sistema Solar, em especial do Sol e da Lua. Essas perturbações dão origem aos efeitos de precessão e nutação do eixo. Esses efeitos podem ser descritos por modelos de dinâmica gravitacional, mas ainda há termos de deslocamento dos pólos celestes que não são bem descritos pelos modelos. Assim, o sistema equatorial sofre constante degradação , precisando ser continuamente redefinido. Na verdade, não faz sentido falar de coordenadas equatoriais sem especificar a que equinócio (ou seja, onde estavam o equador celeste e o ponto vernal) elas se referem.

Além disso, a própria órbita da Terra em torno do Sol é perturbada em função das interações gravitacionais interplanetárias. Tanto o plano da órbita quanto sua excentricidade sofrem perturbações . E novamente, essas são apenas em parte modeladas com precisão . Assim, o ponto vernal, que é uma das direções de coincidência entre o plano equatorial e o plano orbital, também varia, mesmo que o plano equatorial fosse fixo. Essa variação do plano orbital então também exige que o sistema de coordenadas eclípticas seja descartado como um sistema inercial, posto que está sempre sofrendo variações .

E para finalizar, as estrelas sofrem de movimentos próprios, causados pela aceleração a elas induzida pelo potencial gravitacional dentro da Galáxia. Assim

sendo, qualquer sistema de coordenadas baseado no uso de um conjunto de estrelas de referência, também é não inercial e sofre de degradação com o passar do tempo.

A melhor definição de um sistema inercial de coordenadas, para o qual possamos atribuir um caráter de sistema em repouso com relação à complicada dinâmica dos objetos locais do Sistema Solar e da Galáxia, é a de um sistema baseado em fontes distantes como quasares e radio-fontes. Estes estão entre os objetos mais distantes que conhecemos no universo. Suas posições relativas são totalmente desvinculadas da dinâmica interna do Sistema Solar e da Galáxia. Assim, em última análise, um sistema de coordenadas baseado nesses objetos como referência, pode ser tido como absoluto, ou seja, não sofrerá uma degradação ao longo do tempo. Atualmente, usa-se o International Celestial Reference Frame (ICRF, ver http://rorf.usno.navy.mil/ICRF/), baseado em centenas de radiofontes distantes como sistema de coordenadas de referência mais estável.

### 3 Paralaxes e movimentos próprios

As coordenadas, mesmo as equatoriais, de uma fonte celeste não são fixas no tempo. A precessão do eixo de rotação terrestre, por exemplo, muda a orientação no espaço do equador e pólos celestes, o que faz com que variem as coordenadas equatoriais  $(\alpha, \delta)$ . O principal termos de precessão, o luni solar, tem período de 26 milênios aproximadamente. Como é um movimento conhecido, é sempre possível prever a variação no tempos das coordenadas equatoriais de uma fonte, ou seja, *precessionar* os valores dados para uma época e obter obter os valores para outra. Na verdade, os valores das coordenadas equatoriais devem sempre ser associados a um equinócio, ou seja, uma posição do ponto vernal no céu, o qual varia com a precessão.

Mas há outras fontes de variação na posição de uma fonte, principalmente estrelas que pertencem à nossa Galáxia, no céu. A figura abaixo mostra várias medidas, feitas ao longo de quase quatro anos, das coordenadas equatoriais da estrela Vega ( $\alpha$  Lyrae).

O zero nos eixos horizontal (ascensão reta,  $\alpha$ ) e vertical (declinação,  $\delta$ ) correspondem às coordenadas dadas na parte superior da figura. Esses dados são obtidos da missão astrométrica Gaia. Gaia é um telescópio colocado no espaço pela agência espacial europeia (ESA) e que faz medidas astrométricas precisas. As *laçadas* descritas pela estrela com período anual são o reflexo do movimento orbital da Terra em torno do Sol e permitem medir o paralaxe heliocêntrico, cujo inverso é a medida da distância da estrela. A linha vermelha mostra as posições médias de Vega, descontadas do movimento orbital terrestre. A estrela se desloca no céu ao longo dessa reta. Esse é o movimento próprio de Vega, ou seja, o seu movimento espacial dentro da Galáxia projetado na esfera celeste:

$$\mu = \frac{V_T}{d}$$



Figure 1: Medidas astrométricas de Vega ao longo de quase quatro anos, mostrando os componentes do movimento próprio, em declinação (eixo vertical) e ascensão reta (eixo horizontal), bem como a modulação causada pelo reflexo do movimento orbital da Terra em torno do Sol, a qual permite determinar o paralaxe da estrela.

onde  $\mu$  é o movimento próprio,  $V_T$  é a velocidade tangencial, que é o componente da velocidade espacial de Vega perpendicular à linha de visada à estrela (a velocidade ao longo da linha de visada é chamada de velocidade radial, a qual é medida através do efeito Doppler sobre o espectro da estrela), e d é a distância da estrela ao Sistema Solar. Tipicamente,  $\mu$  é da ordem de algumas dezenas de mili segundos de arco por ano, mas/yr.

Exemplo: seja uma estrela com velocidade tangencial heliocêntrica  $V_T = 15km/s$ , típico de estrelas do disco fino Galáctico. Seja a distância da estrela ao Sol d = 100 pc. O movimento próprio será então

$$\mu = \frac{V_T}{d} = \frac{20}{100 \times 3.1 \ 10^{13}} \ rad/s = 6.45 \ 10^{-15} \ rad/s$$

Em geral as unidades mais usadas para movimento próprio são "/ano ou milisegundos de arco (mas) por ano, mas/ano. No caso acima, sabendo que  $1rad = 2.06 \ 10^5$ " e que 1 ano =  $3.15 \ 10^7 \ s$ , temos

$$\mu = 6.45 \ 10^{-15} \ rad/s = 0.04"/ano = 40 \ mas/ano$$

Ou seja, medidas astrométricas ao longo do tempo, nos permitem inferir a distância e o movimento tangencial de uma estrela.

Uma aplicação astrofísica dos movimentos próprios é mostrada na próxima figura. Nela vemos um gráfico mostrando os componentes de  $\mu$  paralelo (eixo horizontal) e perpendicular (eixo vertical) ao equador celeste numa dada região do céu, a qual contém o aglomerado NGC 1960. As estrelas do aglomerado compartilham não apenas a posição no céu, mas também os movimentos próprios, o que permite separá-las das estrelas de campo da nossa Galáxia. Essa figura é comumente chamada de vector point diagram.

Como as estrelas membro do aglomerado compartilham do seu movimento orbital na Galáxia, elas têm movimentos próprios semelhantes no céu, os quais se situam dentro do círculo azul. As estrelas de campo, na frente ou atrás do aglomerado, têm movimentos próprios diversos. Esse diagrama, portanto, permite selecionar melhor as estrelas que pertencem ao aglomerado.



Figure 2: Vector point diagram de estrelas localizadas na direção do aglomerado NGC 1960. O eixo horizontal mostra  $\mu_{\alpha} cos\delta$  e o eixo vertical mostra  $\mu_{\delta}$ . O fator  $cos\delta$  multiplicando a variação em ascensão reta se deve ao fato de que essa última coordenada é contada ao longo de paralelos ao equador, os quais são círculos menores na esfera celeste. O fator então converte o movimento próprio nessa direção para o que corresponderia se o movimento ocorresse sobre um grande círculo, colocando-o em mesma escala que  $\mu_{\delta}$ 

•