

1) Defina zênite, nadir e pólos norte e sul celestes. Defina também plano meridiano e linha meridiana local (ou meridiano astronômico).

Desenhe um diagrama do plano meridiano de um observador, incluindo nele a posição do observador (O), a horizontal do observador, a linha meridiana local, o zênite (Z) e os pontos cardeais norte (N) e sul (S). Se este observador estiver em um ponto do Hemisfério Norte da Terra cuja latitude é  $\phi$ , indique a direção do pólo celeste visível pelo observador. Que pólo é este e qual o valor de suas coordenadas horizontais (altura  $h$  e azimute  $A$ )?

2) Seja  $\delta$  a declinação de uma estrela,  $z_s$  sua distância zenital durante sua culminação superior (mínima, portanto) tal como vista por um observador cuja latitude é  $\phi$ . Determine as relações entre  $\delta$ ,  $z_s$  e  $\phi$ . Lembre que  $z_s + h_s = 90^\circ$ , onde  $h_s$  é a altura (máxima) na culminação superior. Considere tanto os casos de observadores situados no Hemisfério Norte da Terra, quanto no Hemisfério Sul. Considere também tanto o caso de uma culminação que ocorra a norte do zênite ( $A_s = 0^\circ$ ) quanto a sul do zênite ( $A_s = 180^\circ$ ).

3) Qual a declinação de uma estrela que, no momento de sua passagem meridiana, tem  $h_s = 30^\circ 19' 16.7''$  e  $A_s = 0^\circ$  medidos por um observador a uma latitude  $\phi = -40^\circ 50' 28.0''$ ?

4) Determine a hora sideral em que se dá a culminação do problema anterior, sabendo que a ascensão reta da estrela é  $\alpha = 16h32m40s$ .

5) Qual a declinação de uma estrela que, no momento de sua culminação superior, tem  $z_s = 25^\circ 13' 41.5''$  e  $A_s = 0^\circ$  medidos por um observador a uma latitude  $\phi = +20^\circ$ ?

Resp.:  $\delta = \phi + z_s = 20 : 00 : 00 + 25 : 13 : 41.5 = 45 : 13 : 41.5$

6) Determine a hora sideral em que se dá a culminação do problema anterior, sabendo que a ascensão reta da estrela é  $\alpha = 9h29m40s$ .

Resp.:  $S = H_* + \alpha_*$ . Na culminação superior:  $H_* = 0^\circ$ . Logo  $S = \alpha_* = 9h29m40s$

7) Determine a altura máxima no céu que o aglomerado globular  $\omega Cen$  (declinação  $\delta = -47^\circ 29'$ ) atinge quando observado do Observatório Interamericano de Cerro Tololo, Chile (latitude  $\phi = -30^\circ 10' 20.9''$ ).

8) Durante quanto tempo o alvo da questão anterior satisfará o critério  $z < 50^\circ$  (ou equivalentemente  $h > 40^\circ$ )?

9) Determine a altura máxima no céu que o aglomerado globular  $\omega Cen$  (declinação  $\delta = -47^\circ 29'$ ) atinge quando observado do Observatório de Kitt Peak, EUA (latitude  $\phi = +31^\circ 58' 48''$ ).

Resp:  $h_s = 90^\circ - \phi + \delta = 10^\circ 32' 12''$

10) Durante quanto tempo o alvo da questão anterior satisfará o critério  $z < 50^\circ$  (ou equivalentemente  $h > 40^\circ$ )? Faça o mesmo cálculo para o critério  $z < 70^\circ$ .

Resp.: O aglomerado nunca satisfaz o critério desejado (ou seja, o intervalo é de  $\Delta H = 0h$ ), dado o resultado do problema anterior, no qual provamos que a altura máxima por ele atingida no sítio considerado é  $h_s = 10^\circ 32' 12''$ .

11) Qual a latitude de um observador que observa a estrela Sirius passar pelo sua linha meridiana local a uma altura  $h_s = 50^\circ 54' 25.6''$  e azimute  $A_s = 180^\circ$ . Dados: Declinação de Sirius:  $\delta = -16^\circ 43' 24.6''$ .

Resp.:  $\phi = 90^\circ + \delta - h_s = 22^\circ 22' 9.8''$

12) Qual a hora sideral de um dado local no instante em que um observador nele situado vê a estrela Sirius fazer sua passagem meridiana? Dados: ascensão reta de Sirius:  $\alpha = 6h45m$

Resp.:  $S = H_* + \alpha_*$ . Na culminação superior:  $H_* = 0^\circ$ . Logo  $S = \alpha_* = 6h45m$

13) Qual o valor aproximado da ascensão reta do Sol no dia 10 de junho? Este valor depende do ano considerado? Justifique a resposta.

Resp.: Em 21/03,  $\alpha_\odot \simeq 0h$ . O Sol cobre  $\Delta\alpha \simeq 2h$  por mês. Logo, em 21/05  $\alpha_\odot \simeq 4h$  e em 21/06  $\alpha_\odot \simeq 6h$ . Interpolando, em 10/06,  $\alpha_\odot \simeq 5h20m$

14) Qual o valor aproximado da ascensão reta do Sol no dia 20 de novembro? Este valor depende do ano considerado? Justifique a resposta.

Resp.: Em 21/03,  $\alpha_\odot \simeq 0h$ . O Sol cobre  $\Delta\alpha \simeq 2h$  por mês. Logo, em 21/11  $\alpha_\odot \simeq 16h$ , o que pode ser considerado como a resposta ao problema. Na verdade, a cada dia temos  $\Delta\alpha_\odot = 3m56s$ . Então, a resposta, do ponto de vista de um chato, é  $\alpha_\odot \simeq 15h56m04s$ .

Mas professor, por que o cara é um chato? Não devemos sempre buscar o máximo de precisão possível? Afinal, Astronomia é ou não uma ciência exata? Resp.: É importante ter a capacidade de obter respostas precisas. Por exemplo, no caso da prática de determinação de nossa latitude pela observação da culminação de uma estrela, devemos almejar ao máximo de precisão. Mas se o objetivo é definir onde está o Sol no céu numa dada época, de forma a poder escolher alvos noturnos para observação, uma diferença de poucos minutos não faz diferença.

15) Qual a melhor época do ano para observarmos o aglomerado aberto NGC 2477, cuja ascensão reta é  $\alpha = 07h52m20s$ ? Justifique a sua resposta. Obs.: basta especificar um intervalo de 30 dias.

Resp.: A pergunta do enunciado é equivalente a: “Em que dia do ano, aproximadamente, NGC 2477 faz sua culminação superior o mais perto possível da meia-noite”? Buenas, neste dia a ascensão reta do Sol,  $\alpha_\odot$ , tem que ser a ascensão reta  $\alpha$  do alvo acrescida de 12h:  $\alpha_\odot = \alpha + 12h = 19h52m20s$ . Usando nosso conhecimento sobre como evolui  $\alpha_\odot$  ao longo do ano, sabemos que  $\alpha_\odot = 20h$  em 21/01. Então, no dia 19/01,  $\alpha_\odot$  estará muito próximo do valor desejado. Assim, conclui-se que o período de 30 dias ideal para observar NGC 2477 é entre 04/01 e 03/02.

16) Qual a melhor época do ano para observarmos M87, a galáxia central dominante do aglomerado de galáxias de Virgo. Dados: a ascensão reta de M87 é  $\alpha = 12h30m48s$ ? Justifique a sua resposta. Obs.: basta especificar um intervalo de 30 dias.

Determine também durante quanto tempo M87 passa acima do horizonte de um observador no Observatório de Mauna Kea, Havaí, de latitude  $\phi = 19^\circ49'20''$ . Dados: declinação de M87:  $\delta = 12^\circ23'28''$ . Diga se esse intervalo de tempo acima do horizonte varia com a época do ano e explique sua resposta.

17) Escolha dentre os sítios astronômicos abaixo o mais adequado para se observar o aglomerado globular *47Tucanae*, cuja declinação é  $\delta = -72^\circ05'$ . Justifique sua escolha.

a) Laboratório Nacional de Astrofísica (LNA), Itajubá, MG, Brasil. Latitude:  $\phi = -22^\circ32'04''$

b) Observatório Astrofísico de Roque de Los Muchachos, La Palma, Ilhas Canárias, Espanha. Latitude:  $\phi = +28^\circ45'36''$

c) Observatório de Monte Palomar, Califórnia, EUA. Latitude:  $\phi = +33^\circ21'22''$

18) Calcule a distância zenital mínima atingida pelo alvo da questão anterior no melhor sítio escolhido.

19) Durante quanto tempo o alvo da questão anterior satisfará o critério  $z < 50^\circ$  (ou equivalentemente  $h > 40^\circ$ )? Faça o mesmo cálculo para o critério  $z < 70^\circ$ .

Resp.:

Para  $z < 50^\circ$ :

$$\cos H = \frac{\cos z - \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \phi}{\cos \delta \cos \phi}$$

$$\cos H = \frac{0.64279 - (-0.95150)x(-0.38324)}{0.30763x0.92365}$$

$$\cos H = \frac{0.64279 - 0.36465}{0.28414}$$

$$\cos H = \frac{0.27814}{0.28414} = 0.97887$$

$$H_2 = 11.79826^\circ = 00h47m12s$$

; ou

$$H_1 = 348.20174^\circ = 23h12m48s$$

Logo o intervalo será  $\Delta H = 2 H_2 = 01h34m24s$

Para  $z < 70^\circ$ :

$$\cos H = \frac{\cos z - \sin \delta \sin \phi}{\cos \delta \cos \phi}$$

$$\cos H = \frac{0.34202 - (-0.95150) \times (-0.38324)}{0.30763 \times 0.92365}$$

$$\cos H = \frac{0.34202 - 0.36465}{0.28414}$$

$$\cos H = \frac{-0.02263}{0.28414} = -0.07964$$

$$H_2 = 94.56809^\circ = 06h18m16s$$

; ou

$$H_1 = 265.43191^\circ = 17h41m44s$$

Logo o intervalo será  $\Delta H = 2 H_2 = 12h36m32s$

20) Escolha dentre os sítios astronômicos abaixo o mais adequado para observar a galáxia de Andrômeda, M31, cuja declinação é  $\delta = +41^\circ 16'$ . Justifique sua escolha.

a) Observatório Meridional Europeu (ESO), Cerro Paranal, Chile. Latitude:  $\phi = -24^\circ 37' 31''$

b) Observatório Astrofísico de Roque de Los Muchachos, La Palma, Ilhas Canárias, Espanha. Latitude:  $\phi = +28^\circ 45' 36''$

c) Observatório de Calar Alto, Sierra de Los Filabres, Andalucia, Espanha. Latitude:  $\phi = +37^\circ 13' 25''$

Resp.: O sítio mais adequado é aquele em que o alvo atinge valores maiores de altura. Podemos então usar a altura na culminação superior,  $h_s$  como critério para identificar o melhor sítio. Na dúvida, devemos calcular então  $h_s$  para cada sítio. Porém, podemos lembrar que no zênite de cada local, temos sempre objetos cuja declinação  $\delta$  é igual à latitude  $\phi$ . Ou seja,  $h_s = 90^\circ$  para objetos com  $\delta = \phi$ . Então, o melhor sítio será aquele cuja latitude  $\phi$  for de valor mais próximo da declinação do alvo. A opção correta então é o sítio da letra c), apesar de que o sítio b) também é bastante adequado para observação do alvo em questão.

21) Calcule a distância zenital mínima atingida pelo alvo da questão anterior no melhor sítio escolhido.

Resp.: Agora não tem jeito: o que é solicitado é o valor mínimo de distância zenital  $z_s$ , que obviamente corresponde ao valor máximo de altura. Então temos que calculá-lo explicitamente. Para o item c), escolhido na resposta da questão anterior, temos:  $z_s = \delta - \phi = 04^\circ 02' 35''$ . O alvo, portanto, na sua passagem meridiana, está muito próximo do zênite de Calar Alto.

22) Durante quanto tempo o alvo da questão anterior satisfará o critério  $z < 50^\circ$  (ou equivalentemente  $h > 50^\circ$ )? Faça o mesmo cálculo para o critério  $z < 70^\circ$ .

23) Qual a melhor época do ano para observar a região HII M42, também conhecida como nebulosa de Órion, com o telescópio espacial Hubble (HST)? Justifique a sua resposta. Dados: ascensão reta de M42,  $\alpha = 05h35m18s$ . Obs.: basta especificar um intervalo de 30 dias.

Resp.: Como está em órbita, o HST tem praticamente todo o céu disponível durante o seu período orbital de 96m. Ou seja, a Terra não constitui obstáculo para observação de toda a esfera celeste, contrariamente ao caso de observadores situados em solo, que tem que esperar 24h para ver passar todo o céu pelo seu meridiano. O Sol também não representa obstáculo tão grande para observações orbitais, pois a ausência de um meio material denso, como são as camadas inferiores da nossa atmosfera, faz com que a luz do Sol seja menos espalhada. Em geral, é possível observar alvos cuja distância angular ao Sol seja de  $25^\circ$  ou mais. Não há, portanto, época mais favorável, como no caso de observações em solo.

24) Determine a melhor época do ano para observar NGC 1868, um aglomerado rico da Grande Nuvem de Magalhães, a partir do Observatório de Calar Alto. Justifique sua resposta. Obs.: basta especificar um intervalo de 30 dias. Dados: declinação de NGC 1868:  $\delta = -63^\circ 57' 16''$ ; ascensão reta de NGC 1868:  $\alpha = 05h14m36.3s$ ; latitude de Calar Alto:  $\phi = +37^\circ 13' 25''$ .

Resp.: Pela ascensão reta, podemos estimar, baseado no que fizemos em problemas anteriores, que o Sol deve estar com  $\alpha_\odot = \alpha + 12h = 17h14m36.3$  na época mais adequada para observar o alvo. Porém, temos que atentar também para a relação entre a latitude do sítio e a declinação do alvo. No presente caso, a distância zenital mínima atingida por NGC 1868 será  $z_s = \phi - \delta = 101^\circ 70' 41'' > 90^\circ$ . Ou seja, NGC 1868 é sempre invisível do céu de Calar Alto, resultando daí, naturalmente, ser impossível sua observação daquele sítio.

25) Calcule a distância zenital mínima atingida pelo alvo da questão anterior.

Resp.: A distância zenital mínima atingida por NGC 1868 será  $z_s = \phi - \delta = 101^\circ 70' 41'' > 90^\circ$ .

26) Busque na internet uma tabela que contenha as coordenadas equatoriais das vinte estrelas mais brilhantes do céu. Quais destas estrelas são circumpolares para um observador situado em um ponto da Terra de latitude  $\phi = 40^\circ$  (Nova Iorque, Madrid)? Quais delas nunca nascem?

27) Seja agora um observador em Porto Alegre ( $\phi = -30^\circ$ ). Quais das estrelas da tabela em anexo são circumpolares? Quais são invisíveis?

28) Seja um observador no Pólo Norte da Terra. Derive a condição para uma estrela ser circumpolar para este observador. Derive a condição para uma estrela não nascer nunca (ser invisível). Comente o resultado.

Faça agora o mesmo para um observador no Pólo Sul.

29) Seja um observador situado sobre o Equador da Terra. Quais as condições de circumpolaridade e invisibilidade de uma estrela para este observador? Comente os resultados.

30) Seja um observador a uma latitude  $\phi = -30^\circ 14' 46''$ . Quais das seguintes estrelas serão circumpolares para este observador? Quais serão invisíveis? A:  $\delta_A = 40^\circ$ ; B:  $\delta_B = -80^\circ$ ; C:  $\delta_C = -50^\circ$ ; D:  $\delta_D = 75^\circ$ .

31) Uma estrela cuja declinação é a mesma que a do Sol no Equinócio de Março faz sua passagem meridiana a uma altura de  $h_s = 20^\circ 28' 46.9''$  e  $A_s = 0^\circ$  medidos por um observador. Qual a latitude do observador?

Resp.: A declinação do Sol no equinócio de março é  $\delta_\odot = 0^\circ$ . Ou seja, o Sol está sobre o equador celeste. O azimute da passagem meridiana é dado:  $A_s = 0^\circ$ . Logo, devemos usar a expressão :

$$z_s = \delta - \phi$$

$$\phi = \delta - z_s = 0^\circ - 90^\circ + h_s = -69^\circ 31' 13.1''$$

32) A altura máxima que o Sol atinge ao longo do ano quando visto de um dado ponto sobre a Terra é de  $60^\circ$ . Em que dia do ano isso ocorre e qual o valor da latitude deste ponto (desconsidere o sinal da latitude)?

Resp.: O valor máximo de altura do Sol ocorre no solstício de verão ao meio-dia solar verdadeiro. Isso vale para qualquer ponto do globo. Sabemos que a declinação do Sol varia dentro do domínio  $-23.5^\circ < \delta_\odot < +23.5^\circ$ . Em módulo, portanto, seu valor extremo é  $|\delta_\odot| = 23^\circ 27'$ . Se o Sol nunca ultrapassa  $h = 60^\circ$ , isso necessariamente significa que o ponto em questão está situado fora dos trópicos, já que, caso contrário, haveria pelo menos um dia no ano em que o Sol estaria no zênite.

Dessa forma, o valor máximo de altura ocorre no vertical oposto ao do pólo elevado. No caso de observador no hemisfério Sul ( $\phi < 0^\circ$ ):

$$h_{max} = 90^\circ + \phi - \delta$$

$$\phi = 60^\circ - 90^\circ - 23.5^\circ = -53.5^\circ$$

Para observador no Hemisfério Norte ( $\phi > 0^\circ$ ):

$$h_{max} = 90^\circ - \phi + \delta$$

$$\phi = 90^\circ - 60^\circ + 23.5^\circ = 53.5^\circ$$

Então, desprezando-se o sinal, a latitude é sempre  $|\phi| = 53.5^\circ$ .

33) Alguém lhe diz que uma dada estrela está bem baixa no céu aproximadamente na direção NE. Qual o domínio de valores de azimute possível para este objeto?

Resp.: Se a estrela está em algum ponto entre o ponto cardeal norte (N,  $A = 0^\circ$ ) e o ponto cardeal leste (E,  $A = 90^\circ$ ), então o domínio de valores de azimute é  $0^\circ < A < 90^\circ$ . Se a estrela estiver exatamente no direção NE,  $A = 45^\circ$ .

34) Qual o domínio de valores de azimute permitido para o Sol quando este está se pondo (ocaso)?

Resp.: Qualquer fonte astronômica se põe a oeste do meridiano, ou seja, no semi-círculo horizontal entre os pontos cardiais S e N, passando por W. O domínio de azimutes correspondente então é aquele entre os azimutes de S e N, passando por W. Por convenção, o azimute do ponto S é  $A = 180^\circ$ , o de N é  $A = 0^\circ = 360^\circ$  e o de W é  $A = 270^\circ$ . Logo o domínio em questão é  $180^\circ < A < 360^\circ$ .

35) Seja uma estrela que em dado instante tem altura  $h = 30^\circ$  e azimute  $A = 130^\circ$ . Dali a uma hora, o que você pode esperar sobre a altura desta estrela? E se o azimute dela estivesse no domínio  $180^\circ < A < 360^\circ$ , o que esperar da altura em instantes posteriores?

Resp.: Como no primeiro instante o azimute da estrela é  $A = 130^\circ$ , esta estrela se encontra inicialmente a leste do meridiano astronômico do observador em questão. Logo, é de se esperar que a altura da estrela aumente,  $h > 30^\circ$ . É só isso que podemos dizer, e mesmo assim há duas situações que contrariam tal conclusão:

1) O observador está em um dos pólos geográficos da Terra. Neste caso, todas as direções correspondem ao sul ou norte e a própria definição de azimute perde o sentido.

2) A estrela está a menos de meia hora de sua culminação superior. Neste caso, após o intervalo de uma hora, a altura será menor do que no instante inicial  $h < 30^\circ$ . Isso, contudo, é uma situação específica.

Caso o azimute inicial estiver no domínio  $180^\circ < A < 360^\circ$ , isso significa que a estrela está a oeste do meridiano astronômico local, de forma que sua altura tende a diminuir em intervalos curtos. Novamente, aplicam-se as mesmas exceções listadas acima, sendo que no segundo caso, a altura irá aumentar se a estrela estiver a menos de meia hora de sua *culminação inferior*.

36) Seja a galáxia ESO243G49, situada no aglomerado de galáxias Abell 2877. As coordenadas equatoriais de ESO243G49 são ascensão reta  $\alpha = 01h10m28s$  e declinação  $\delta = -46^\circ04'27''$  (J2000.0). Escolha, dentre as opções abaixo, o melhor sítio astronômico para sua observação.

a) Observatório Interamericano de Cerro Tololo, Chile, latitude  $\phi = -30^\circ10'20.9''$ .

b) Observatório Astronômico da África do Sul, África do Sul, latitude  $\phi = -33^\circ56'03.5''$ .

c) Laboratório Nacional de Astrofísica (LNA), Itajubá, MG, Brasil. Latitude:  $\phi = -22^\circ32'04''$

Resp.: O melhor sítio, teoricamente, será aquele em que o objeto passe mais perto do zênite, diminuindo assim os efeitos da atmosfera (degradação da imagem pela turbulência e extinção da luz). A distância zenital mínima se dá durante a culminação superior (passagem meridiana) e seu valor depende da latitude  $\phi$  do observatório e da declinação  $\delta$  do objeto:

$z_{min} = \pm(\phi - \delta)$ . Logo, quanto mais próximos forem os valores de  $\phi$  e  $\delta$ , menor será  $z_{min}$ . Assim sendo, o melhor sítio das alternativas acima é o Observatório Astronômico da África do Sul.

37) Calcule a altura máxima que o objeto da questão anterior atinge em cada um dos observatórios nela listados.

Todos os 3 observatórios são meridionais ( $\phi < 0^\circ$ ). Portanto, todos têm o pólo sul celeste (PSC) acima de seu horizonte. Como a declinação  $\delta$  da galáxia em questão é, em módulo, maior do que as latitudes,  $|\delta| > |\phi|$ , a culminação se dá entre o zênite e o pólo sul celeste, com azimute  $A = 180^\circ$ . Assim, a relação a ser usada é:

$$z_{min} = \phi - \delta$$

a)  $z_{min} = \phi - \delta = -30^\circ 10' 20.9'' + 46^\circ 04' 27'' = 15^\circ 54' 06.1''$ .

Logo  $h_{max} = 90^\circ - z_{min} = 74^\circ 05' 53.9''$

b)  $z_{min} = \phi - \delta = -33^\circ 56' 03.5'' + 46^\circ 04' 27'' = 12^\circ 08' 23.5''$ .

Logo  $h_{max} = 90^\circ - z_{min} = 77^\circ 51' 36.5''$

c)  $z_{min} = \phi - \delta = -22^\circ 32' 04'' + 46^\circ 04' 27'' = 23^\circ 32' 23.0''$ .

Logo  $h_{max} = 90^\circ - z_{min} = 66^\circ 27' 37.0''$

38) Calcule durante quanto tempo ESO243G49 (declinação  $\delta = -46^\circ 04' 27''$ ) satisfaz a condição de altura  $h \geq 30^\circ$  quando observada do Observatório Astronômico da África do Sul, África do Sul, latitude  $\phi = -33^\circ 56' 03.5''$ .

39) Calcule durante quanto tempo a galáxia ESO240G11 satisfaz a condição altura  $h \geq 30^\circ$  quando observada do Laboratório Nacional de Astrofísica (LNA), latitude  $\phi = -22^\circ 32' 04''$ . Declinação de ESO240G11:  $\delta = -47^\circ 43' 38''$ .

Resp.:

Para  $z < 60^\circ$ :

$$\cos H = \frac{\cos z - \text{sen} \delta \text{sen} \phi}{\cos \delta \cos \phi}$$

$$\cos H = \frac{0.50000 - (-0.739951) \times (-0.383239)}{0.672661 \times 0.923649}$$

$$\cos H = \frac{0.50000 - 0.283578}{0.621303}$$

$$\cos H = \frac{0.216422}{0.621303} = 0.348336$$

$$H_2 = 69.614449^\circ = 04h38m27.5s$$

; ou



$$H_1 = 290.385551^\circ = 19h21m32.5s$$

Logo o intervalo será  $\Delta H = 2 H_2 = 09h16m55s$

40) Qual a melhor época do ano para observarmos ESO240G11, dado que sua ascensão reta é  $\alpha = 23h37m49.5s$  (J2000.0)?

Resp.: A melhor época é aquela em que o objeto em questão faz sua culminação superior à meia-noite. Isso exige que o dito objeto esteja do outro lado do céu com relação ao Sol. Ou seja, a ascensão reta  $\alpha$  do objeto e a ascensão reta  $\alpha_\odot$  do Sol têm que guardar a seguinte relação :

$$\alpha = \alpha_\odot + 12h$$

Logo, para o caso de ESO240G11,  $\alpha_\odot = 23h37m49.5s - 12h00m00s = 11h37m49.5s$ . Sabemos que no equinócio de março, aproximadamente no dia 21/03,  $\alpha_\odot = 0h$ . A cada mês o Sol avança  $\Delta\alpha_\odot = 2h$ . Logo, em 21/08,  $\alpha_\odot = 10h$ ; e em 21/09,  $\alpha_\odot = 12h$ . Diariamente, a taxa de variação da posição do Sol é  $\Delta\alpha_\odot = 4min$ . Logo, o dia que melhor satisfaz o critério acima é 15/09.