Lista de Questões sobre o Capítulo 2 do PS, p. 57-64

1 – Defina o que é o referencial local de repouso.

R:
É o referencial que, situado na posição do Sol, segue uma órbita perfeitamente circular com a velocidade orbital do Sol, V_0.

2 – O que é velocidade peculiar? Que hipóteses usamos para determiná-la para o caso do Sol?

R:
É o vetor velocidade espacial de qualquer estrela com relação ao referencial local de repouso. Podemos dividí-la em componentes radial, tangencial e perpendicular ao disco: **v=(u,v,w).** Para determinar a velocidade peculiar do Sol, $v_{sol}=(u_{sol},v_{sol},w_{sol})$, medimos as velocidades espaciais de estrelas na vizinhança solar com relação ao Sol, $\triangle\mathbf{v}$**.** Essas velocidades correspondem à diferença entre a velocidade peculiar da estrela e a do Sol:

$$\triangle\mathbf{v} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_{sol} = (u - u_{sol},\ v - v_{sol},\ w - w_{sol})$$

Para determinar os componentes u_{sol} e w_{sol}, assumimos que, na média, os componentes das velocidades peculiares são nulos nessas direções, ou seja:

$$\langle u \rangle = \langle w \rangle = 0.$$

Logo:

$$\langle \triangle\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{u}} \rangle = \langle u \rangle - u_{sol} = u_{sol}$$
$$\langle \triangle\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{w}} \rangle = \langle w \rangle - w_{sol} = w_{sol}$$

A hipótese de um valor médio nulo para esses componentes de velocidade peculiar resulta naturalmente de um sistema em equilíbrio (estacionário, ou seja, cujo potencial não varia no tempo) e com simetria axial.

Para determinar o componente tangencial, v_{sol}, não podemos assumir que $\langle v \rangle=0$. Esse seria o caso se as órbitas fossem perfeitamente circulares, mas não é o caso mais geral. Assume-se que $\langle v \rangle$ seja proporcional à dispersão de velocidades peculiares na direção radial

$\langle v \rangle = -C \langle u^2 \rangle$, onde $C > 0$ é uma constante.

A expressão acima nos diz que a velocidade peculiar média vai ser negativa, ou seja, vai se atrasar sistematicamente com relação ao referencial local de repouso. A dependência com a dispersão na direção radial deriva do fato de que esse componente também está sobre o plano de simetria (plano do disco); quanto mais dispersão na direção radial, maior será o atraso na direção tangencial.

Logo teremos que

$$v_{sol} = \langle v \rangle - \langle \triangle v \rangle = -C\langle u^2 \rangle - \langle \triangle v \rangle$$

Plotando então $\langle \triangle v \rangle$ vs. $\langle u^2 \rangle$ para diferentes tipos de estrelas, pode-se constatar que a relação entre essas grandezas é linear, sendo que o coeficiente angular mede C e o linear mede v_{sol}

3 – O que é a deriva assimétrica e como explicam-se os valores de V < - 200 km/s encontrados para estrelas velhas, de baixa metalicidade nas vizinhanças do Sol?

R:
Esse é o termo dado para o retardo sistemático nas medidas de velocidade tangencial de estrelas com relação ao referencial local de repouso. A maioria das estrelas apresenta este retardo justamente porque seus movimentos não são perfeitamente circulares e restritos ao plano do disco. As estrelas que pertencem ao halo são as que maior deriva apresentam, pelo fato de que suas órbitas são as mais variadas, de forma que a dispersão de velocidades, tanto em u quanto em w, são muito grandes.

Se presumirmos que o halo não tem rotação sistemática, ou seja, $\langle V \rangle=0$ para suas estrelas, então o valor média da deriva assimétrica de suas estrelas é um reflexo da velocidade de rotação (tangencial) do LSR, $V_{LSR} = V_0$.

4 – Deduza a expressão 2.61 para a velocidade tangencial de uma estrela nas vizinhanças do Sol.

$v_t = (\Omega - \Omega_0)R_0 \cos l - \Omega D$

Fazendo $\Omega - \Omega_0 = d\Omega/dR |_{R0} (R-R_0)$, temos

$v_t = d\Omega/dR |_{R0} (R-R_0) R_0 \cos l - \Omega D$

Mas

$R_0 \, d\Omega/dR |_{R0} = R_0 [1/R \, dV/dR - V/R^2]|_{R0} = [dV/dR - V/R]|_{R0}$

Logo

$v_t = [dV/dR - V/R]|_{R0} (R-R_0) \cos l - \Omega_0 D$

5 – Usando a aproximação logo acima, deduza também as expressões 2.62

R:
No caso de v_r, a expressão geral é

$v_r = [dV/dR|_{R0} - V_0/R_0] (R-R_0) \text{ sen } l$

Se $R-R_0=-D\cos l$, temos então

$v_r = - [dV/dR|_{R0} - V_0/R_0] D \cos l \text{ sen } l = - [dV/dR|_{R0} - V_0/R_0] (D \text{ sen } 2l) /2 = -AD \text{ sen } 2l$

No caso de v_t, temos:

$v_t = [dV/dR|_{R0} - V_0/R_0] (R-R_0) \cos l - V_0/R_0 \, D$

Usando a mesma aproximação,

$v_t = -[dV/dR|_{R0} - V_0/R_0] D \cos^2 l - V_0/R_0 \, D = -[dV/dR|_{R0} - V_0/R_0] D (\cos 2l + 1)/2 - V_0/R_0 \, D$

$v_t = A D \cos 2l + D/2 [- dV/dR|_{R0} - V_0/R_0] = A D \cos 2l + DB$

6 – Use a figura 1.4 do livro e estime o valor das *constantes* de Oort para R=25kpc. Assuma que a curva de rotação é perfeitamente plana nesta região.

R: Se a curva de rotação V(R) é plana, ou seja, $V(R) \simeq 210$ km/s, então temos que

$dV/dR|R_{25} = -(A+B) = 0 \rightarrow A=-B$

Logo a velocidade angular a esta distância será:

$\Omega_{25} = V_{25}/R_{25} = 210/25 = 8.4$ km/s/kpc

Mas $\Omega_{25} = V_{25}/R_{25} = A-B \rightarrow 2A = 8.4$ km/s/kpc $\rightarrow A = 4.2$ km/s/kpc

$B = -A = -4.2$ km/s/kpc

7 – Use a expressão 2.67 e a figura 2.20 para estimar qual deve ser a velocidade radial máxima com relação ao referencial local de repouso na direção (l,b) = (30º,0º).

R:
A equação 2.67 nos dá

$v_{r,max} = V(R_{min}) - V_0$ sen l

Pela figura 2.20, deduzimos que $V(R_{min}) \simeq$ 210km/s. Como V_0 = 220km/s e sen l = 0.5, temos que

$v_{r,max} = 210 - 220x0.5 = 100$km/s

De fato, lendo o valor máximo de velocidade para as medidas do gás molecular CO em rádio para l = 30º da figura 2.19, confirmamos a estimativa.

8 – Seja uma estrela de tipo espectral B2 encontrada numa região HII situada nas coordenadas (l,b)=(120º,0º). Sua magnitude aparente medida é V=14.3. Estime a distância D dessa região HII ao Sol, usando os dados da figura 2.8 e considerando que o coeficiente de absorção nesta direção é A_V = 0.4.

Determine também a distância R da região HII ao centro da Galáxia.

Finalmente, determine a velocidade de rotação da Galáxia à distância da região HII, dado que a velocidade radial medida para as suas estrelas é vr = -50 km/s

R:
Pela figura 2.8, uma estrela B2 tem magnitude absoluta M_V = -1.8. Dada sua magnitude aparente e o coeficiente de extinção, temos que

$V-M_V = 14.3 + 1.8 = 16.1 = 5 \log D(pc) - 5 + A_V$

Logo, a distância D será:

$D = 10^{(20.7/5)} = 13800$ pc

Usando agora a lei dos cossenos, podemos determinar R. Adotaremos $R_0 = 8$kpc.

$R^2 = R_0^2 + D^2 - 2 R_0 D \cos l = 64 + 190.4 - 2 \times 8 \times 13.8 \times (-0.5) = 254.4 + 110.4 = 364.8$ kpc^2

R = 19.1 kpc

Sabemos pela eq. 2.57 que

$v_r = [\Omega(R) - \Omega(R_0)] R_0 \operatorname{sen} l = [V/R - V_0/R_0] \; R_0 \operatorname{sen} l$

Logo:

$V(R{=}19.1\text{kpc}) = 19.1 \, [v_r / (R_0 \operatorname{sen} l) \; + \; V_0/R_0]$

$V(R{=}19.1\text{kpc}) = 19.1 \, [-50/ (8 \times 0.866) + 220/8] = 19.1 \, [-50/ (6.92) + 27.5] = 387.2$ km/s