

FIS02013 - Lista de questões sobre Cosmologia
Prof. Basílio X. Santiago

PS, pag. 141 a 159

1) Enuncie o Princípio Cosmológico.

2) Deduza a expressão de conservação de energia 4.14 a partir da equação de movimento, expressão 4.13, para uma partícula em uma esfera em expansão radial e sob a ação da gravidade.

3) Mostre que se fizermos $K \neq 0$ na expressão 4.14, ela admite uma solução para a qual $\dot{a} = 0$, em que

$$a(t) = a_{max} = \frac{8\pi G \rho_0}{3K c^2}$$

4) Prove também que se fizermos $K = 0$ na expressão 4.14, teremos que

$$\rho_0 = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = \rho_{cr}$$

5) Utilize a 1a lei da Termodinâmica para um fluido homogêneo em expansão isotrópica, expressão 4.17, para demonstrar que a densidade de energia da radiação EM no Universo cai com a quarta potência do fator de expansão, ou seja

$$\rho_r \propto a^{-4}$$

Para isso lembre-se que a pressão da radiação depende da sua densidade de energia da seguinte forma

$$P_r = \frac{\rho_r c^2}{3}, \quad (4.20)$$

6) Novamente usando a 1a lei da Termodinâmica para um fluido que satisfaz o Princípio Cosmológico, prove agora que a pressão causada pela energia do vácuo é dada por

$$P_v = -\rho_v c^2, \quad (4.21)$$

Para isso, use o fato de que a densidade de energia do vácuo, ρ_v não varia no tempo.

7) Com base nas duas questões anteriores, e lembrando que a densidade de matéria cai com o cubo do fator de expansão (ou seja, $\rho_m \propto a^{-3}$), diga

7.1) Qual dos três constituintes (matéria, radiação, vácuo) contribui mais com a densidade de energia do Universo quando bem jovem (ou seja, no limite em que $t \rightarrow 0$ e $a \rightarrow 0$)?

7.2) Qual dos três constituintes (matéria, radiação, vácuo) contribui mais com a densidade de energia do Universo quando mais velho (ou seja, no limite em que $t \rightarrow \infty$)?

8) Prove que as equações de Friedmann-Lemaître, 4.18 e 4.19, se reduzem, respectivamente às equações 4.14 e 4.13, se fizermos a constante cosmológica $\Lambda = 0$ e a pressão interna do fluido $P = 0$.

9) Deduza a equação 4.29 a partir das expressões 4.18, 4.25 e 4.15.

10) Deduza a equação 4.30 aplicando o caso em que $t = t_0$ na 4.29.

11) Use a dependência do número de fótons e da energia de um fóton com o redshift para provar que a temperatura do Universo varia com z da seguinte forma:

$$T(z) = T(z = 0)(1 + z)$$

12) Explique com suas palavras o que são distância por luminosidade e distância por diâmetro angular, D_L e D_A respectivamente. Qual a relação entre D_L , D_A e o redshift? Qual das duas estimativas de distância se aplica ao modelamento de lentes gravitacionais?