

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA

# Fotoprodução Difrativa de Higgs por duplo Pomeron.\*

Gustavo Gil da Silveira

Dissertação de mestrado realizada sob orientação da Profa. Dra. Maria Beatriz Gay Ducati e apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento do requisito final para a obtenção do título de Mestre em Física.

Porto Alegre  
2007

---

\* Trabalho financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Este trabalho é dedicado

aos meus pais Iloi e Asta.

# Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer a minha família pelo apoio e confiança em mim depositados nestes anos trilhando minha formação profissional. Em especial, a meus pais Iloi e Asta dedico esta dissertação, devido a todo o auxílio que me proporcionaram nesta vida, principalmente aquele de cunho moral e ético, de valor inestimável. Ainda neste quesito, sou grato a minha namorada Joseane pelo apoio moral e o incentivo no período deste trabalho que me acompanhou.

Também gostaria de expressar minha gratidão ao grupo GFPAE que me acolheu neste período de dois anos, culminando neste trabalho. Agradeço à Profa. Dra. Maria Beatriz Gay pela orientação criteriosa a mim investida e o apoio a fim de vislumbrar o profissionalismo da nossa área. Gostaria de agradecer ao colega Werner Sauter pelo auxílio neste trabalho, principalmente na parte numérica para a obtenção dos resultados. Agradeço também aos demais colegas de grupo: Marcos André, Luiz Fernando, João Thiago, Emmanuel, Mairon, Eduardo e Magno, pela ajuda tanto no âmbito científico quanto no âmbito paralelo deste trabalho.

A outros colegas gostaria de agradecer: aos colegas Samir, Felipe, Daniel, Bregolin e Rosano, os quais me acompanham desde a graduação e que também contribuíram para este trabalho. Agradeço aos demais colegas da sala M203 e salas adjacentes, os quais proporcionaram estimado coleguismo nestes anos, talvez não auxiliando de forma direta para este trabalho, mas contribuindo para a sua execução. Não tão ligados aos assuntos científicos, aos professores e funcionários do Instituto de Física da UFRGS também gostaria de dedicar um agradecimento, os quais congregaram esforços de outra natureza mas importante para a conclusão deste trabalho.

Finalmente, um agradecimento formal a todos aqueles que contribuem com seus tributos fiscais, sem os quais não poderia estar apresentando esta dissertação por esta Universidade que tanto estimo. Por fim, mas o mais importante, agradeço a Deus por confiar a mim capacidade de concluir este trabalho.

# Resumo

Propomos um processo alternativo para a produção difrativa do bóson de Higgs inspirado no Modelo KMR. Neste modelo, exploramos a produção do bóson de Higgs através da interação  $\gamma^*p$  em alta energia importando do Modelo KMR a proposta de Troca Dupla de Pomerons entre as partículas do espalhamento. Em ordem dominante, modelamos esta interação através da troca de glúons, como o Pomeron da QCD. Utilizando este vértice de produção, inserimos os fatores de forma de Sudakov a fim de suprimir as emissões de glúons por *bremsstrahlung*.

Com isso, aplicamos este modelo para interações  $\gamma p$ , subprocesso de interesse para o estudo de produção em colisões periféricas entre prótons. Neste sentido, estimamos a seção de choque de produção do bóson de Higgs para energia de Tevatron e LHC, comparando diversas opções de distribuições de glúons no próton. Através destes resultados efetuamos uma comparação com aqueles obtidos previamente pelo Modelo KMR.

Como resultado, observamos um comportamento distinto daquele observado no Modelo KMR, mostrando um crescimento da seção de choque com a massa do bóson de Higgs. Pela ação dos fatores de forma de Sudakov, este crescimento é saturado em um determinado valor de massa dependendo da energia de centro-de-massa do processo. No intervalo de massa onde se espera observar o bóson de Higgs, a taxa de eventos do processo  $\gamma p$  se mostrou superior aquela observada no Modelo KMR.

# Abstract

We propose an alternative process for the diffractive Higgs boson production inspired in the KMR Model. In this model, we explore the Higgs boson production through the  $\gamma^*p$  interaction in the high-energy limit, importing from the KMR Model the proposal of Double Pomeron Exchange between the scattering particles. In leading order, we shape this interaction through gluon exchange, as the QCD Pomeron. Utilizing this production vertex, we insert the Sudakov form factors to suppress the *bremstrahlung* gluon emission.

Therefore, we apply this model to  $\gamma p$  interactions, a subprocess of interest in the study of peripheral collisions between protons. In this sense, we estimate the production cross section of the Higgs boson for energies of Tevatron and LHC, comparing several options of parton distributions in the proton. Thus, through these results we make a comparison with those obtained previously with the KMR model.

As a result, we observe a distinct behavior as those observed in the KMR model, showing a growth of the cross section with the mass of the Higgs boson. With the action of the Sudakov form factors this growth is saturated at a determined value of mass depending on the center-of-mass energy of the process. In the range of mass where the observation of the Higgs boson is expected the event rate of the  $\gamma p$  process showed a greatest value than those observed in the KMR model.

# Índice

Introdução . . . . .	1
<b>1. Teoria Eletrofraca . . . . .</b>	<b>5</b>
1.1 Interação Fraca . . . . .	5
1.1.1 A Interação universal de Fermi . . . . .	5
1.1.2 A não-conservação de paridade . . . . .	7
1.1.3 Interação por correntes leptônicas . . . . .	9
1.1.4 Divergências em processos de mais alta ordem . . . . .	11
1.2 Geração de massa das partículas . . . . .	13
1.2.1 Quebra espontânea de simetria . . . . .	13
1.2.2 Bósons de Goldstone . . . . .	14
1.2.3 Mecanismo de Higgs . . . . .	18
1.3 A teoria de Glashow-Salam-Weinberg . . . . .	21
1.3.1 A unificação do Eletromagnetismo com a Interação Fraca . . . . .	21
1.3.2 Grupo de simetrias SU(2) e U(1) . . . . .	21
1.3.3 Teoria de Salam-Weinberg . . . . .	22
1.3.4 A massa das partículas . . . . .	26
1.3.5 Observáveis físicos na Teoria Eletrofraca . . . . .	30
1.4 Evidências experimentais . . . . .	32
1.4.1 A descoberta dos bósons vetoriais . . . . .	32
1.4.2 Em busca do bóson de Higgs . . . . .	33
1.5 Conclusões . . . . .	42
<b>2. Espalhamento a Altas Energias . . . . .</b>	<b>44</b>
2.1 Espalhamento Profundamente Inelástico (DIS) . . . . .	44
2.1.1 Cinemática do Espalhamento Profundamente Inelástico . . . . .	45
2.1.2 Modelo de Pártons . . . . .	48
2.1.3 Equação de evolução DGLAP . . . . .	50
2.1.4 Parametrizações das distribuições partônicas . . . . .	55
2.1.5 O DIS em pequeno $x$ . . . . .	59
2.2 Teoria de Regge . . . . .	62
2.2.1 A idéia de Regge . . . . .	62
2.2.2 Momenta angulares complexos . . . . .	65
2.2.3 Assinatura . . . . .	67

2.2.4	Trajetórias de Regge . . . . .	67
2.2.5	Fenomenologia de Regge . . . . .	68
2.2.6	O Pomeron . . . . .	70
2.2.7	Espalhamento inelástico . . . . .	71
2.3	Equação de evolução BFKL . . . . .	72
2.4	Conclusões . . . . .	72
<b>3.</b>	<b>O Pomeron na QCD e Equação BFKL . . . . .</b>	<b>74</b>
3.1	Primeiras propostas . . . . .	74
3.2	Espalhamento entre quarks na aproximação $\ln s$ . . . . .	76
3.2.1	Amplitude para troca de um glúon . . . . .	77
3.2.2	Amplitude para a troca de dois glúons . . . . .	79
3.2.3	A escada de glúons . . . . .	83
3.2.4	A escada de glúons BFKL . . . . .	90
3.3	A equação de evolução BFKL . . . . .	94
3.3.1	O octeto de cor . . . . .	95
3.3.2	O singlete de cor . . . . .	97
3.3.3	Equação BFKL íntegro-diferencial . . . . .	97
3.4	Solução frontal da Equação BFKL . . . . .	98
3.4.1	Difusão . . . . .	100
3.4.2	Acoplamento dinâmico . . . . .	101
3.5	Solução não-frontal da Equação BFKL . . . . .	101
3.6	Pomeron BFKL em NLO . . . . .	103
3.7	Conclusões . . . . .	104
<b>4.</b>	<b>Produção difrativa . . . . .</b>	<b>105</b>
4.1	O Processo difrativo . . . . .	105
4.1.1	O DIS Difrativo . . . . .	107
4.2	Difração em colisões hadrônicas . . . . .	109
4.2.1	Difração Dupla . . . . .	109
4.2.2	Difração Única . . . . .	110
4.2.3	Troca Dupla de Pomerons . . . . .	110
4.3	O Modelo de Khoze, Martin e Ryskin . . . . .	111
4.4	Fotoprodução difrativa . . . . .	116
4.5	Resultados numéricos . . . . .	125
4.6	Conclusões . . . . .	128
	<b>Conclusão . . . . .</b>	<b>130</b>
	<b>A. Cromodinâmica Quântica . . . . .</b>	<b>132</b>
	<b>Referências . . . . .</b>	<b>137</b>

# Introdução

A unificação das Teorias Eletromagnética e das Interações Fracas, chamada de Teoria Eletrofraca, foi um passo importante para a Física de Partículas, agregando em uma só formulação a natureza física destas interações. Para alcançar este objetivo, grandes esforços foram executados, principalmente relacionados à Teoria de Campos. O ponto chave para este desenvolvimento foi gerar a massa das partículas a partir da própria Teoria, utilizando para este fim o Mecanismo de Higgs. Com esta ferramenta, efetua-se o processo de quebra espontânea de simetria a fim de reescalar os campos em relação a um estado fundamental assimétrico. Desta maneira, as massas dos bósons mediadores  $W^\pm$  e  $Z^0$  das Interações Fracas são obtidas, mantendo o fóton não-massivo, como determina a QED. Porém, dentre os campos físicos envolvidos, se faz necessária a inclusão de um campo bosônico escalar, a fim de que o processo de quebra de simetria tenha efeito. Este campo é identificado por uma massa específica e sua interação com os demais campos o torna responsável pela geração de massa das partículas da Teoria. Este campo foi chamado de Campo de Higgs, o qual está associado a um valor esperado do estado de vácuo de  $v = 246$  GeV, dando origem ao conhecido bóson de Higgs.

Dentre estes campos, o fóton já era conhecido desde o advento da QED. Entretanto, com a evidência teórica dos bósons vetoriais mediadores e do bóson de Higgs, diversas propostas surgiram a fim de observá-los experimentalmente. Num dos principais laboratórios em funcionamento nos anos 80, o *Proton Synchrotron* do CERN efetuou esta observação, obtendo-se uma massa para os bóson mediadores dentro da margem esperada teoricamente. Apesar deste sucesso, as buscas ao bóson de Higgs continuavam, mesmo tendo uma massa pouco maior comparada a massa dos bósons mediadores. Contudo, o que limitava a sua observação eram os processos pelos quais sua produção se faz possível, o que demanda até hoje estudos teóricos e fenomenológicos acerca do modelo mais eficaz para este objetivo. Inúmeras propostas já foram lançadas, abrangendo diversos ramos da fenomenologia em médias e altas energias, onde diversos canais de decaimento do bóson de Higgs foram estudados, até mais altas ordens em teoria de perturbação. Mesmo não atingindo o objetivo fundamental, o experimento LEP no CERN pode apontar o limite inferior para a massa do bóson de Higgs

$$M_H \gtrsim 114.4 \text{ GeV}, \quad 95\% \text{ Nível de confiança}$$

donde estima-se teoricamente um limite superior numa escala onde acredita-se que o limite de unitariedade não seja violado

$$M_H < \sqrt{\frac{8\sqrt{2}\pi}{3G_F}} \approx 1 \text{ TeV}.$$



Todavia, o consenso que se tem formado, devido aos modelos fenomenológicos existentes, atribui a necessidade de os experimentos dedicados a este objetivo alcancem energias mais altas, a fim de se tornar possível tal observação. Logo, esforços como a construção do LHC (“*Large Hadron Collider*”), pelo qual energias de centro-de-massa da ordem de  $\sqrt{s} = 14$  TeV serão alcançadas, permitirão explorar a região cinemática esperada para a produção do bóson de Higgs. O principal processo de produção estudado atualmente para uma massa intermediária ( $M_H = 100 - 200$  GeV) é o processo de aniquilação  $gg \rightarrow H$  intermediado por um laço de quark *top*. O seu subsequente decaimento pode ocorrer em diversos canais, porém, para massas intermediárias, o decaimento  $H \rightarrow b\bar{b}$  domina em um grande intervalo de massa.

Dentre os processos propostos, encontra-se a produção difrativa em colisões  $pp(\bar{p})$ , os quais puderam ser analisados em Tevatron no Fermilab e serão observados futuramente em LHC no CERN. Sendo um processo difrativo, a interação no canal  $t$  deve ser mediada pela troca de uma partícula com os números quânticos do vácuo. Nos processos hadrônicos, a Teoria de Regge descreve esta interação para um pequeno momentum transferido, onde reside a Física não-perturbativa, alcançando resultados satisfatórios para os processos macios. Nos processos hadrônicos em altas energias, a interação entre os hádrons é exercida pela troca de uma família de ressonâncias no canal  $t$ , conjunto este chamado Pomeron. Este ente fenomenológico é caracterizado, segundo a Teoria de Regge, pela trajetória descrita no plano  $\alpha(t) = \ell$  pela família de ressonâncias que o compõe. Em processos duros a altas energias, a QCD perturbativa se faz presente, permitindo que seus graus de liberdade possam efetuar a interação no processo difrativo. Neste regime cinemático, é bem aceita a proposta de modelar a interação via Pomeron como sendo a troca de glúons, os quais podem fazer o papel da troca de números quânticos do vácuo. Com este intuito, todas as ordens em teoria de perturbação foram exploradas na QCD, resultando na descrição completa do Pomeron pela QCD perturbativa, como uma interação pela troca de uma escada de glúons. A evolução desta interação mediada por glúons é descrita pela Equação BFKL, onde o glúon convencional da QCD é substituído pelo chamado glúon reggeizado, o qual é relacionado a uma trajetória descrita pela Teoria de Regge.

No limite de Regge  $s \rightarrow \infty$  ( $x \rightarrow 0$ ), torna-se importante a contribuição dos termos  $\ln(1/x)$ , os quais são ressonados através da Equação BFKL. Tal equação expressa a evolução das densidades partônicas em função de  $x$  através da função densidade de pártons não-integrada  $f(x, Q^2)$ . Em contraste, a Equação DGLAP ressona os termos das contribuições em  $\ln(Q^2/\mu^2)$  para processos duros, evoluindo as funções densidade de pártons em  $Q^2$ . Entretanto, para pequeno  $x$ , a Equação DGLAP não leva em conta os termos  $\ln(1/x)$ , além do que apresenta um grande crescimento da função de estrutura  $F_2$  em pequeno  $x$ , tornando-se fundamental o uso da Equação BFKL nesta região cinemática.

Os processos envolvendo colisões  $pp$  fornecem energia suficiente para a produção do bóson de Higgs, bem como para a produção de outras partículas. Devido aos canais de decaimento possíveis para o bóson de Higgs, a sua detecção parece pelo grande sinal de fundo (*background*) gerado pelas demais interações envolvidas no processo. Desde o processo de produção  $gg \rightarrow H$  ao decaimento subsequente  $H \rightarrow b\bar{b}$ , o sinal de fundo pode efetuar uma atenuação significativa no sinal de detecção do bóson de Higgs pelo processo secundário  $gg \rightarrow b\bar{b}$ . Esta dificuldade em sua observação pode ser contornada através de processos difrativos, pelos quais a observação dos estados finais pode ser analisada pela evidência de

lacunas de rapidez entre as partículas envolvidas no processo. Desta maneira, o sinal de fundo pode ter seu papel reduzido, auxiliando na análise de um estado final mais limpo. Pela interação via números quânticos do vácuo, a produção do bóson de Higgs somente se torna possível em processos difrativos em produção central, a qual é possível pela Troca Dupla de Pomerons. Desta forma, entre partículas envolvidas no processo e o bóson de Higgs existirão lacunas de rapidez que poderão ser identificadas no estado final.

Sendo o Pomeron o mediador das interações hadrônicas em altas energias, a sua descrição através da troca de glúons se torna possível, permitindo a produção central do bóson de Higgs pelo processo de fusão de glúons. Este processo foi modelado por Bialas e Landshoff, sendo subsequente reestudado por Khoze, Martin e Ryskin (KMR), os quais analisaram a produção do bóson de Higgs tanto de forma exclusiva quanto inclusiva. Com isso, foram capazes de estimar uma seção de choque de produção da ordem de 100 fb em processos inclusivos. Este modelo leva em conta as interações dos prótons incidentes com pártons secundários, os quais podem popular as lacunas de rapidez. Dessa forma, é levada em conta a probabilidade de sobrevivência da lacuna de rapidez para o processo. Além disso, efeitos de *bremstrahlung* através do processo de fusão dos glúons podem contaminar o estado final, contribuindo para a população da lacuna de rapidez. Este efeito é descrito pelos fatores de forma de Sudakov, podendo ser considerado tanto em precisão DLLA quanto em LLA, demonstrando, para o último, um incremento por um fator de 30 na seção de choque do processo de produção. Neste modelo, a análise fundamental para o processo exclusivo concerne em considerar os prótons do estado final sem momentum transversal, o que prioriza o canal de decaimento do bóson de Higgs em um par de quarks  $b\bar{b}$ . Uma das características deste modelo é fazer a conexão entre o processo partônico e o processo hadrônico pela substituição do termo referente à densidade de pártons no próton. Desta maneira, a convolução entre as densidades de pártons de ambos os prótons fornece a seção de choque para o processo.

Esta dissertação procura explorar a produção difrativa do bóson de Higgs através de processos  $\gamma^*p$ , considerando uma variação do Processo de Espalhamento Compton Profundamente Virtual. Desta forma, a adição do vértice de produção  $gg \rightarrow H$  ao diagrama original é considerada, a fim de obter uma seção de choque similar a obtida no Modelo KMR, afora termos relacionados com a virtualidade do fóton. Entretanto, tratando da interação com somente um próton, a simplificação deste modelo advém do uso de uma única densidade de pártons no cálculo da amplitude de espalhamento, ao passo que os fatores de forma de Sudakov são levados em conta a fim de evitar a emissão de glúons. No que se refere ao cálculo perturbativo, o modelo de fotoprodução se estende muito além do formalismo matemático empregado no Modelo KMR, pois o uso das Regras de Cutkosky implica um maior estudo das propriedades fenomenológicas do processo, bem como uma análise mais rigorosa das propriedades matemáticas utilizadas. Com isso, a análise deste processo é embasada na descrição da interação fóton-quark através do fator de impacto do fóton, o qual acarreta um esforço de cálculo muito maior ao empregado na interação quark-quark. No limite em que o fóton é tomado como real, a simplificação da seção de choque do processo é substancial, acarretando, em uma análise grosseira, em uma estimativa comparável aquela obtida pelo Modelo KMR.

Esta dissertação foi construída como segue: no Cap.1 os primórdios da formulação matemática das Interações Fracas é apresentado, extraindo suas propriedades físicas. O for-

malismo matemático empregado pela Teoria de Campos a fim de suprir a necessidade de uma descrição em termos de campos quânticos é ilustrado, bem como a introdução do Mecanismo de Higgs a fim de sanar o problema ligado à geração de massa das partículas do Modelo Padrão. Por fim, seu triunfo com a unificação desta interação com a Interação Eletromagnética surge no final deste capítulo, ilustrando a geração da massa das partículas envolvidas em cada interação. As evidências experimentais da observação dos bósons vetoriais mediadores são apresentadas além das perspectivas para a detecção do bóson de Higgs.

No Cap.2 é feita uma revisão do Espalhamento Profundamente Inelástico, introduzindo as parametrizações empregadas para a descrição do conteúdo partônico dos hádrons. No que diz respeito aos processos em altas energias, a Teoria de Regge é introduzida a fim de apresentar o Pomeron como mediador das interações difrativas.

O Cap.3 apresenta a abordagem para a descrição do Pomeron através dos graus de liberdade da QCD. Desta maneira a Equação de Evolução BFKL é obtida, além de suas propriedades e conseqüências para os processos de espalhamento e densidade de pártons.

No Cap.4 é feita uma breve revisão dos processos difrativos, bem como os tipos de processos de espalhamento descritos pela interação com o Pomeron, inclusive a Troca Dupla de Pomerons. Com isso, o Modelo KMR para a produção do bóson de Higgs é apresentado, incluindo suas características fenomenológicas e o formalismo matemático necessário para a observação final. Por fim, a abordagem da fotoprodução difrativa do bóson de Higgs é estudada, apresentando o cálculo da seção de choque do processo e os resultados estimados para a sua produção em energias tanto de Tevatron quanto de LHC.

No último capítulo as conclusões do trabalho referentes aos resultado das análises fenomenológicas são apresentadas. Além disso, as perspectivas para a continuidade do trabalho estão incluídas a fim de estimar melhores resultados para a produção do bóson de Higgs através de processos difrativos em altas energias.

## Capítulo 1

# Teoria Eletrofraca

Neste capítulo será apresentada a primeira formulação matemática para as Interações Fracas desenvolvida por Fermi e as impressões causadas pela evidência experimental da violação de paridade. As interações de Corrente Neutra (CN) e de Corrente Carregada (CC) são apresentadas, ilustrando as interações possíveis em processo governados pela Força Fraca. Com o advento da Teoria de Campos, uma nova descrição é exposta para esta interação, descrevendo as ferramentas necessárias para a sua unificação com a Teoria Eletromagnética.

### 1.1 Interação Fraca

Talvez a menos conhecida dentre as interações fundamentais da Natureza, a Força Fraca atua principalmente no decaimento de partículas, sendo o mais conhecido, e o que lhe deu origem, o decaimento nuclear do nêutron. Com isso, o sucesso alcançado pela Teoria de Fermi tornou possível um melhor entendimento da Física envolvida nesta interação.

#### 1.1.1 A Interação universal de Fermi

A fim de incorporar a existência do neutrino em uma teoria para o decaimento  $\beta$ , Fermi baseou-se nos trabalhos de Heisenberg, Pauli e Dirac a respeito da quantização do campo eletromagnético. Um dos resultados desta quantização foi a representação da interação de um elétron com o campo eletromagnético, descrita por

$$L_{e\gamma} = -e j_e^\mu(x) A_\mu(x). \quad (1.1.1)$$

Como este processo será tratado relativisticamente, as funções de onda das partículas devem ser tomadas como soluções da Equação livre de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_k) u_k(x) = 0 \quad k = p, n, e, \nu \quad (1.1.2)$$

onde  $\gamma^\mu$  são as matrizes de Dirac, as quais obedecem à métrica usual [1]. Logo, o termo  $j_e^\mu(x) = \bar{u}_e(x)\gamma^\mu u_e(x)$  representa o vetor corrente da interação e  $A_\mu(x)$  o campo eletromagnético. A partir disso, Fermi utilizou uma forma análoga representando o vetor corrente fraco

$$L_F = - \left( \frac{G_F}{\sqrt{2}} \right) j^\mu(x)_{(pn)} j_\mu(x)_{(\nu e)} \quad (1.1.3)$$

$\hat{O}_i$	Transformação	nº de matrizes
1	Escalar (S)	1
$\gamma^\mu$	Vetor (V)	4
$\sigma^{\mu\nu}$	Tensor (T)	6
$\gamma^\mu\gamma_5$	Vetor Axial (A)	4
$\gamma_5$	Pseudoescalar (P)	1

**Tab. 1.1:** Operadores de transição da Teoria de Fermi.

onde os vetores que representam as correntes fracas são

$$j^\mu(x)_{(pm)} = \bar{u}_p(x)\gamma^\mu u_n(x) \quad , \quad j_\mu(x)_{(\nu e)} = \bar{u}_e(x)\gamma_\mu u_\nu(x) \quad (1.1.4)$$

Portanto, o Lagrangiano adotado por Fermi para representar a interação é escrito na forma

$$L_F = - \left( \frac{G_F}{\sqrt{2}} \right) [\bar{u}_p(x)\gamma^\mu u_n(x)] [\bar{u}_e(x)\gamma_\mu u_\nu(x)] \quad (1.1.5)$$

o qual não leva em conta a interação de forma geral [2] como posteriormente se verificou. Este termo de interação é inspirado no acoplamento corrente-corrente da Eletrodinâmica. Sendo uma teoria baseada em Mecânica Relativística, esta deve obedecer às transformações de Lorentz no Espaço-tempo, pelo qual os termos de interação devem ser escalares de Lorentz. Portanto, pode-se provar [3] que somente 16 matrizes podem cumprir esta requisição, as quais são descritas na Tab.1.1. Estas matrizes são linearmente independentes e formam uma base no espaço vetorial das matrizes  $4 \times 4$ .

A partir deste resultado, o processo de decaimento pode ser descrito por um Hamiltoniano contendo um termo referente à interação entre as partículas envolvidas no processo

$$\mathcal{H}_F = \mathcal{H}_n^0 + \mathcal{H}_p^0 + \mathcal{H}_e^0 + \mathcal{H}_\nu^0 + \sum_i C_i \int d^3x \left( \bar{u}_p \hat{O}_i u_n \right) \left( \bar{u}_e \hat{O}_i u_\nu \right) \quad (1.1.6)$$

onde  $\mathcal{H}_i^0$  e  $u_i$  são os Hamiltonianos individuais e as funções de onda das partículas envolvidas no processo, respectivamente. Os termos  $\bar{u}_i$  são as funções de onda adjuntas de Dirac e as quantidades  $\hat{O}_i$  são operadores apropriados que representam a transição no decaimento e são pesados pelas constantes  $C_i$ .

Um aspecto interessante no decaimento  $\beta$  é o fato de que prótons e nêutrons não possuem velocidades relativísticas, o que pode simplificar as funções de onda dos núcleons envolvidos. Efetua-se a decomposição dos espinores de Dirac de quatro elementos em duas componentes de dois elementos cada

$$\Psi = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} \quad (1.1.7)$$

onde  $\phi$  e  $\chi$  são os espinores de Weyl de duas componentes. No limite não-relativístico, as componentes de  $\chi$  são muito menores que as componentes do espinor  $\phi$ . Em virtude disso, a

contração das funções de onda destes espinores no limite não-relativístico com os operadores de transição descritos na Tab.1.1 possuem as seguintes propriedades [3]:

$$S, V \rightarrow \phi_p^\dagger \phi_n \quad , \quad T, A \rightarrow \phi_p^\dagger \vec{\sigma} \phi_n \quad , \quad P \rightarrow 0. \quad (1.1.8)$$

Estas transições com termos de contribuições não-nulas são chamadas:

- Transições de **Fermi**:  $S, V \rightarrow \phi_p^\dagger \phi_n$
- Transições de **Gamow-Teller**:  $T, A \rightarrow \phi_p^\dagger \vec{\sigma} \phi_n$

Devido à presença das matrizes de spin de Pauli  $\vec{\sigma}$ , no caso de Transições de Gamow-Teller, o spin do núcleo sofrendo decaimento se modifica, enquanto não há mudança do spin nuclear no caso de Transições de Fermi. Outro aspecto importante surge no acoplamento entre transições do tipo  $S - V$  (S menos V) e  $T - A$  (T menos A): caso ocorressem contribuições simultâneas do tipo Escalar e Vetorial, ou Tensorial e Axial, surgiriam oscilações no espectro de energia do elétron, as quais não são observadas. Como resultado disto, o Hamiltoniano de interação proposto por Fermi deve conter uma combinação dos acoplamentos  $S - V$  e  $T - A$  a fim de que somente se realizem acoplamentos entre  $S$  e  $T$ , ou  $S$  e  $A$ , ou  $V$  e  $T$ , ou  $V$  e  $A$ .

Diversas medidas analisaram o decaimento de inúmeros núcleos os quais resultaram que as constantes de intensidade nas transições de Fermi e de Gamow-Teller são praticamente iguais em magnitude sendo, aproximadamente,

$$G \approx 10^{-11} (\text{MeV})^{-2} \approx 10^{-5} m_p^{-2} \quad (1.1.9)$$

a qual relembra a constante introduzida por Fermi em sua proposta levando em conta somente transições de Fermi. Várias outras partículas decaem segundo a interação fraca, e em todos os casos quase a mesma constante  $G$  aparece. Devido a isto, se fala em Interação Universal de Fermi, responsável pelo decaimento  $\beta$  de diversas partículas elementares instáveis.

### 1.1.2 A não-conservação de paridade

Dentre os decaimentos estudados, um se tornou famoso por trazer sérias dúvidas à comunidade científica devido a sua natureza peculiar. O decaimento do méson  $K^+$ , inicialmente encontrado pelo estado final  $\pi^0 \mu^+ \nu$ , tornou-se um chamado “quebra-cabeça” por possuir outros tipos de decaimento, como  $\pi^+ \pi^0$  e  $\pi^+ \pi^+ \pi^-$ .

Além disso, píons possuem paridade interna negativa, fazendo com que o número de píons no estado final resulte na paridade total do decaimento. Devido a variedade de decaimentos, paridades positivas e negativas eram observadas no decaimento do méson  $K^+$ . Em princípio, acreditou-se existir duas partículas diferentes, as quais foram chamadas de  $\tau$  e  $\theta$ , dando origem ao que era chamado de “paradoxo  $\tau - \theta$ ”. Porém, uma idéia um tanto revolucionária [4] foi sugerida a fim de solucionar o problema: existia a violação da conservação de paridade no decaimento do méson  $K^+$ . De fato, através de uma análise experimental cuidadosa [5] pode-se confirmar esta afirmativa, trazendo à tona uma das mais importantes evidências da Interação Fraca.

Logo, incorporando esta confirmação ao Hamiltoniano de Fermi, a qual recai diretamente sobre o termo de interação  $\bar{u}_e \hat{O}_i u_\nu$ , se faz necessária a adição da contribuição para a helicidade negativa. Para que isso se cumpra, pode-se mostrar [3] que se deve substituir o operador projeção usual com o uso do operador helicidade  $\hat{\Lambda}$

$$\hat{P}_\pm = \frac{1 \pm \hat{\Lambda}}{2} \rightarrow \hat{P}'_\pm = \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \quad (1.1.10)$$

mantendo, para o operador  $\hat{P}'_\pm$ , a invariância de Lorentz. Estes novos operadores são chamados de operadores de projeção sobre estados de quiralidade. No caso de neutrinos, sendo mesmo partículas sem massa, a substituição não fará diferença. Porém, para elétrons, a diferença entre  $\hat{P}_\pm$  e  $\hat{P}'_\pm$  será considerável quanto menor for o seu momentum. Isso torna a conclusão de que elétrons sempre têm helicidade negativa incorreta. Existe uma grande dificuldade de se detectar partículas com helicidade positiva devido a pequena fração que elas representam do número total de partículas observadas no decaimento de um dado núcleo.

Como conclusão, o Hamiltoniano de interação deve conter somente componentes com quiralidade negativa. Portanto, o termo relacionado com o elétron e o neutrino deve ter a forma  $\bar{u}_e \hat{O}'_i u_\nu$  onde o operador projetado nos estados de helicidade é dado por

$$\hat{O}'_i = \hat{P}'_+ \hat{O}_i \hat{P}'_- \quad (1.1.11)$$

Logo, conclui-se que somente os acoplamentos  $V$  e  $A$  são relevantes para a descrição da Interação Fraca.

Para que o Hamiltoniano seja um invariante de Lorentz, a parte nucleônica deve cumprir a simetria de Lorentz. Para tanto, a parte nucleônica  $\bar{u}_p \hat{O}_i u_n$  deve conter uma combinação dos acoplamentos  $V$  e  $A$ . Esta combinação foi tomada com o auxílio de dados, medindo as constantes de intensidade nas transições de Fermi, que dizem respeito ao acoplamento  $V$  - e de Gamow-Teller, referente ao acoplamento  $A$ . A partir disso, concluiu-se que os dados eram suficientemente bem descritos assumindo que o acoplamento possui a forma [6]

$$\bar{u}_p \hat{O}_i u_n \rightarrow \bar{u}_p \gamma^\mu (C_V + C_A \gamma_5) u_n \quad (1.1.12)$$

onde

$$C_A/C_V = -1.255 \pm 0.006. \quad (1.1.13)$$

Logo, o Hamiltoniano completo para a interação é dado por

$$\mathcal{H}_{\text{int}}(n, p, e, \nu) = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3x [\bar{u}_p \gamma^\mu (C_V + C_A \gamma_5) u_n] [\bar{u}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_\nu] \quad (1.1.14)$$

onde a constante de acoplamento vetorial nuclear,  $C_V$ , pode ser combinada com  $G$  dando origem conhecida constante de Fermi para o decaimento  $\beta$  nuclear  $G_\beta = GC_V$ .

Além desta propriedade peculiar, a Interação Fraca foi responsável pela compreensão da ocorrência de certos decaimentos. Como pode ser visto experimentalmente [7, 8], neutrinos pertencem à família dos léptons, onde elétrons, múons e táuons são acompanhados de seus respectivos neutrinos, tendo suas propriedades descritas na Tab.1.2. Isto vem explicar porque certos decaimentos não são vistos como esperado. Por exemplo, o decaimento

Léptons	Massa (MeV)	Tempo de vida (s)
$e$	$0.51099892 \pm 0.00000004$	$> 1.450656 \times 10^{34}$
$\nu_e$	$< 2 \times 10^{-6}$	$\infty$
$\mu$	$105.658369 \pm 0.000009$	$(2.19703 \pm 0.00004) \times 10^{-6}$
$\nu_\mu$	$< 0.19$	$\infty?$
$\tau$	$1776.99 \begin{matrix} +0.29 \\ -0.26 \end{matrix}$	$(290.6 \pm 1.0) \times 10^{-15}$
$\nu_\tau$	$< 18.2$	$?$

Tab. 1.2: Propriedades dos componentes da família dos léptons [9].

do múon ocorre fracamente originando o estado  $e + \nu_e + \nu_\mu$  e não eletromagneticamente  $e + \gamma$ . Portanto, isto confirma a hipótese já levantada [10, 11] de que existe uma quantidade conservada nos processos envolvendo léptons, a qual foi chamada de número leptônico. Isto impossibilita a existência de processos onde, por exemplo, múons sejam relacionados a neutrinos do elétron ou do táuon, ou seja, de diferentes gerações.

### 1.1.3 Interação por correntes leptônicas

Como visto anteriormente, o termo leptônico descrito no Hamiltoniano de interação Eq.(1.1.14) relembra a contribuição de corrente eletromagnética presente na Eletrodinâmica. Por esta analogia, se faz imediata a introdução da chamada corrente leptônica fraca

$$\begin{aligned}
 J_\mu^{(L)}(x) &= \bar{u}_e(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_{\nu_e}(x) + \bar{u}_\mu(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_{\nu_\mu}(x) + \bar{u}_\tau(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_{\nu_\tau}(x) \\
 &= J_\mu^{(e)}(x) + J_\mu^{(\mu)}(x) + J_\mu^{(\tau)}(x).
 \end{aligned}
 \tag{1.1.15}$$

Por conseguinte, efetua-se a generalização da parte leptônica do Hamiltoniano de interação por considerar a corrente fraca leptônica

$$\mathcal{H}_{\text{int}}^{(L)} = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3x J_\mu^{(L)\dagger}(x) J_\mu^{(L)}(x).
 \tag{1.1.16}$$

Como se pode ver, cada geração da família de léptons irá interagir com a sua própria e com as outras duas famílias. Como resultado, a interação através de correntes leptônicas representa processos envolvendo partículas de cada família, como, por exemplo, o espalhamento neutrino-elétron ( $e^- + \nu_e \rightarrow e^- + \nu_e$ ) e o decaimento do múon ( $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ ).

Porém, nem todos os processos serão permitidos, como o caso do espalhamento elétron-neutrino do múon. Segundo o produto de correntes, é necessário que as partículas envolvidas no processo sejam convertidas em partículas de sua geração, ou seja, que estas troquem sua carga de uma unidade, mantendo conservado o número leptônico e a carga elétrica no processo. Com isso, o processo envolvendo elétrons e neutrinos do múon só serão possíveis caso o produto final seja neutrinos do elétron e múons

$$e^- + \nu_\mu \rightarrow \nu_e + \mu,
 \tag{1.1.17}$$



ou vice-versa. Esta propriedade da interação envolvendo correntes leptônicas é chamada de transições de correntes carregadas.

Ao contrário do que dizia a Teoria de Fermi, experimentos foram elaborados a fim de confirmar a existência (ou não) dos processos ditos não-permitidos, processos onde não há a troca de carga das partículas participantes. Entretanto, as seções de choque destes processos são extremamente pequenas, estando em uma faixa entre 0.1 fb e  $10^{-4}$  fb.

Inesperadamente, a existência destes processos foi estabelecida dentro da faixa esperada para as seções de choque [12], trazendo à tona um dos primeiros problemas da Teoria de Fermi. Este processo até então não previsto pode ser explicado pela conservação dos números do elétron e do múon individualmente. Diferentemente do que ocorre na Interação de Corrente Carregada, neste caso o elétron incidente não troca uma unidade de sua carga, sendo o mesmo elétron do estado final. O mesmo ocorre com o neutrino do múon, deixando claro que no caso desta interação não há a troca de carga entre os participantes, dando o nome desta interação como Interação de Corrente Neutra.

Com o intuito de incorporar este novo fenômeno à Teoria de Fermi, é necessária a implementação de uma nova Corrente Leptônica, substituindo a expressão anterior por outra a fim de levar em conta a possibilidade de interação via Corrente Neutra

$$\bar{u}_{\nu_\mu} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_{\nu_\mu} \quad (1.1.18a)$$

$$\bar{u}_e \gamma_\mu (g_V - g_A \gamma_5) u_e. \quad (1.1.18b)$$

Com essa substituição, o caráter negativo da helicidade dos neutrinos em processos de espalhamento é mantido. Como se pode ver, o termo relacionado aos neutrinos caracteriza uma transição sem troca de carga, já que ambos não possuem carga elétrica. No caso dos elétrons, da mesma forma, conservam a sua carga elétrica antes e depois do processo. Esta é a propriedade principal da Interação de Corrente Neutra, o que ocorre de forma idêntica no caso da Interação Eletromagnética, onde as partículas envolvidas também conservam sua carga, a qual também pode ser chamada de Interação Neutra.

Efetuada a mesma substituição no Hamiltoniano de Interação, é possível obter a seção de choque do processo de espalhamento no limite de altas energias

$$\frac{\bar{\sigma}}{E_{\nu,\bar{\nu}}} = \frac{2G^2 m_e}{3\pi} (g_V^2 \pm g_V g_A + g_A^2) \quad (1.1.19)$$

onde  $m_e$  é a massa do elétron e o sinal (+) denota a seção de choque do processo neutrino do múon e um elétron e o sinal (-) envolvendo o anti-neutrino do múon.

Enfim, através desta expressão, se comparam os resultados teóricos e experimentais a fim de obter os valores das constantes  $g_A$  e  $g_V$ , as quais possuem os valores mais confiáveis [13]

$$g_V = 0.043 \pm 0.063 \quad (1.1.20a)$$

$$g_A = -0.545 \pm 0.056, \quad (1.1.20b)$$

o que evidencia que a corrente fraca neutra do elétron possui um acoplamento aproximadamente vetor axial puro.

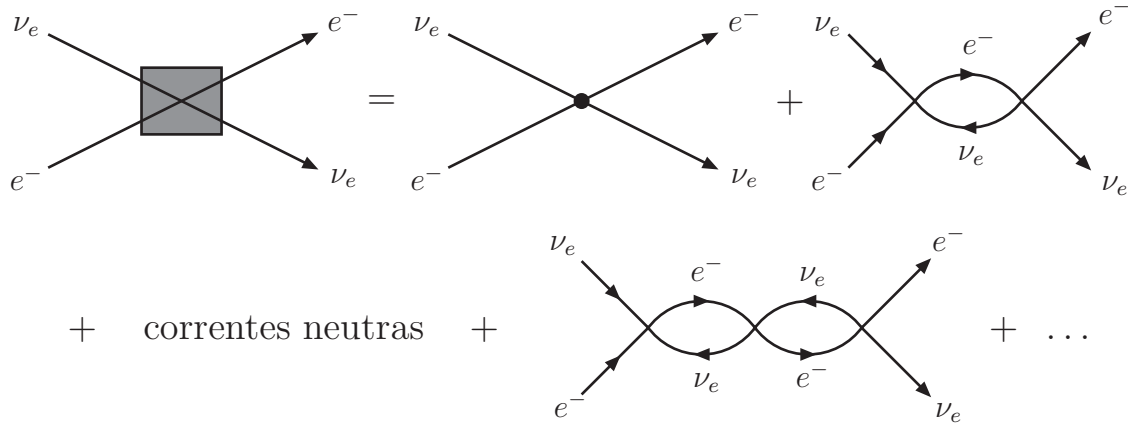


Fig. 1.1: Contribuições de altas ordens para o espalhamento neutrino-elétron.

### 1.1.4 Divergências em processos de mais alta ordem

Como foi visto anteriormente, a Teoria de Fermi neste ponto é incompleta, devido ao fato de não prever a existência da Interação de Corrente Neutra. Uma forma de introduzi-la na teoria foi tentada, porém, apoiando-se nas evidências experimentais, deixando de lado o formalismo original. Com o auxílio das constantes  $g_A$  e  $g_V$  pode-se resolver o problema de incorporar a Corrente Neutra ao Hamiltoniano de interação, mas o acoplamento  $V - A$  não foi capaz de prever teoricamente este fenômeno.

Além disso, analisando as expressões para as seções de choque para os espalhamentos envolvendo neutrinos e anti-neutrinos, se pode notar um crescimento com o aumento da energia de centro-de-massa. A fim de contornar estes problemas, é imprescindível o cálculo a mais altas ordens em teoria da perturbação; tais processos são ilustrados pelos diagramas da Fig.1.1.

O cálculo em segunda ordem de teoria de perturbação para um processo envolvendo a Interação Fraca pode ser efetuado levando-se em conta os estados inicial e final, os quais referem-se à interação de Corrente Neutra ou de Corrente Carregada, além de considerar a região de interação entre os vértices do diagrama. Para tanto, recorre-se às Regras de Feynman, onde acrescentamos um propagador para as partículas que mediam a interação entre dois vértices, no caso, férmions. Assim, o elemento da matriz de espalhamento pode ser calculado como

$$\begin{aligned}
 S^{(2)}(\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-) &= -i(2\pi)^4 \left( \frac{G_F^2}{2} \right) \frac{\delta^4(p' + k' - p - k)}{\sqrt{16V^4 k_0 p_0 k'_0 p'_0}} \\
 &\times \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \left[ \bar{u}_e(\mathbf{p}', s') \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \left( \frac{1}{\not{p} + \not{q}} \right) \gamma_\nu (1 - \gamma_5) u_e(\mathbf{p}, s) \right] \\
 &\times \left[ \bar{u}_{\nu_e}(\mathbf{k}', t') \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \left( \frac{1}{\not{k} - \not{q} - m_e} \right) \gamma^\nu (1 - \gamma_5) u_{\nu_e}(\mathbf{k}, t) \right]. \quad (1.1.21)
 \end{aligned}$$

Porém, como se pode ver, a integral em relação ao quadri-momentum  $q$  diverge

$$S^{(2)} \simeq G^2 \int \frac{d^4 q}{q^2} \simeq G^2 \int_0^\infty \frac{q^3 dq}{q^2} \simeq G^2 \int_0^\infty q dq \rightarrow \infty. \quad (1.1.22)$$

Este tipo de divergência em relação a mais alta ordem na constante de acoplamento, neste caso na constante de acoplamento de Fermi  $G$  ocorre igualmente na QED. No diagrama chamado polarização do vácuo, um diagrama de auto-energia relacionado ao vácuo também gera uma integral divergente. Porém, como a QED é uma teoria de gauge, podem-se usar propriedades de simetria a fim de eliminar a divergência [2]. Contudo, a Teoria de Fermi não é uma teoria de gauge e neste ponto não se pode utilizar uma analogia com a QED. Enfim, esta divergência é natural na teoria, sendo explicada pela exigência de a interação entre as partículas proceder num mesmo ponto do Espaço-tempo. O que pode ser extraído da QED é a interação entre elétrons, por exemplo, ocorrer por meio da troca de uma partícula virtual, no caso, um fóton. Para a Teoria de Fermi, especula-se a possibilidade de o neutrino e o elétron então trocarem um bóson mediador, baseada na idéia de Yukawa, a fim de eliminar a divergência proveniente dos propagadores. Para tal, e em analogia com a QED, elabora-se um acoplamento efetivo, o qual depende do momentum transferido

$$G_{\text{efetivo}}(q^2) = \frac{g^2}{q^2 - M_W^2} \xrightarrow{q \rightarrow \infty} \frac{g^2}{q^2} \quad (1.1.23)$$

onde  $g$  é uma constante de acoplamento adimensional que representa o vértice  $\nu_e e W$ . Como estamos tratando de uma Interação de Corrente Carregada ou uma Interação de Corrente Neutra, espera-se que existam dois tipos de bósons mediadores, W e Z, pois, dependendo do tipo de interação, estes devem ou não possuir carga elétrica.

Para computar a contribuição total referente à troca dos bósons W e Z, é necessário adicionar o termo para o segundo vértice

$$G_{\text{efetivo}}([p' - p - q]^2) = \frac{g^2}{(p' - p - q)^2 - M_W^2} \xrightarrow{q \rightarrow \infty} \frac{g^2}{q^2}, \quad (1.1.24)$$

ou seja, retomando a integral em relação a  $q$ , obtemos um resultado não mais divergente

$$S^{(2)} \simeq g^4 \int \frac{d^4 q}{q^2} \left( \frac{1}{q^2} \right)^2 \simeq g^4 \int \frac{dq}{q^3}. \quad (1.1.25)$$

Entretanto, como já foi visto nas seções precedentes, as Interações de Corrente Carregada e de Corrente Neutra possuem, praticamente, um acoplamento vetor axial. Logo, os bósons mediadores devem acoplar com correntes vetoriais  $j_\mu$ , sendo propagadores de spin 1 descritos por campos vetoriais da mesma forma como ocorre com o fóton da QED. Tais propagadores têm a forma

$$D_{\mu\nu}^{(M_{W,Z})}(q^2) = -\frac{g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_{W,Z}^2}{q^2 - M_{W,Z}^2} \rightarrow \frac{q_\mu q_\nu}{q^2 M_{W,Z}^2} \xrightarrow{q^2 \rightarrow \infty} \frac{\text{cte}}{M_{W,Z}^2}. \quad (1.1.26)$$

Como se pode ver, o aparecimento dos quadri-momenta no numerador torna esta teoria não-renormalizável. No caso da QED, como o fóton é uma partícula sem massa, o seu propagador não possui o mesmo problema, fazendo com que a teoria se torne renormalizável.

Este ponto é crucial para o sucesso da teoria: pela Interação de Corrente Carregada e Corrente Neutra, é necessário existir propagadores massivos a fim de intermediar a interação entre um neutrino e seu lépton no limite de pequeno momentum transferido. Contudo, para

que a teoria se mantenha renormalizável, é imprescindível que os propagadores envolvidos no processo tenham uma forma assintótica similar a de uma partícula sem massa. No limite de  $q^2 \rightarrow 0$  os vértices devem ter a forma [3]

$$G_{\text{efetivo}}(q^2) = g^2 D_{\mu\nu}(q^2) \rightarrow G \quad (1.1.27)$$

o qual, claramente, não se cumpre com o propagador de uma partícula sem massa. Entretanto, no caso dos bósons W e Z com massa  $M_{W,Z}$  tem-se

$$G_{\text{efetivo}}(q^2) \xrightarrow{q^2 \rightarrow 0} \frac{g^2}{M_{W,Z}^2} = G. \quad (1.1.28)$$

Portanto, é necessária uma forma de incorporar propagadores sem massa a teoria, porém, de alguma forma, estes devem adquirir massa no limite de pequeno momentum transferido.

## 1.2 Geração de massa das partículas

### 1.2.1 Quebra espontânea de simetria

Devido às propriedades da Interação Fraca se torna necessário encontrar um modo de incorporar a ela um propagador referente a uma partícula massiva, tornando-a simultaneamente em uma teoria de gauge. Para tal, utiliza-se o Mecanismo de Higgs por meio do qual, pela interação de um campo físico com um campo secundário, chamado campo de Higgs, poderá surgir um campo massivo remanescente do campo original.

Para introduzir este método, deve-se ter em mente a idéia de quebra espontânea de simetria. Esta quebra pode ser vista em teorias pelas quais se pode quebrar uma invariância frente a um dado grupo de simetrias. Outro caso seria a quebra de simetria quando existe um Lagrangiano invariante a um certo grupo de simetrias, porém o seu estado de vácuo (ou fundamental) não obedece tal propriedade. Existem exemplos na Natureza deste caso, o qual é chamado de quebra espontânea de simetria. Este estado de vácuo corresponde ao valor esperado do vácuo tomado em relação ao campo em questão.

A fim de visualizar esta quebra de simetria, pode-se introduzir o campo real com auto-interação de quarta ordem

$$L = \frac{1}{2} [(\partial^\mu \phi)(\partial_\mu \phi) - \mu^2 \phi^2] - \frac{\lambda}{4!} \phi^4 \quad (1.2.1)$$

pelo qual se obtém as equações de campo

$$(\square + \mu^2)\phi + \frac{\lambda}{3!}\phi^3 = 0. \quad (1.2.2)$$

Um campo constante  $\phi_0$ , independente de  $x$ , será solução destas equações caso se cumpra

$$\phi_0 (\mu^2 + \frac{\lambda}{3!}\phi_0^2) = 0. \quad (1.2.3)$$

A partir do Lagrangiano anterior, pode-se escrever o Hamiltoniano referente à interação

$$H = \frac{1}{2} [\pi^2 - (\vec{\nabla}\phi)^2 + \mu^2 \phi^2] + \frac{\lambda}{4!} \phi^4 \quad (1.2.4)$$

onde  $\pi(x) = \partial^0 \phi(x)$ . A solução encontrada para as equações de campo ( $\phi_0$ ) é o campo referente ao mínimo de energia deste Hamiltoniano, ou seja, o estado de vácuo. Neste caso, considera-se o Hamiltoniano como positivo-definido, isto é,  $\lambda > 0$ , fazendo com que a posição do mínimo de energia dependa da quantidade  $\mu^2$ . Quando esta quantidade for positiva ( $\mu^2 > 0$ ), a única solução  $\phi_0$  das equações de campo será  $\phi_0 = 0$ . Esta quantidade  $\mu$  pode ser encarada como a massa do campo em questão.

Considerando que a quantidade  $\mu^2$  seja negativa, obtém-se as soluções

$$\phi_{0(+)} = +\sqrt{-\frac{6\mu^2}{\lambda}} \equiv \phi_0 \quad (1.2.5a)$$

$$\phi_{0(-)} = -\sqrt{-\frac{6\mu^2}{\lambda}} \quad (1.2.5b)$$

ou seja, o potencial terá os pontos de mínimo definidos, como é ilustrado pela Fig.1.2,

$$U(\phi_0) = 0 \quad (1.2.6a)$$

$$U(\phi_{0(+)}) = U(\phi_{0(-)}) = -\frac{3\mu^4}{2\lambda}. \quad (1.2.6b)$$

Claramente se nota que o Lagrangiano introduzido na Eq.(1.2.1) possui a simetria de reflexão  $\phi \rightarrow -\phi$ , tornando o estado de vácuo degenerado. Para que se possa fazer o desenvolvimento de  $U(\phi)$ ,  $H(\phi)$  e  $L(\phi)$  não é necessário que o campo  $\phi_0$  tenha um valor específico, podendo tomar quaisquer das duas possibilidades. Porém, uma vez escolhido o estado de vácuo, a simetria é espontaneamente quebrada.

A fim de visualizar isso, escolhe-se um estado de vácuo específico a fim de quebrar a simetria do Lagrangiano

$$L(\phi' = \phi - \phi_0) = \frac{1}{2} [(\partial^\mu \phi')(\partial_\mu \phi') - m^2 \phi'^2] - \frac{\lambda \phi_0}{3!} \phi'^3 - \frac{\lambda}{4!} \phi'^4 + (\text{ctes}) \dots \quad (1.2.7)$$

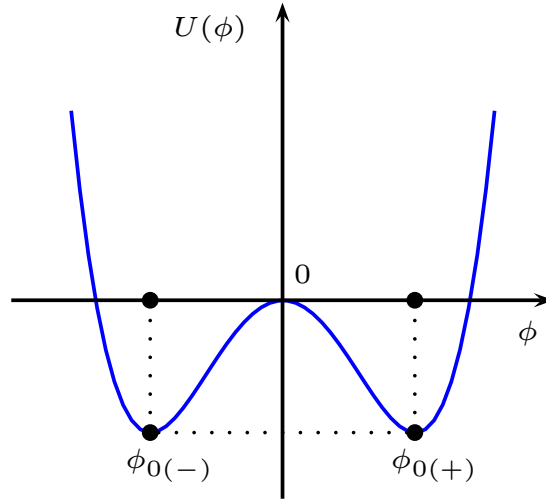
onde  $m^2 = 2|\mu^2|$  e termos constantes são descartados. Como se pode notar, o campo  $\phi'$  possui as propriedades de um campo físico: seu estado de vácuo é  $\phi'_0 = 0$  e adquire massa positiva  $\sqrt{2|\mu^2|}$  com uma interação cúbica  $\phi'^3$  ao invés de uma interação de quarta ordem. Como esperado, a invariância frente à simetria de reflexão é quebrada, pois o Lagrangiano não mais é invariante frente à troca  $\phi' \rightarrow -\phi'$ . Como se pode ver na Eq.(1.2.6b), a adição de uma constante, referente ao mínimo do potencial  $U(\phi)$ , desloca o estado de vácuo para a posição de energia potencial nula

$$U'(\phi) = \frac{\lambda}{4!} (\phi^2 - \phi_0^2)^2. \quad (1.2.8)$$

O interessante a notar é que, partindo de um campo genérico com uma dada massa, no caso imaginária, pode-se transformar a teoria através da quebra de uma dada simetria, passando para um campo com massa real.

## 1.2.2 Bósons de Goldstone

A simetria em relação aos dois estados possíveis para estado de vácuo nos exemplifica uma simetria do tipo discreta. No entanto, existem outras simetrias onde o gerador do grupo em



**Fig. 1.2:** Potencial que define os dois possíveis estados de vácuo.

questão tem caráter contínuo. A análise da quebra espontânea de simetria com a introdução deste grupo contínuo de simetrias torna-se essencial para a descrição da Interação Fraca como uma teoria de campos de gauge.

Inicialmente, considera-se o Lagrangiano de dois campos  $\phi_1(x)$  e  $\phi_2(x)$  não-interagentes

$$L = \frac{1}{2} [(\partial^\mu \phi_1)(\partial_\mu \phi_1) + (\partial^\mu \phi_2)(\partial_\mu \phi_2) - \mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2)] - \frac{\lambda}{4!}(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2. \quad (1.2.9)$$

Escolhe-se este Lagrangiano como sendo invariante frente a rotações no plano  $\phi_1, \phi_2$ , isto é, grupo SO(2)

$$\begin{pmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\text{sen } \alpha \\ \text{sen } \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}. \quad (1.2.10)$$

A energia potencial é a mesma expressa anteriormente, porém, para dois campos,

$$U(\phi_1, \phi_2) = \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{\lambda}{4!}(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (1.2.11)$$

a qual possui um mínimo definido pela equação

$$\frac{\partial U}{\partial \phi_1} = \phi_1 \left[ \mu^2 + \frac{\lambda}{3!}(\phi_1^2 + \phi_2^2) \right] = 0 \quad (1.2.12a)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \phi_2} = \phi_2 \left[ \mu^2 + \frac{\lambda}{3!}(\phi_1^2 + \phi_2^2) \right] = 0. \quad (1.2.12b)$$

Efetuada a mesma análise feita na seção anterior, considera-se  $\mu^2 < 0$  e  $\lambda > 0$ , o que leva a uma equação para os mínimos dos campos  $\phi_1$  e  $\phi_2$  da forma

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = \phi_0^2 = -\frac{6\mu^2}{\lambda} \quad (1.2.13)$$

ou seja, os estados de vácuo são os pontos  $\phi_1$  e  $\phi_2$  que se encontram sobre a circunferência definida pela Eq.(1.2.13), ilustrada na Fig.1.3, e se transformam um no outro através do

grupo  $SO(2)$ . A escolha do estado de vácuo é arbitrária, podendo deslocar os eixos do plano  $\phi_1, \phi_2$  de forma que se possa encontrar o valor desejado. Efetuando uma escolha, é possível obter o estado de vácuo

$$\phi_{1(+)} = \phi_0 \quad \phi_{2(+)} = 0 \quad (1.2.14)$$

a qual quebrará espontaneamente a simetria, gerando um campo físico massivo, neste caso, o campo  $\phi_1$ . Seguindo a álgebra anterior, expressa-se os campos iniciais em função do estado de vácuo designado

$$\phi'_1 = \phi_1 - \phi_0 \quad \phi'_2 = \phi_2 \quad (1.2.15)$$

o que leva ao Lagrangiano

$$L = \frac{1}{2} [(\partial^\mu \phi'_1)(\partial_\mu \phi'_1) - m^2 \phi'_1] + \frac{1}{2}(\partial^\mu \phi'_2)(\partial_\mu \phi'_2) - \frac{\lambda \phi_0}{3!}(\phi'^2_1 + \phi'^2_2)\phi'_1 - \frac{\lambda}{4!}(\phi'^2_1 + \phi'^2_2)^2 \quad (1.2.16)$$

onde se nota a interação entre os campos pelo quarto termo além do que o campo  $\phi'_1$  adquire massa

$$m = \sqrt{2|\mu|^2} = \sqrt{\frac{\lambda \phi_0^2}{3}}, \quad (1.2.17)$$

enquanto o campo  $\phi'_2$  se mantém não-massivo, o qual é chamado de bóson de Goldstone [14], ilustrando o Teorema de Goldstone, o qual afirma a existência de bósons sem massa remanescentes da quebra de simetria.

Considerando um campo vetorial real  $n$ -dimensional  $\varphi$ , o qual possui componentes sendo campos escalares

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{pmatrix}, \quad (1.2.18)$$

tem-se o Lagrangiano correspondente

$$L = \frac{1}{2}(\partial^\mu \varphi)(\partial_\mu \varphi) - U(\varphi). \quad (1.2.19)$$

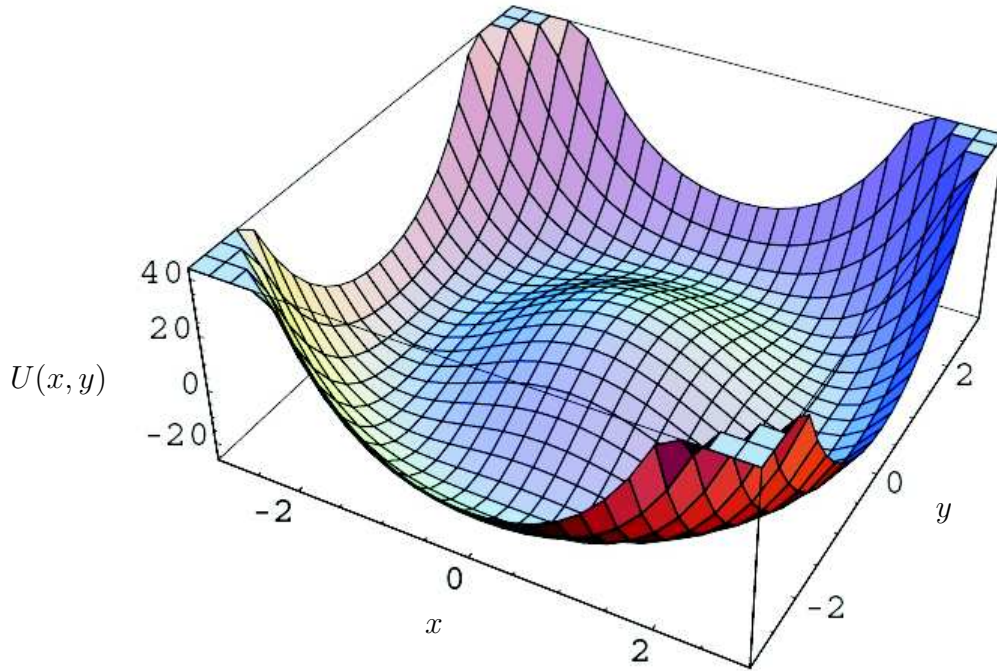
Tomando  $G$  como sendo um grupo contínuo que torna o potencial  $U(\varphi)$  invariante, existirão  $N$  geradores  $T_\alpha$  com parâmetro infinitesimal  $\omega_\alpha$ , transformando o campo  $\varphi$  na forma

$$\varphi \rightarrow \varphi' = (\mathbb{1} + i\omega_\alpha T_\alpha) \varphi. \quad (1.2.20)$$

As matrizes  $T_\alpha$  são a representação dos geradores em matrizes  $n \times n$ .

Portanto, com o uso deste grupo de simetrias, é possível obter a relação

$$(M^2)_{pk} (T_\alpha)_{k\ell} a_\ell = 0 \quad (\alpha = 1, \dots, N) \quad (1.2.21)$$



**Fig. 1.3:** *Potencial tridimensional gerado pelos campos de Higgs. Os estados de vácuo possíveis encontram-se na circunferência que determina os pontos mínimos do gráfico.*

onde  $M^2$  corresponde a matriz quadrada de massa.

Caso após a escolha do estado de vácuo ainda exista um sub-grupo  $g$  de dimensão  $n$  que permaneça como uma simetria deste estado, logo, para qualquer gerador deste sub-grupo, a igualdade é válida

$$(T_\alpha)_{kl} a_l = 0 \quad (\alpha = 1, \dots, n \leq N) \quad (1.2.22)$$

enquanto para os geradores do grupo  $G - g$ , de dimensão  $N - n$ , o qual quebra a simetria, tem-se

$$(T_\alpha)_{kl} a_l \neq 0. \quad (\alpha = n + 1, \dots, N) \quad (1.2.23)$$

Portanto, a expressão Eq.(1.2.21) para  $(M^2)_{pk}$  informa a existência de  $N - n$  autovalores para a matriz quadrada de massa, ou seja,  $N - n$  bósons sem massa.

Aparentemente, este resultado trazia uma nova possibilidade para a geração de massa das partículas, principalmente para o caso dos bósons de gauge da Interação Fraca. Porém, como não havia nenhuma observação de bósons sem massa, e sem spin, na Teoria de Partículas na década de 60, a quebra espontânea de simetria não foi aceita de imediato.

Alguns anos mais tarde, uma série de propostas surgiram [15, 16, 17, 18] afirmando que a introdução da quebra espontânea de simetria para campos escalares nas teorias de gauge levava ao desaparecimento dos bósons de Goldstone, possibilitando o surgimento de campos vetoriais massivos resultantes da transformação de campos de gauge.



### 1.2.3 Mecanismo de Higgs

A fim de expressar o mecanismo pelo qual se obtém campos vetoriais massivos sem a presença de bósons de Goldstone, expressa-se o Lagrangiano Eq.(1.2.9) em termos de campos escalares complexos

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_1(x) + i\varphi_2(x)] \quad (1.2.24a)$$

$$\varphi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\varphi_1(x) - i\varphi_2(x)], \quad (1.2.24b)$$

ou seja,

$$L_\varphi = (\partial^\mu \varphi)^* (\partial_\mu \varphi) - \mu^2 \varphi^* \varphi - \frac{\lambda}{3!} (\varphi^* \varphi)^2. \quad (1.2.25)$$

Como se pode notar, este Lagrangiano é invariante frente às transformações do grupo de rotações SO(2) definidas pela Eq.(1.2.10)

$$\varphi(x) \rightarrow \tilde{\varphi}(x) = U \varphi(x) = e^{i\alpha} \varphi(x). \quad (1.2.26)$$

Assumindo que as rotações antes consideradas globais, ou seja, o parâmetro que define a transformação é uma constante, passem a ser consideradas locais: o parâmetro é uma função dependente da posição do Espaço-tempo

$$\tilde{\varphi}(x) = U(x)\varphi(x) = e^{ig\theta(x)}\varphi(x). \quad (1.2.27)$$

Entretanto, frente a esta propriedade das transformações locais, o Lagrangiano Eq.(1.2.25) deixa de ser invariante devido ao surgimento de um termo relacionando à derivada do parâmetro do grupo de rotações

$$(\partial^\mu \varphi)^{*'} = -ig e^{-ig\theta(x)} [\partial^\mu \theta(x)] \varphi^\dagger + e^{-ig\theta(x)} (\partial^\mu \varphi)^\dagger \quad (1.2.28a)$$

$$(\partial_\mu \varphi)' = ig e^{ig\theta(x)} [\partial_\mu \theta(x)] \varphi + e^{ig\theta(x)} (\partial_\mu \varphi) \quad (1.2.28b)$$

as quais podem ser reexpressas como

$$(\partial^\mu \varphi)^* = e^{-ig\theta(x)} (\partial^\mu - ig\partial^\mu \theta) \varphi^\dagger \quad (1.2.29a)$$

$$(\partial_\mu \varphi) = e^{ig\theta(x)} (\partial_\mu + ig\partial_\mu \theta) \varphi, \quad (1.2.29b)$$

o que mostra que o Lagrangiano não é invariante frente às transformação de gauge locais.

Em analogia com a QED, é necessário encontrar uma derivada generalizada a qual obedece a lei de transformação imposta a  $\varphi(x)$ . Para tal, é possível introduzir um campo de gauge  $a_\mu(x)$  a fim de tornar o Lagrangiano Eq.(1.2.25) invariante frente às transformações locais de simetria. Assim sendo, a derivada em questão pode ser escrita como

$$D^\mu \varphi(x) = [\partial^\mu + ig a^\mu(x)] \varphi(x) \quad (1.2.30a)$$

$$[D^\mu \varphi(x)]^\dagger \equiv D^{\mu*} \varphi^\dagger(x) = [\partial^\mu - ig a^\mu(x)] \varphi^\dagger(x) \quad (1.2.30b)$$

onde a quantidade  $D^\mu$  é chamada de derivada covariante e o campo de gauge  $a^\mu(x)$  obedece a lei de transformação

$$a'_\mu = U a_\mu U^{-1} + i(\partial_\mu U)U^{-1}, \quad (1.2.31)$$

a qual, no caso de transformações locais mediadas pelo parâmetro  $\theta(x)$ , tem a forma

$$a^\mu(x) = a^\mu(x) - \partial^\mu \theta(x), \quad (1.2.32)$$

transformação esta aplicada simultaneamente com a transformação do campo  $\varphi(x)$  [Eq.(1.2.27)].

Finalmente, o Lagrangiano construído com os campos  $\varphi(x)$ ,  $\varphi^\dagger(x)$ ,  $a^\mu(x)$  e com a derivada covariante é um invariante de gauge, obtido como resultado da aplicação das transformações Eq.(1.2.27, 1.2.30, 1.2.32)

$$(D'^\mu \varphi')^\dagger \Omega (D'_\mu \varphi') = (D^\mu \varphi) \Omega (D_\mu \varphi), \quad (1.2.33)$$

onde o operador  $\Omega$  representa tais transformações. Como  $a^\mu(x)$  se trata de um campo de gauge, o Lagrangiano físico deve conter o seu termo de energia cinética, o qual tem a forma invariante

$$L_a = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu}(x) F_{\mu\nu}(x) \quad (1.2.34)$$

onde  $F^{\mu\nu} = \partial^\nu a^\mu(x) - \partial^\mu a^\nu(x)$ . Como consequência, surge a relação de comutação

$$[D_\mu, D_\nu] = -ig [\partial_\nu a_\mu(x) - \partial_\mu a_\nu(x)] = -ig F_{\mu\nu} \quad (1.2.35)$$

fornecendo o Lagrangiano físico final

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + (D^\mu \varphi)^* (D_\mu \varphi) - \mu^2 \varphi^* \varphi - \frac{\lambda}{3!} (\varphi^* \varphi)^2. \quad (1.2.36)$$

Como foi assumido antes, consideramos  $\lambda > 0$  e  $\mu^2 < 0$ , o que leva o mínimo da energia potencial escalar ocorrer para

$$\varphi^* \varphi = \frac{\phi_0^2}{2} = -\frac{1}{2} \left( \frac{6\mu^2}{\lambda} \right) = -\frac{3\mu^2}{\lambda}. \quad (1.2.37)$$

A quebra das simetrias consideradas até aqui [Eq.(1.2.27) e Eq.(1.2.32)] ocorre quando um dos possíveis estados de vácuo é escolhido, como, por exemplo,

$$\varphi_0 = \frac{\phi_0}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad \varphi_{1(0)} = \phi_0 \quad , \quad \varphi_{2(0)} = 0 \quad (1.2.38)$$

levando ao Lagrangiano

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} g^2 \phi_0^2 a^\mu a_\mu + \frac{1}{2} [(\partial^\mu \varphi'_1)(\partial_\mu \varphi'_1) - m^2 \varphi'^2_1] \\ &+ \frac{1}{2} (\partial^\mu \varphi'_2)(\partial_\mu \varphi'_2) - \frac{\lambda}{3!} \phi_0 (\varphi'^2_1 + \varphi'^2_2) \varphi'_1 - \frac{\lambda}{4!} (\varphi'^2_1 + \varphi'^2_2)^2 \\ &+ \text{termos de acoplamento entre } \varphi \text{ e } a^\mu \dots \end{aligned} \quad (1.2.39)$$

onde  $m^2 = -2\mu^2$ ,  $\mu^2 < 0$ . A novidade neste Lagrangiano é o segundo termo da expressão acima, o qual corresponde à massa do campo  $a^\mu(x)$  sendo igual a  $m_v = g\phi_0$ .

As transformações de gauge para os novos campos são agora

$$\tilde{\varphi}' + \frac{\phi_0}{\sqrt{2}} = e^{ig\theta(x)} \left\{ \varphi'(x) + \frac{\phi_0}{\sqrt{2}} \right\}. \quad (1.2.40)$$

Logo,

$$\tilde{\varphi}'_1 = \cos [g\theta(x)] \left( \varphi'_1 + \frac{\phi_0}{\sqrt{2}} \right) - \text{sen} [g\theta(x)] \varphi'_2 - \frac{\phi_0}{\sqrt{2}} \quad (1.2.41a)$$

$$\tilde{\varphi}'_2 = \cos [g\theta(x)] \varphi'_2 + \text{sen} [g\theta(x)] \left( \varphi'_1 + \frac{\phi_0}{\sqrt{2}} \right) \quad (1.2.41b)$$

$$\tilde{a}^\mu(x) = a^\mu(x) - \partial^\mu\theta(x). \quad (1.2.41c)$$

Entretanto, existe uma diferença entre este Lagrangiano e aquele antes da introdução do campo de gauge  $a^\mu(x)$ : anteriormente, existiam quatro componentes do campo vetorial sem massa juntamente com  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$ ; posteriormente, observa-se as componentes  $\varphi'_1$  e  $\varphi'_2$  além das três componentes do campo vetorial massivo, ou seja, existe um campo espúrio na descrição final. Como foi feito no caso dos bósons de Goldstone, através de uma transformação de gauge, a eliminação deste campo é efetuada. Assim, efetua-se a troca de variáveis

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\rho(x) + \phi_0] e^{igw(x)/\phi_0} \quad (1.2.42a)$$

$$a_\mu(x) = C_\mu - \frac{1}{\phi_0} \partial_\mu w(x). \quad (1.2.42b)$$

Os novos campos são  $\rho(x)$ ,  $w(x)$  e  $C_\mu$  e o valor  $\phi_0$  em  $\varphi$  determina o mínimo da energia potencial, sendo essencial para esta transformação que  $\phi_0 \neq 0$ . Com estes novos campos pode-se obter

$$D_\mu \varphi \equiv (\partial_\mu + ig a_\mu) \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \partial_\mu \rho(x) + ig C_\mu [\rho(x) + \phi_0] \} e^{igw(x)/\phi_0} \quad (1.2.43)$$

recaindo, então, no Lagrangiano

$$L = -\frac{1}{4} C^{\mu\nu} C_{\mu\nu} + \frac{m_v^2}{2} C^\mu C_\mu - \frac{1}{2} (\partial^\mu \rho)(\partial_\mu \rho) \quad (1.2.44)$$

$$- \frac{m_\rho^2}{2} \rho^2 - \frac{\lambda}{4!} \rho^4 - \frac{\lambda \phi_0}{3!} + \frac{g^2}{2} C^\mu C_\mu (\rho^2 + 2\rho\phi_0). \quad (1.2.45)$$

Neste Lagrangiano, existem dois campos massivos: o campo  $C_\mu$ , com massa igual a  $m_v = g\phi_0$ , e o campo  $\rho$ , com massa  $m_\rho = \sqrt{2|\mu|^2}$ . O bóson de Goldstone, descrito pelo campo  $w(x)$ , como se pode ver, não está presente no Lagrangiano final. Isto ocorre pois o grau de liberdade que existia sendo o bóson de Goldstone transformou-se em outro grau de liberdade do campo vetorial  $C_\mu$ , o que se manifestou com a geração de sua massa.

## 1.3 A teoria de Glashow-Salam-Weinberg

### 1.3.1 A unificação do Eletromagnetismo com a Interação Fraca

Com a descoberta do caráter vetorial das Correntes Fracas e a possível descrição da Interação Fraca através da Teoria de Campos, surgiu a idéia de unificar as teorias Eletromagnética e Fraca em uma única formulação. Devido às suas características, as teorias não apontavam nenhuma possibilidade de existir uma diferença de massa entre os campos envolvidos, isto é, tanto o campo eletromagnético quanto o campo fraco não deveriam ter massa. Como visto anteriormente, o Lagrangiano do campo fraco deveria ser invariante frente às transformações do grupo  $SO(2)$ , o que revela a sua natureza não-massiva.

Contudo, com o advento do mecanismo de Higgs e a geração de massa dos campos, foi possível pensar em unificar ambas as teorias, devido ao fato de que, mesmo com ambos os campos inicialmente sem massa, por via deste mecanismo seria possível gerar a massa necessária dos campos dos bósons  $W$  e  $Z$ , e permitindo que os demais campos permanecessem sem massa, como é o caso do campo do fóton e do neutrino.

O primeiro modelo para a unificação das teorias foi proposto [19] através da descrição de três campos vetoriais associados a três geradores do grupo  $SO(3)$ . Dessa forma, se pode identificar a corrente neutra relacionada a Interação Eletromagnética e os outros dois campos ligados aos bósons vetoriais mediadores da Interação Fraca. Porém, este modelo foi descartado devido a evidência experimental da Interação de Corrente Neutra [20], a qual não era prevista.

Com isso, outro modelo foi proposto a fim de incluir a Interação de Corrente Neutra, o qual é descrito assumindo como grupo fundamental o grupo  $SU(2) \otimes U(1)$ . Analogamente, são incluídos quatro geradores do grupo sendo  $\tau_1, \tau_2$  e  $\tau_3$  para  $SU(2)$  e  $\mathbb{1}$  para  $U(1)$ . A partir disso, e com o auxílio do mecanismo de Higgs, os campos que descrevem o fóton e os bósons vetoriais mediadores massivos são possíveis de ser obtidos.

### 1.3.2 Grupo de simetrias $SU(2)$ e $U(1)$

Para descrever o modelo da unificação das teorias em termos de campos de gauge, levando em conta as Interações de Corrente Carregada e de Corrente Neutra, é necessário introduzir os campos de gauge de Yang-Mills, os quais são fundamentados no grupo de simetrias  $SU(2)$  e descrevem campos carregados que obedecem às transformações locais de simetria. Este grupo é baseado em um grau de liberdade interno das partículas chamado isospin, o qual foi pela primeira vez introduzido por Heisenberg, que descreve o fato de que prótons e nêutrons possuem quase a mesma massa e, excluindo a interação eletromagnética entre elas, estas partículas sofrem a interação de forças que não dependem de suas cargas elétricas. Com isso, é possível determinar os chamados dubletos, os quais representam uma dada partícula

$$\Psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \end{pmatrix} \quad (1.3.1)$$

onde  $\psi_1(x)$  e  $\psi_2(x)$  representam dois estados possíveis da partícula em questão. Para exemplificar, algumas possibilidades seriam: (a) núcleon com estados de próton e nêutron, (b) um quark em estados  $u$  e  $d$ , ou (c) um lépton nos estados de elétron ou neutrino do elétron.

Como a carga elétrica é a grandeza em questão, pode-se notar que a diferença de carga entre os dois estados possíveis é sempre de uma unidade.

Neste caso, é essencial trabalhar no grupo de rotações  $SU(2)$ , onde passamos de uma transformação similar a do grupo de rotações  $SO(2)$ , com um parâmetro e um gerador, para uma transformação envolvendo três parâmetros reais  $\vec{\sigma}$  e três geradores do grupo  $\vec{\tau}$

$$\Psi'(x) = U(\vec{\sigma})\Psi(x) = \exp\left(i \vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2}\right) \Psi(x) \quad (1.3.2)$$

o qual é válido quando a massa das partículas são iguais. A diferença essencial entre os dois grupos de simetria está no tipo de rotação presente em cada grupo: o grupo de rotações  $SO(2)$  refere-se ao plano enquanto as rotações tridimensionais relacionam-se ao grupo  $SU(2)$ . Permite-se fazer uma aproximação para o caso de rotações infinitesimais no caso de partículas com massas diferentes, a qual tem a forma

$$\Psi'(x) = \left(\mathbb{1} + i \vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2}\right) \Psi(x). \quad (1.3.3)$$

Estes geradores correspondem às matrizes de Pauli e à matriz identidade

$$\mathbb{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.3.4)$$

e obedecem a certas relações de comutação que caracterizam a sua álgebra

$$[\tau_1, \tau_b] = i \varepsilon_{abc} \tau_c \quad (a, b = 1, 2, 3) \quad (1.3.5)$$

onde  $\varepsilon_{abc}$  são chamadas de constantes de estrutura do grupo

$$\varepsilon_{123} = \varepsilon_{312} = \varepsilon_{231} = 1 \quad (1.3.6)$$

$$\varepsilon_{abc} = -\varepsilon_{acb} = -\varepsilon_{bac}. \quad (1.3.7)$$

Por fim, outra grandeza empregada na descrição de campos de gauge carregados é a chamada Hipercarga, quantidade esta que é proporcional a diferença entre a carga elétrica e o isospin da partícula. Basicamente, esta grandeza esta relacionada com o grupo de simetrias  $U(1)$  de forma análoga aquela apresentada no mecanismo de Higgs. As transformações de gauge para a hipercarga são descritas por

$$\Psi'(x) = U(\theta)\Psi(x) = \exp\left(i\theta \frac{Y}{2}\right) \Psi(x) \quad (1.3.8)$$

onde  $\theta$  é uma parâmetro real e  $Y$  é o gerador do grupo de simetrias  $U(1)$ .

### 1.3.3 Teoria de Salam-Weinberg

Com o intuito de unificar as Teorias Eletromagnética e das Interações Fracas, considera-se a interação entre elétrons e neutrinos do elétron [21, 22], sabendo que neutrinos são

completamente polarizados e do tipo mão-esquerda, escrevendo-os na forma de um dubleto de mão-esquerda

$$L(x) = \begin{pmatrix} u_{\nu_L}(x) \\ u_{e_L}(x) \end{pmatrix} \quad (1.3.9)$$

onde define-se

$$u_{e_L}(x) = \frac{1}{2} (\mathbb{1} - \gamma^5) u_e(x) \quad (1.3.10a)$$

$$u_{\nu_L}(x) = \frac{1}{2} (\mathbb{1} - \gamma^5) u_\nu(x). \quad (1.3.10b)$$

Entretanto, elétrons são partículas massivas, o que corresponde a ter uma componente do tipo mão-direita do operador de campo do elétron, o qual é descrito como um singlete de isospin, sendo invariante frente às transformações do grupo SU(2),

$$R(x) = u_{e_R}(x) = \frac{1}{2} (\mathbb{1} + \gamma^5) u_e(x). \quad (1.3.11)$$

A fim de manter estes campos invariantes frente às transformações do Grupo SU(2), é necessário que estes, primeiramente, sejam sem massa. Através de transformações de gauge, utilizando o mecanismo de Higgs, a massa do campo do elétron será gerada sem afetar a invariância do Lagrangiano. Com isso, o Lagrangiano para o dubleto e o singlete de léptons corresponde a

$$\mathcal{L} = \bar{L} (i\gamma^\mu \partial_\mu) L + \bar{R} (i\gamma^\mu \partial_\mu) R \quad (1.3.12)$$

e, sendo férmions, o neutrino e o elétron são descritos através da Equação de Dirac para partículas sem massa

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu) u_\nu(x) = 0 \quad (1.3.13a)$$

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu) u_e(x) = 0. \quad (1.3.13b)$$

Para gerar a massa do elétron através do mecanismo de Higgs, é necessário introduzir campos escalares na teoria. Portanto, a Equação de Dirac que descreve o elétron deve ter a forma

$$[i\gamma^\mu \partial_\mu - g\varphi(x)] u_e(x) = 0 \quad (1.3.14)$$

para então, com uma mudança no campo escalar em função do estado de vácuo  $\phi_0$

$$\varphi'(x) = \varphi(x) - \phi_0 \quad (1.3.15)$$

produza a equação

$$[i\gamma^\mu \partial_\mu - m - g\varphi'(x)] u_e(x) = 0 \quad (1.3.16)$$

com a massa expressa como  $m = g\phi_0$ , indicando a geração de massa através do valor esperado do vácuo para  $\varphi(x)$ .

Para introduzir esta geração de massa no contexto onde escrevemos os estados de elétron e neutrino como dubleto de isospin, deve-se analisar a interação entre os campos  $L(x)$  e  $R(x)$  com campos escalares. Para isso, esta interação deve ser invariante frente ao grupo  $SU(2)$ , o que remete a escrever estes campos escalares, chamado Campo de Higgs, na forma de dubletos

$$\varphi(x) = \begin{pmatrix} \varphi_I(x) \\ \varphi_{II}(x) \end{pmatrix} \quad (1.3.17)$$

ou seja, um Lagrangiano possível tem a forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{L}(i\gamma^\mu\partial_\mu)L + \bar{R}(i\gamma^\mu\partial_\mu)R - G_{(e)}(\bar{L}\varphi R + \bar{R}\varphi^\dagger L) \\ & + (\partial^\mu\varphi^\dagger)(\partial_\mu\varphi) - M^2\varphi^\dagger\varphi - \frac{\lambda}{4!}(\varphi^\dagger\varphi)^2. \end{aligned} \quad (1.3.18)$$

Como é visível na Eq.(1.3.18), os últimos três termos correspondem à auto-interação do campo escalar e os termos relacionados à constante de acoplamento  $G_{(e)}$  definem a interação entre  $\varphi$ ,  $L(x)$  e  $R(x)$ .

Este Lagrangiano é invariante frente às transformações globais do grupo  $SU(2)$

$$L \longrightarrow L' = \exp\left(i\vec{\Lambda} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2}\right) L \quad (1.3.19a)$$

$$\varphi \longrightarrow \varphi' = \exp\left(i\vec{\Lambda} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2}\right) \varphi \quad (1.3.19b)$$

$$R \longrightarrow R' = R \quad (1.3.19c)$$

e também às transformações do grupo  $U(1)$

$$L \longrightarrow \tilde{L} = \exp\left(-\frac{i}{2}\theta\right) L \quad (1.3.20a)$$

$$\varphi \longrightarrow \tilde{\varphi} = \exp\left(\frac{i}{2}\theta\right) \varphi \quad (1.3.20b)$$

$$R \longrightarrow \tilde{R} = \exp(-i\theta) R. \quad (1.3.20c)$$

Estas transformações com fases constantes são representadas por transformações no espaço de Hilbert do tipo

$$SU(2) \longrightarrow \Omega' = e^{-i\vec{\Lambda}\cdot\vec{T}} \Omega e^{i\vec{\Lambda}\cdot\vec{T}} \quad (1.3.21a)$$

$$U(1) \longrightarrow \Omega' = e^{-i\theta\frac{Y}{2}} \Omega e^{i\theta\frac{Y}{2}} \quad (1.3.21b)$$

onde as quantidades  $\vec{T}$  e  $Y$  são os operadores isospin e hipercarga, respectivamente. Estes operadores satisfazem relações de comutação no espaço de Hilbert

$$[\vec{T}, L] = -\frac{\vec{\tau}}{2} L \quad [Y, L] = L \quad (1.3.22a)$$

$$[\vec{T}, R] = 0 \quad [Y, R] = 2R \quad (1.3.22b)$$

$$[\vec{T}, \varphi] = -\frac{\vec{\tau}}{2} \varphi \quad [Y, \varphi] = -\varphi. \quad (1.3.22c)$$

Campos	$T_3$	$Y$	$Q$
$u_{\nu_L}$	+1/2	-1	0
$u_{e_L}$	-1/2	-1	-1
$u_{e_R}$	0	-2	-1
$\varphi_I$	+1/2	+1	+1
$\varphi_{II}$	-1/2	+1	0

**Tab. 1.3:** Autovalores dos operadores  $T_3$  e  $Y$  e carga de cada campo.

Com isso, é possível obter os autovalores dos operadores isospin  $T_3$  e hipercarga  $Y$  referentes a cada campo contido no Lagrangiano, como mostra a Tab.1.3. A partir destes autovalores é possível obter a carga elétrica de cada campo através da relação

$$Q = \left( T_3 + \frac{Y}{2} \right) e, \quad (1.3.23)$$

a qual é chamada relação de Schwinger-Nishijima [10, 11].

Seguindo os mesmos passos anteriores, busca-se a invariância do Lagrangiano frente às transformações locais de simetria do grupo  $SU(2) \otimes U(1)$ . Para tal, designa-se campos vetoriais de gauge  $a_a^\mu(x)$  ( $a = 1, 2, 3$ ) e  $B^\mu(x)$ , os quais correspondem às transformações

$$L \longrightarrow L' = \exp \left\{ ig \vec{\Lambda} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} + i \frac{g'}{2} \theta(x) \right\} L \quad (1.3.24a)$$

$$\varphi \longrightarrow \varphi' = \exp \left\{ ig \vec{\Lambda} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} - i \frac{g'}{2} \theta(x) \right\} \varphi \quad (1.3.24b)$$

$$R \longrightarrow R' = \exp [ig'\theta(x)] R. \quad (1.3.24c)$$

Como definidas anteriormente, as derivadas covariantes referentes a cada campo do Lagrangiano são expressas por

$$D_\mu L(x) = \left[ \partial_\mu + ig a_{\mu a}(x) \frac{\tau_a}{2} + i \frac{g'}{2} B_\mu(x) \right] L(x) \quad (1.3.25a)$$

$$D_\mu \varphi(x) = \left[ \partial_\mu + ig a_{\mu a}(x) \frac{\tau_a}{2} - i \frac{g'}{2} B_\mu(x) \right] \varphi(x) \quad (1.3.25b)$$

$$D_\mu R(x) = [\partial_\mu + ig' B_\mu(x)] R(x). \quad (1.3.25c)$$

Da mesma forma, os tensores de campo para os campos vetoriais  $a_{\mu a}$  e  $B_\mu$  são

$$\mathcal{G}_a^{\mu\nu} = \partial^\nu a_a^\mu - \partial^\mu a_a^\nu + g \varepsilon_{abc} a_b^\mu a_c^\nu \quad (1.3.26a)$$

$$B^{\mu\nu} = \partial^\nu B^\mu - \partial^\mu B^\nu. \quad (1.3.26b)$$



A partir destas definições, o Lagrangiano total pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} \mathcal{G}_a^{\mu\nu} \mathcal{G}_{\mu\nu,a} - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} - \mu^2 \varphi^\dagger \varphi - \frac{\lambda}{3!} (\varphi^\dagger \varphi)^2 + (D_\mu \varphi)^\dagger (D^\mu \varphi) \\ & + \bar{L} (i\gamma^\mu D_\mu) L + \bar{R} (i\gamma^\mu D_\mu) R - G_{(e)} (\bar{L} \varphi R + \bar{R} \varphi^\dagger L), \end{aligned}$$

o qual é invariante frente às transformações locais do grupo  $SU(2) \otimes U(1)$ .

Estendendo este Lagrangiano para a família de léptons, o termo que se refere aos campos do elétron e do neutrino são estendidos para campos de léptons na forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} \mathcal{G}_a^{\mu\nu} \mathcal{G}_{\mu\nu,a} - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} - \mu^2 \varphi^\dagger \varphi - \frac{\lambda}{3!} (\varphi^\dagger \varphi)^2 + (D_\mu \varphi)^\dagger (D^\mu \varphi) \\ & + \sum_\ell \{ \bar{L}_\ell (i\gamma^\mu D_\mu) L_\ell + \bar{R}_\ell (i\gamma^\mu D_\mu) R_\ell - G_{(\ell)} (\bar{L}_\ell \varphi R_\ell + \bar{R}_\ell \varphi^\dagger L_\ell) \}, \quad (1.3.27) \end{aligned}$$

onde a soma é efetuada sobre  $\ell = e, \mu, \tau$ . As massas dos léptons serão determinadas em função da constante de acoplamento  $G_{(\ell)}$

$$m_{(e)} = \frac{\phi_0}{\sqrt{2}} G_{(e)}, \quad m_{(\mu)} = \frac{\phi_0}{\sqrt{2}} G_{(\mu)}, \quad m_{(\tau)} = \frac{\phi_0}{\sqrt{2}} G_{(\tau)}. \quad (1.3.28)$$

### 1.3.4 A massa das partículas

Para obtenção da massa do elétron, é necessário quebrar a simetria de gauge assumindo

$$\mu^2 < 0 \quad (1.3.29)$$

e reescrever o campo escalar em função do estado de vácuo  $\phi_0$ . Considerando os termos relacionados à constante de acoplamento  $G_{(e)}$

$$\begin{aligned} G_{(e)} (\bar{L} \varphi R + \bar{R} \varphi^\dagger L) = & G_{(e)} \left\{ (\bar{u}_{\nu_L} u_{e_R}) \varphi_I + (\bar{u}_{e_R} u_{\nu_L}) \varphi_I^\dagger \right. \\ & \left. + (\bar{u}_{e_L} u_{e_R}) \varphi_{II} + (\bar{u}_{e_R} u_{e_L}) \varphi_{II}^\dagger \right\} \quad (1.3.30) \end{aligned}$$

vemos que os termos contendo o campo  $\varphi_{II}$  possuem como fatores os produtos dos campos do elétron. Com isso, para gerar a sua massa, é necessário quebrar espontaneamente a simetria através do campo  $\varphi_{II}$ , ou seja, deslocando este campo em relação ao estado de vácuo

$$\varphi_{II}(x) = \frac{\phi_0}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} [\chi_1(x) + i\chi_2(x)] \quad (1.3.31a)$$

$$\varphi_{II}^\dagger(x) = \frac{\phi_0}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} [\chi_1(x) - i\chi_2(x)] \quad (1.3.31b)$$

o que leva a Eq.(1.3.30) a

$$\begin{aligned}
 G_{(e)} (\bar{L} \varphi R + \bar{R} \varphi^\dagger L) &= G_{(e)} \left\{ (\bar{u}_{\nu_L} u_{e_R}) \varphi_I + (\bar{u}_{e_R} u_{\nu_L}) \varphi_I^\dagger + \frac{\phi_0}{\sqrt{2}} (\bar{u}_e u_e) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{u}_e u_e) \chi_1 + \frac{i}{\sqrt{2}} (\bar{u}_e \gamma^5 u_e) \chi_2 \right\}. \quad (1.3.32)
 \end{aligned}$$

Reagrupando estes termos com aqueles referentes à parte cinética no Lagrangiano, obtém-se

$$\begin{aligned}
 \bar{L} (i\gamma^\mu \partial_\mu) L + \bar{R} (i\gamma^\mu \partial_\mu) R - G_{(e)} (\bar{L} \varphi R + \bar{R} \varphi^\dagger L) &= \\
 = \bar{u}_e (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_{(e)}) u_e + \bar{u}_{\nu_L} (i\gamma^\mu \partial_\mu) u_{\nu_L} - G_{(e)} \left\{ (\bar{u}_{\nu_L} u_{e_R}) \varphi_I + \right. \\
 \left. + (\bar{u}_{e_R} u_{\nu_L}) \varphi_I^\dagger + \frac{1}{\sqrt{2}} (u_e \bar{u}_e) \chi_1 + \frac{i}{\sqrt{2}} (\bar{u}_e \gamma^5 u_e) \chi_2 \right\} \quad (1.3.33)
 \end{aligned}$$

onde  $m_{(e)} = (\phi_0/\sqrt{2})G_{(e)}$  é a massa do elétron gerada pelo valor esperado do vácuo do campo  $\varphi_{II}(x)$ .

Com isso, o Lagrangiano agora é invariante frente às transformações do grupo  $SU(2) \otimes U(1)$  e às transformações simultâneas dos campos

$$a'_a{}^\mu = a_a{}^\mu - \partial^\mu \Lambda_a - g \varepsilon_{abc} \Lambda_b a_c{}^\mu, \quad (1.3.34a)$$

$$B'^\mu = B^\mu - \partial^\mu \theta. \quad (1.3.34b)$$

Como o dubleto de campos escalares  $\phi(x)$  é equivalente a quatro campos reais, é possível expressá-lo como

$$\varphi(x) = \exp\left(ig\Lambda_a \frac{\tau_a}{2}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi_1(x) \end{pmatrix} \quad (1.3.35)$$

onde os quatro campos reais agora são os três campos  $\Lambda_a$  e  $\varphi_1$ .

A invariância de gauge faz com que o Lagrangiano seja independente de  $\Lambda_a$ , logo, estes campos desaparecem, possibilitando fazer a escolha para o dubleto de campos escalares da seguinte forma

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_0 + \chi_1(x) \end{pmatrix}. \quad (1.3.36)$$

Mais precisamente, fixa-se um gauge do grupo  $SU(2)$  de um dado campo  $\varphi(x)$  tal que o campo transformado  $\varphi'(x)$  tendo  $\varphi'_I(x) = 0$  e  $\text{Im} \varphi'_{II} = 0$ . Logo, a Eq.(1.3.33) tem a forma

$$\begin{aligned}
 \bar{L} (i\gamma^\mu \partial_\mu) L + \bar{R} (i\gamma^\mu \partial_\mu) R - G_{(e)} (\bar{L} \varphi R + \bar{R} \varphi^\dagger L) &= \\
 = \bar{u}_e (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_{(e)}) u_e + \bar{u}_{\nu_L} (i\gamma^\mu \partial_\mu) u_{\nu_L} - \frac{G_{(e)}}{\sqrt{2}} (\bar{u}_e u_e) \chi_1. \quad (1.3.37)
 \end{aligned}$$

Portanto, o campo de Higgs gerou a massa do elétron e fez surgir uma interação entre o campo escalar com o elétron, expresso pelo termo contendo  $\chi_1$ .

Para encontrar a massa do campo de Higgs, é necessário voltar-se aos termos contendo  $\mu^2$  e  $\lambda$  no Lagrangiano, Eq.(1.3.27). O valor mínimo da energia potencial é expresso em função da massa do campo

$$\phi_0^2 = -\frac{6\mu^2}{\lambda} \quad (1.3.38)$$

o qual modifica os termos lineares em  $\chi_1$  no Lagrangiano obtidos pela substituição do campo escalar [Eq.(1.3.36)] por termos de  $\mu^2$  e  $\lambda$ . Os termos com  $\chi_1^2$  serão

$$\left(-\frac{\mu^2}{2} - \frac{6\lambda}{4!} \phi_0^2\right) \chi_1^2 = \mu^2 \chi_1^2. \quad (1.3.39)$$

Como a massa  $\mu^2$  é negativa, é visível que o campo  $\chi_1$  possui uma massa positiva

$$m_{(H)} = \sqrt{-2\mu^2}, \quad (1.3.40)$$

sendo um parâmetro livre da teoria.

Partindo do Lagrangiano Eq.(1.3.27), podemos definir três campos a partir dos campos de gauge  $a_a^\mu$  contidos nas derivadas covariantes

$$W^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_1^\mu + ia_2^\mu) \quad (1.3.41a)$$

$$Z^\mu = a_3^\mu \cos \theta_W + B^\mu \sin \theta_W \quad (1.3.41b)$$

$$A^\mu = -a_3^\mu \sin \theta_W + B^\mu \cos \theta_W \quad (1.3.41c)$$

onde  $\theta_W$  é o chamado ângulo de Weinberg, o qual é definido por

$$\cos \theta_W = \frac{g}{(g^2 + g'^2)^{1/2}} \quad (1.3.42a)$$

$$\sin \theta_W = \frac{g'}{(g^2 + g'^2)^{1/2}} \quad (1.3.42b)$$

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g} \quad (1.3.42c)$$

Os campos definidos em Eq.(1.3.41) possuem os respectivos tensores de campo

$$W^{\mu\nu} = \partial^\nu W^\mu - \partial^\mu W^\nu \quad (1.3.43a)$$

$$Z^{\mu\nu} = \partial^\nu Z^\mu - \partial^\mu Z^\nu \quad (1.3.43b)$$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\nu A^\mu - \partial^\mu A^\nu \quad (1.3.43c)$$

O Lagrangiano final possui a forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \mathcal{L}_\ell + \mathcal{L}_W + \mathcal{L}_\gamma + \mathcal{L}_Z + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_{\text{int}} \\ &= \bar{u}_e (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_{(e)}) u_e + \bar{u}_{\nu_L} (i\gamma^\mu \partial_\mu) u_{\nu_L} \end{aligned} \quad (1.3.44a)$$

$$+ m_{(W)}^2 W^{\mu\dagger} W_\mu - \frac{1}{2} W^{\mu\nu\dagger} W_{\mu\nu} \quad (1.3.44b)$$

$$- \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (1.3.44c)$$

$$- \frac{1}{4} Z^{\mu\nu} Z_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_{(Z)}^2 Z^\mu Z_\mu \quad (1.3.44d)$$

$$+ \frac{1}{2} \{ (\partial^\mu \chi_1) (\partial_\mu \chi_1) - m_{(H)}^2 \chi_1^2 \} \quad (1.3.44e)$$

$$- \frac{\lambda a}{3!} \chi_1^3 - \frac{\lambda}{4!} \chi_1^4 \quad (1.3.44f)$$

$$- \frac{G}{\sqrt{2}} (\bar{u}_e u_e) \chi_1 \quad (1.3.44g)$$

$$+ \frac{g^2}{2} \left\{ \frac{1}{2} \chi_1^2 + a \chi_1 \right\} W^{\mu\dagger} W_\mu \quad (1.3.44h)$$

$$+ \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) \left\{ \frac{1}{2} \chi_1^2 + a \chi_1 \right\} Z^\mu Z_\mu \quad (1.3.44i)$$

$$\begin{aligned} &- i \cos \theta_W (gZ^\mu - g'A^\mu) (W^{\mu\nu\dagger} W_\nu - W^{\mu\nu} W_\nu^\dagger) \\ &- \cos^2 \theta_W (gZ^\alpha - g'A^\alpha) (gZ^\beta - g'A^\beta) W_\mu^\dagger W_\nu (g_{\alpha\beta} g^{\mu\nu} - \delta_\alpha^\nu \delta_\beta^\mu) \\ &+ i \cos \theta_W (gZ^{\mu\nu} - g'F^{\mu\nu}) (W_\mu^\dagger W_\nu - W_\nu^\dagger W_\mu) \end{aligned} \quad (1.3.44j)$$

$$+ \frac{1}{4} g^2 (W^{\mu\dagger} W^\nu - W^{\nu\dagger} W^\mu) (W_\mu^\dagger W_\nu - W_\nu^\dagger W_\mu) \quad (1.3.44k)$$

$$- \frac{g}{2\sqrt{2}} \{ [\bar{u}_e \gamma^\mu (\mathbf{1} - \gamma^5) u_\nu] W_\mu + [\bar{u}_\nu \gamma^\mu (\mathbf{1} - \gamma^5) u_e] W_\mu^\dagger \} \quad (1.3.44l)$$

$$- g' \cos \theta_W (\bar{u}_e \gamma_\mu u_e) A^\mu \quad (1.3.44m)$$

$$- \frac{1}{4} (g^2 + g'^2)^{1/2} [\bar{u}_\nu \gamma^\mu (\mathbf{1} - \gamma^5) u_\nu] Z_\mu$$

$$- \left\{ \frac{1}{4} (g^2 + g'^2)^{1/2} (\bar{u}_e \gamma^\mu \gamma^5 u_e) + \frac{3g'^2 - g^2}{4(g^2 + g'^2)} (\bar{u}_e \gamma^\mu u_e) \right\} Z_\mu \quad (1.3.44n)$$

Por inspeção, o Lagrangiano total apresenta os seguintes Lagrangianos individuais:

- (a)  $\mathcal{L}_\ell$ : Léptons livres com massa  $m_{(\ell)} = \phi_0 G_{(\ell)}/\sqrt{2}$  e  $m_{(\nu_\ell)} = 0$ ;
- (b)  $\mathcal{L}_W$ : bósons vetoriais livres carregados com massa  $m_{(W)} = g\phi_0$ ;
- (c)  $\mathcal{L}_\gamma$ : Campo Eletromagnético livre sem massa;
- (d)  $\mathcal{L}_Z$ : bóson vetorial neutro com massa  $m_{(Z)} = \phi_0 (g^2 + g'^2)^{1/2}/2 = m_{(W)}/\cos \theta_W$ ;
- (e)  $\mathcal{L}_H$ : bóson de Higgs neutro com massa  $m_{(H)} = \sqrt{-2\mu^2}$ , com  $\mu^2 < 0$ ;
- (f)  $\mathcal{L}(\chi, \chi)$ : Auto-interação dos bósons de Higgs;

- (g)  $\mathcal{L}(\chi, u_e)$ : Interação entre o elétron e o bóson de Higgs;
- (h)  $\mathcal{L}(\chi, W)$ : Interação entre o bóson de Higgs e o bóson W;
- (i)  $\mathcal{L}(\chi, Z)$ : Interação entre o bóson de Higgs e o bóson Z;
- (j)  $\mathcal{L}(W, A, Z)$ : Interação entre o Campo Eletromagnético e os bósons Z e W;
- (k)  $\mathcal{L}(W, W)$ : Auto-interação entre os bósons W;
- (l)  $\mathcal{L}(u_e, A)$ : Interação Eletromagnética dos elétrons;
- (m)  $\mathcal{L}(u_e, u_\nu, W)$ : Interação Fraca de Corrente Carregada via bósons W, donde obtem-se

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_{(W)}^2} \quad (1.3.45)$$

$$e = \frac{g g'}{(g^2 + g'^2)^{1/2}} = g' \cos \theta_W = g \sin \theta_W \leq g \quad (1.3.46)$$

- (n)  $\mathcal{L}(u_e, u_\nu, Z)$ : Interação Fraca de Corrente Neutra via bósons Z.

Inicialmente, existiam somente quatro campos vetoriais de gauge,  $a^\mu$  e  $B^\mu$ , os quais, com o uso da quebra espontânea de simetria, foram os responsáveis por gerar a massa do elétron e dos bósons vetoriais W e Z, mantendo os fótons e os neutrinos sem massa. Logo, o mecanismo de Higgs gera a massa dos bósons vetoriais mediadores de Corrente Carregada e de Corrente Neutra, além de manter sem massa o campo  $A^\mu$ , o qual pode ser identificado como o campo Eletromagnético.

Esta teoria descreve com detalhe a Teoria Eletrofraca, prevendo a massa dos bósons vetoriais da Interação Fraca. Além disso, a carga está intimamente relacionada com a constante de acoplamento fraca  $g$  e como resultado, prevê uma massa para os bósons vetoriais muito maior que a massa do próton. Outras implicações já foram estudadas [23], inclusive o cálculo da massa dos quarks através do mecanismo de Higgs.

### 1.3.5 Observáveis físicos na Teoria Eletrofraca

As grandezas físicas expressas através da unificação da Teoria Eletromagnética e da Interação Fraca são

$$\begin{aligned} m_{(H)}^2 &= -2\mu^2 = \lambda\phi_0^2/3 & e &= \frac{g g'}{(g^2 + g'^2)^{1/2}} \\ m_{(e)} &= \phi_0 G_{(e)}/\sqrt{2} & \sin \theta_W &= \frac{g'}{(g^2 + g'^2)^{1/2}} \\ m_{(W)} &= g\phi_0/2 & \cos \theta_W &= \frac{g}{(g^2 + g'^2)^{1/2}} \\ m_{(Z)} &= \frac{m_{(W)}}{\cos \theta_W} & \frac{G_F}{\sqrt{2}} &= \frac{g^2}{8m_{(Z)}^2}. \end{aligned}$$

Logo, a quantidade fundamental a ser medida é o ângulo de Weinberg, isto é,  $\sin^2 \theta_W$ . Da definição do acoplamento eletromagnético  $e = g \sin \theta_W$ , é trivial a obtenção da constante de acoplamento fraca através da medição experimental de  $\sin \theta_W$ .

Além disso, é possível obter a massa dos bósons vetoriais carregados através de sua relação com a constante de Fermi

$$m_{(W)} = \frac{(2)^{1/4} g}{2\sqrt{2} G_F} = \frac{(2)^{1/4} e}{2\sqrt{2} G_F \sin \theta_W} \quad (1.3.47)$$

e também a dos bósons neutros

$$m_{(Z)} = \frac{(2)^{1/4} (g^2 + g'^2)^{1/2}}{2\sqrt{2} G_F} = \frac{m_{(W)}}{\cos \theta_W}. \quad (1.3.48)$$

Partindo da massa do bóson W

$$m_{(W)} = \frac{g\phi_0}{2}, \quad (1.3.49)$$

pode-se obter o valor esperado do vácuo

$$\phi_0^2 = \frac{\sqrt{2}}{2G_F} \approx 10^{-5} m_{(p)}^{-2} \approx 10^{-5} \text{ GeV}^2. \quad (1.3.50)$$

Este valor esperado do vácuo é relacionado com a constante de acoplamento entre os campos de Higgs e dos elétrons

$$G_F^2 = \frac{2m_{(e)}^2}{\phi_0^2} \approx 2\sqrt{2} \times 10^{-5} \left( \frac{m_{(e)}}{m_{(p)}} \right)^2 \approx 10^{-12} \quad (1.3.51)$$

o qual é desprezível comparado ao acoplamento entre o campo eletromagnético e o bóson Z. Com isso, pode-se aproximar a massa dos bósons mediadores

$$m_{(W)}^2 = \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{e^2}{G_F \sin^2 \theta_W} = \frac{(37.5 \text{ GeV})^2}{(\sin \theta_W)^2} \quad (1.3.52)$$

$$m_{(Z)}^2 = \frac{(75 \text{ GeV})^2}{(\sin 2\theta_W)^2}. \quad (1.3.53)$$

Estimando o ângulo de Weinberg em  $\sin^2 \theta_W = \frac{1}{4}$ , resulta para a massa dos bósons

$$m_{(W)} \approx 75 \text{ GeV} \quad (1.3.54)$$

$$m_{(Z)} \approx 90 \text{ GeV}, \quad (1.3.55)$$

muito maiores que a massa do próton, como já era esperado.

## 1.4 Evidências experimentais

A fundamentação teórica da Interação Fraca, principalmente na sua unificação com a Teoria Eletromagnética, deu início à busca experimental pelas evidências previstas analiticamente. Um dos principais pontos que recaem sobre os interesses experimentais seria a escala de massa aos quais os bósons estavam sendo esperados. Tendo uma massa em torno de 80 GeV tornava o processo de observação um tanto quanto dificultado, pois, para uma observação desta natureza, seriam necessários feixes de partículas de altas energias, em torno de 500 GeV, o que ainda era uma região nova a ser explorada na Física de Altas Energias nos anos 80. Com isso, um dos principais pontos a serem definidos seriam as possibilidades experimentais de observação destes bósons, através de alguma proposta a fim de alcançar as energias necessárias. Logo, essas energias somente seriam alcançadas através de colisões próton-antipróton [24], o que foi considerado impraticável por algum tempo devido a baixa densidade dos feixes quando utilizados como alvos. Portanto, desta nova perspectiva surgiu a idéia de elaborar processos a fim de vislumbrar a observação dos bósons vetoriais, surgindo como principal a aniquilação de par quark-antiquark.

### 1.4.1 A descoberta dos bósons vetoriais

Em 1983, o CERN contava com um colisionador próton-antipróton com energia de centro-de-massa  $\sqrt{s} = 1.8 \text{ TeV} \gg m_{(W,Z)}$ , suficiente para alcançar a energia necessária para a observação dos bósons vetoriais. A produção do bóson W é considerada pela aniquilação de um par quark-antiquark, ilustrado na Fig.1.4, possuindo a seção de choque [24]

$$\sigma(q\bar{q} \rightarrow W) = \frac{3\pi\bar{\lambda}^2}{4} \frac{\Gamma_i\Gamma}{[(E - m_{(W)})^2 + \Gamma\frac{2}{4}]} \quad (1.4.1)$$

onde  $\bar{\lambda}$  é o comprimento de onda reduzido do quark no centro-de-massa. Neste processo, um requisito necessário era ter quarks e antiquarks com mesma cor. A largura de decaimento inicial era surpreendentemente larga, correspondendo a  $\Gamma_i \equiv \Gamma_{q\bar{q}} \approx 600 \text{ MeV}$ . Já a largura de decaimento total dependia do número de gerações de quarks e léptons, que tomada com  $N_q = N_\ell = 3$ , e para uma massa esperada de  $m_{(W)} = 80 \text{ GeV}$ , era de  $\Gamma = 4 \times \Gamma_{q\bar{q}} = 2.4 \text{ GeV}$ .

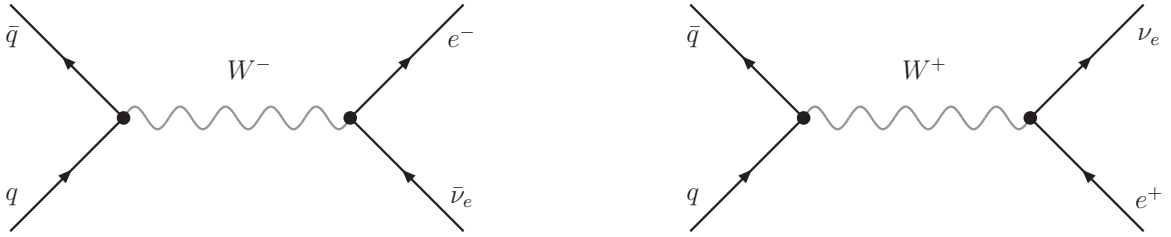
Como sabemos, a colisão efetiva entre quarks não é possível, devido ao seu confinamento dentro dos hádrons. Por conseguinte, era necessário considerar colisões envolvendo prótons e antiprótons, considerando que os seus quarks carregavam parte de seu momentum. A energia de centro-de-massa nas colisões quark-antiquark ( $s_{q\bar{q}}$ ) é relacionada à energia entre prótons e antiprótons ( $S_{p\bar{p}}$ ) pela fórmula

$$s_{q\bar{q}} = S_{p\bar{p}} x_p x_{\bar{p}} \quad (1.4.2)$$

onde  $x_p$  e  $x_{\bar{p}}$  são as frações de momentum carregados pelos quarks.

Portanto, para uma massa em torno de  $m_{(W)} = 80 \text{ GeV}$ , obtém-se uma energia de centro-de-massa  $\sqrt{S_{p\bar{p}}} \approx 400 - 600 \text{ GeV}$ . Logo, a observação do bóson W é possível através do processo

$$p + \bar{p} \rightarrow W^\pm + X \rightarrow (e^\pm + \nu_e) + X \quad (1.4.3)$$



**Fig. 1.4:** Diagramas de Feynman dos processos envolvendo troca de bósons vetoriais. Este processo foi o responsável pela observação experimental das Interações via Corrente Carregada.

onde  $X$  denota a fragmentação dos pártons espectadores. A seção de choque para a produção do bóson  $W$  juntamente com a previsão teórica é mostrada na Fig.1.5.

A detecção deste bóson foi feita com o uso de um extenso aparato experimental, sendo explicado em detalhes na Ref.[24]. A detecção dos elétrons é efetuada através de chuviscos eletromagnéticos observados no calorímetro. Já os neutrinos não podem ser observados diretamente, sendo utilizada a técnica chamada de perda de energia no evento.

A observação foi feita quase que simultaneamente por duas colaborações, UA1 e UA2, os quais mediram uma massa para estas partículas ligeiramente parecida:  $m_{(W)} = 80.5 \pm 0.5$  GeV (UA1) e  $m_{(W)} = 80_{-6}^{+10}$  GeV (UA2). Outras possibilidades de decaimento do bóson  $W$  foram excluídas da análise final, chamados sinais de fundo (*backgrounds*) [25], como

$$W \rightarrow \tau + \nu_\tau \rightarrow [\pi^\pm(\pi^0) + \nu_\tau] + \nu_\tau \quad (1.4.4)$$

$$W \rightarrow \tau + \nu_\tau \rightarrow [e + \nu_e + \nu_\tau] + \nu_\tau. \quad (1.4.5)$$

Estendendo a busca do bóson  $W$ , procura-se observar o bóson  $Z$  através dos eventos

$$\bar{p} + p \rightarrow Z^0 + X \rightarrow [e^+ + e^-(\mu^+ + \mu^-)] + X \quad (1.4.6)$$

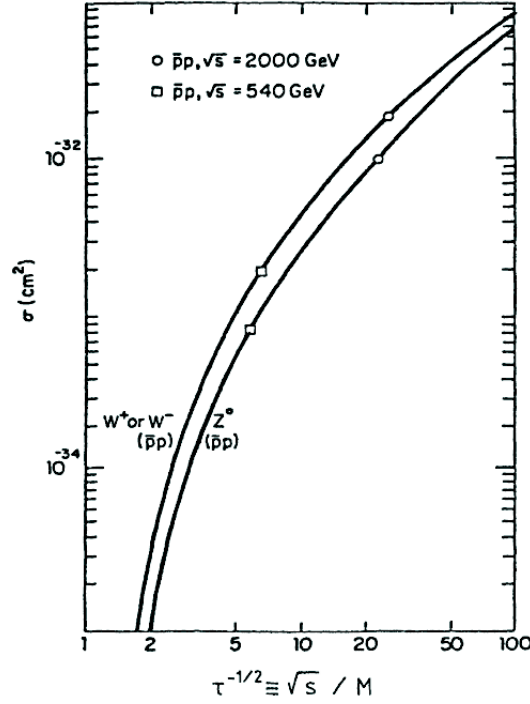
encontrando uma massa para o bóson  $Z$  de  $m_{(Z)} = 95.6 \pm 1.4$  GeV. A seção de choque de produção é mostrada na Fig.1.5 com a previsão teórica.

## 1.4.2 Em busca do bóson de Higgs

Com a descoberta dos bósons vetoriais mediadores, o interesse voltou-se para a busca pelo último parâmetro livre da Teoria Eletrofraca: o bóson de Higgs, a fim de confirmar a validade do Mecanismo de Higgs. Em virtude disso, buscou-se propostas para a observação experimental desta partícula, as quais foram propostas dentro das possibilidades energéticas disponíveis. Hoje, diversos experimentos se dedicam a esta busca, como o Tevatron, com energia de centro-de-massa de  $\sqrt{s} = 1.96$  TeV, e, ainda em construção, o LHC no CERN, com  $\sqrt{s} = 14$  TeV.

Porém, antes da construção destes aceleradores, outros experimentos buscaram, de maneira alternativa, determinar limites para a observação do bóson de Higgs. Como obtido pelo experimento LEP no CERN, limitou-se o nível inferior da massa do bóson de Higgs em  $m_{(H)} = 114.4$  GeV [9, 26], com 95% de confiabilidade. Existe também um limite superior





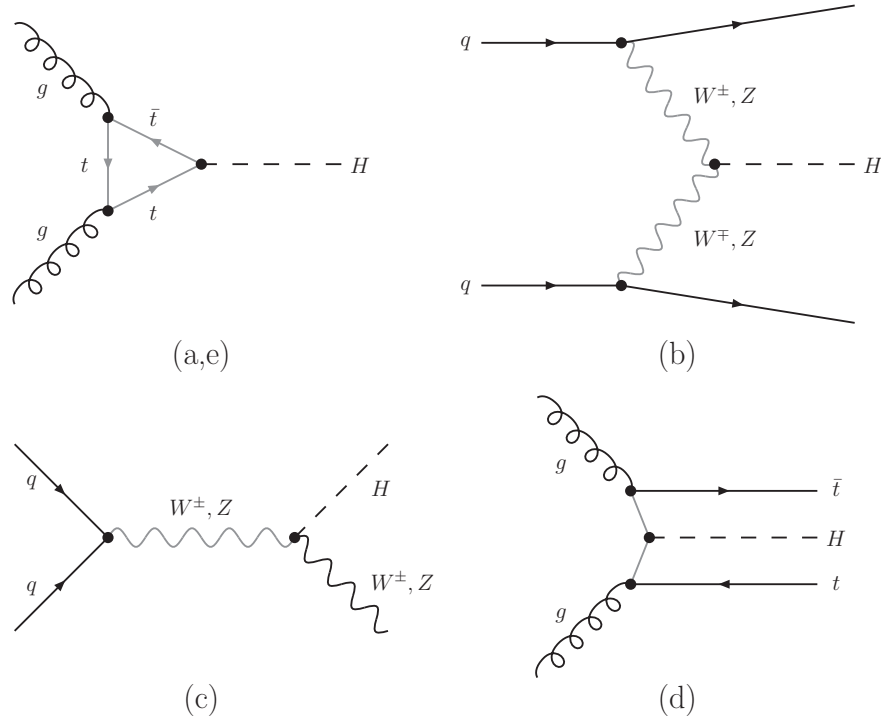
**Fig. 1.5:** Seção de choque total para produção dos bósons vetoriais  $W^\pm$  e  $Z^0$  acompanhada da previsão teórica [24].

para a massa do bóson de Higgs,  $m_{(H)} < 1$  TeV [27], pois, com uma massa acima deste limite, outros aspectos devem ser levados em conta os quais não estão presentes no Modelo Padrão.

Para a observação experimental do bóson de Higgs, foram estudados diversos processos de produção, mas poucos possuem uma seção de choque grande o suficiente para ser observada em Tevatron ou LHC. Abaixo lista-se os principais mecanismos de produção [28]:

- Fusão glúon-glúon:  $gg \rightarrow H + X$ ;
- Fusão de bósons vetoriais:  $qq \rightarrow Hqq + X$  via  $W^+W^-$ ,  $ZZ \rightarrow H$ ;
- Produção associada a bósons vetoriais:  $q\bar{q} \rightarrow WH$ ,  $ZH + X$ ;
- Produção associada a quarks top:  $gg, q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}H + X$ .
- Fusão de quarks bottom:  $b\bar{b} \rightarrow H + X$ ;

A Fig.1.6 ilustra os diagramas de Feynman que representam estes processos. A única diferença para a observação deste eventos em Tevatron e em LHC, devido a sua diferença significativa em energias de centro-de-massa, refere-se ao último processo, o qual é esperado ser somente observado em LHC.



**Fig. 1.6:** Diagramas de Feynman que representam os diversos processos para a produção do bóson de Higgs.

(a) Fusão glúon-glúon:

Dentre estes processos, a fusão de glúons é dominante, sendo o principal processo de produção estudado para a produção de um Higgs não muito massivo ( $m_{(H)} \lesssim 200$  GeV), sendo intermediada por um laço de quark top, como mostra a Fig.1.6a. Este processo já é bem estudado, calculado em NLO (“*next-to-leading order*” - NLO), em primeira ordem de perturbação [29], sendo também estabelecido até segunda ordem em teoria de perturbação (NNLO) [30, 31, 32]. O cálculo em ordem mais baixa em teoria de perturbação (LO) resulta na amplitude de espalhamento na forma

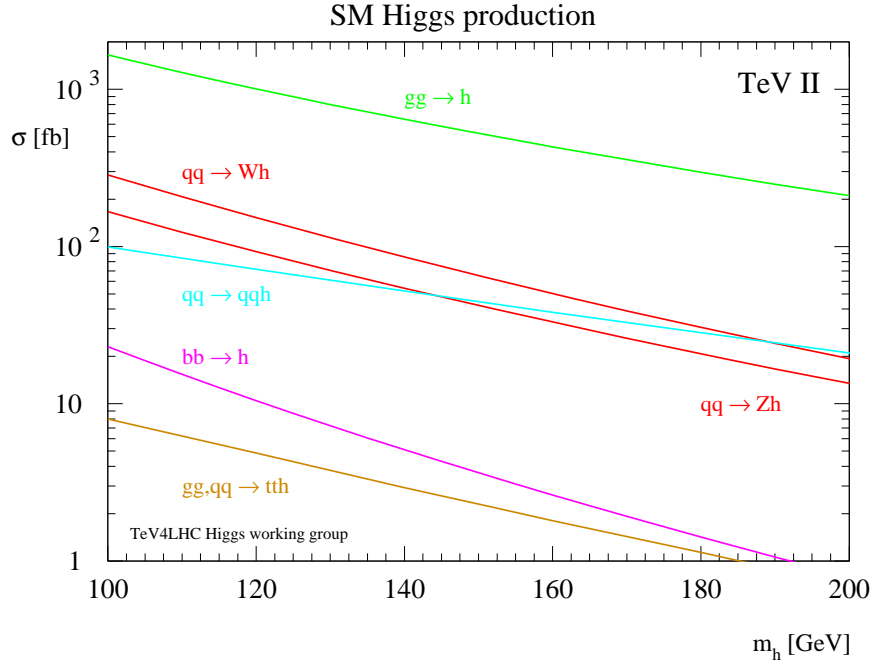
$$|\mathcal{M}(gg \rightarrow H)|^2 = \alpha_s^2(m_{(H)}^2) \left( \frac{G_F m_{(H)}^4}{288\pi^2\sqrt{2}} \right) \left| I \left( \frac{m_{(t)}^2}{m_{(H)}^2} \right) \right|^2, \quad (1.4.7)$$

onde a função adimensional  $I(x)$  é dada por

$$I(x) = 3x [2 + (4x - 1)F(x)], \quad (1.4.8)$$

a qual é aproximada razoavelmente para  $x > 1$  por

$$I(x) \approx 1 + \frac{1}{4x}. \quad (1.4.9)$$



**Fig. 1.7:** Seções de choque para a produção do bóson de Higgs em Tevatron ( $\sqrt{s} = 1.96$  TeV) através de diversos mecanismos [28].

Logo, para estimar a seção de choque para a produção em LHC, este resultado, chamado seção de choque partônica, deve ser convoluido com as funções de distribuição de glúons nos hádrons, que no caso correspondem ao próton e ao anti-próton.

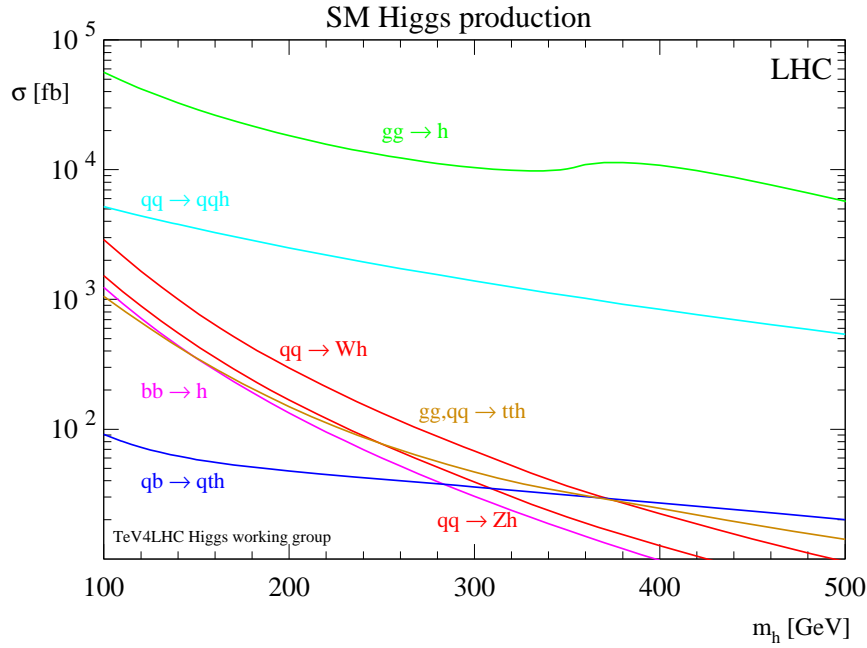
O cálculo para a seção de choque deste processo em LO já é conhecido, considerando um quark com uma massa arbitrária circulando no laço [33, 34] levando em conta as correções virtuais em QCD pelos processos  $gg \rightarrow H(g)$ ,  $gq \rightarrow Hq$ ,  $q\bar{q} \rightarrow Hg$ .

Este cálculo fornece uma correção para a seção de choque, aumentando-a por um fator de 1.5–1.7 dependendo da massa do bóson de Higgs envolvida. No caso em que  $m_{(H)}^2 \ll 4m_{(t)}^2$ , esta correção pode ser obtida analiticamente [35], sendo razoável em toda faixa de massa a qual o Higgs é esperado. Longe da energia mínima,  $\sqrt{s} = m_{(H)}$ , o crescimento da seção de choque com  $\sqrt{s}$  existe devido ao rápido crescimento da distribuição de glúons para o aumento da energia.

Além desta ordem, é possível encontrar correções de NNLO [30, 31, 32], levando em conta o limite de grande massa para o quark top contido no laço. As incertezas referentes a este limite são difíceis de serem obtidas, porém, acredita-se que sejam pequenas a fim de não contribuírem significativamente para a correção. O resultado para a seção de choque nesta ordem pode ser visto nas Figs.1.7 e 1.8.

(b) *Fusão de bósons vetoriais:*

A contribuição via fusão de bósons W e Z para a produção do Higgs podem ser comparadas à contribuição obtida da fusão de glúons considerando que a massa do Higgs seja grande. No caso de um largura de decaimento do Higgs pequena, este processo pode ser calculado



**Fig. 1.8:** Seções de choque para a produção do bóson de Higgs em LHC ( $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$ ) através de diversos mecanismos [28].

via espalhamento  $2 \rightarrow 3$ , ilustrado na Fig.1.6b, da qual pode ser obtida a amplitude de espalhamento [36].

As correções em NLO são calculadas para este processo levando em conta as funções de estrutura hadrônicas referentes aos prótons envolvidos, fornecendo um pequeno incremento a seção de choque em mais baixa ordem. As Figs.1.7 e 1.8 ilustram a seção de choque para a fusão de bóson vetoriais com estas correções.

(c) *Produção associada a bósons W e Z:*

A seção de choque para a produção associada a bósons vetoriais (Fig.1.6c) é pequena em comparação às anteriores, porém, fornece uma método auxiliar para a observação do Higgs com uma baixa massa decaindo nos estado finais  $b\bar{b}$  e  $\gamma\gamma$ . Estas seções de choque são obtidas simplesmente relacionando este processo ao discutido anteriormente na forma  $e^+e^- \rightarrow ZH$ .

A partir das correções em QCD para os processos já conhecidos de produção de bósons vetoriais podem ser usadas identicamente para obter as contribuições em primeira ordem de perturbação para a produção associada. Com isso, o incremento à seção de choque em mais baixa ordem é de aproximadamente 20%. Existe uma diferença significativa para a seção de choque deste processo tomada em relação a colisões próton-próton e próton-antipróton, onde, no segundo caso, existe uma maior contribuição [27]. A seção de choque é ilustrada nas Figs.1.7 e 1.8 em combinação com os resultados em segunda ordem para correções em QCD [37] e em primeira ordem para as correções envolvendo a Teoria Eletrofraca [38].

(d) *Produção associada a quarks top:*

O bóson de Higgs pode ser produzido de forma similar a aplicada no mecanismo anterior, onde quark top irradia-o, quark este remanescente da fusão de glúons ou de um par quark-antiquark [39], onde um dos diagramas é ilustrado na Fig.1.6d. A seção de choque para este processo é sensível a massa do quark top a ser considerada.

As correções em primeira ordem de perturbação já existem [40], e correspondem a considerar processos como

$$qq \rightarrow t\bar{t}H(g), \quad qq \rightarrow t\bar{t}Hg, \quad qg \rightarrow t\bar{t}Hq \quad (1.4.10)$$

resultando numa redução da seção de choque em mais baixa ordem dependendo da região de renormalização considerada. Os resultados em primeira ordem são ilustrados nas Figs.1.7 e 1.8.

(e) *Quarks bottom:*

Além do laço de quarks top, também é possível levar em conta um laço com quarks bottom [41], similar ao diagrama ilustrado pela Fig.1.6a. Cálculos em ordens mais altas são levados em conta [42], ilustrado o resultado para a seção de choque nas Figs.1.7 e 1.8.

Outro aspecto importante a ser considerado são os possíveis canais de decaimento para diferentes massas do bóson de Higgs. As principais frações de largura de decaimento, em ordem mais baixa em teoria da perturbação, são

$$\Gamma(H \rightarrow f\bar{f}) = \frac{C G_F m_{(f)}^2 m_{(H)}}{4\pi\sqrt{2}} \left(1 - \frac{4m_{(f)}^2}{m_{(H)}^2}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (1.4.11a)$$

$$\Gamma(H \rightarrow W^+W^-) = \frac{G_F m_{(H)}^3}{8\pi\sqrt{2}} \left(1 - \frac{4m_{(W)}^2}{m_{(H)}^2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{4m_{(W)}^2}{m_{(H)}^2} + \frac{12m_{(W)}^4}{m_{(H)}^4}\right) \quad (1.4.11b)$$

$$\Gamma(H \rightarrow ZZ) = \frac{G_F m_{(H)}^3 m_{(Z)}^2}{16\pi m_{(Z)}^2 \sqrt{2}} \left(1 - \frac{4m_{(Z)}^2}{m_{(H)}^2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{4m_{(Z)}^2}{m_{(H)}^2} + \frac{12m_{(Z)}^4}{m_{(H)}^4}\right) \quad (1.4.11c)$$

onde  $C$  é o fator de multiplicidade de cor:  $C = 3$  para quarks e  $C = 1$  para léptons. Todos os processos descritos acima são válidos, em cada caso, somente acima da energia mínima para duas partículas. No caso de decaimento em bósons vetoriais, ocorrendo abaixo da energia mínima, necessariamente um dos produtos do decaimento deve estar fora da camada de massa.

Outra grandeza física importante na fenomenologia é a largura de decaimento  $H \rightarrow q\bar{q}$  que ocorre em ordens mais altas em QCD. Este evento tem importância devido a ser um processo dominante em uma larga faixa de (baixa) massa do Higgs no caso  $H \rightarrow b\bar{b}$ .

Uma largura de decaimento rara, porém importante fenomenologicamente, é  $H \rightarrow \gamma\gamma$ , a qual pode ser mediada por um bóson vetorial  $Z$  ou um laço triangular de quark, tendo uma largura de decaimento

$$\Gamma(H \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\alpha^2 \mathcal{G}_F m_{(H)}^3}{128\pi^3 \sqrt{2}} \left| \sum_q 3e_q^2 I_q \left( \frac{m_q^2}{m_{(H)}^2} \right) + I_W \left( \frac{m_{(W)}^2}{m_{(H)}^2} \right) \right|^2 \quad (1.4.12)$$

onde as funções adimensionais  $I_q(x)$  e  $I_W(x)$  dadas por

$$I_q(x) = 4x [2 + (4x - 1)F(x)] \quad (1.4.13)$$

$$I_W(x) = -2 [6x + 1 + 6x(2x - 1)F(x)] \quad (1.4.14)$$

$$F(x) = \theta(1 - 4x) \frac{1}{2} \left[ \ln \left( \frac{1 + \sqrt{1 - 4x}}{1 - \sqrt{1 - 4x}} \right) - i\pi \right]^2 - \theta(4x - 1) 2 [\text{sen}^{-1}(1/2\sqrt{x})]^2. \quad (1.4.15)$$

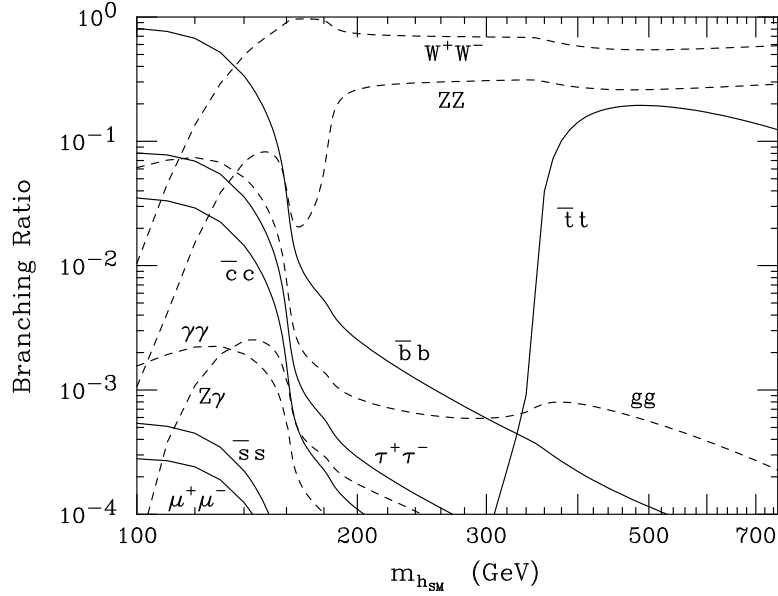
As correções perturbativas em QCD para o laço de quark [43, 44] demonstram uma contribuição pequena para o processo.

Fenomenologicamente, as frações de decaimento relevantes para a observação do bóson de Higgs são mostrados na Fig.1.9, correspondendo a uma grande faixa de massa [45]. Muito abaixo da energia mínima de  $WW$ , a fração de decaimento  $H \rightarrow b\bar{b}$  é dominante. O próximo a contribuir nesta escala é a fração  $\tau^+\tau^-$ , com uma fração de decaimento suprimida em relação à primeira por um fator  $3(m_b^2/m_\tau^2)$ . Com o aumento da energia, chegando a um valor igual a energia mínima para  $WW$  ( $m_{(H)} = 2m_{(W)}$ ) os processos envolvendo o decaimento do Higgs em pares de bósons vetoriais fora da camada de massa começam a dominar. Uma propriedade importante a ser levada em conta, a qual pode ser vista na Eq.(1.4.12), é o rápido crescimento da largura de decaimento com  $m_{(H)}$ , vindo a ser comparável a sua massa em torno de 1.7 TeV, como ilustrado na Fig.1.10.

Extensos cálculos para se obter maiores informações sobre as propriedades do bóson de Higgs foram feitos, como descritos até aqui. Entretanto, diversas incertezas teóricas os acompanham, principalmente aquelas relacionadas às correções além da ordem dominante. Além disso, a obtenção das seções de choque hadrônicas depende das distribuições de pártons utilizadas no cálculo, sendo uma fonte de incertezas teóricas, pelas quais o bóson de Higgs é sensível em escalas de energia de LHC para  $x > \mathcal{O}(10^{-2})$ . Nesta escala de energia, o processo de fusão de glúons possui grandes incertezas, logo, incertezas na produção do Higgs.

Dentre todas estas possibilidades de produção do bósons de Higgs e seus respectivos decaimentos, somente alguns são considerados os melhores processos a fim de se descobrir o Higgs em LHC. Estes são

- i.  $gg \rightarrow H \rightarrow \gamma\gamma$  para  $m_{(H)} \lesssim 150$  GeV;
- ii.  $gg \rightarrow H \rightarrow ZZ^{(*)} \rightarrow l^+l^-l^+l^-$  para  $m_{(H)} \gtrsim 130$  GeV;



**Fig. 1.9:** Frações de decaimento do bóson de Higgs em função da sua massa [45].

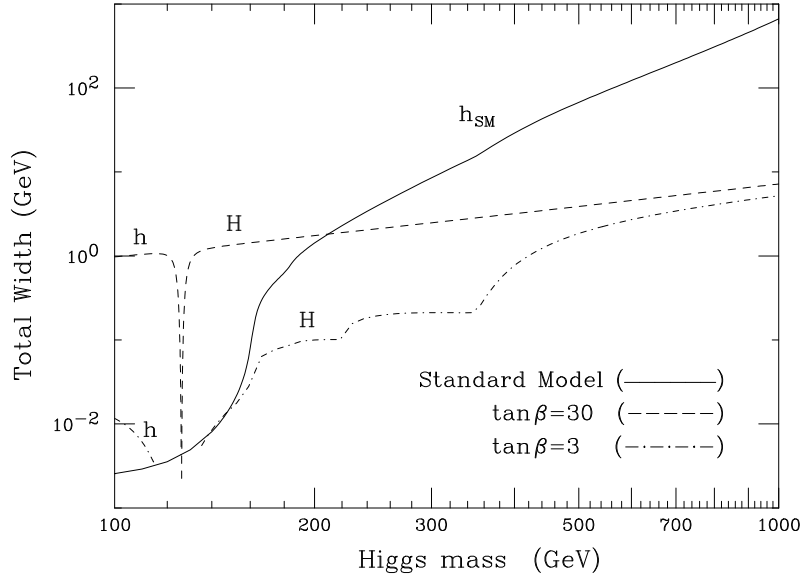
iii.  $q\bar{q} \rightarrow WH \rightarrow l\bar{\nu}_l b\bar{b}$ ;

iv.  $q\bar{q} \rightarrow WH \rightarrow l\bar{\nu}_l \gamma\gamma$ ,  $gg(q\bar{q}) \rightarrow t\bar{t}H \rightarrow WH + X \rightarrow l\bar{\nu}_l \gamma\gamma + X$ .

As frações de decaimento para os casos (i), (ii) e (iv) são extremamente pequenas, onde no modo de decaimento  $h \rightarrow 4l^\pm$  para uma massa mais alta do bóson de Higgs corresponde uma fração de somente 0.12% [27].

Contudo, todos estes canais de decaimento não estão livres de processos de produção secundários, em outras palavras, de um sinal de fundo. Alguns processos possuem os mesmos produtos descritos acima e possíveis de ocorrer na mesma escala de energia. Processos chamados irreduzíveis relacionam os processos que possuem exatamente o mesmo estado final descrito para a produção do Higgs. Exemplos podem ser ilustrados: (i)  $q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma$ , (ii)  $q\bar{q} \rightarrow ZZ \rightarrow l^+l^-l^+l^-$ , (iii)  $q\bar{q} \rightarrow WZ \rightarrow l\bar{\nu}_l b\bar{b}$ , e (iv)  $q\bar{q} \rightarrow W\gamma\gamma \rightarrow l\bar{\nu}_l \gamma\gamma$ ,  $gg(q\bar{q}) \rightarrow t\bar{t}\gamma\gamma \rightarrow l\bar{\nu}_l \gamma\gamma + X$ . Por outro lado, sinais de fundo chamados redutíveis são aqueles em que o estado final não é produzido diretamente, como por exemplo, o decaimento em léptons carregados de um quark b e não de um bóson W, os quais podem ser retirados na análise final experimental através de cortes cinemáticos aos dados obtidos. Apesar da existência destes sinais de fundo, na maioria dos casos é possível eliminá-los na análise final, mantendo a maior parte do sinal intacto. Dentre estas possibilidades de estado final, o que oferece melhores condições de ser observado é o canal de quatro léptons. Portanto, as perspectivas para a observação do Higgs em LHC são promissoras, sendo capaz de ser observado numa faixa de massa desde o limite mínimo de  $m_{(H)} > 114.4$  GeV até  $\mathcal{O}(800)$  GeV.

Porém, mesmo trazendo uma resposta para a geração de massa das partículas elementares, o mecanismo de Higgs também possui problemas. Devido ao fato de a massa do Higgs não poder ser renormalizável até uma escala de uma Nova Física ou de Grande Unificação, outras propostas merecem atenção, com o intuito de efetuar a mesma unificação da Teoria Eletrofraca com as interações demais conhecidas. Assim sendo, uma nova proposta é a teoria



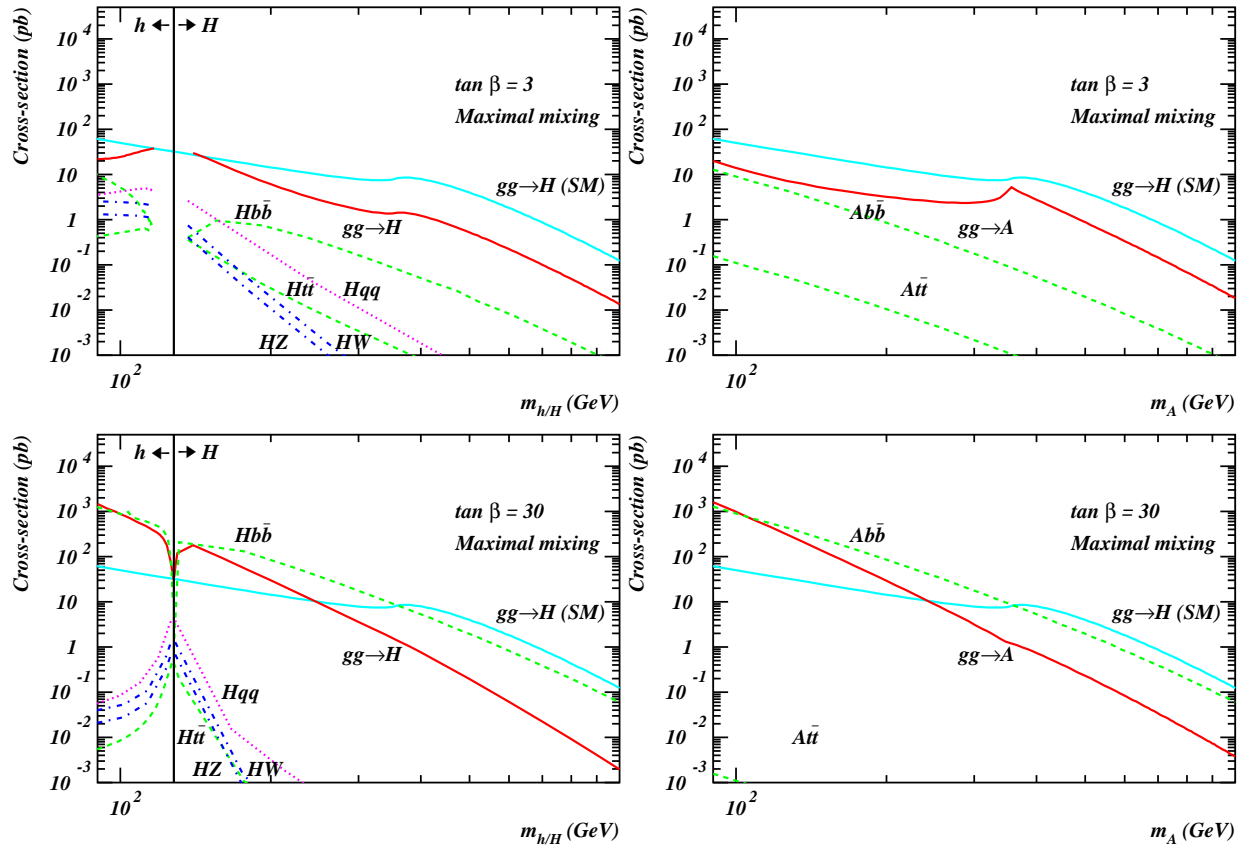
**Fig. 1.10:** *Largura total de decaimento do bóson de Higgs previsto no Modelo Padrão e no Modelo Superssimétrico [45].*

Supersimétrica, a qual, mantendo as mesmas características encontradas no Modelo Padrão com o uso do mecanismo de Higgs, tenta evitar suas dificuldades. No chamado Modelo Mínimo Supersimétrico Mínimo (MSSM) utilizam-se dois dubletos complexos de campos de Higgs, similares aos quais foram utilizados na geração de massa anteriormente, onde as massas e os acoplamentos dos cinco bósons de Higgs resultantes desta teoria ( $h$ ,  $H$ ,  $H^\pm$  e  $A$ ) são descritos em termos de somente dois parâmetros. A escolha convencional para estes parâmetros são a razão entre dois valores não-nulos esperados do vácuo, conhecido como  $\tan\beta = v_2/v_1$  e a massa do bóson de Higgs  $A$ . A massa destes bóson de Higgs possuem limites inferiores [9]

$$\begin{aligned} m_{(h)} &> 89.8 \text{ GeV}, & 95\% \text{ Nível de Confiança} \\ m_{(H)} &> m_{(h)} \\ m_{(A)} &> 90.4 \text{ GeV}, & 95\% \text{ N.C.} \\ m_{(H^\pm)} &> 79.3 \text{ GeV}, & 95\% \text{ N.C.} \end{aligned}$$

Geralmente, pode-se considerar o bóson de Higgs mais leve como sendo exatamente o mesmo bóson de Higgs encontrado no Modelo Padrão, aplicando-se os mesmos métodos fenomenológicos para a sua observação. Porém, como as frações de decaimento e as seções de choque dependem sensivelmente dos parâmetros da teoria, nem sempre essa equivalência é válida. Os demais bósons de Higgs possuem outras características que demandam outros métodos para detectá-los. Mesmo no Modelo MSSM, a fusão de glúons é o processo dominante para a produção de bósons de Higgs neutros, como mostra a Fig.1.11 [45].





**Fig. 1.11:** Mecanismo para a produção de bósons de Higgs neutros no modelo MSSM em  $\sqrt{s} = 14$  TeV para  $\tan \beta = 3$  e  $\tan \beta = 30$  incluindo todas as correções em QCD conhecidas [45]. A faixa de massa varia de 90 GeV a 1 TeV.

Portanto, a busca pelo bóson de Higgs está apenas no início, começando efetivamente quando os primeiros dados de LHC começarem a ser tomados e os principais parâmetros fenomenológicos forem especificados. Com estes estudos, a expectativa de observação do bóson de Higgs cada vez é maior, confirmando, assim, o mecanismo de Higgs ou comprovando a necessidade de uma nova teoria para a geração de massa das partículas elementares.

## 1.5 Conclusões

Este capítulo introduziu a Interação Fraca segundo a Formulação de Fermi, evidenciando a sua analogia com a Eletrodinâmica. Além disso, a violação da paridade nos processos governados por esta interação foi ilustrada, bem como sua implicação sobre a sua descrição analítica. Os problemas relacionados a divergências dos processos foram apresentados, ilustrando a tentativa de se efetuar uma analogia com a QED a fim de tornar a teoria renormalizável.

Um dos principais problemas ligado às divergências na Interação Fraca era a possibilidade

de descrever a interação através da interação de bósons vetoriais mediadores sem massa, o que entrava em confronto com a física do processo. A fim de solucionar este impasse, o Mecanismo de Higgs foi introduzido com o intuito de possibilitar a geração de massa destes bósons, tornando a teoria renormalizável. O entendimento da quebra espontânea de simetria foi introduzido, aspecto principal para a elaboração do Mecanismo de Higgs.

De posse desta ferramenta, foi possível estabelecer uma descrição das Interações Fracas segundo a Teoria de Campos. Através disso, a sua unificação com a QED foi possibilitada, descrevendo por meio da Teoria Eletrofraca a descrição de fenômenos físicos envolvendo o Eletromagnetismo e a Interação Fraca. Como resultado, a massa dos bósons mediadores e do elétron puderam ser obtidas, bem como a massa do Campos de Higgs, responsável por gerar a massa das partículas da teoria.

Por fim, as evidências experimentais no sentido de detectar os bósons mediadores foi apresentada, ilustrando a descoberta dos bósons W e Z no CERN em 1983. Além disso, as ferramentas para a detecção da última partícula da teoria foram estabelecidas, além de apresentar as propostas para a observação do bóson de Higgs em LHC.

## Capítulo 2

# Espalhamento a Altas Energias

### 2.1 Espalhamento Profundamente Inelástico (DIS)

O Espalhamento Profundamente Inelástico consiste no espalhamento entre um lépton neutro ou carregado ( $\ell^\mu$ ) e um hádron ( $P^\mu$ ), tipicamente um núcleon, com momentum transferido grande, por onde pode ser medida a energia e o ângulo de espalhamento do lépton do estado final. O processo pode ser caracterizado por

$$\ell + N \rightarrow \ell + X, \quad (2.1.1)$$

onde o estado final  $X$  denota um sistema hadrônico no estado final. Existem duas possibilidades para o espalhamento entre o lépton e o núcleon: a primeira sendo a Interação de Corrente Neutra, pela qual o lépton em questão é neutro e sua interação com o hádron é mediada pela troca de um fóton virtual ou um bóson neutro  $Z^0$

$$e^-(\rightarrow e^- + \gamma^*, Z^0) + N \rightarrow e^- + X, \quad (2.1.2)$$

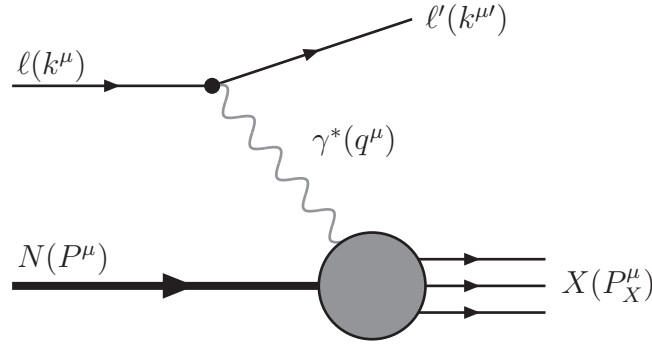
onde o último é suprimido pela sua grande massa, já que o propagador para o bóson tem a forma  $1/(Q^2 + m_{(Z)}^2)$ , o que contribui muito pouco para a seção de choque do DIS de Corrente Neutra. A segunda possibilidade consiste na Interação de Corrente Carregada, onde o estado final apresenta um neutrino, produto da interação pela troca de um bóson  $W^\pm$  entre o lépton e o núcleon

$$e^-(\rightarrow e^- + W^\pm) + N \rightarrow \nu_e + X \quad (2.1.3)$$

ocorrendo neste caso a mesma problemática na contribuição para a seção de choque, devido a grande massa dos bósons mediadores.

Nestes casos, quando se mede somente o lépton no estado final o processo em questão se chama inclusivo. Entretanto, selecionando um determinado estado final para a observação, o processo chama-se exclusivo. Pela pequena contribuição dos bósons  $Z^0$  e  $W^\pm$  para a seção de choque do DIS de Corrente Neutra e Corrente Carregada, e pela dificuldade de se medir o neutrino no estado final, o uso convencional do DIS ocorre através da interação de um fóton virtual entre o elétron e o núcleon, como ilustra a Fig.2.1,

$$e^-(\rightarrow e^- + \gamma^*) + N \rightarrow e^- + X. \quad (2.1.4)$$



**Fig. 2.1:** Diagrama de Feynman representando o Espalhamento Profundamente Inelástico (DIS) em ordem mais baixa (LO) em teoria de perturbação.

### 2.1.1 Cinemática do Espalhamento Profundamente Inelástico

O processo representado pela Eq.(2.1.4) é descrito pelo uso de três variáveis cinemáticas independentes. Estas variáveis são chamadas de variáveis de Mandelstam

$$s = (\ell + P)^2 = E_{\text{CM}}^2 \quad (2.1.5)$$

$$t = (\ell - \ell')^2 = -Q^2 \quad (2.1.6)$$

$$u = (\ell - P_X)^2, \quad (2.1.7)$$

as quais são invariantes de Lorentz, satisfazendo a relação

$$s + t + u = m^2 + m'^2 + M^2 + W^2. \quad (2.1.8)$$

O fóton representa a quantidade de momentum transferido no processo, possuindo um quadrimomentum  $q^\mu$  do tipo espaço ( $q^2 < 0$ ), o qual define a escala de energia pelo qual a estrutura hadrônica será experimentada. Para grande momentum transferido, o processo é chamado duro, e macio para momenta pequenos. Também é conveniente definir a chamada virtualidade do fóton

$$Q^2 = -q^2 = (\ell - \ell')^2 > 0. \quad (2.1.9)$$

Outras quantidades invariantes possíveis de serem usadas são:

- i. A energia entre o bóson trocado e o núcleon

$$W^2 = (P + q)^2, \quad (2.1.10)$$

- ii. Em relação ao referencial de laboratório é possível determinar a diferença de energia entre os estado inicial e final do lépton

$$\nu = E - E' \approx \frac{P \cdot q}{m_N}, \quad (2.1.11)$$

onde  $m_N$  representa a massa do núcleon. O DIS é descrito pela introdução de uma variável adimensional chamada variável de Bjorken, definida por

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} = \frac{Q^2}{2m_N \nu} = \frac{Q^2}{Q^2 + W^2 - m_N^2} \quad (2.1.12)$$

definida no intervalo  $0 \leq x \leq 1$ .

iii. A variável chamada algumas vezes de inelasticidade define a fração da energia do lépton no estado inicial carregado pelo fóton trocado

$$y = \frac{\nu}{E} = \frac{P \cdot q}{P \cdot \ell} = \frac{W^2 + Q^2 - m_N^2}{s - m_N^2} \quad (2.1.13)$$

estando definida no intervalo  $0 \leq y \leq 1$ .

A expressão profundamente inelástico refere-se ao regime onde ambas as variáveis  $m_N \nu$  e  $Q^2$  são muito maiores que  $m_N^2$ , mantendo  $x$  fixo e finito. Sendo assim, é possível desprezar a massa do núcleon frente às demais grandes escalas de energia do processo.

Por meio da Eletrodinâmica Quântica, a seção de choque inclusiva para o processo definido na Eq.(2.1.1) pode ser expressa como

$$d\sigma = \frac{1}{4(\ell \cdot P)} \frac{1}{2} \sum_{s_\ell, s'_\ell} \frac{1}{2} \sum_S \sum_X \int \frac{dP_X d^3 \ell'}{(2\pi)^2} \left( \frac{1}{4P_X^0 E'} \right) \delta^4(P + \ell - P_X - \ell') |\mathcal{M}^2|. \quad (2.1.14)$$

Considerando o DIS para fótons não-polarizados, efetua-se a média sobre os spins do lépton e do núcleon incidentes e a soma sobre o spin do lépton do estado final. A amplitude quadrada expressa na Eq.(2.1.14) tem a forma

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{e^4}{q^4} [\bar{u}_{\ell'}(\ell', s'_\ell) \gamma_\mu u_\ell(\ell, s_\ell)]^* [\bar{u}_{\ell'}(\ell', s'_\ell) \gamma_\nu u_\ell(\ell, s_\ell)] \langle P, S | J^\mu(0) J^\nu(0) | P, S \rangle \quad (2.1.15)$$

onde a quantidade  $J^\mu(0)$  é chamada corrente hadrônica.

Uma quantidade possível de ser introduzida é a chamada tensor hadrônico como

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu} &\equiv \frac{1}{(2\pi)} \frac{1}{2} \sum_S \sum_X \int \frac{d^3 P_X}{(2\pi)^3 2P_X^0} (2\pi)^4 \delta^4(P + q - P_X) \langle P, S | J^\mu(0) J^\nu(0) | P, S \rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \int d^4 z e^{iq \cdot z} \langle N | J^\mu(z) J^\nu(0) | N \rangle \end{aligned} \quad (2.1.16)$$

onde a média sobre spins foi absorvida no estado do núcleon  $|N\rangle$ . Da mesma forma, o tensor leptônico é definido por

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &\equiv \frac{1}{2} \sum_{s_\ell, s'_\ell} [\bar{u}_{\ell'}(\ell', s'_\ell) \gamma_\mu u_\ell(\ell, s_\ell)]^* [\bar{u}_{\ell'}(\ell', s'_\ell) \gamma_\nu u_\ell(\ell, s_\ell)] \\ &= \frac{1}{2} \text{Tr}[\not{\ell}' \gamma_\mu \not{\ell} \gamma_\nu] = 2 [\ell_\mu \ell'_\nu + \ell_\nu \ell'_\mu - g_{\mu\nu} (\ell \cdot \ell')] \end{aligned} \quad (2.1.17)$$

onde a massa do lépton foi desprezada. Utilizando estas definições a seção de choque pode ser escrita no referencial de laboratório, onde  $(\ell \cdot P) = m_N E$ ,

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha_{em}^2 E'}{2m_N Q^4 E} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}. \quad (2.1.18)$$

Existe a possibilidade de parametrizar o tensor hadrônico  $W_{\mu\nu}$  como

$$\frac{1}{2m_N} W_{\mu\nu} = \left( -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) W_1(P \cdot q, q^2) \quad (2.1.19)$$

$$+ \frac{1}{m_N^2} \left[ \left( P_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left( P_\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\nu \right) \right] W_2(P \cdot q, q^2) \quad (2.1.20)$$

e a seção de choque do DIS não-polarizado pode ser expressa em função de duas funções de estrutura  $W_1$  e  $W_2$

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha_{em}^2 E'^2}{Q^4} \left[ 2W_1 \sin^2 \left( \frac{\vartheta}{2} \right) + W_2 \cos^2 \left( \frac{\vartheta}{2} \right) \right]. \quad (2.1.21)$$

Convenientemente, reescrevem-se as funções de estrutura de forma adimensional

$$F_1(x, Q^2) \equiv m_N W_1(\nu, Q^2) \quad (2.1.22)$$

$$F_2(x, Q^2) \equiv \nu W_2(\nu, Q^2) \quad (2.1.23)$$

permitindo escrever o tensor hadrônico na forma

$$W_{\mu\nu} = 2 \left( -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) F_1(x, Q^2) \quad (2.1.24)$$

$$+ \frac{2}{(P \cdot q)} \left[ \left( P_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left( P_\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\nu \right) \right] F_2(x, Q^2) \quad (2.1.25)$$

e fornecendo a seção de choque do DIS em função de  $x$  e  $y$

$$\frac{d\sigma}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 s}{Q^4} \left\{ xy^2 F_1(x, Q^2) + \left( 1 - y - \frac{xy m_N^2}{s} \right) F_2(x, Q^2) \right\}. \quad (2.1.26)$$

Além disso, também é possível escrever a seção de choque de foto-absorção virtual, o sub-processo relacionado ao DIS, em termos das funções de estrutura

$$\sigma_{L,T}^{\gamma^* N}(x, Q^2) = \frac{4\pi^2 \alpha_{em}}{Q^2} F_{L,T}(x, Q^2) \quad (2.1.27)$$

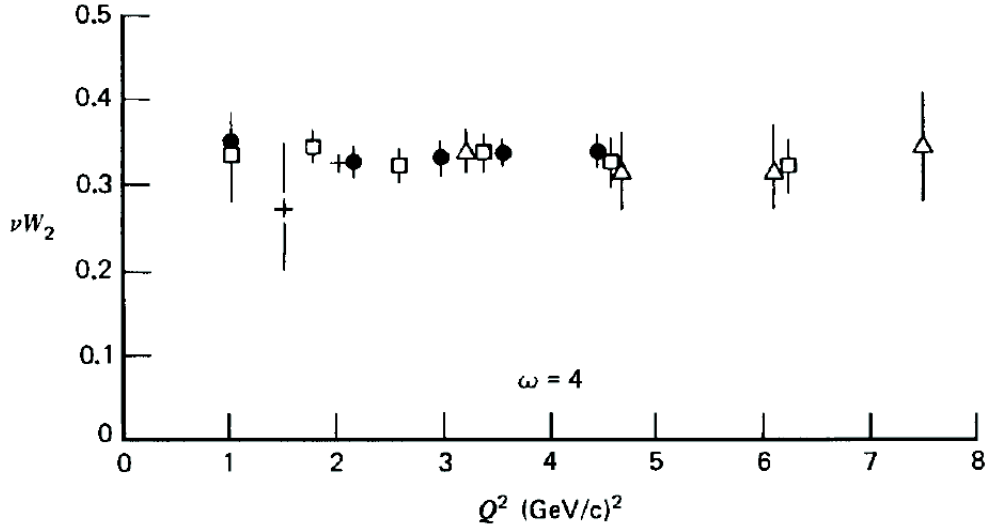
onde os índices  $L$  e  $T$  denotam por seção de choque longitudinal e transversal, respectivamente, e as funções de estrutura frente a estas designações são definidas por

$$F_T = 2xF_1 \quad (2.1.28)$$

$$F_L = F_2 - 2xF_1. \quad (2.1.29)$$

Portanto, notando que pode ser escrita a seguinte relação  $F_2 = F_L + F_T$ , a soma das seções de choque longitudinal e transversal para a foto-absorção virtual é proporcional a  $F_2$

$$\sigma^{\gamma^* N}(x, Q^2) = \frac{4\pi^2 \alpha_{em}}{Q^2} F_2(x, Q^2) \quad (2.1.30)$$



**Fig. 2.2:** Função de Estrutura  $\nu W_2 = F_2$  obtida através do espalhamento elétron-próton como função de  $Q^2$  [46].

### 2.1.2 Modelo de Pártons

Analisando os limites envolvendo as variáveis  $\nu$  e  $Q^2$  pode-se concluir [47] que no limite

$$\nu, Q^2 \rightarrow \infty, \quad x = \frac{Q^2}{2m_N\nu} \text{ fixo} \quad (2.1.31)$$

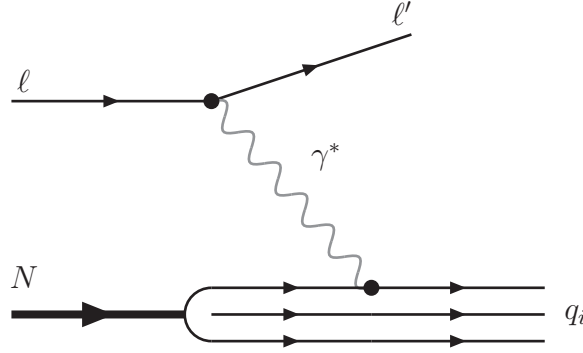
as funções de estrutura adimensionais  $F_1$  e  $F_2$  aproximadamente escalam, isto é, dependem somente da variável  $x$

$$\lim_{Q^2, \nu \rightarrow \infty} m_N W_1(\nu, Q^2) \approx F_1(x) \quad (2.1.32a)$$

$$\lim_{Q^2, \nu \rightarrow \infty} \nu W_2(\nu, Q^2) \approx F_2(x). \quad (2.1.32b)$$

Este limite é conhecido como limite de Bjorken e foi observado em experimentos de DIS no Acelerador Linear da Universidade de Stanford (SLAC) na década de 60 [48], como ilustra a Fig.2.2. Como pode ser visto, mesmo com uma variação grande do momentum transferido, os dados continuam a estarem distribuídos sobre uma mesma linha. Esta observação evidencia a ocorrência do espalhamento elástico do fóton com partículas pontuais, chamados pártons, que estão contidas no interior do hádron experimentado, ilustrado pela Fig.2.3. Caso a estrutura do hádron possuísse uma natureza mais complexa, as funções de estrutura deveriam apresentar uma sensibilidade ligada à virtualidade do bóson mediador, pois a sua estrutura interna poderia ser excitada de maneiras diferentes dependendo de cada valor de  $Q^2$ .

Considerando um referencial onde o hádron se move com grande rapidez, onde se considera os efeitos relativísticos, este hádron apresenta uma contração espacial e uma dilatação temporal, o que permite desprezar as massas e os momenta transversos de seus pártons constituintes. Com isso, o movimento dos pártons acompanha paralelamente o movimento



**Fig. 2.3:** Diagrama que ilustra o espalhamento entre o fóton virtual e um dos possíveis partons contidos no interior do hádron.

do hádron, carregando uma fração  $\xi_i$  do momentum do hádron. Levando em conta todos os partons constituintes do hádron, a soma das frações de momentum carregado por cada parton deve ser igual a soma do momentum do hádron em questão

$$\sum_i \xi_i P = P. \quad (2.1.33)$$

Utilizando o Modelo de Pártons, é possível afirmar que a seção de choque do DIS lépton-hádron  $\ell + N \rightarrow \ell' + X$  corresponde à soma incoerente das seções de choque de espalhamento elástico  $\ell + q_i \rightarrow \ell' + q'_i$ . Considerando a conservação de momentum aplicada ao vértice parton-bóson  $\xi_i p + q = p'$  obtém-se que

$$\xi_i = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = x, \quad (2.1.34)$$

ou seja, a variável de Bjorken  $x$  pode ser interpretada como sendo a fração de momentum do hádron carregada pelo parton envolvido no espalhamento.

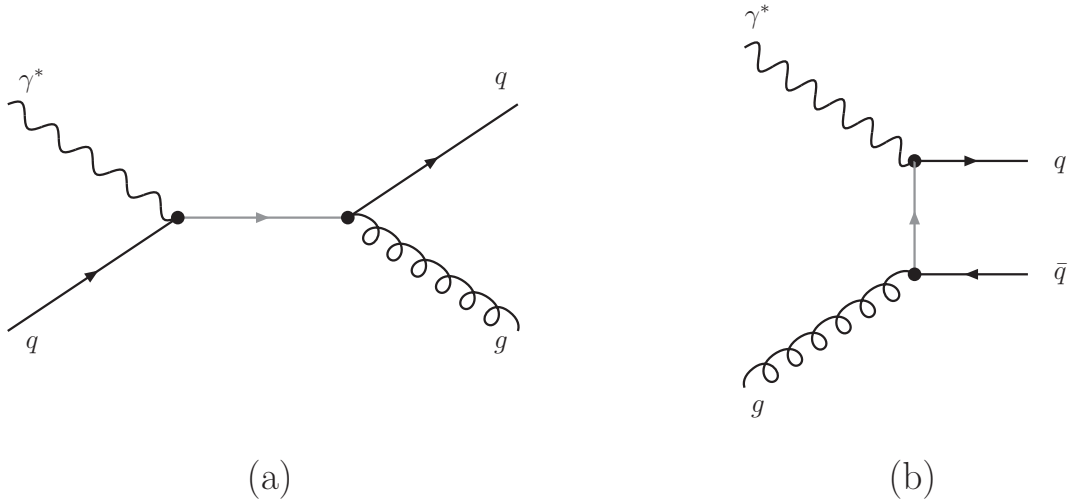
Descrevendo o hádron através do Modelo de Pártons, passa a ser necessário o uso de uma função que descreva a probabilidade de encontrar um destes partons, portando uma fração  $\xi_i$  de momentum do hádron, a qual é chamada de densidade partônica  $f_i(x)$ . De posse desta função, é possível encontrar uma relação entre as funções de estrutura  $F_1$  e  $F_2$ , descrita por

$$F_2 = 2xF_1 = x \sum_i e_i^2 f_i(x) \quad (2.1.35)$$

onde  $e_i$  corresponde a carga da  $i$ -ésima espécie de parton. A relação descrita pela Eq.(2.1.35) é chamada de Relação de Callan-Gross [49], sendo este um resultado direto do fato de os partons serem partículas de spin 1/2.

A fim de efetuar uma descrição espectroscópica dos hádrons através das simetrias do grupo SU(3) [50], estes partons puderam ser identificados como sendo os quarks constituintes dos hádrons. Para esta finalidade, os hádrons são constituídos de dois conjuntos de quarks: o primeiro relaciona os quarks chamados quarks de valência, os quais possuem





**Fig. 2.4:** Diagramas representando as contribuições que não são consideradas pelo Modelo de Pártons: (a) Emissão de glúons pelos quarks e (b) Glúons no estado inicial.

uma natureza não-perturbativa e definem cada tipo de hádron conhecido; o segundo, são os chamados quarks de mar, produzidos em pares partícula-antipartícula pela flutuação dos propagadores da Interação Forte. Sendo constituintes dos hádrons, as propriedades de cada quark no interior do hádron devem se cumprir de tal maneira que em conjunto estes quarks reproduzam as propriedades do hádron como um todo. Desta forma, as funções de densidade partônica utilizadas para descrever os pártons no interior dos hádrons devem cumprir estas propriedades da mesma forma, ou seja, devem cumprir a regras de conservação. Uma importante regra é a soma sobre os momenta dos quarks

$$\sum_i \int_0^1 x_i f_i(x) dx_i = 1. \tag{2.1.36}$$

Entretanto, utilizando esta regra para as distribuições dos quarks de valência nos hádrons, foi verificado experimentalmente um resultado aproximadamente de 0.5 [51], indicando que metade do momentum do hádron estava relacionado aos demais pártons constituintes, ou seja, os quarks de mar, relacionados com os propagadores do Interação Forte, os glúons.

### 2.1.3 Equação de evolução DGLAP

Com o advento do Modelo de Pártons foi possível evidenciar que parte do momentum do hádron envolvido no processo de espalhamento é portado pelos glúons existentes em seu interior. Entretanto, como a Interação Forte é descrita pela QCD, esta revela a existência de uma nuvem de glúons virtuais e pares quark-antiquark ao redor dos quarks de valência de cada hádron. Com isso, estes pártons serão observados dependendo da magnitude de  $Q^2$ , onde aqui a virtualidade do bóson mediador determina a resolução com que o hádron é experimentado. Quanto maior for a resolução de observação, um maior número de pártons será observado no interior desta nuvem, cada um portando uma parcela do momentum do

hádron do qual fazem parte. Aumentando o poder de resolução do experimento, ou seja, aumentando a magnitude de  $Q^2$ , proporcionalmente também cresce a probabilidade de encontrar um parton no interior do hádron com uma fração menor de momentum deste hádron. Portanto, como resultado da teoria da Interação Forte, a função densidade de partons deverá depender do momentum transferido  $Q^2$ , o que revela uma violação do escalonamento das funções de distribuição partônicas, pois estas passam a depender explicitamente do momentum transferido  $Q^2$ .

Este contraste entre o Modelo de Partons e a QCD surge do fato que a Teoria das Interações Fortes emprega o glúon como sendo o mediador desta interação entre quarks, tanto de valência quanto os quarks de mar. Logo, o Modelo de Partons não leva em conta as contribuições de emissão de glúons pelos quarks (Fig.2.4a) e glúons no estado inicial (Fig.2.4b). Com isso, o Modelo de Partons pode ser visto como a contribuição de primeira ordem em teoria de perturbação para a realidade vista no interior do hádron. Conciliando a isto à QCD, pode-se compreender melhor a sua natureza e como ela se processa. A interação entre quarks e glúons revela que os constituintes no interior do hádron não são objetos livres, o que revela além dos quarks de valência a existência da nuvem que os envolvem. Logo, com maior poder de resolução, mais profundamente esta nuvem será penetrada, revelando um maior número de partons.

Através do Modelo de Partons, a função de estrutura  $F_2$  pode ser escrita na forma chamada fatorizada

$$F_2(x) = \sum_{q,\bar{q}} \int_x^1 d\varepsilon f_q(\varepsilon) \hat{F}_2^q\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \quad (2.1.37)$$

onde  $\hat{F}_2^q$  representa a função de estrutura elementar dos quarks, isto é, proporcional à seção de choque de foto-absorção virtual para o espalhamento  $\gamma^*q$ . No Modelo de Partons, este processo é representado pelo diagrama da Fig.2.5a e  $\hat{F}_2^q$  é dada por

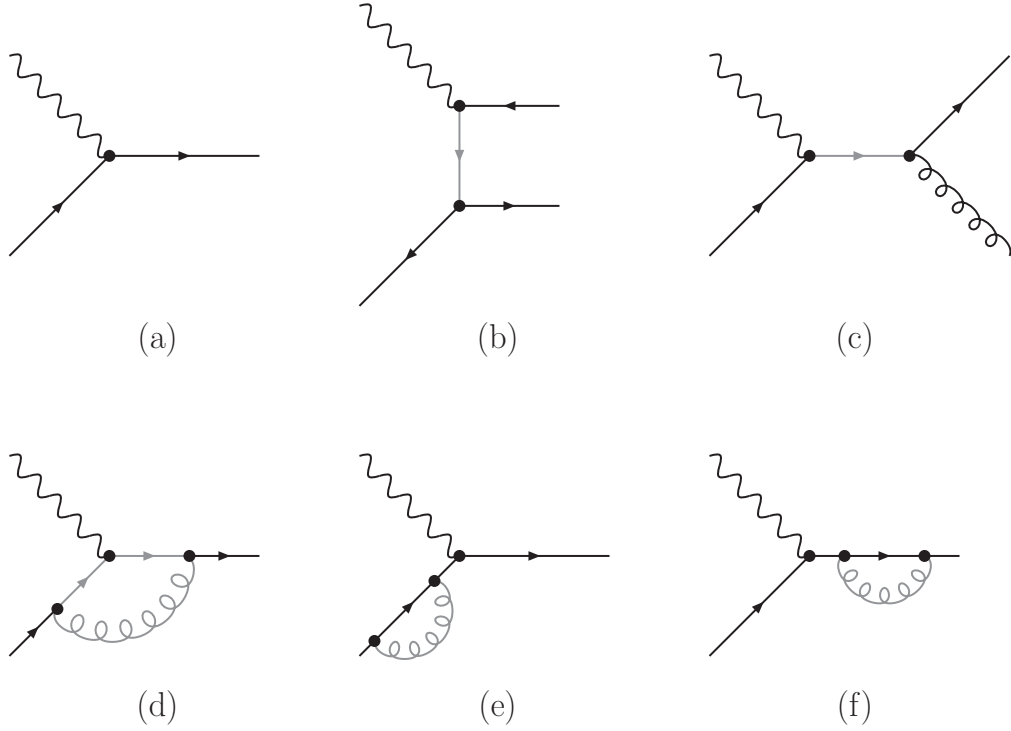
$$\hat{F}_2^q(z) = e_q^2 \delta(1-z). \quad (2.1.38)$$

Inserindo esta expressão a Eq.(2.1.37), o resultado obtido é a expressão bem conhecida do Modelo de Partons

$$F_2 = x \sum_q e_q^2 [f_q(x) + f_{\bar{q}}(x)]. \quad (2.1.39)$$

Como os partons no interior do hádron não são livres, a sua interação através da emissão e absorção de glúons leva a correções da ordem  $\mathcal{O}(\alpha_s)$  para a expressão de  $F_2$ . Estas correções se referem aos outros diagramas que contribuem para a seção de choque  $\gamma^*q(\bar{q})$ , os quais são representados na Fig.2.5. Os diagramas representados pelas Figs.2.5b,c correspondem a emissão de glúons reais no canal  $t$  e no canal  $s$ , respectivamente. O diagrama da Fig.2.5d representa a correção ao vértice fóton-quark, e os demais representam as correções de auto-energia. Todos estes diagramas contribuem para a função de estrutura  $\hat{F}_2^q$  na forma

$$\hat{F}_2^q(z, Q^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} e_q^2 z \left[ P(z) \ln\left(\frac{Q^2}{\kappa_0^2}\right) h(z) \right] \quad (2.1.40)$$



**Fig. 2.5:** Diagramas que contribuem para o espalhamento  $\gamma^*p$ .

onde  $P(z)$  e  $h(z)$  são funções finitas e  $\kappa_0^2$  representa o corte no momentum transversal  $\kappa_\perp^2$  do quark a fim de regularizar divergências. Pode-se notar aqui que a dependência na escala surge somente nas contribuições à função de estrutura elementar a partir da ordem  $\alpha_s$ . Assumindo uma dependência com a escala para a função de estrutura  $F_2$  [Eq.(2.1.37)], a inserção das contribuições definidas pela Fig.2.5 resultam

$$F_2(x, Q^2) = \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 x \left\{ f_q(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} f_q(\varepsilon) \left[ P\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \ln\left(\frac{Q^2}{\kappa_0^2}\right) + h\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \right] + \dots \right\} \quad (2.1.41)$$

onde os pontos se referem às contribuições de ordens mais altas. Introduzindo a escala de fatorização<sup>1</sup>  $\mu^2$ , o logaritmo divergente pode ser separado em duas partes

$$\ln\left(\frac{Q^2}{\kappa_0^2}\right) = \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) + \ln\left(\frac{\mu^2}{\kappa_0^2}\right). \quad (2.1.42)$$

Com isso, a função de estrutura  $F_2$  pode ser expressa na forma

$$F_2(x, Q^2) = \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 x \int_x^1 \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} q(\varepsilon, \mu^2) C(z, Q^2, \mu^2) \quad (2.1.43)$$

onde a função  $q(\varepsilon, \mu^2)$  corresponde às funções de distribuição renormalizadas

$$q(x, \mu^2) = f_q(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} f_q(\varepsilon) \left[ P\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \ln\left(\frac{\mu^2}{\kappa_0^2}\right) + h'\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \right] + \dots \quad (2.1.44)$$

<sup>1</sup> Um esquema de fatorização determina uma estrutura teórica onde é possível separar a física perturbativa (altas energias) e a física não-perturbativa (baixas energias) nos processos de espalhamento.

e a função  $C$  é chamada função coeficiente

$$C(z, Q^2, \mu^2) = \delta(1-z) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left\{ P(z) \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) + [\tilde{h}(z) - HP(z)] \right\} + \dots \quad (2.1.45)$$

onde  $H = \gamma_E - \ln(4\pi)P(z)$ , sendo  $\gamma_E = 0.5772\dots$  a constante de Euler-Mascheroni. As funções  $h'(z)$  e  $\tilde{h}(z)$  são parcelas da função  $h(z)$  definida anteriormente

$$h(z) = \tilde{h}(z) + h'(z), \quad (2.1.46)$$

onde esta separação define o esquema de fatorização.

Sendo a função de estrutura  $F_2$  um observável físico, esta não pode depender da quantidade não-física  $\mu^2$ . Logo, derivando  $F_2$  em relação a  $\ln(\mu^2)$ , leva a uma equação integro-diferencial que governa a dependência em escala das distribuições dos quarks

$$\frac{\partial q(x, \mu^2)}{\partial \ln(\mu^2)} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} P\left(\frac{x}{y}\right) q(y, \mu^2) \quad (2.1.47)$$

a qual é chamada de Equação DGLAP (Dokshitzer [52], Gribov, Lipatov [53], Altarelli e Parisi [54]). A função de desdobramento  $P(z)$  representa a probabilidade para um quark emitir outro quark com fração de momentum  $x$ . Esta função pode ser expandida em uma série de potências na constante de acoplamento forte  $\alpha_s$

$$P(x) = \sum_n \alpha_s^n P^{(n)}(x). \quad (2.1.48)$$

Em ordem dominante, ou seja, em ordem  $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$  em relação às funções de desdobramento e  $\mathcal{O}(\alpha_s)$  nas funções coeficiente, a Equação DGLAP efetivamente efetua a ressonância sobre as contribuições do tipo  $(\alpha_s \ln Q^2)^n$ .

Além da contribuição referente a quarks e anti-quarks, deve-se levar em conta a contribuição de glúons. Com isso, a função de estrutura  $F_2$  pode ser expressa em termos da contribuição gluônica

$$F_2(x, Q^2) = \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 x \int_x^1 \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \left[ q(\varepsilon, \mu^2) C^{(q)}\left(\frac{x}{\varepsilon}, Q^2, \mu^2\right) + g(\varepsilon, \mu^2) C^{(g)}\left(\frac{x}{\varepsilon}, Q^2, \mu^2\right) \right] \quad (2.1.49)$$

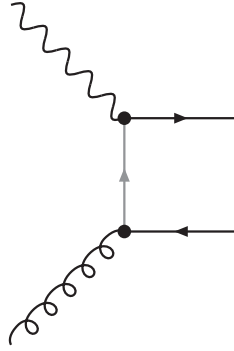
A função coeficiente  $C^{(g)}$  referente aos glúons provém do diagrama de fusão fóton-glúon, representado na Fig.2.6, o qual contribui em ordem  $\mathcal{O}(\alpha_s)$ .

A definição da distribuição de quarks com dependência em escala é dada por

$$q(x, \mu^2) = f_q(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} f_q(\varepsilon) \left[ P_{qq}\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \ln\left(\frac{\mu^2}{\kappa_0^2}\right) + h'_q\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \right] \quad (2.1.50)$$

$$+ \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} f_g(\varepsilon) \left[ P_{qg}\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \ln\left(\frac{\mu^2}{\kappa_0^2}\right) + h'_g\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \right] + \dots \quad (2.1.51)$$

A forma explícita das funções coeficiente podem ser encontradas na Ref.[27].



**Fig. 2.6:** Diagrama que representa a fusão fóton-glúon.

As distribuições partônicas podem ser expressas em termos da natureza dos pártons. A distribuição não-singlete refere-se aos quarks de valência

$$q_{NS}(x, Q^2) = q(x, Q^2) - \bar{q}(x, Q^2) \quad (2.1.52)$$

e a distribuição de singlete de cor refere-se aos quarks de mar

$$\Sigma(x, Q^2) = \sum_i [q_i(x, Q^2) + \bar{q}_i(x, Q^2)]. \quad (2.1.53)$$

Utilizando a variável  $t = \ln(Q^2/\mu^2)$ , a Equação DGLAP possui a forma

$$\frac{\partial q_{NS}(x, t)}{\partial t} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) q_{NS}(y, t) \quad (2.1.54)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \Sigma(x, t) \\ g(x, t) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \begin{pmatrix} P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) & 2n_f P_{qg}\left(\frac{x}{y}\right) \\ P_{gq}\left(\frac{x}{y}\right) & P_{gg}\left(\frac{x}{y}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma(x, t) \\ g(x, t) \end{pmatrix} \quad (2.1.55)$$

onde  $n_f$  corresponde ao número de sabores levados em conta. Em ordem dominante, as funções de desdobramento são dadas por

$$P_{qq}^{(0)}(x) = C_F \left[ \frac{1+x^2}{(1-x)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-x) \right] \quad (2.1.56a)$$

$$P_{qg}^{(0)}(x) = \frac{1}{2} [x^2 + (1-x)^2] \quad (2.1.56b)$$

$$P_{gq}^{(0)}(x) = C_F \left[ \frac{1+(1-x)^2}{x} \right] \quad (2.1.56c)$$

$$P_{gg}^{(0)}(x) = 2C_A \left[ \frac{x}{(1-x)_+} + \frac{1-x}{x} + x(1-x) \right] + \left[ \frac{11C_A - 2n_f}{6} \right] \delta(1-x) \quad (2.1.56d)$$

onde  $C_F$  e  $C_A$  são relacionadas ao número de cores  $N_c$  pelas relações  $C_F = (N_c^2 - 1)/2N_c$  e  $C_A = N_c$ , e as distribuições com sinal positivo são definidas de forma que, dada uma função

suave  $f(x)$ , obedecem

$$\int_0^1 dx \frac{f(x)}{(1-x)_+} = \int_0^1 dx \frac{f(x) - f(1)}{1-x}. \quad (2.1.57)$$

Também é útil introduzir os chamados momentos  $f(N, t)$  das funções distribuições partônicas, definidos como a transformada de Mellin de  $f(x, t)$

$$f(N, t) = \int_0^1 dx x^{N-1} f(x, t), \quad (2.1.58)$$

a qual possui a transformada inversa na forma

$$f(x, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dN x^{-N} f(N, t), \quad (2.1.59)$$

onde a quantidade  $c$  é tal que o contorno de integração situa-se à direita de todas as singularidades do integrando.

### 2.1.4 Parametrizações das distribuições partônicas

A descrição de processos hadrônicos em altas energias requer, além do conhecimento da seção de choque do sub-processo partônico, o conhecimento das funções de distribuições partônicas individuais nos hádrons. A seção de choque hadrônica é obtida através da convolução da seção de choque partônica, calculada a partir de QCD perturbativa, com as funções de distribuição partônica no hádron, adquirindo a seguinte forma

$$\sigma(A + B \rightarrow C + X) = f_A^a \otimes \sigma_{ab \rightarrow cX} \otimes f_B^b \quad (2.1.60)$$

onde  $\sigma_{ab \rightarrow cX}$  é a seção de choque partônica e  $f_j^i$  é a função de distribuição partônica do parton  $i$  no hádron  $j$ .

Como as funções de distribuição partônicas não são obtidas com o uso direto da QCD perturbativa, é necessário buscá-las a partir dos dados. Entretanto, os experimentos não medem diretamente as funções de distribuição partônicas, mas funções de estrutura e seções de choque. Com isso, se torna possível obter estas distribuições a partir do chamado ajuste global das distribuições [55], ou seja, as distribuições são parametrizadas em um certo valor de referência  $Q_0^2$ , grande o suficiente para garantir o uso da QCD perturbativa, e então evoluídas numericamente em  $Q^2$  através da Equação DGLAP numa dada região cinemática de interesse. Desta forma, os parâmetros de entrada são ajustados durante a evolução, fornecendo uma distribuição partônica para uma certa região de  $x$  e  $Q^2$ .

A função de entrada que parametriza as funções de distribuição geralmente é descrita como

$$f_j^i(x, Q_0^2) = C_1 x^{c_2} (1-x)^{c_3} P(x, c_4, \dots) \quad (2.1.61)$$

onde a função  $P$  é uma função bem comportada de  $x$ , o termo  $x^{c_2}$  determina o comportamento para pequeno  $x$  e  $(1-x)^{c_3}$  o comportamento para grande  $x$ .

Algumas parametrizações foram propostas baseadas nos dados obtidos, principalmente em DIS. Uma parametrização muito utilizada é a proposta por Martin, Roberts, Stirling e Thorne (MRST) [56], a qual é obtida a partir de dados de DIS, fornecendo as distribuições partônicas desejadas.

As distribuições de entradas são parametrizadas com base em uma virtualidade inicial  $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$ , sendo definidas por

$$xu_v = A_u x^{\eta_1} (1-x)^{\eta_2} (1 + \epsilon_u \sqrt{x} + \gamma_u x) \quad (2.1.62a)$$

$$xd_v = A_d x^{\eta_3} (1-x)^{\eta_4} (1 + \epsilon_d \sqrt{x} + \gamma_d x) \quad (2.1.62b)$$

$$xS = A_S x^{-\lambda_S} (1-x)^{\eta_S} (1 + \epsilon_S \sqrt{x} + \gamma_S x) \quad (2.1.62c)$$

$$xg = A_g x^{-\lambda_g} (1-x)^{\eta_g} (1 + \epsilon_g \sqrt{x} + \gamma_g x) \quad (2.1.62d)$$

onde  $u_v \equiv u - \bar{u}$  e  $d_v \equiv d - \bar{d}$  são distribuições de valência e  $S \equiv 2(\bar{u} + \bar{d} + \bar{s} + \bar{c})$  é a distribuição total de mar. Considerando uma virtualidade  $Q^2 = 200 \text{ GeV}^2$ , esta parametrização sugere que 46% do momentum do hádron é portado pelos glúons, 31% pelos quarks de valência e 23% pelos quarks de mar.

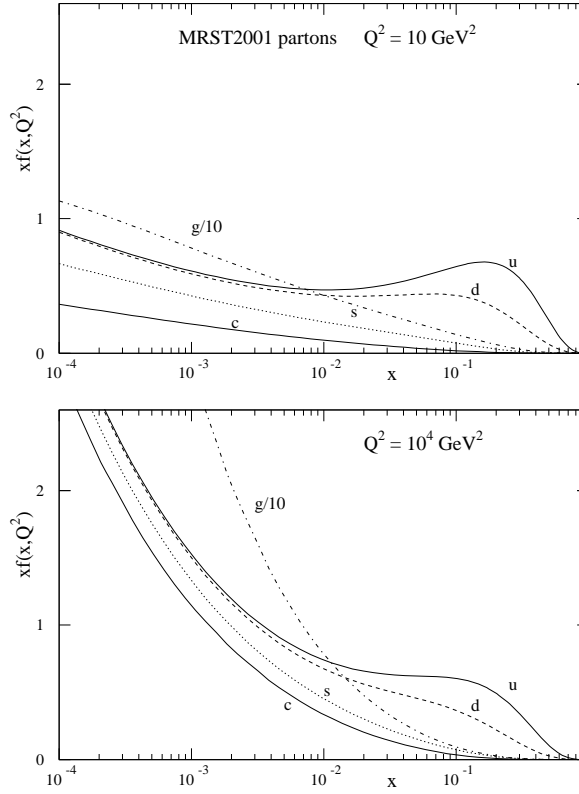
Esta parametrização foi a primeira a considerar a função densidade para quarks pesados, como o quark charm e o quark bottom. Estas densidades são determinadas por outras distribuições partônicas, sem acrescentar outros parâmetros além da massa dos quarks pesados. Para uma virtualidade muito pequena, a função de estrutura  $F_2^A(x, Q^2)$ , com  $A = c, b$ , são descritas pela fusão bóson-glúon e as densidades de quarks pesados surge para  $Q^2 \simeq m_A^2$ .

Com novos dados obtidos dos experimentos, foi possível refinar a forma das antigas parametrizações [57, 58], principalmente na região de pequeno  $x$ , onde um crescimento substancial na densidade de glúons pode ser observado para muito pequeno  $x$  ( $x < 0.001$ ). Com isso, novas parametrizações foram possíveis de ser obtidas, reduzindo as incertezas observadas nas antigas parametrizações.

Na Fig.2.7 o comportamento das distribuições partônicas para duas escalas é ilustrado: (a)  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  e (b)  $Q^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$ . Como pode ser notado, a distribuição de glúons é suprimida por um fator de 10, o que demonstra um rápido crescimento para pequeno  $x$ . A Fig.2.8 ilustra a função de estrutura para valores de  $x$  nos intervalos: (a)  $x = 5.3 \times 10^{-5} - 3.2 \times 10^{-4}$  e (b)  $x = 0.02 - 0.08$ . As curvas representam os resultados obtidos através da parametrização MRST com a evolução em  $Q^2$ . Como se pode ver, as predições fornecidas por esta parametrização são comparadas entre os conjuntos 1999 e 2001, e os dados apresentados foram obtidos por meio de diversos experimentos. A concordância mostrada para os dados é razoável enquanto o intervalo cinemático não atinge a região de mais baixa energia.

Outra parametrização foi proposta por Glück, Reya e Vogt (GRV) [59, 60], que difere substancialmente no que se refere ao tipo de distribuição de entrada, neste caso considerada do tipo valência, anulando-se para  $x \rightarrow 0$ , tomadas em uma virtualidade pequena  $Q_0^2$ . Como mostradas anteriormente, as regras de soma são importantes vínculos para a conservação das grandezas físicas. Nesta parametrização, estas regras são utilizadas para os sabores dos quarks envolvidos e para a fração de momentum portado por estes. A partir disso, qualquer escala de momentum pode ser obtida através da evolução das distribuições pela Equação DGLAP.

As distribuições para esta proposta foram obtidas assumindo uma escala de momentum



**Fig. 2.7:** Distribuição de pártons  $xf(x, Q^2)$  prevista pela parametrização MRST2001 tomadas em duas escalas distintas: figura superior para  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  e figura inferior para  $Q^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$ . A distribuição de glúons apresentada é suprimida por um fator de 10.

$\mu$  tal que somente as distribuições de valência seriam não-nulas [61], ou seja,

$$G(x, \mu) = \bar{u}(x, \mu) = \bar{d}(x, \mu) = \bar{s}(x, \mu) = s(x, \mu) = 0 \quad (2.1.63)$$

com os quarks pesados sendo produzidos pelo mecanismo de fusão bóson-glúon.

Da mesma forma aplicada pela parametrização MRST, a parametrização GRV utilizou um conjunto de dados mais recentes a fim de refinar suas predições. Entretanto, o refinamento neste caso somente foi utilizado para os parâmetros das distribuições, sem modificar a sua forma [60], de tal maneira que as distribuições de entrada são descritas por

$$\mu^2 = 0.29 \text{ GeV}^2 \quad (2.1.64a)$$

$$xu_v(x, \mu^2) = 1.239 x^{0.48} (1-x)^{2.72} (1 - 1.8\sqrt{x} + 9.5x) \quad (2.1.64b)$$

$$xd_v(x, \mu^2) = 0.614 (1-x)^{0.9} xu_v(x, \mu^2) \quad (2.1.64c)$$

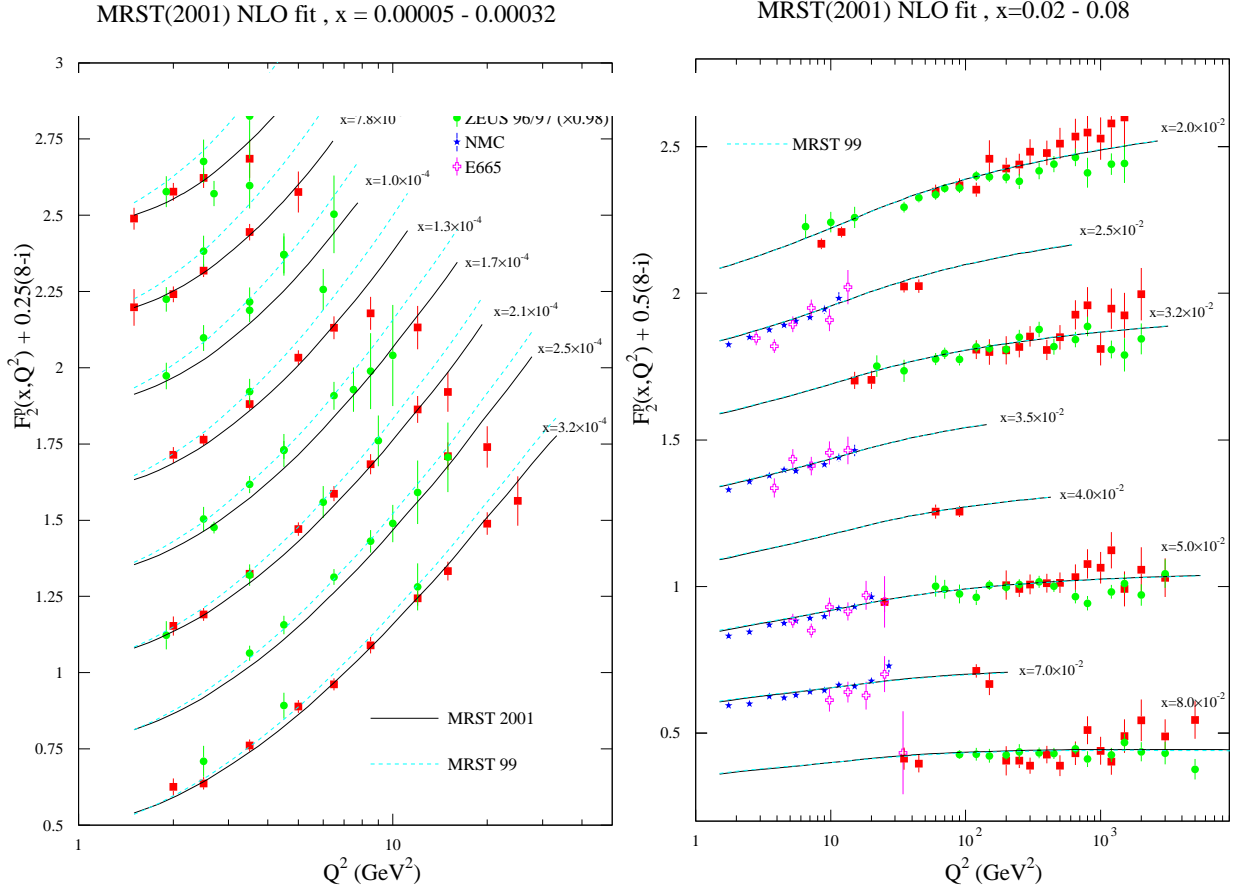
$$x(\bar{d} - \bar{u})(x, \mu^2) = 0.23 x^{0.48} (1-x)^{11.3} (1 - 12\sqrt{x} + 50.9x) \quad (2.1.64d)$$

$$x(\bar{u} + \bar{d})(x, \mu^2) = 1.52 x^{0.15} (1-x)^{9.1} (1 - 3.6\sqrt{x} + 7.8x) \quad (2.1.64e)$$

$$xg(x, \mu^2) = 17.47 x^{1.6} (1-x)^{3.8} \quad (2.1.64f)$$

$$xs(x, \mu^2) = x\bar{s}(x, \mu^2) = 0. \quad (2.1.64g)$$



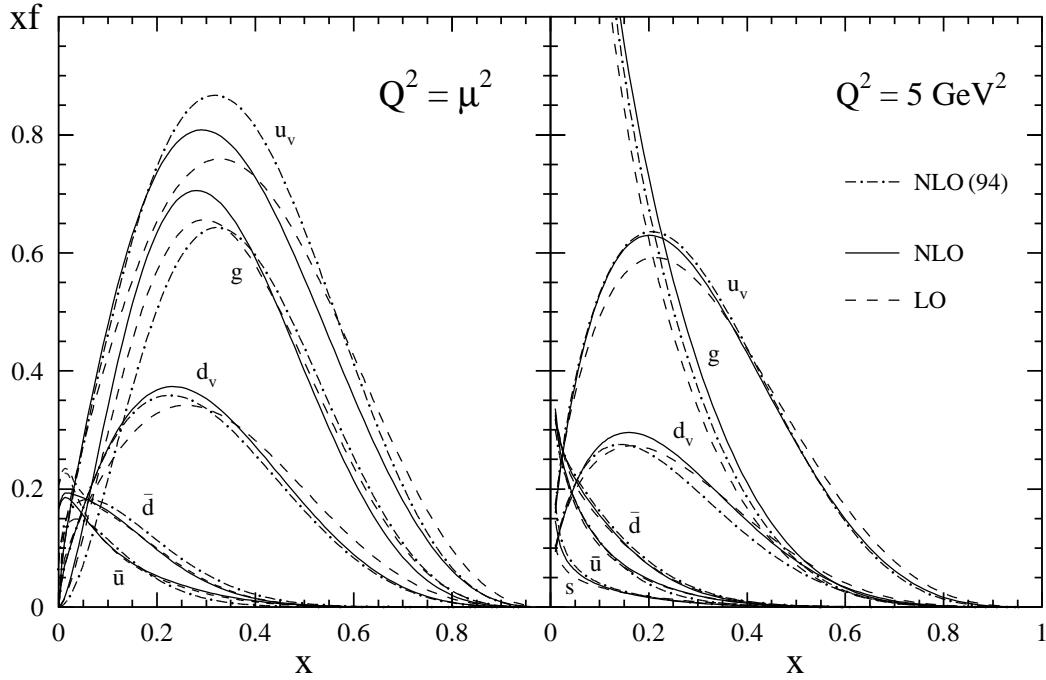


**Fig. 2.8:** Predição da função de estrutura  $F_2^p$  em comparação com os dados e com a previsão da parametrização MRST99 para (a)  $x = 0.00005 - 0.00032$  e (b)  $x = 0.02 - 0.08$ . As barras de erro mostram os erros estatísticos e sistemáticos somados em quadratura.

As distribuições de entrada do tipo valência obtidas através da parametrização GRV para uma escala  $Q^2 = \mu^2$  são apresentadas pela Fig.2.9, em comparação com as previsões anteriores. Uma análise em mais alta ordem é incluída e comparada com as demais parametrizações. Entretanto, esta abordagem considera uma evolução das distribuições partônicas com um valor de escala inicial muito pequeno, onde a QCD perturbativa não pode ser aplicada.

A Fig.2.10 ilustra a comparação da parametrização GRV com dados obtidos de diversos experimentos para a função de estrutura do próton  $F_2^p$ . A região considerada corresponde a valores médios e grandes de  $x$  para a virtualidade  $Q^2$  ( $\geq 4 \text{ GeV}^2$ ), com  $W^2 \geq 10 \text{ GeV}^2$ . A linha tracejada representa a previsão da parametrização em contraste com sua previsão na próxima ordem dominante (NLO), a qual corresponde a linha sólida.

Portanto, as parametrizações disponíveis descrevem razoavelmente os dados existentes para o DIS e processos associados. Porém, ainda existem incertezas quanto ao modo das análises feitas para cada parametrização, mas possivelmente serão cada vez mais restringidas com a tomada de dados dos novos experimentos em altas energias, como o LHC do CERN.



**Fig. 2.9:** Distribuições de valência em ordem dominante e na próxima ordem dominante para as densidades partônicas  $xf$  ( $f = u_v, d_v, \bar{u}, \bar{d}, g$ ) para  $Q^2 = \mu_{LO}^2 = 0.26 \text{ GeV}^2$  e  $Q^2 = \mu_{NLO}^2 = 0.40 \text{ GeV}^2$ . O mar estranho  $s = \bar{s}$  se anula nas escalas de entrada  $Q^2 = \mu_{LO}^2 = \mu_{NLO}^2$ . A predição da antiga parametrização GRV94 é comparada, além da evolução para  $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$  [60].

### 2.1.5 O DIS em pequeno $x$

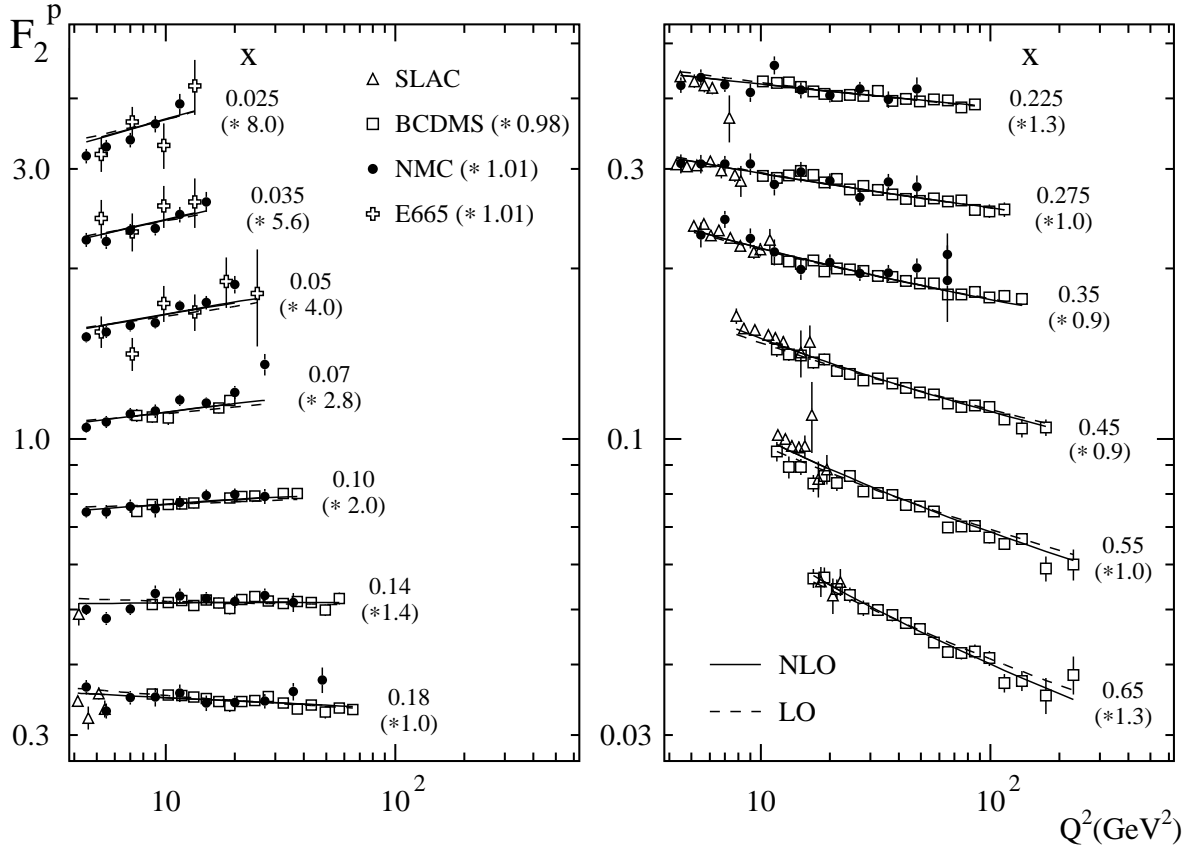
A Equação DGLAP descrita anteriormente efetua a ressonância dos logaritmos do tipo  $\ln(Q^2/\mu^2)$ . Contudo, quando se trata a Física em pequeno  $x$ , outra classe de logaritmos se torna importante, aquela do tipo  $\ln(1/x)$ , e uma ressonância deve ser feita sobre estes logaritmos. Relembrando que  $x = Q^2/(Q^2 + W^2)$ , o limite de pequeno  $x$  corresponde a  $W^2 \gg Q^2$ , chamado de limite de Regge.

Logo, no limite de  $Q^2 \gg \Lambda_{\text{QCD}}$ , o DIS em pequeno  $x$  experimenta o limite de Regge da seção de choque da foto-absorção virtual em QCD perturbativa. Portanto, o limite de pequeno  $x$  se torna interessante no ponto de vista teórico, sendo também importante esta análise para as funções de distribuição partônica vistas na seção anterior.

Experimentos estudaram o DIS para valores extremamente pequenos de  $x$ , e com moderado valor de  $Q^2$ , o que faz com que a QCD perturbativa possa ser aplicada. As funções de estrutura são conhecidas com um grande grau de precisão, chegando a  $x \simeq 10^{-4} - 10^{-5}$ . Um dos mais importantes resultados obtidos no experimento HERA foi a verificação de um forte crescimento da função de estrutura  $F_2$  em pequeno  $x$ , como ilustra a Fig.2.11. Este crescimento foi atribuído ao aumento da densidade de glúons na região de pequeno  $x$ .

Parametrizando  $F_2$  para  $x < 0.1$  na forma

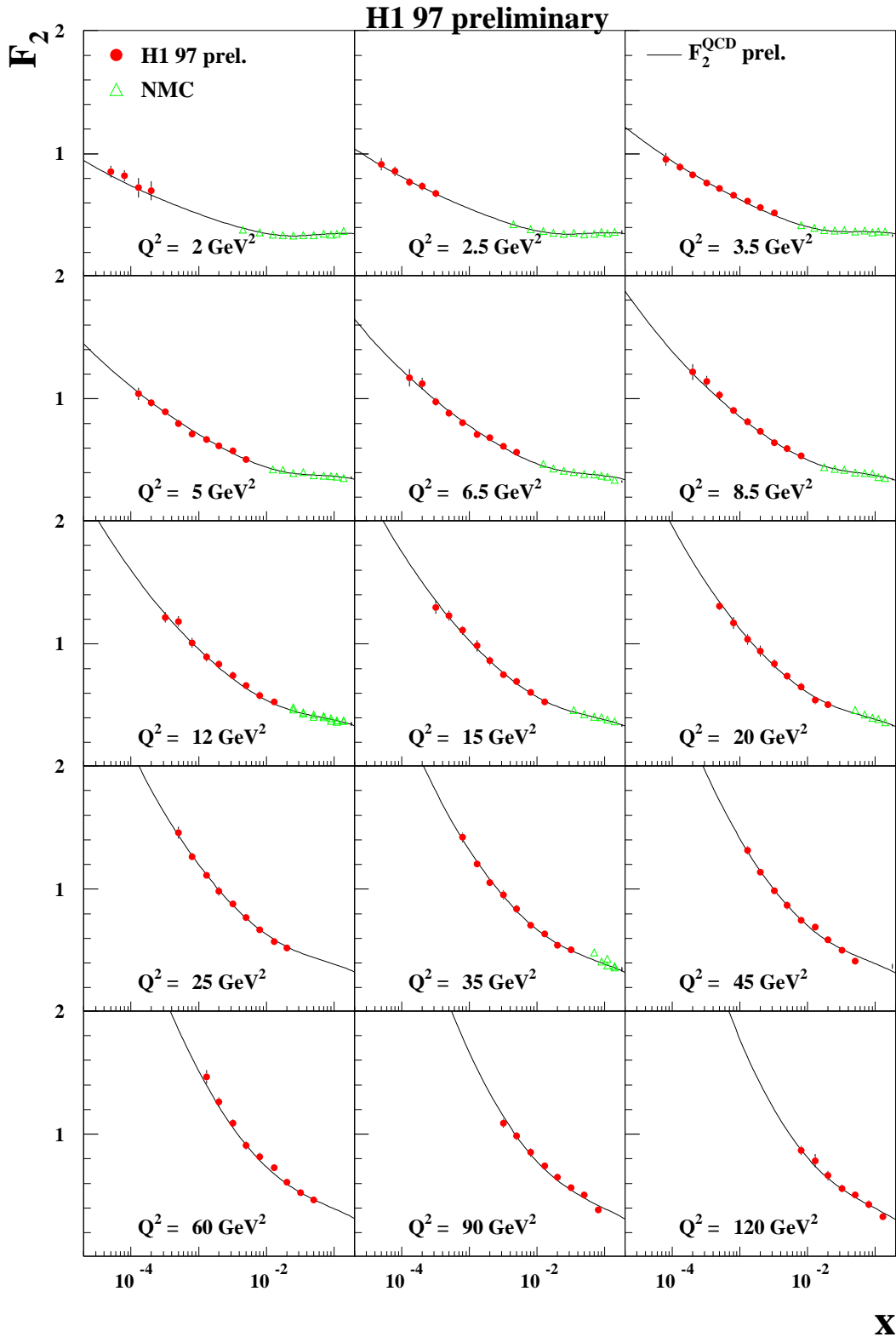
$$F_2(x, Q^2) = A(Q^2)x^{-\lambda} \quad (2.1.65)$$



**Fig. 2.10:** *Predição da parametrização GRV para a função de estrutura do próton em comparação com resultados obtidos em diversos experimentos. A escala de energia corresponde a região  $Q^2 \geq 4 \text{ GeV}^2$  e  $W^2 \geq 10 \text{ GeV}^2$  [60].*

encontra-se  $\lambda \approx 0.1$  para  $Q^2 \lesssim 1 \text{ GeV}^2$  e  $\lambda \approx 0.25 - 0.35$  para  $Q^2 \sim (10 - 100) \text{ GeV}^2$ . Como pode ser visto na Fig.2.11, a Equação DGLAP descreve razoavelmente todo o intervalo cinemático coberto por HERA, até muito pequenos valores de  $x$ . Neste regime cinemático, a Equação DGLAP não ressona os termos referentes a  $\ln(1/x)$ , sendo necessário contabilizá-los de outra maneira. Com este fim, uma teoria fenomenológica entra em vigor, a chamada Teoria de Regge, a qual estudará os fenômenos na região de pequeno  $Q^2$  no limite de grande energia, o que permitirá efetuar a ressona dos termos  $\ln(1/x) \gg \ln(Q^2/\mu^2)$ .

Neste regime cinemático, a função de estrutura parece crescer indefinidamente para valores cada vez menores de  $x$ . Entretanto, nesta escala de  $x$  efeitos de recombinação de glúons começam a ter importância, gerando a chamada saturação do crescimento da função de estrutura. Logo, a fim de levar em conta estas contribuições, a Equação AGL (Ayala, Gay Ducati e Levin) [63, 64] estende o tratamento perturbativo até o início do regime de altas densidades partônicas, utilizando a abordagem de Glauber para a QCD perturbativa.



**Fig. 2.11:** Medida da função de estrutura  $F_2$  pelas colaborações H1 e NMC em função de  $x$ . Cada quadro representa uma virtualidade distinta. As linhas representam a predição da Equação DGLAP para esta função de estrutura em uma análise em próxima ordem dominante [62].

## 2.2 Teoria de Regge

Antes do surgimento da Cromodinâmica Quântica como a Teoria de Campos que descreve a Interação Forte, era necessário utilizar outras formas a fim de descrever fenomenologicamente os processos hadrônicos. Um dos mecanismos utilizados era a Teoria de Regge [65, 66], a qual, inicialmente utilizada em Mecânica Quântica Não-Relativística, foi incorporada à formulação matemática dos processos a altas energias com o intuito de auxiliar no entendimento da natureza desta interação.

Quando estes processos ocorrem num regime de baixo momentum transferido, a ausência de uma escala dura significa que a constante de acoplamento forte é grande, fazendo com que a QCD perturbativa não possa ser mais aplicada. Neste regime não-perturbativo a Teoria de Regge tem fornecido uma boa descrição dos dados.

Esta descrição para os processos hadrônicos faz previsões sobre os processos no canal  $t$ ,  $AC \rightarrow BD$ , através da continuação analítica da amplitude para o processo no canal  $s$ ,  $AB \rightarrow CD$ , os quais são ilustrados na Fig.2.12. Neste caso, as variáveis de Mandelstam são

$$s = (p_A + p_B)^2 \quad (2.2.1a)$$

$$t = (p_A - p_C)^2 \quad (2.2.1b)$$

$$u = (p_A - p_D)^2. \quad (2.2.1c)$$

A Teoria de Regge relaciona as interações que ocorrem nos canais  $s$  e  $t$ . Todas as possíveis ressonâncias que podem ocorrer pela interação de  $A$  e  $B$  no canal  $s$  estão ligadas por uma trajetória linear no espaço bidimensional definido pelo quadrado de sua massa e o momentum angular, desde que se conservem os números quânticos durante a interação.

### 2.2.1 A idéia de Regge

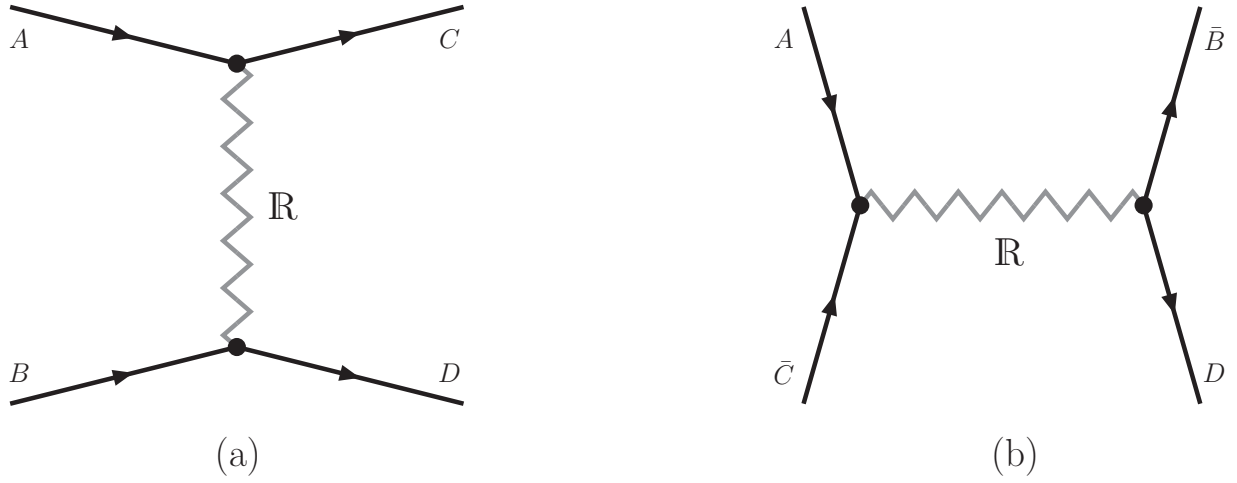
Considerando um sistema onde existe um potencial esfericamente simétrico e atrativo, é possível obter estados ligados como famílias com momentum angular e energia crescentes. Estes estados ligados surgem como pólos na amplitude de onda parcial  $a_\ell(k)$  para um dado momentum angular inteiro  $\ell$ . A idéia inicial de Regge aplicada à Mecânica Quântica consistia em estender o momentum angular para valores complexos, obtendo, uma função de interpolação  $a(\ell, k)$ , a qual reduz a  $a_\ell(k)$  para valores inteiros positivos de  $\ell$ . Para potenciais bem comportados as singularidades de  $a(\ell, k)$  tornavam-se simples pólos “móveis”, chamados pólos de Regge, os quais são localizados em valores definidos pela relação

$$\ell = \alpha(k), \quad (2.2.2)$$

onde  $\alpha(k)$  é uma função da energia chamada trajetória de Regge, ou mais conhecida na linguagem de Física de Partículas como Reggeon. Cada família de estados ligados ou ressonâncias corresponde a uma única trajetória de Regge. As energias destes estados são obtidas a partir da Eq.(2.2.2) determinando um valor físico ao momentum angular  $\ell$ .

Estendendo esta mesma aplicação para o espalhamento quântico relativístico, a amplitude de onda parcial relativística  $A_\ell(t)$  pode ser analiticamente continuada para valores complexos de  $\ell$ . A função resultante  $A(\ell, t)$  possui pólos simples em

$$\ell = \alpha(t). \quad (2.2.3)$$



**Fig. 2.12:** Diagrama de Feynman representando o processo hadrônico segundo a Teoria de Regge no (a) canal  $s$  e no (b) canal  $t$ .

Cada pólo contribui para a amplitude de espalhamento com um termo que possui um caráter assintótico da forma

$$A(s, t) \underset{s \rightarrow \infty}{\simeq} s^{\alpha(t)}. \quad (2.2.4)$$

Com isso, a singularidade dominante no canal  $t$ , ou seja, aquela que possui a maior parte real, determina o comportamento assintótico da amplitude de espalhamento no canal  $s$ . Logo, as ressonâncias observadas no canal  $s$  ocorrem apenas para valores físicos de spin, tal que  $\text{Re}[\alpha(t)]$  seja um número inteiro ou semi-inteiro.

Considerando a troca de um Reggeon no canal  $t$  entre dois hádrons, a amplitude de espalhamento pode ser escrita em termos da amplitude de onda parcial

$$A(s, t) \simeq A_J(t) P_J(\cos\vartheta_t). \quad (2.2.5)$$

Mantendo  $t$  em um dado valor fixo e considerando o limite onde  $s \rightarrow \infty$ , a amplitude possui o comportamento assintótico

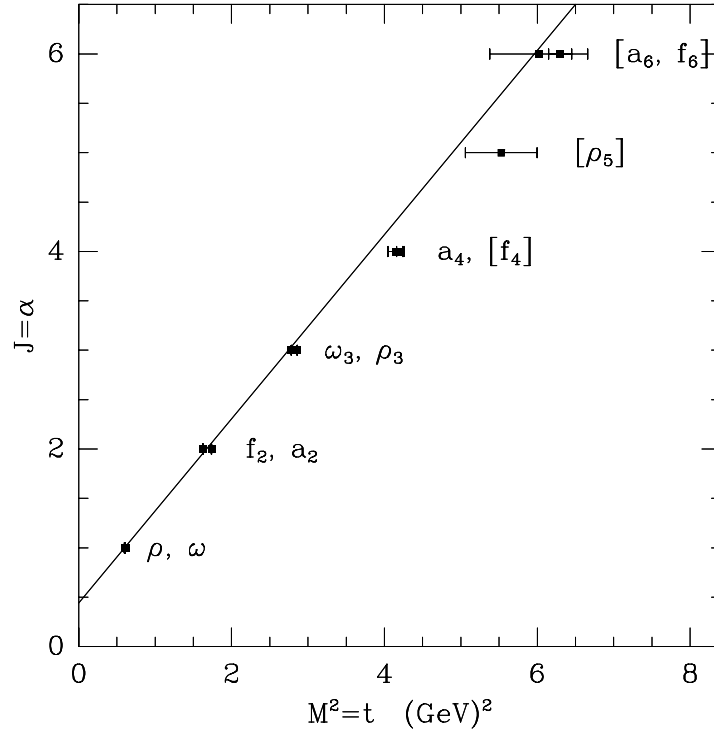
$$A(s, t) \underset{s \rightarrow \infty}{\simeq} s^J. \quad (2.2.6)$$

Com isso, a seção de choque total para o processo pode ser obtida pelo Teorema Óptico, implicando em

$$\sigma_{\text{total}} = \frac{1}{s} \text{Im}A(s, t=0) \underset{s \rightarrow \infty}{\simeq} s^{2J-2}. \quad (2.2.7)$$

Considerando a trajetória  $\alpha(t)$  pela expansão em série de potências em torno de  $t = 0$ , para um  $t$  suficientemente pequeno, a trajetória pode ser parametrizada da seguinte forma

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t, \quad (2.2.8)$$



**Fig. 2.13:** Gráfico de Chew-Frautschi representando as trajetórias mesônicas dominantes [67]. Neste caso, a variável  $J$  representa o spin da partícula.

onde  $\alpha(0)$  e  $\alpha'$  são chamadas de intersecção e inclinação da trajetória, respectivamente. A Fig.2.13 exemplifica uma trajetória de Regge pelo gráfico de  $\text{Re}[\alpha(t)]$  versus  $M^2 = t$ , conhecido como gráfico de Chew-Frautschi [68, 69]. Os estados físicos representados são mésons  $\rho$  e  $\rho_3$  no canal  $s$ . A partir deste gráfico foi possível obter a intersecção e a inclinação da trajetória

$$\alpha(0) = 0.55 \quad \alpha' = 0.86 \text{ GeV}^{-2}, \quad (2.2.9)$$

onde esta linearidade se estende também para valores negativos de  $t$ . Cada trajetória possui números quânticos (paridade, conjugação de carga, paridade  $G$ , isospin, estranheza, etc.), os quais as caracterizam. No caso da Fig.2.13 tem-se

$$f_2 : \quad P = +1, C = +1, G = +1, I = 0, \xi = +1; \quad (2.2.10)$$

$$\rho : \quad P = -1, C = -1, G = +1, I = 1, \xi = -1; \quad (2.2.11)$$

$$\omega : \quad P = -1, C = -1, G = -1, I = 0, \xi = -1; \quad (2.2.12)$$

$$a_2 : \quad P = +1, C = +1, G = -1, I = 1, \xi = +1. \quad (2.2.13)$$

Dentre estas trajetórias, pode-se notar que a trajetória  $f_2$  possui os números quânticos do vácuo, característica esta que será revista em processos de alta energia.

Portanto, a Teoria de Regge prediz que as Interações Fortes não ocorrem pela troca de uma partícula, mas sim de um Reggeon, isto é, uma família inteira de ressonâncias. Os processos hadrônicos no limite de grande  $s$ , conhecido como Limite de Regge, são caracterizados pela troca de um ou mais Reggeons no canal  $t$ .

### 2.2.2 Momenta angulares complexos

Estendendo os momenta angulares  $\ell$  para valores complexos, é possível encontrar uma representação de  $A(s, t)$  válida em todos os canais. Para isso, a amplitude de onda parcial  $A_\ell(s)$  é escrita em termos de valores complexos para  $\ell$ . Logo, se constrói uma função interpolação  $A(\ell, s)$ , a qual se reduz a  $A_\ell(s)$  para valores reais inteiros de  $\ell$ . Com esta finalidade, as amplitudes de onda parcial devem cumprir algumas propriedades, tais como:

- i.  $A(\ell, s)$  possui somente singularidades isoladas no plano complexo  $\ell$ ;
- ii.  $A(\ell, s)$  é holomórfica<sup>2</sup> para  $\text{Re}[\ell] \geq L$ ;
- iii.  $A(\ell, s) \rightarrow 0$  com  $|\ell| \rightarrow \infty$ , para  $\text{Re}[\ell] > 0$ .

Escrevendo a expansão em ondas parciais para a amplitude de espalhamento no canal  $s$  na forma

$$A(s, z) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) A_\ell(s) P_\ell(z) \quad (2.2.14)$$

utilizam-se as propriedades I e II de  $A(\ell, s)$  para reescrever a expansão em onda parcial como

$$A(s, z) = \sum_{\ell=0}^{N-1} (2\ell + 1) A_\ell(s) P_\ell(z) - \frac{1}{2i} \oint_C (2\ell + 1) A(\ell, s) \frac{P_\ell(-z)}{\text{sen } \pi\ell} d\ell \quad (2.2.15)$$

onde  $N$  é o primeiro inteiro maior que  $L$  e  $C$  é o contorno mostrado pela Fig.2.14.

Assim, deforma-se o contorno  $C$  para  $C' = (a - i\infty, a + i\infty)$ , uma linha paralela ao eixo imaginário de  $\ell$ , à direita de todas as singularidades de  $A(\ell, s)$ , como mostra a Fig.2.14. A propriedade III de  $A(\ell, s)$  e o comportamento assintótico para  $\ell \rightarrow \infty$  dos polinômios de Legendre

$$\left| \frac{P_\ell(-z)}{\text{sen } \pi\ell} \right| < \ell^{-\frac{1}{2}} \exp \{ |\text{Im } \vartheta \text{ Re}[\ell] + (\pi - \text{Re}[\vartheta]) \text{Im}[\ell]| - \pi |\text{Im}[\ell]| \} f(z) \quad (2.2.16)$$

garantem que a integral sobre o semi-círculo infinito fechando o contorno  $C'$  é nula. Logo, a amplitude é expressa como

$$A(s, z) = \sum_{\ell=0}^{N-1} (2\ell + 1) A_\ell(s) P_\ell(z) - \frac{1}{2i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} (2\ell + 1) A(\ell, s) \frac{P_\ell(-z)}{\text{sen } \pi\ell} d\ell \quad (2.2.17)$$

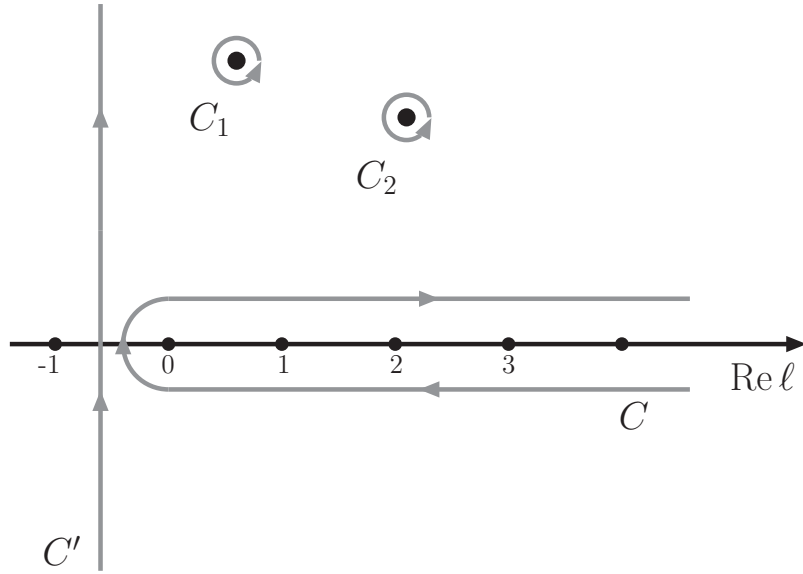
com  $\text{Re}[a] \geq L$ .

A seguir, desloca-se  $C'$  para a esquerda. Se as singularidades de  $A(\ell, s)$  são pólos, então, como o contorno  $C'$  é movido para menores valores de  $\text{Re}[\ell]$ , obtem-se contribuições dos resíduos dos pólos de  $A(\ell, s)$ , os quais contornam as singularidades, como é ilustrado pela Fig.2.14. Além disso, também contribuem os resíduos dos pólos de  $(\text{sen } \pi\ell)^{-1}$ , os quais cancelam alguns termos da série de ondas parciais truncada na Eq.(2.2.17).

---

<sup>2</sup> A definição matemática de uma função holomórfica é aquela função definida em um sub-conjunto aberto de um dado plano complexo  $P$  com valores em  $P$  que são complexos diferenciáveis em qualquer ponto.





**Fig. 2.14:** Gráfico ilustrando o contorno de integração  $C$  no plano complexo referente à integração da amplitude de espalhamento. O contorno  $C'$  corresponde a deformação do contorno inicial situando todas as singularidades de  $A(\ell, s)$  à direita. Pólos contornados pelas linhas  $C_1$  e  $C_2$  contribuirão com a função resíduo para a amplitude de espalhamento.

Situando o contorno  $C'$  entre  $-\frac{1}{2} \leq \text{Re}[\ell] < 0$ , obtem-se

$$A(s, z) = - \sum_i \pi [2\alpha_i(s) + 1] \beta_i(s) \frac{P_{\alpha_i}(-z)}{\text{sen } \pi \alpha_i} - \frac{1}{2i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} (2\ell + 1) A(\ell, s) \frac{P_{\ell}(-z)}{\text{sen } \pi \ell} d\ell \quad (2.2.18)$$

onde  $\alpha_i(s)$  define a localização do  $i$ -ésimo pólo de  $A(\ell, s)$  no plano complexo de  $\ell$ , o chamado pólo de Regge, e  $\beta_i(s)$  é o resíduo deste dado pólo. Esta equação é chamada de Representação de Watson-Sommerfeld, importada por Regge das aplicações clássicas para o espalhamento por um potencial na Mecânica Quântica.

Considerando o comportamento desta amplitude para grandes valores de  $t$ , mantendo  $s$  fixo, o que corresponde a tomar grandes valores de  $z$ , tem-se para  $\text{Re}[\ell] \geq -\frac{1}{2}$

$$P_{\ell}(z) \underset{|z| \rightarrow \infty}{\simeq} z^{\ell} \quad (2.2.19)$$

levando a integral definida pela Eq.(2.2.18) a comportar-se como  $|z|^{-\frac{1}{2}}$  para  $|z| \rightarrow \infty$ , o que revela uma contribuição desprezível assintoticamente. Assim, o limite para grande  $z$ , somente os pólos da série sobrevivem

$$A(s, z) \underset{|z| \rightarrow \infty}{\simeq} - \sum_i \beta_i(s) \frac{(-z)^{\alpha_i(s)}}{\text{sen } \pi \alpha_i(s)} \quad (2.2.20)$$

onde todas as constantes e fatores dependentes de  $s$  foram agregados a  $\beta_i(s)$ . O termo dominante desta série é o pólo mais à direita, ou seja, que possui a maior parte real de

$\alpha_i$ . Tomando esta trajetória de Regge simples, o comportamento assintótico (grande  $t$ ) da amplitude de espalhamento para  $s$  fixo é

$$A(s, t) \underset{t \rightarrow \infty}{\sim} -\beta(s) \frac{t^{\alpha(s)}}{\text{sen } \pi \alpha(s)}. \quad (2.2.21)$$

Esta amplitude foi obtida partindo da expansão em ondas parciais descrita no canal  $s$ . Efetuando o mesmo processo no canal  $t$ , levará a uma amplitude similar simplesmente pela troca de  $t$  por  $s$ , ou seja

$$A(s, t) \underset{s \rightarrow \infty}{\sim} -\beta(t) \frac{s^{\alpha(t)}}{\text{sen } \pi \alpha(t)} \quad (2.2.22)$$

demonstrando o comportamento assintótico previsto pela Teoria de Regge.

### 2.2.3 Assinatura

Usando o Teorema de Carlson [70] é possível garantir que uma função  $A(\ell, s)$ , satisfazendo as condições II e III, é unicamente determinada pelos valores que ela toma em inteiros de  $\ell$ , tendo  $A(\ell, s) < \exp(\pi|\ell|)$  para  $|\ell| \rightarrow \infty$ . É possível introduzir em  $A(\ell, s)$  qualquer função analítica que se anula para valores inteiros de  $\ell$ , não afetando a Representação de Watson-Sommerfeld. Entretanto, existem contribuições às amplitudes de onda parcial que alternam em sinal, isto é, são proporcionais a  $(-1)^\ell$ . Isto leva a uma violação da desigualdade obtida do Teorema de Carlson ao longo do eixo imaginário. Este aspecto torna necessário a introdução de funções analíticas  $A^+(\ell, s)$  e  $A^-(\ell, s)$ , as quais são a continuação analítica para as ondas parciais pares e ímpares.

Isto leva a reescrever a Representação de Watson-Sommerfeld da forma

$$\begin{aligned} A(s, z) = & - \sum_i \pi [2\alpha_i(s) + 1] \beta_i(s) \frac{P_{\alpha_i}(-z)}{\text{sen } \pi \alpha_i} \\ & - \frac{1}{2i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} d\ell \frac{(2\ell + 1)}{\text{sen } \pi \ell} \sum_{\eta=\pm 1} \frac{(\eta + e^{-i\pi\ell})}{2} A^{(\eta)}(\ell, s) P_\ell(-z), \end{aligned} \quad (2.2.23)$$

onde  $\eta$  é chamada de assinatura da onda parcial, sendo  $A^+(\ell, s)$  e  $A^-(\ell, s)$  a função de onda parcial de assinatura par e ímpar, respectivamente. O fator  $(\eta + e^{i\pi\ell})/2$  é chamado de fator de assinatura.

### 2.2.4 Trajetórias de Regge

Na presença de um pólo de Regge, a amplitude de onda parcial  $A(\ell, t)$  definida para o canal  $t$  comporta-se para  $\ell \rightarrow \alpha(t)$  como

$$A(\ell, t) \underset{\ell \rightarrow \alpha(t)}{\sim} \frac{\beta(t)}{\ell - \alpha(t)}. \quad (2.2.24)$$

Para um valor de  $t$  válido fisicamente, ou seja,  $t \leq 0$ , as singularidades do plano  $\ell$  da amplitude de onda parcial são geralmente complexas. A trajetória  $\alpha(t)$  toma valores

inteiros de  $\ell$  em certos valores não-físicos de  $t$  ( $t > 0$ ). Estes pólos de Regge correspondem a ressonâncias ou estados ligados.

Supondo um dado valor real  $t_0$ , tem-se

$$\alpha(t_0) = \ell + i\epsilon \quad (2.2.25)$$

onde  $\ell$  é um inteiro e  $\epsilon$  um número real pequeno se comparado com a unidade. Expandindo  $\alpha(t)$  em torno de  $t_0$

$$\alpha(t) = \ell + i\epsilon + \alpha'(t_0)(t - t_0) + \dots \quad (2.2.26)$$

encontra-se que o denominador da Eq.(2.2.24) comporta-se como

$$\frac{1}{\ell - \alpha(t)} \propto \frac{1}{t - t_0 + i\Gamma} \quad (2.2.27)$$

onde

$$\Gamma = \frac{\text{Im } \alpha(t_0)}{\alpha'(t_0)} = \frac{\epsilon}{\alpha'(t_0)}. \quad (2.2.28)$$

A fim de ter um valor real para  $\Gamma$ , deve-se assumir que

$$\left. \frac{d \text{Im } \alpha(t)}{dt} \right|_{t_0} \ll \left. \frac{d \text{Re } \alpha(t)}{dt} \right|_{t_0}. \quad (2.2.29)$$

Estando abaixo da energia limiar em  $t$ , o qual corresponde a  $4m^2$  para partículas de mesma massa, tem-se que  $\text{Im} [\alpha(t)] = 0$ , e os pólos de Regge correspondem a estados ligados.

Assim, para valores reais e positivos de  $t$ , isto é, quando  $t$  corresponde à massa quadrada, os pólos de Regge representam ressonâncias e estados ligados com momentum angular  $\ell$  crescente, neste caso, spin. Com isso, chama-se a função  $\alpha(t)$  de trajetória de Regge, ou, como introduzido anteriormente, Reggeon, que interpola estas ressonâncias ou estados ligados.

### 2.2.5 Fenomenologia de Regge

Como foi visto, a Teoria de Regge descreve os processos de espalhamento de dois corpos no limite de grande  $s$  em termos da troca de Reggeons. É conveniente escrever a amplitude no caso da troca de um simples Reggeon como

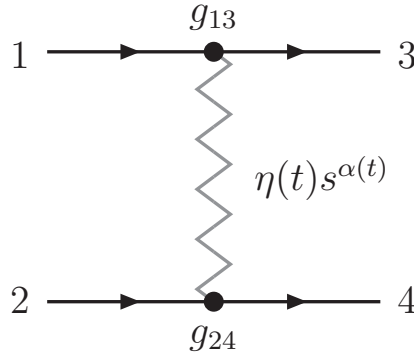
$$A(s, t) = \beta(t) \eta(t) s^{\alpha(t)}, \quad (2.2.30)$$

onde  $\beta(t)$  é o resíduo e  $\eta(t)$  o fator de assinatura. Para trajetórias lineares, como expressa pela Eq.(2.2.8), o fator de assinatura pode ser expresso como

$$\eta(t) \simeq \eta(0) e^{-i\pi\alpha t/2}. \quad (2.2.31)$$

Assumindo um comportamento exponencial em  $t$

$$\beta(t) \simeq \beta(0) e^{B_0 t/2}, \quad (2.2.32)$$



**Fig. 2.15:** Diagrama de Feynman ilustrando a troca de um Reggeon.

a amplitude de Regge para grande  $s$  e pequeno  $|t|$  tem a forma

$$A(s, t) = \beta(0) \eta(0) s^{\alpha(0)} \exp \left[ \frac{B_0}{2} + \alpha' \left( \ell n s - i \frac{\pi}{2} \right) \right]. \quad (2.2.33)$$

Logo, as trajetórias de Regge e as funções de resíduo são esperadas a serem reais abaixo da energia limiar, onde o fator de assinatura determina completamente a fase da amplitude do pólo de Regge.

Utilizando propriedades da Matriz  $S$  de espalhamento, surge a possibilidade de expressar o resíduo do pólo de Regge  $\beta(t)$  em uma forma fatorizada

$$\beta(t) = g_{13}(t) g_{24}(t) \quad (2.2.34)$$

onde  $g_{13}(t)$  e  $g_{24}(t)$  são os acoplamentos em cada vértice da troca do Reggeon, como ilustra a Fig.2.15. Esta propriedade de fatorização permite relacionar seções de choque de diferentes processos. Por exemplo, pode-se ter

$$d\sigma^2(12 \rightarrow 34) = d\sigma(11 \rightarrow 33) d\sigma(22 \rightarrow 44) \quad (2.2.35)$$

a qual é válida quando uma trajetória de Regge domina no processo. Pela dificuldade em testar a fatorização de Regge para processos de dois corpos, pois necessita de diferentes alvos, uma forma possível é comparar espalhamentos elástico entre núcleons com a produção de ressonância dos núcleons. O caráter fatorizável das amplitudes de Regge implica em

$$\frac{d\sigma(aN \rightarrow aN)}{d\sigma(bN \rightarrow bN)} = \frac{d\sigma(aN \rightarrow aN^*)}{d\sigma(bN \rightarrow bN^*)}, \quad (2.2.36)$$

onde  $N^*$  expressa uma ressonância do núcleon. Testes mais completos de fatorização podem ser feitos através de reações inclusivas. Entretanto, a fatorização de Regge é quebrada quando mais de uma trajetória contribui para o processo.

Através da amplitude definida pela Eq.(2.2.30), é possível obter a predição da Teoria de Regge para a seção de choque total de espalhamento. Com a contribuição de um único pólo, a seção de choque pode ser escrita com o uso do Teorema Óptico

$$\sigma_{\text{total}} \underset{s \rightarrow \infty}{\simeq} \frac{1}{s} \text{Im} A(s, t=0) \underset{s \rightarrow \infty}{\sim} s^{\alpha(0)-1}. \quad (2.2.37)$$

Caso mais de um pólo contribua para o processo, o que remete a processos com valor de  $s$  intermediário, a seção de choque total é dada pelo soma das contribuições

$$\sigma_{\text{total}} \sim \sum_i A_i s^{\alpha_i(0)-1}. \quad (2.2.38)$$

A seção de choque elástica é expressa pela Teoria de Regge na forma

$$\frac{d\sigma_{\text{el}}}{dt} = F(t) s^{2\alpha(t)-2}, \quad (2.2.39)$$

onde  $F(t)$  é uma função de  $t$  incorporando a função resíduo e o fator de assinatura. Caso muitos pólos contribuam para o processo, termos de interferência geralmente surgem. Considerando uma trajetória do tipo linear, a seção de choque elástica é dada por

$$\frac{d\sigma_{\text{el}}}{dt} = F(t) s^{2\alpha(0)-2} e^{-2\alpha'|t|\ln s}. \quad (2.2.40)$$

Supondo que as partículas em colisão são iguais e assumindo um comportamento exponencial para a função resíduo, remete a

$$\frac{d\sigma_{\text{el}}}{dt} \sim s^{2\alpha(0)-2} e^{-B|t|}, \quad (2.2.41)$$

com  $B = B_0 + 2\alpha' \ln s$ . A largura do pico frontal  $\Delta|t| = (B_0 + 2\alpha' \ln s)^{-1}$  decresce se a energia aumenta. Este fenômeno é chamado de encolhimento do pico difrativo, o que pode ser interpretado como o aumento do raio de interação  $R_{\text{int}} \underset{s \rightarrow \infty}{\sim} \sqrt{\alpha' \ln s}$ .

## 2.2.6 O Pomeron

As trajetórias de Regge discutidas até aqui possuíam intersecção próxima de 0.5. As seções de choque previstas pela troca destas trajetórias [Eq.(2.2.37)] decresciam com a energia. Entretanto, as seções de choque totais hadrônicas são conhecidas experimentalmente por terem um comportamento constante em relação a  $s$  numa faixa  $\sqrt{s} \sim (10 - 20) \text{ GeV}^2$  e crescente para altas energias. Porém, na década de 60 não se conhecia o comportamento além do constante. Com isso, introduziu-se uma trajetória com intersecção igual a 1, a qual foi chamada de Pomeron, e denotada por  $IP$ .

A partir da análise de dados de espalhamento elástico [71], pode-se obter os valores da intersecção e inclinação da trajetória do Pomeron

$$\alpha_{IP} = 1.08 \quad \alpha'_{IP} \simeq 0.25 \text{ GeV}^{-2} \quad (2.2.42)$$

demonstrando uma inclinação mais suave que das trajetórias anteriores. Dados mais atuais [72, 73] apontam uma intersecção já próxima de 1.10. O valor ligeiramente maior que 1 para a intersecção da trajetória do Pomeron revela um crescimento suave da seção de choque em altas energias. De fato, experimentalmente a seção de choque em altas energias não decresce assintoticamente, revelando um comportamento suave no seu crescimento. Teoricamente, o

Teorema de Froissart-Martin [74, 75] determina que a seção de choque total hadrônica deve satisfazer a desigualdade no limite de Regge

$$\sigma_{\text{total}} < A \ell n^2 s, \quad (2.2.43)$$

onde  $A$  é determinado pela massa do pión, esperada ser igual a 60 mb. Este teorema é derivado utilizando a propriedade de unitariedade e a expansão em ondas parciais, o que pode ser encontrado integralmente na Ref.[76]. Com uma intersecção maior que 1, o Pomeron viola, em princípio, este teorema. Entretanto, acredita-se que, para momenta abaixo da escala de Planck ( $1.22 \times 10^{19}$  GeV), esta ligeira violação não ocorre, apesar de outros estudos [77] apontarem a ocorrência desta violação para energia da ordem de Tevatron ( $\sqrt{s} = 1.96$  GeV).

Este comportamento da seção de choque em altas energias revela que dado um processo de espalhamento com esta característica, este processo deve ser dominado pela troca de números quânticos do vácuo [78]. Logo, evidencia-se que o Pomeron possui estes números quânticos, como assinalado anteriormente no caso de mésons. Com isso, a assinatura do Pomeron corresponde a  $\xi = +1$ , com uma amplitude assintótica

$$A_{\mathcal{P}}(s, t = 0) \underset{s \rightarrow \infty}{\simeq} i\beta_{\mathcal{P}}(0) s^{\alpha_{\mathcal{P}}(0)} \quad (2.2.44)$$

sendo puramente imaginária. No caso de uma assinatura negativa, a amplitude frontal ( $t = 0$ ) é divergente.

## 2.2.7 Espalhamento inelástico

Como discutido anteriormente, o DIS é descrito pelo espalhamento de um fóton, com virtualidade  $Q^2$ , e o próton. A quantidade  $x$ , que relaciona a energia de centro-de-massa e a escala do processo, é dada por

$$x = \frac{Q^2}{s}. \quad (2.2.45)$$

No limite de Regge  $s \rightarrow \infty$ , o que acarreta em  $x \ll 1$ . Neste limite, a energia de centro-de-massa domina sobre as demais energias do processo, levando a uma amplitude com uma dependência  $1/x$  para  $Q^2$  fixo. Isto remete à amplitude do processo de espalhamento dominada pela troca de um Pomeron. Com isso, é possível parametrizar a função de estrutura  $F_2$  levando em conta a contribuição do Pomeron e dos mésons, da forma [71]

$$F_2(x, Q^2) \underset{x \rightarrow 0}{\longrightarrow} Ax^{-0.08} + Bx^{0.45}. \quad (2.2.46)$$

Esta parametrização concorda na faixa de  $x < 0.1$ , como mostrado no caso de HERA. Entretanto, os dados varrem até uma faixa de  $x \sim 10^{-4}$ , mostrando uma dependência do tipo  $x^{-0.3}$ . Isto mostra um desvio no comportamento do Pomeron levado em conta até aqui. Entretanto, este comportamento pode ser reanalisado em vista dos dados observados. No caso de grande  $Q^2$ , o que corresponde a uma escala dura do processo, a QCD perturbativa pode ser utilizada, permitindo uma parametrização como visto para HERA. Porém, quando se passa para um regime de pequeno momentum transferido, a escala de energia do processo não permite mais a aplicabilidade da QCD perturbativa. Logo, isto evidencia o desvio no comportamento do Pomeron, o qual possui natureza essencialmente não-perturbativa, revelando a forte influência das propriedades desta natureza no regime de pequeno  $Q^2$ .

## 2.3 Equação de evolução BFKL

A Equação DGLAP efetua a ressonância dos termos logaritmos do tipo  $\alpha_s^n \ln^{(n)}(Q^2/Q_0^2)$ . Entretanto, em altas energias termos do tipo  $\alpha_s^n \ln^{(n)}(1/x)$  tornam-se importantes, devendo ser analisada a evolução das funções de estrutura em relação a  $x$ . Logo, a fim de descrever o comportamento dos processos no limite de Regge, é necessário reavaliar as distribuições de entrada. Com isso, através do estudo das amplitudes de espalhamento em altas energias, principalmente pela dominância das interações pela troca de Pomerons, é possível obter uma equação de evolução que descreva as contribuições em logaritmo dominante  $\ln(1/x)$ , fornecendo uma evolução em  $x$ . Esta equação é chamada de Equação BFKL (Balitsky [79], Fadin, Kuraev [80, 81] e Lipatov [82]), a qual é válida na região

$$\alpha_s \ll 1 \quad (2.3.1a)$$

$$\ln\left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right) \ll \ln\left(\frac{1}{x}\right) \quad (2.3.1b)$$

$$\alpha_s \ln\left(\frac{1}{x}\right) \sim 1 \quad (2.3.1c)$$

com  $Q_0^2 \geq 1 \text{ GeV}^2$ . Na descrição BFKL, a função densidade de glúon está relacionada à distribuição de glúons não-integrada  $f(x, k^2)$  por

$$xg(x, Q^2) = \int_0^{Q^2} \frac{dk^2}{k^2} f(x, k^2). \quad (2.3.2)$$

Com isso, em  $Q^2$  fixo, onde a variação de  $\alpha_s(Q^2)$  pode ser desprezada, a Equação BFKL prediz um comportamento para a função de estrutura  $F_2$  no regime de pequeno  $x$  como

$$F_2(x, Q^2) \propto x^{-\lambda}, \quad (2.3.3)$$

com  $\lambda = 0.5$ , o que está de acordo com o comportamento não-perturbativo observado nos dados de HERA. Entretanto, os dados não fornecem evidência de qual das duas abordagens está em vigência, necessitando de análises mais sensíveis para definir a dinâmica envolvida. No próximo Capítulo a Equação BFKL será obtida para todas as ordens em teoria de perturbação, levando em conta a contribuição da troca de Pomerons no canal  $t$ , levando a chamada escada de glúons.

## 2.4 Conclusões

Este capítulo apresentou o Espalhamento Profundamente Inelástico, bem como sua cinemática e as implicações causadas por seus resultados. A partir disso, foi introduzido o Modelo de Pártons, pelo qual se pode melhor compreender a estrutura interna dos hádrons. Através da QCD se pode evidenciar a violação no escalamento das funções de estrutura, dando origem à Equação DGLAP. Com isso, as parametrizações das distribuições de pártons nos hádrons foi introduzida, dando especial atenção para as parametrizações MRST e GRV. Neste sentido, as conclusões físicas a respeito da dinâmica em pequeno  $x$  foram apresentadas.

Contudo, os resultados das funções de estrutura em HERA para pequeno  $x$  reinvidicaram uma nova abordagem para computar os logaritmos dominantes neste regime cinemático. Logo, a Teoria de Regge foi apresentada, incluindo seus aspectos analíticos e as impressões para a fenomenologia de altas energias. Com isso, o Pomeron foi introduzido segundo a Teoria de Regge, responsável pela interação nas colisões hádron-hádron. Por fim este capítulo apresentou a Equação BFKL, sendo o resultado da aplicação da Teoria de Regge para a fenomenologia em pequeno  $x$ , equação esta encarregada de computar as contribuições neste regime.



## Capítulo 3

# O Pomeron na QCD e Equação BFKL

Como foi desenvolvido no Cap.2, a Teoria de Regge nada mais é do que uma descrição fenomenológica para as interações hadrônicas, as quais são fundamentadas formalmente através da Cromodinâmica Quântica. Desta forma, o interesse essencial foi procurar alguma forma de extrair a Teoria de Regge a partir da QCD [79, 80, 81, 82, 83], a partir da qual uma escada de glúon foi proposta como a descrição para o Pomeron na QCD perturbativa.

### 3.1 Primeiras propostas

Uma das primeiras idéias para inserir o Pomeron na QCD foi considerá-lo no acoplamento entre quarks como sendo um fóton com número quântico  $C = +1$  [84, 85]. Com isso, a interação hadrônica, descrita pela Fig.3.1a em nível partônico pela Fig.3.1b, possui a amplitude

$$\mathcal{A} = -g_{\mathbb{P}}^2 \left[ \frac{1 + e^{-i\pi\alpha_{\mathbb{P}}(t)}}{\text{sen } \pi\alpha_{\mathbb{P}}(t)} \left( \frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_{\mathbb{P}}-1} \right] (\bar{u}\gamma^\mu u)(\bar{u}\gamma_\mu u), \quad (3.1.1)$$

onde  $g$  é o acoplamento Pomeron-quark,  $u$  é o espinor do quark e a quantidade entre colchetes é o propagador do Pomeron nesta descrição. Alguns aspectos já levantados corroboram para considerar uma interação puntual entre o Pomeron e o quark [86] e relacionada a uma interação do tipo fotônica devido à troca (quase) não promover mudança de helicidade.

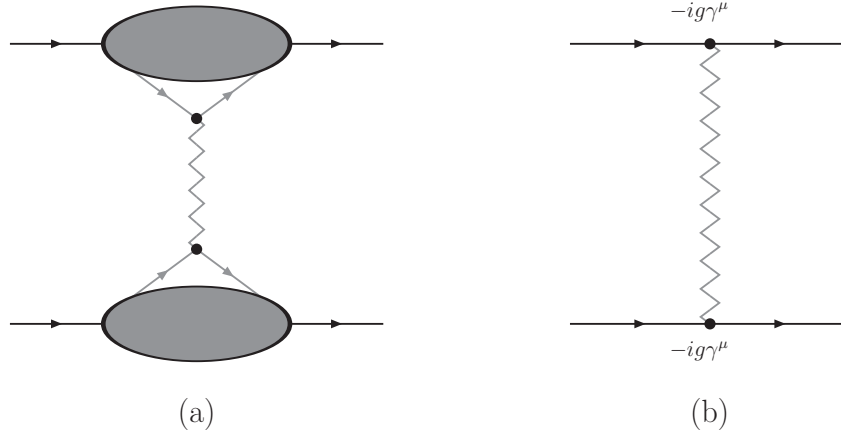
Através desta amplitude, obtém-se a seção de choque diferencial elástica para a colisão próton-próton

$$\frac{d\sigma_{el}^{pp}}{dt} = \frac{g_{\mathbb{P}}^4 [3F_1]^4}{4\pi \text{sen}^2 \left[ \frac{\pi}{2} \alpha_{\mathbb{P}}(t) \right]} \left( \frac{s}{s_0} \right)^{2\alpha_{\mathbb{P}}(t)-2}, \quad (3.1.2)$$

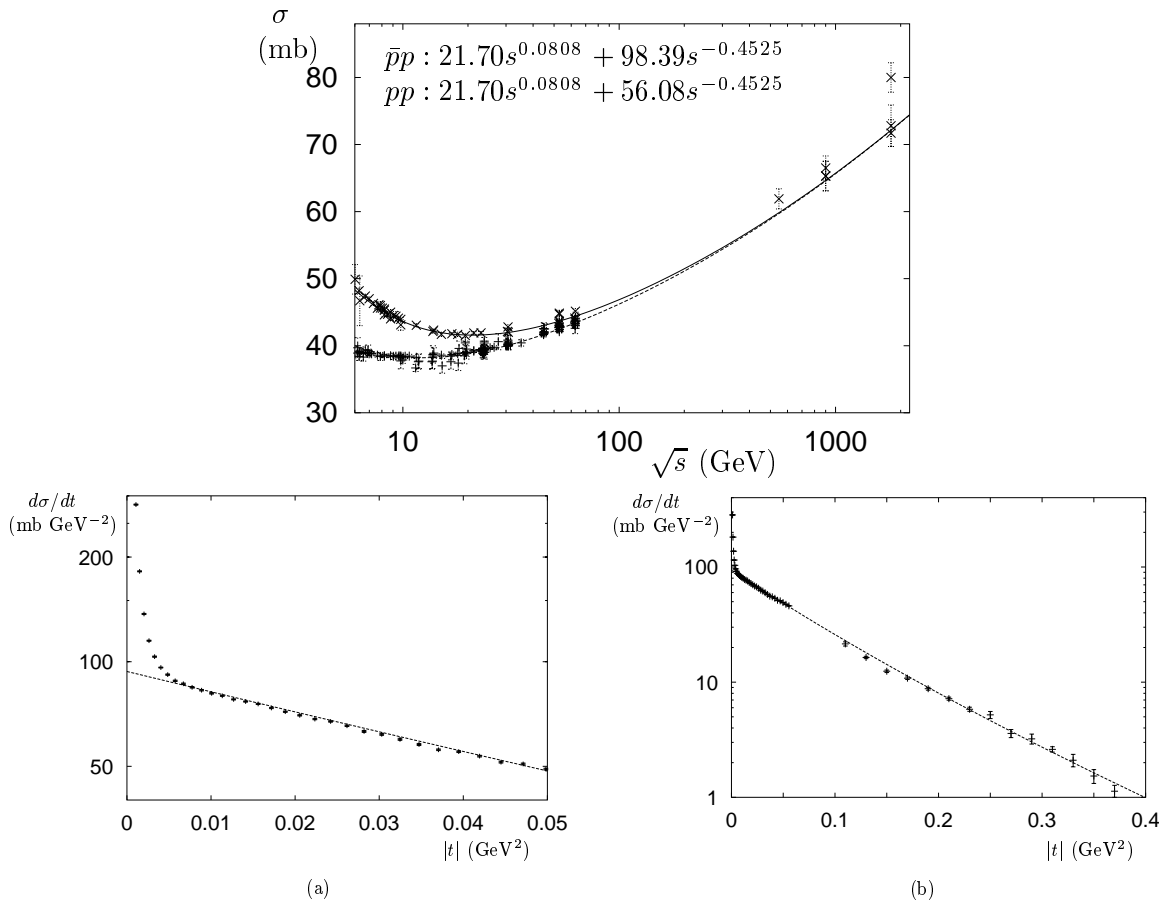
onde a função  $F_1(t)$  corresponde ao fator de forma de carga do próton. Através da descrição dos dados [87, 88], as quais podem ser vistas na Fig.3.2, pode-se extrair os valores de  $\alpha_{\mathbb{P}}$  e do acoplamento  $\mathbb{P} - q$ , obtendo

$$\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1.08, \quad \alpha'_{\mathbb{P}} = 0.25 \text{ GeV}^{-2}, \quad g_{\mathbb{P}}^4 = 3.21 \text{ GeV}^{-2}. \quad (3.1.3)$$

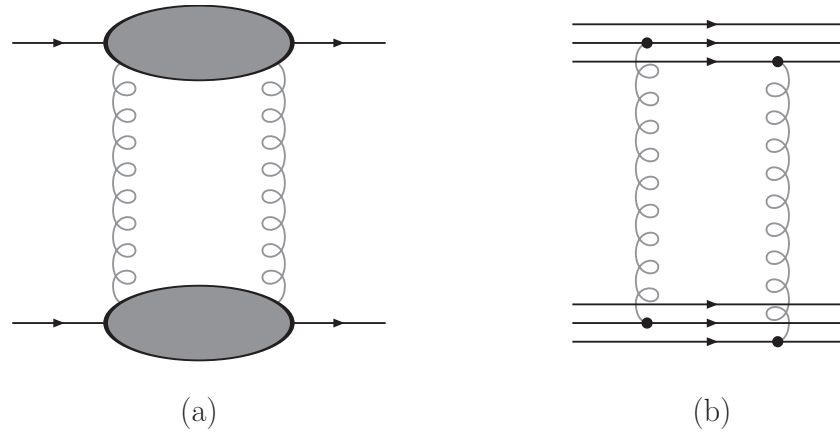
Estes resultados expressam a natureza do Pomeron: o valor de intersecção  $\alpha_{\mathbb{P}} = 1.08$ , tradicionalmente associado ao Pomeron macio, e a inclinação  $\alpha'_{\mathbb{P}} = 0.25 \text{ GeV}^{-2}$ .



**Fig. 3.1:** (a) *Espalhamento Elástico no Modelo Landshoff-Polkinghorne.* (b) *Espalhamento no Modelo Landshoff-Polkinghorne a nível partônico.*



**Fig. 3.2:** *O gráfico principal mostra a seção de choque total para colisões pp e p\bar{p} em função de \sqrt{s}. Os gráficos menores expressam a seção de choque diferencial a \sqrt{s} = 53 GeV. O gráfico à esquerda ilustra o intervalo 0 < |t| < 0.05 [89].*



**Fig. 3.3:** (a) Espalhamento elástico via troca de dois glúons no modelo Low-Nussinov. (b) Um dos possíveis diagramas para o espalhamento quark-quark pela troca de dois glúons no modelo Low-Nussinov.

Com o advento da QCD como a Teoria de Campos que descreve as Interações Fortes, procurou-se uma forma de incorporar o Pomeron em termos de seus graus de liberdade. Com isso, outra proposta [90, 91, 92] foi descrever esta troca de números quânticos do vácuo como a troca de dois glúons. Este é o número mínimo de glúons necessários para promover a troca de um Pomeron. A Fig.3.3a ilustra esta possibilidade, onde, na Fig.3.3b, a interação em nível partônico ocorre entre dois quarks dos hádrons envolvidos. Esta é a forma geral que representa o Pomeron na QCD na aproximação de Born.

A fim de reconciliar as duas propostas, a interação entre os quarks dentro dos hádrons pode ocorrer entre os mesmos quarks ou com quarks diferentes. Sendo diferentes, a hipótese de um acoplamento puntual não pode ser levada em conta, levando a uma forte supressão. Logo, o acoplamento entre os mesmos quarks simula o mesmo processo de interação o qual ocorre na descrição de um fóton com  $C = +1$  [93]. Portanto, efeitos não-perturbativos estabelecem uma conexão entre as duas propostas.

## 3.2 Espalhamento entre quarks na aproximação $\ln s$

Para computar as diversas ordens em teoria de perturbação para o espalhamento quark-quark, considera-se somente os termos dominantes em  $\ln s$ , ou seja, a cada ordem na constante de acoplamento forte  $\alpha_s$  da QCD, somente se considera os termos dominantes em  $\ln s$ . Este limite é chamado de Limite de Logaritmo Dominante (LLA). Este cálculo será efetuado levando em conta as possibilidades de interação segundo as matrizes de cor de Gell-Mann, que são os geradores do grupo SU(3) no qual a QCD é fundamentada [94]: interações envolvendo o octeto de cor, onde os glúons possuem estados de cor definidos pelos oito estados descritos pela QCD; e interações de singlete de cor. Este último tem interesse primordial pois está intimamente relacionado ao Pomeron de Regge.

### 3.2.1 Amplitude para troca de um glúon

Em primeira ordem considera-se a troca de um glúon entre quarks, como mostra a Fig.3.4, chamada de diagrama de árvore. Este processo não contribui para a estrutura do Pomeron. Além disso, o glúon trocado é uma partícula que carrega carga de cor, ao contrário do Pomeron que é uma partícula sem cor, carregando os números quânticos do vácuo. De qualquer forma, o cálculo da amplitude da troca de um glúon será importante, pois ela será sempre recorrente nas demais ordens de perturbação.

Considerando o diagrama descrito na Fig.3.4, assumiu-se que os quarks possuem sabores diferentes, fazendo com que não haja contribuição no canal  $u$  com as linhas fermiônicas trocadas. A helicidade dos quarks antes e depois da interação se mantém a mesma. Para o momentum do glúon trocado, utiliza-se a Parametrização de Sudakov

$$q = \alpha p_1 + \beta p_2 + q_\perp \quad (3.2.1)$$

onde  $q_\perp = (0, \mathbf{q}, 0)$  é o quadrivetor somente com componentes no plano  $x, y$ , ou seja, transversais em relação a direção dos quarks incidentes, que possuem direção no eixo  $z$

$$p_1 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, \mathbf{0}, 1), \quad p_2 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, \mathbf{0}, -1). \quad (3.2.2)$$

A energia quadrada de centro-de-massa é

$$s = 2(p_1 \cdot p_2) \quad (3.2.3)$$

e o momentum quadrado transferido possui a forma

$$t = q^2 = 2\alpha\beta(p_1 \cdot p_2) - \mathbf{q}^2 = \alpha\beta s - \mathbf{q}^2. \quad (3.2.4)$$

Levando em conta a condição de que os quarks se mantenham na camada de massa depois da interação leva à expressão

$$(p_1 - q)^2 = -(1 - \alpha)\beta s - \mathbf{q}^2 = 0 \quad (3.2.5a)$$

$$(p_2 + q)^2 = \alpha(1 + \beta)s - \mathbf{q}^2 = 0 \quad (3.2.5b)$$

donde obtém-se a relação  $\alpha = -\beta$ , e para  $s \gg -q^2$ , isto pode ser escrito como

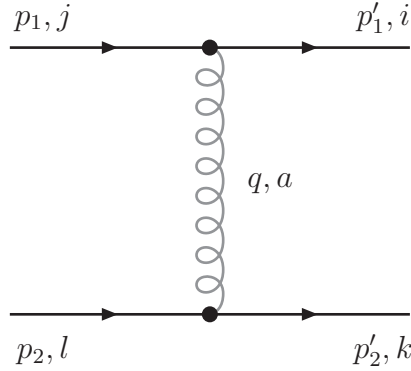
$$\alpha = |\beta| \simeq \frac{\mathbf{k}^2}{s} \ll 1 \quad (3.2.6)$$

$$q^\mu = -\frac{t}{s}(p_1^\mu - p_2^\mu) + \mathbf{q}^\mu \simeq \mathbf{q}^\mu \quad (3.2.7)$$

$$q^2 \simeq -\mathbf{q}^2. \quad (3.2.8)$$

Uma aproximação razoável, e no que diz respeito ao Pomeron soft, é considerar que todas as componentes do momentum trocado no canal  $t$  sejam muito menores que  $p_1$  e  $p_2$ . No gauge de Feynman, a amplitude do processo é descrita por

$$iA^{(0)}(s, t) = ig_s^2(t_{ij}^a t_{kl}^a) [\bar{u}(p'_1)\gamma^\mu u(p_1)] \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} [\bar{u}(p'_2)\gamma^\nu u(p_2)]. \quad (3.2.9)$$



**Fig. 3.4:** Espalhamento quark-quark via troca de um glúon.

Os índices utilizados  $i, j, k, l, \dots$  correspondem aos índices de cor dos quarks, enquanto  $a, b, c, \dots$  são os índices de cor dos glúons. O importante para o processo é computar a amplitude quadrada, somada sobre todos os estados finais de spin possíveis e efetuada a média sobre os estados iniciais, além de somar sobre todas as cores, o que corresponde a ter todas as possibilidades de trocas de cores entre as partículas envolvidas. Logo, a amplitude quadrada tem a forma

$$|\overline{\mathcal{A}}^{(0)}|^2 = 2g_s^4 \left( \frac{N_c^2 - 1}{4N_c^2} \right) \left( \frac{s^2 + u^2}{t^2} \right) \quad (3.2.10)$$

onde

$$\frac{1}{N_c^2} (t_{ij}^a t_{kl}^a) (t_{ij}^b t_{kl}^b)^* = \frac{1}{N_c^2} (t_{ij}^a t_{kl}^a t_{ji}^b t_{lk}^b) = \frac{1}{N_c^2} \text{Tr}(t^a t^b) \text{Tr}(t^a t^b) = \frac{N_c^2 - 1}{4N_c^2} = \frac{2}{9} \quad (3.2.11)$$

sendo usado que  $N_c = 3$ . No limite de alta energia, utiliza-se a simetria entre os canais  $s$  e  $u$  da forma  $s \simeq -u$ , o que leva a amplitude quadrada ao resultado

$$|\overline{\mathcal{A}}^{(0)}|^2 = \frac{8}{9} g_s^4 \left( \frac{s^2}{t^2} \right). \quad (3.2.12)$$

Uma forma mais simples de efetuar este cálculo em alta energia é utilizar a aproximação eikonal, reconsiderando o vértice superior da Fig.3.4

$$-ig_s \bar{u}(p_1 + q) \gamma^\mu u(p_1). \quad (3.2.13)$$

Como dito, os momenta da partícula macia trocada no canal  $t$  são muito menores que  $p_1$  e  $p_2$ , o que permite a aproximação

$$-ig_s \bar{u}(p_1 + q) \gamma^\mu u(p_1) \simeq -ig_s \bar{u}(p_1) \gamma^\mu u(p_1) = -2ig_s p_1^\mu \quad (3.2.14)$$

onde utiliza-se o espinor de Dirac para a partícula na camada de massa  $(\not{p} - m)u = 0$ . Este vértice aproximado é chamado vértice eikonal quark-glúon. Através desta aproximação, os vértices da Fig.3.4 são reescritos, obtendo-se a amplitude

$$\mathcal{A}_{ijkl}^{(0)} = 4g_s^2 (t_{ij}^a t_{kl}^a) \left( \frac{p_1 \cdot p_2}{q^2} \right) = 8\pi \alpha_s (t_{ij}^a t_{kl}^a) \left( \frac{s}{t} \right) \quad (3.2.15)$$

pela qual, efetuando o produto com a sua conjugada juntamente com a soma sobre cores e spins finais e a média sobre os spins iniciais, tem-se a amplitude quadrada do processo

$$|\overline{\mathcal{A}^{(0)}}|^2 = \frac{8}{9} g_s^4 \left( \frac{s^2}{t^2} \right), \quad (3.2.16)$$

a qual coincide com a Eq.(3.2.12).

### 3.2.2 Amplitude para a troca de dois glúons

Considerando o caso para a contribuição direta para a estrutura do Pomeron, a troca de dois glúons é de especial interesse e, como única forma, encontra-se uma interação envolvendo um laço, como ilustra a Fig.3.5. Demais possibilidades para a troca de dois glúons, como diagramas de auto-energia e de correção de vértice também são possíveis, mas não contribuindo neste cálculo, pois são de ordem subdominante em  $\ln s$ , podendo ser desprezados. Isto ocorre devido ao uso de um gauge covariante, como o gauge de Feynman, pois estes diagramas não irão produzir termos com dependência na variável  $s$ . Entretanto, outros tipos de gauges, como os gauges de Coulomb e Axial, podem gerar estas contribuições em  $s$ , pois estes incorporam vetores externos, os quais podem produzir termos em  $s$  em produtos escalares com os vetores  $p_1$  e  $p_2$  [95]. Estes diagramas determinam a variação da constante de acoplamento forte  $\alpha_s$ , o que, em ordem dominante, deve ser tomada como fixa [76].

Para o cálculo da amplitude, utilizaremos as Regras de Cutkosky [96], sendo mais simples a sua obtenção do que utilizar as usuais regras de Feynman, além do que é mais interessante por permitir o uso da amplitude calculada para a troca de um glúon. Estas regras elaboram o cálculo da parte imaginária da amplitude de interação, a qual é suficiente para encontrar a amplitude total utilizando Relações de Dispersão. Logo, o cálculo da amplitude imaginária se processa efetuando um “corte” no diagrama em questão, passando de um diagrama de um laço para dois diagramas em nível árvore, Fig.3.6, permitindo a obtenção do diagrama em sua totalidade através da integração de Espaço de Fase. Portanto, para o diagrama da Fig.3.5a, a amplitude imaginária tem a forma

$$\text{Im}\mathcal{A}^{(1)}(s, t) = \frac{1}{2} \int d\Pi_2 \mathcal{A}^{(0)}(s, k^2) \mathcal{A}^{(0)\dagger}(s, [k - q]^2) \quad (3.2.17)$$

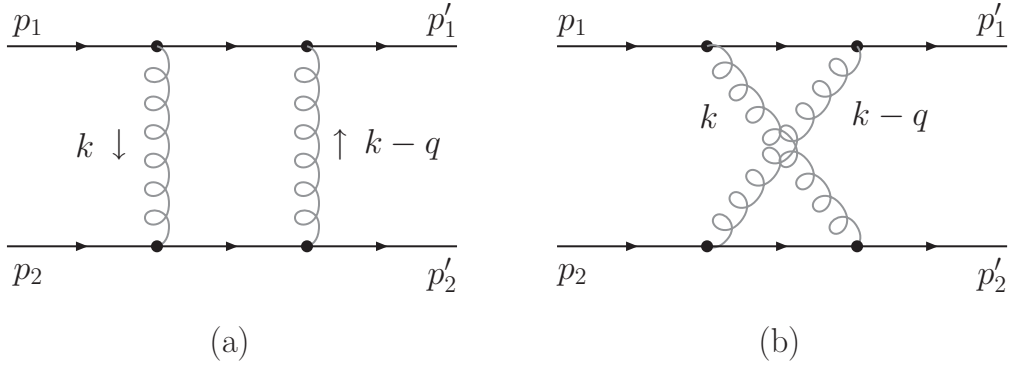
onde  $t \equiv q^2$ . No limite onde  $|t| \ll s$ , o momentum transferido  $q$  é dominado por sua parte transversa, como expressado na Eq.(3.2.5), ou seja,  $t \simeq -\mathbf{q}^2$ .

O elemento diferencial de integração na Eq.(3.2.17) refere-se ao Espaço de Fase de dois corpos, o qual tem a forma

$$\int d\Pi_2 = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^2} \delta([p_1 - k]^2) \delta([p_2 + k]^2). \quad (3.2.18)$$

Como feito para a amplitude em nível de árvore, escreve-se o momentum do glúon trocado na Parametrização de Sudakov

$$k = \alpha p_1 + \beta p_2 + k_\perp \quad (3.2.19)$$



**Fig. 3.5:** (a) Espalhamento quark-quark via troca de dois glúons representando interação de um laço. (b) Diagrama cruzado representando a troca das linhas fermiônicas.

na qual o elemento diferencial é escrito

$$d^4k = \left(\frac{s}{2}\right) d\alpha d\beta d^2\mathbf{k}. \quad (3.2.20)$$

No limite de alta energia, as aproximações são válidas

$$\alpha = |\beta| \simeq \frac{\mathbf{k}^2}{s} \ll 1 \quad (3.2.21)$$

$$k^2 \simeq -\mathbf{k}^2, \quad (k-q)^2 \simeq -(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2 \quad (3.2.22)$$

com

$$\mathbf{k}^2 \simeq (\mathbf{k}-\mathbf{q})^2 \simeq \mathbf{q}^2. \quad (3.2.23)$$

Assim, a integral de Espaço de Fase de dois corpos é escrita como

$$\int d\Pi_2 = \frac{1}{8\pi^2 s} \int d^2\mathbf{k}. \quad (3.2.24)$$

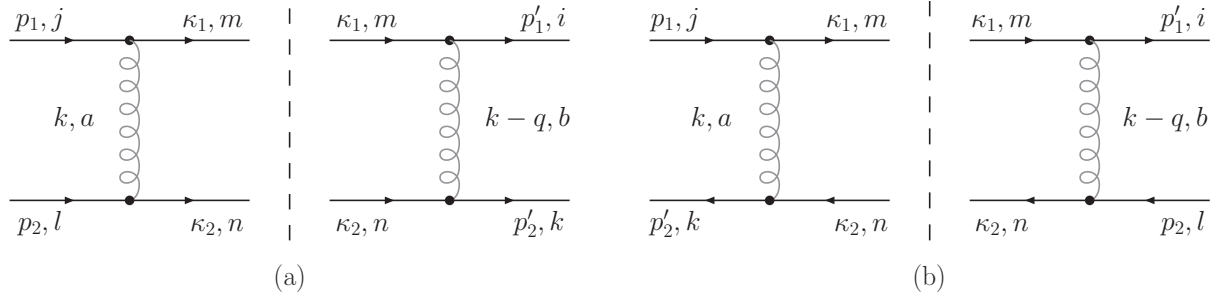
Portanto, utilizando a Eq.(3.2.17), calcula-se a parte imaginária da amplitude da interação descrita na Fig.3.6a

$$\text{Im}A_{\square}^{(1)}(s, t) = 4\alpha_s^2 (t^a t^b)_{ij} (t^a t^b)_{kl} s \int d^2\mathbf{k} \left[ \frac{1}{\mathbf{k}^2 (\mathbf{k}-\mathbf{q})^2} \right]. \quad (3.2.25)$$

O índice '□' representa que a amplitude de espalhamento é calculada para o diagrama ilustrado pela Fig.3.5a, e o índice '×' representará o cálculo do diagrama da Fig.3.5b.

A amplitude total é obtida através de Relações de Dispersão. Pelas contribuições de ordem dominantes em  $\ln s$ , pode-se escrever

$$A = \text{Re} A + i \text{Im} A = C \ln \left(\frac{s}{t}\right) + \dots = C \ln \left|\frac{s}{t}\right| - i\pi C. \quad (3.2.26)$$



**Fig. 3.6:** Parte imaginária do diagrama (a) quadrado e (b) cruzado. Cada lado do corte gera um diagrama de ordem mais baixa facilitando o cálculo da amplitude através das Regras de Cutkosky.

Logo,

$$\text{Re}A = -\frac{1}{\pi} \text{Im}A \cdot \ell n \left| \frac{s}{t} \right| \quad (3.2.27)$$

o que leva à amplitude total na forma

$$A = -\frac{1}{\pi} \text{Im}A \left( \ell n \left| \frac{s}{t} \right| - i\pi \right) = -\frac{1}{\pi} \ell n \left( \frac{s}{t} \right) \text{Im}A \quad (3.2.28)$$

ou seja, o resultado obtido na Eq.(3.2.25) é utilizado para o cálculo da amplitude total

$$\begin{aligned} A_{\square}^{(1)}(s, t) &= -\frac{4}{\pi} \alpha_s^2 s (t^a t^b)_{ij} (t^a t^b)_{kl} \ell n \left( \frac{s}{t} \right) \int d^2 \mathbf{k} \left[ \frac{1}{\mathbf{k}^2 (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2} \right] \\ &= -16 \left( \frac{\pi \alpha_s}{N_c} \right) (t^a t^b)_{ij} (t^a t^b)_{kl} \left( \frac{s}{t} \right) \ell n \left( \frac{s}{t} \right) \epsilon(t), \end{aligned} \quad (3.2.29)$$

onde a função  $\epsilon(t)$  é definida por

$$\epsilon(t) = \frac{N_c \alpha_s}{4\pi^2} \int d^2 \mathbf{k} \left[ \frac{-\mathbf{q}^2}{\mathbf{k}^2 (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2} \right]. \quad (3.2.30)$$

Efetuada esta integral, pode-se ver que ela possui uma divergência em infra-vermelho. Propostas foram feitas a fim de regularizar esta divergência [80, 81, 97] pela quebra espontânea do grupo de simetria e incluindo diagramas que continham bósons de Higgs. Apesar de todo o conhecimento matemático utilizado nesta tentativa, outra possibilidade, talvez perdendo a generalidade em sua essência, de regularizar esta divergência é considerar que os quarks, como já previsto pela QCD, somente podem estar confinados dentro de hádrons e mésons, o que gera um corte no limite inferior de integração, proporcionando à regularização desta integral. Logo, o confinamento manifesta a dependência

$$\epsilon(t) = \frac{N_c \alpha_s}{4\pi^2} \int d^2 \mathbf{k} \left[ \frac{-\mathbf{q}^2}{(\mathbf{k}^2 + \mu^2)[(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 + \mu^2]} \right] = -\frac{N_c \alpha_s}{2\pi} \ell n \left( \frac{\mathbf{q}^2}{\mu^2} \right). \quad (3.2.31)$$



Também deve ser levado em conta a contribuição do diagrama da Fig.3.6b, similar ao primeiro, porém, com as linhas fermiônicas inferiores invertidas. Da mesma forma efetuada para a amplitude do caso (a), obtém-se para o diagrama cruzado

$$\text{Im}A_{\times}^{(1)}(s, t) = -16 \left( \frac{\pi\alpha_s}{N_c} \right) (t^a t^b)_{ij} (t^b t^a)_{kl} \left( \frac{u}{t} \right) \ell n \left( \frac{u}{t} \right) \epsilon(t) \quad (3.2.32)$$

e pela simetria em alta energia entre os canais  $s$  e  $u$  ( $u \simeq -s$ ) tem-se

$$\text{Im}A_{\times}^{(1)}(s, t) = 16 \left( \frac{\pi\alpha_s}{N_c} \right) (t^a t^b)_{ij} (t^b t^a)_{kl} \left( \frac{s}{t} \right) \ell n \left( \frac{s}{|t|} \right) \epsilon(t). \quad (3.2.33)$$

Portanto, a contribuição total para a interação entre quarks via troca de dois glúons possui a amplitude

$$\begin{aligned} A_{ijkl}^{(1)}(s, t) &= A_{\square}^{(1)}(s, t) + A_{\times}^{(1)}(s, t) \\ &= -16 \left( \frac{\pi\alpha_s}{N_c} \right) (t^a t^b)_{ij} \left( \frac{s}{t} \right) \\ &\quad \times \left\{ [t^a, t^b]_{kl} \ell n \left( \frac{s}{|t|} \right) - i\pi (t^a t^b)_{kl} \right\} \epsilon(t). \end{aligned} \quad (3.2.34)$$

É visível na Eq.(3.2.34) que as partes real e imaginária da amplitude não possuem o mesmo fator. Isto ocorre devido ao fato de existir contribuições distintas para o caso de interação por octeto de cor e por singlete de cor. Este último somente receberá contribuição da parte imaginária da amplitude.

A fim de visualizar com mais clareza este tipo de interação, decompõem-se a amplitude de interação entre quarks segundo a representação do Grupo SU(3) no canal  $t$

$$A_{ijkl}(s, t) = \sum_R \mathcal{P}_{ijkl}(R) \mathcal{A}_R(s, t), \quad (3.2.35)$$

onde a dependência em cor está contida nos projetores de cor  $\mathcal{P}_{ijkl}(R)$  para o espalhamento quark-quark [98]. As amplitudes para a interação via octeto de cor  $A_{ijkl}^{(\underline{8})}(s, t)$  e singlete de cor  $A_{ijkl}^{(\underline{1})}(s, t)$  são

$$A_{ijkl}^{(\underline{1})}(s, t) = \mathcal{P}_{ijkl}(\underline{1}) \mathcal{A}_{\underline{1}}(s, t) \quad (3.2.36a)$$

$$A_{ijkl}^{(\underline{8})}(s, t) = \mathcal{P}_{ijkl}(\underline{8}) \mathcal{A}_{\underline{8}}(s, t) \quad (3.2.36b)$$

onde os projetores de cor são definidos como

$$\mathcal{P}_{ijkl}(\underline{1}) = \delta_{ij} \delta_{kl} / N_c \quad (3.2.37a)$$

$$\mathcal{P}_{ijkl}(\underline{8}) = 2 t_{ij}^a t_{kl}^a. \quad (3.2.37b)$$

Estes projetores possuem uma normalização, definida como

$$\mathcal{P}_{ijkl}(R) \mathcal{P}^{lmkn}(R') = \mathcal{P}_{ij}^{mn}(R) \delta_{RR'}, \quad (3.2.38)$$

pela qual é possível obter as amplitudes sem cor para os casos

$$\mathcal{A}_{\underline{1}}(s, t) = \mathcal{P}_{kl}^{ij}(\underline{1}) A_{kl}^{ij}(s, t) \quad (3.2.39a)$$

$$\mathcal{A}_{\underline{8}}(s, t) = \left( \frac{1}{N_c^2 - 1} \right) \mathcal{P}_{lk}^{ij}(\underline{8}) A_{kl}^{ij}(s, t). \quad (3.2.39b)$$

Portanto, projetando a amplitude, Eq.(3.2.34), sobre os estados de cor, se torna possível calcular as contribuições para o espalhamento entre quarks. No caso do octeto de cor, obtém-se a amplitude dominante em  $\ell n s$  na forma

$$A_{\underline{8}}^{(1)}(s, t) = 8\pi\alpha_s(t_{ij}^a t_{kl}^a) \left( \frac{s}{t} \right) \ell n \left( \frac{s}{|t|} \right) \epsilon(t), \quad (3.2.40)$$

a qual é real e  $\mathcal{O}(\ell n s)$  no nível de um laço.

Para a interação através de um singlete de cor a amplitude possui a forma

$$A_{\underline{1}}^{(1)}(s, t) = 4i\pi^2\alpha_s(\delta_{ij}\delta_{kl}) \frac{s}{t} \left( \frac{N_c^2 - 1}{4N_c} \right) \epsilon(t), \quad (3.2.41)$$

a qual, em contraste com a amplitude do estado de octeto de cor, é imaginária e suprimida na mesma ordem em teoria de perturbação,  $\alpha_s^2$ , por um fator de  $\ell n s$ .

Por estas amplitudes apresentarem características tão distintas, elas podem ser “classificadas” na linguagem da Teoria de Regge. Estes comportamentos possuem assinaturas opostas:  $\xi_{\underline{1}} = +1$  e  $\xi_{\underline{8}} = -1$ .

### 3.2.3 A escada de glúons

Seguindo o cálculo para a interação de quarks pela troca de glúons, o próximo passo é considerar correções da ordem  $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ , ou seja, diagramas contendo dois laços na interação, onde alguns são ilustrados na Fig.3.7. Utilizando as Regras de Cutkosky da mesma forma ao cálculo anterior, efetuam-se cortes nos diagramas a fim de reduzir em uma ordem os diagramas envolvidos, restando em cada um, um diagrama em nível de árvore, como feito na Seção 3.2.1, e um diagrama com um laço, como visto na Seção anterior. No caso de um laço, igualmente são desconsiderados os diagrama de auto-energia e de correção de vértice, pela sua sub-dominância em relação a ordem dominante  $\ell n s$ .

Considerando emissões de glúons reais, ou seja, glúons emitidos no canal  $s$ , onde cinco são ilustrados na Fig.3.8, correspondendo aos diagramas com corte da Fig.3.7a-c. Os diagramas da Fig.3.7d,e correspondem à emissão de glúons a partir dos quarks inferiores, os quais também contribuem nesta ordem. Neste caso, parametriza-se novamente os momenta dos glúons da troca da forma

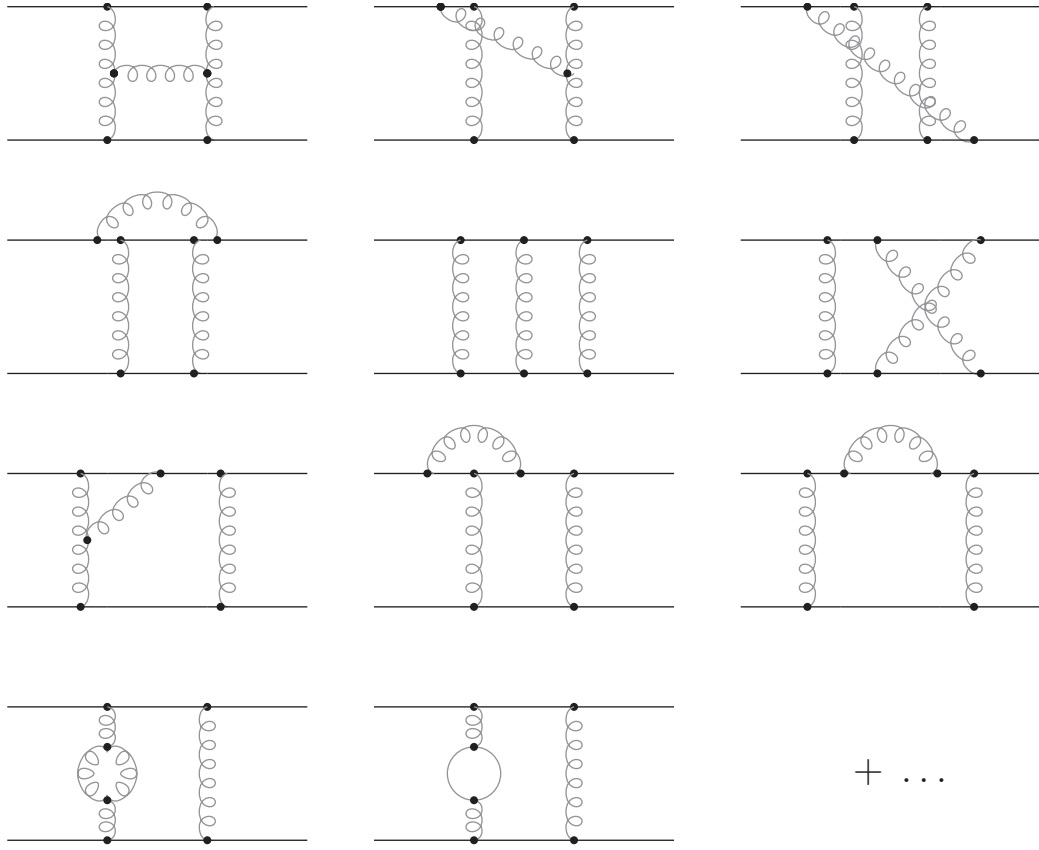
$$k_1 = \alpha_1 p_1 + \beta_1 p_2 + k_{1\perp} \quad (3.2.42a)$$

$$k_2 = \alpha_2 p_1 + \beta_2 p_2 + k_{2\perp}. \quad (3.2.42b)$$

As contribuições na ordem dominante em  $\ell n s$  surgem no regime cinemático

$$1 \gg \alpha_1 \gg \alpha_2 \quad (3.2.43a)$$

$$1 \gg |\beta_2| \gg |\beta_1|. \quad (3.2.43b)$$



**Fig. 3.7:** Conjunto de diagramas possíveis para a contribuição de dois laços no espalhamento quark-quark.

Da mesma forma como feita no caso de um laço, as considerações frente aos quarks finais se aplicam

$$\alpha_1 \beta_2 s = -(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2 \quad (3.2.44a)$$

$$k_1^2 \simeq -\mathbf{k}_1^2 \quad , \quad k_2^2 = -\mathbf{k}_2^2 \quad (3.2.44b)$$

$$\mathbf{k}_1^2 \simeq \mathbf{k}_2^2 \simeq \mathbf{q}^2. \quad (3.2.44c)$$

Utilizando os acoplamentos na aproximação eikonal e trabalhando no gauge de Feynman, obtém-se as amplitudes para a emissão do glúon real na parte central, Fig.3.8a,

$$A_{2 \rightarrow 3,a}^\rho = -2i g_s^3 f_{abc} (t_{mj}^a t_{nl}^b) \left( \frac{1}{\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2} \right) [\alpha_1 p_1^\rho + \beta_2 p_2^\rho - (k_1^\rho + k_2^\rho)] \quad (3.2.45)$$

e emissão superior, Fig.3.8b,c,

$$A_{2 \rightarrow 3,b}^\rho = -4g_s^3 s (t^{bc})_{mj} t_{nl}^b \left( \frac{1}{\beta_2 s \mathbf{k}_2^2} \right) p_1^\rho \quad (3.2.46)$$

$$A_{2 \rightarrow 3,c}^\rho = 4g_s^3 s f_{abc} (t_{mj}^a t_{nl}^b) \left( \frac{1}{\beta_2 s \mathbf{k}_2^2 p_1^\rho} \right) \quad (3.2.47)$$

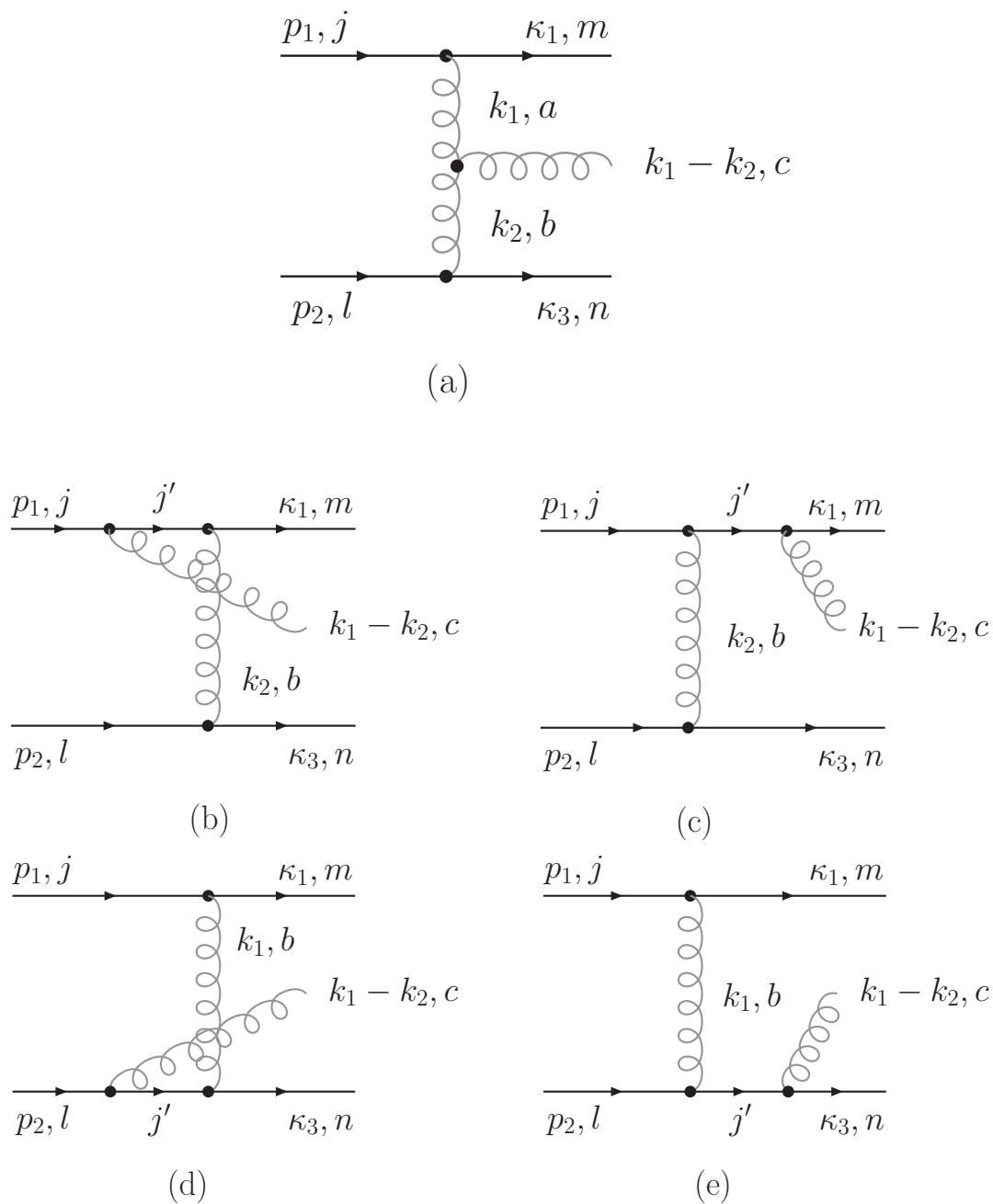


Fig. 3.8: Diagramas para a emissão de glúons reais no processo  $qq \rightarrow qqg$ .

onde estas últimas podem ser somadas a fim de mostrar a contribuição da emissão superior

$$A_{2 \rightarrow 3, b+c}^\rho = -4i g_s^3 f_{abc} (t_{mj}^a t_{nl}^b) \left( \frac{1}{\beta_2 s \mathbf{k}_2^2} \right) p_1^\rho. \quad (3.2.48)$$

De forma similar, considerando as emissões reais ocorrendo a partir dos quarks inferiores pode-se encontrar uma amplitude da forma, Fig.3.8d e Fig.3.8e,

$$A_{2 \rightarrow 3, d+e}^\rho = -4i g_s^3 f_{abc} (t_{mj}^a t_{nl}^b) \left( \frac{1}{\alpha_1 s \mathbf{k}_1^2} \right) p_2^\rho. \quad (3.2.49)$$

Portanto, somando todas as contribuições, obtém-se a amplitude total para a emissão de um glúon real

$$A_{2 \rightarrow 3}^\rho = -4i g_s^3 \left( \frac{p_1^\mu p_2^\nu}{\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2} \right) (t_{mj}^a t_{nl}^b) f_{abc} \Gamma_{\mu\nu}^\rho \quad (3.2.50)$$

onde a quantidade  $\Gamma_{\mu\nu}^\rho$  é chamada de vértice efetivo de Lipatov

$$\Gamma_{\mu\nu}^\rho(k_1, k_2) = \frac{2p_{2\mu} p_{1\nu}}{s} \left[ \left( \alpha_1 + \frac{2\mathbf{k}_1^2}{\beta_2 s} \right) p_1^\rho + \left( \beta_2 + \frac{2\mathbf{k}_2^2}{\alpha_1 s} \right) p_2^\rho - (\mathbf{k}_1^\rho + \mathbf{k}_2^\rho) \right]. \quad (3.2.51)$$

Este vértice, que é não-local por incorporar os propagadores dos glúons emitidos nos diagramas das Fig. 3.8b-e, possui a propriedade importante de ser um invariante de gauge, a qual é demonstrada pela Identidade de Ward

$$(k_{1\rho} - k_{2\rho}) \Gamma_{\mu\nu}^\rho(k_1, k_2) = 0. \quad (3.2.52)$$

Logo, com o uso deste vértice efetivo, é possível relacionar todas as contribuições de emissão de glúons num único diagrama, como ilustra a Fig.3.9, onde o vértice de Lipatov é representado pelo vértice central. Em vista de praticidade, o vértice de Lipatov é reescrito em função do quadrivetor  $C^\rho$

$$\Gamma_{\mu\nu}^\rho = \left( \frac{2}{s} \right) p_{2\mu} p_{1\nu} C^\rho \quad (3.2.53)$$

onde

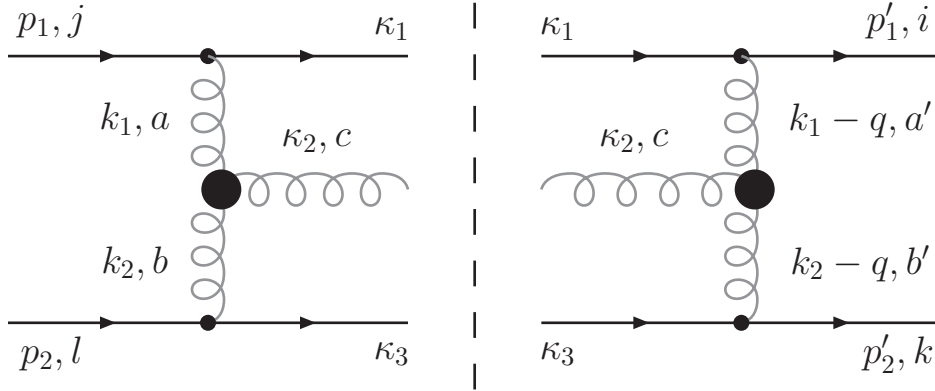
$$C^\rho(k_1, k_2) = \left( \alpha_1 + \frac{2\mathbf{k}_1^2}{\beta_2 s} \right) p_1^\rho + \left( \beta_2 + \frac{2\mathbf{k}_2^2}{\alpha_1 s} \right) p_2^\rho - (\mathbf{k}_1^\rho + \mathbf{k}_2^\rho). \quad (3.2.54)$$

De posse disso, as Regras de Cutkosky se fazem úteis novamente para computar a amplitude de espalhamento para o diagrama da Fig.3.9

$$\text{Im}A_{\text{real}}^{(2)}(s, t) = -\frac{g_{\rho\sigma}}{2} \int d\Pi_3 A_{2 \rightarrow 3}^\rho(k_1, k_2) A_{2 \rightarrow 3}^{\sigma\dagger}(k_1 - q, k_2 - q) \quad (3.2.55)$$

onde é efetuada a soma sobre as helicidades dos glúons pela relação devido à invariância do vértice de Lipatov

$$\sum_\lambda \varepsilon_\lambda^\mu(p) \varepsilon_\lambda^{\nu*}(p) = -g^{\mu\nu}. \quad (3.2.56)$$



**Fig. 3.9:** Diagrama representando o Vértice Efetivo de Lipatov.

Neste caso, o Espaço de Fase se estende a três corpos, onde o elemento diferencial de integração é escrito com o auxílio das aproximações do regime cinemático definidas pelas Eqs.(3.2.44)

$$\int d\Pi_3 = \frac{1}{4(2\pi)^5 s} \int_{\mathbf{q}^2/s}^1 \frac{d\alpha_1}{\alpha_1} \int d^2\mathbf{k}_1 \int d^2\mathbf{k}_2. \quad (3.2.57)$$

A amplitude de cada processo derivado do corte efetuado na Fig.3.9 é igual àquela expressa pela Eq.(3.2.50), com a troca dos momenta  $k_1$  e  $k_2$  por  $k_1 - q$  e  $k_2 - q$ , respectivamente, na amplitude do lado direito, a qual corresponde a conjugada complexa da amplitude  $A_{2 \rightarrow 3}^p$ . Logo, a amplitude imaginária do processo pode ser expressa como

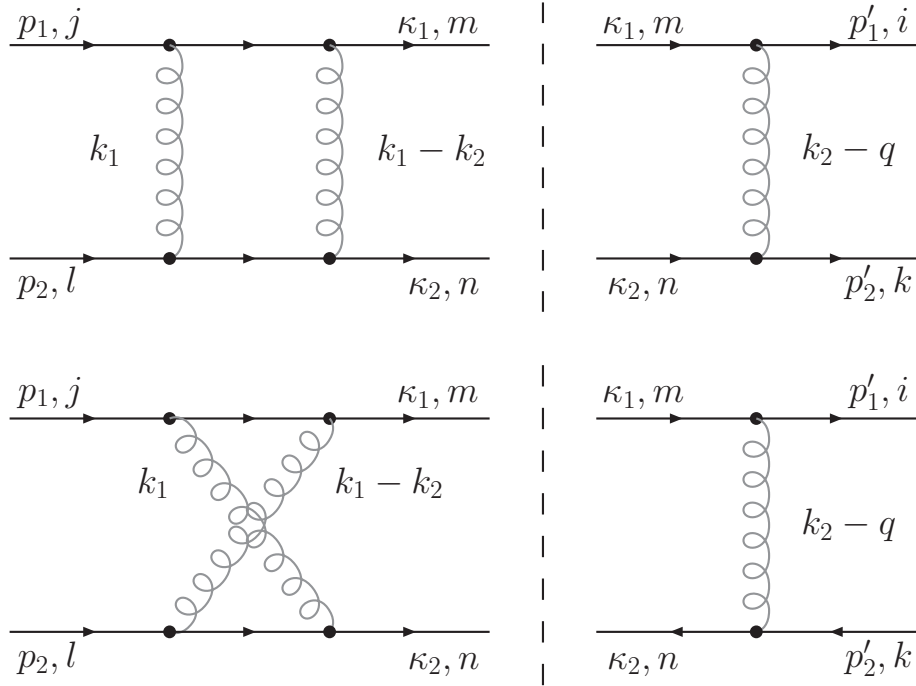
$$\begin{aligned} \text{Im}A_{\text{real}}^{(2)}(s, t) &= \left( \frac{2\alpha_s^3}{\pi^2} \right) \mathcal{G}_{\text{real}} s \ln \left( \frac{s}{|t|} \right) \int d^2\mathbf{k}_1^2 \int d^2\mathbf{k}_2^2 \\ &\times \left[ \frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} - \frac{1}{\mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2} \right. \\ &\left. - \frac{1}{\mathbf{k}_1^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2} \right], \end{aligned} \quad (3.2.58)$$

onde a quantidade  $\mathcal{G}_{\text{real}}$  representa o fator de cor do processo

$$\mathcal{G}_{\text{real}} = -(t^a t^a)_{ij} (t^b t^b)_{kl} f_{abc} f_{a'b'c}. \quad (3.2.59)$$

Existem outras duas contribuições para o processo em nível de dois laços, as quais correspondem aos diagramas ilustrados na Fig.3.10, além de outros dois diagramas similares, porém, com uma troca gluônica do lado esquerdo e os laços ao lado direito. Estas trocas de glúons no canal  $t$  são chamadas de trocas virtuais. Neste caso o cálculo se faz similar ao anterior, com a consideração de que existem dois casos para a troca de glúons

$$\begin{aligned} \text{Im}A_{\text{virtual}}^{(2)}(s, t) &= \frac{1}{2} \int d\Pi_2 A^{(1)}(s, k_2^2) A^{(0)\dagger}(s, [k_2 - q]^2) \\ &+ \frac{1}{2} \int d\Pi_2 A^{(0)}(s, k_1^2) A^{(1)\dagger}(s, [k_1 - q]^2). \end{aligned} \quad (3.2.60)$$



**Fig. 3.10:** Diagramas representando as contribuições virtuais para o espalhamento quark-quark.

Através disto, pode-se computar a amplitude total da contribuição de troca virtual

$$\begin{aligned} \text{Im}A_{\text{virtual}}^{(2)}(s, t) &= - \left( \frac{N_c \alpha_s^3}{\pi^2} \right) \mathcal{G}_{\text{virtual}} s \ln \left( \frac{s}{|t|} \right) \int d^2 \mathbf{k}_1 \int d^2 \mathbf{k}_2 \\ &\times \left[ \frac{1}{\mathbf{k}_1^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2} + \frac{1}{\mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2} \right], \end{aligned} \quad (3.2.61)$$

onde o fator de cor  $\mathcal{G}_{\text{virtual}}$  é

$$\mathcal{G}_{\text{virtual}} = (t^a t^b)_{ij} (t^a t^b)_{kl}. \quad (3.2.62)$$

Utilizando os projetores de cor definidos anteriormente, pode-se projetar esta amplitude sobre os estados de cor referentes ao octeto de cor. A amplitude total levando em conta as correções de emissão de glúons reais e virtuais tem a forma

$$\begin{aligned} \text{Im}A_{\underline{8}}^{(2)}(s, t) &= \text{Im}A_{\underline{8}, \text{real}}^{(2)}(s, t) + \text{Im}A_{\underline{8}, \text{virtual}}^{(2)}(s, t) \\ &= \left( \frac{N_c^2 \alpha_s^3}{2\pi^3} \right) \times (t_{ij}^a t_{kl}^a) s \ln \left( \frac{s}{|t|} \right) \int d^2 \mathbf{k}_1 d^2 \mathbf{k}_2 \left[ \frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} \right] \end{aligned} \quad (3.2.63)$$

que pode ser escrita em termos da função  $\epsilon(t)$ , definida pela Eq.(3.2.30)

$$\text{Im}A_{\underline{8}}^{(2)}(s, t) = 8\pi^2 \alpha_s (t_{ij}^a t_{kl}^a) \left( \frac{s}{|t|} \right) \ln \left( \frac{s}{|t|} \right) \epsilon^2(t) \quad (3.2.64)$$

a qual é real e a função  $\epsilon^2(t)$  é expressa por

$$\epsilon^2(t) = \int d^2\mathbf{k}_1 d^2\mathbf{k}_2 \left[ \frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} \right]. \quad (3.2.65)$$

Por meio de Relações de Dispersão, computa-se a amplitude total para a interação em octeto de cor com dois laços

$$A_{\underline{8}}^{(2)}(s, t) = 4\pi \alpha_s (t_{ij}^a t_{kl}^a) \left(\frac{s}{t}\right) \ell n^2 \left(\frac{s}{|t|}\right) \epsilon^2(t) \equiv \left(\frac{1}{2}\right) \epsilon^2(t) \ell n^2 \left(\frac{s}{|t|}\right) A_{\underline{8}}^{(0)} \quad (3.2.66)$$

em termos da amplitude em nível de árvore  $A_{\underline{8}}^{(0)}$  para a troca de um glúon.

Somando as contribuições calculadas em nível de árvore, com um e dois laços, evidencia-se a característica peculiar da amplitude para o espalhamento quark-quark via glúons

$$A_{\underline{8}}(s, t) = 8\pi \alpha_s \left(\frac{s}{t}\right) (t_{ij}^a t_{kl}^a) \left[ 1 + \epsilon(t) \ln \left(\frac{s}{|t|}\right) + \frac{1}{2} \epsilon^2(t) \ln^2 \left(\frac{s}{|t|}\right) + \dots \right] \quad (3.2.67)$$

o que corresponde aos primeiros termos da expansão

$$A_{\underline{8}}(s, t) = 8\pi \alpha_s (t_{ij}^a t_{kl}^a) \frac{s}{t} \left(\frac{s}{|t|}\right)^{\epsilon(t)} \equiv 8\pi \alpha_s (t_{ij}^a t_{kl}^a) \left(\frac{s}{|t|}\right)^{\alpha_g(t)} \quad (3.2.68)$$

onde claramente nota-se que a amplitude possui o caráter estipulado pela Teoria de Regge, o que corresponde à amplitude de uma partícula reggeizadas trocada no canal  $t$  que, neste caso, corresponde à escada de glúons no estado de octeto de cor. Isto se tornará claro na medida em que o número de trocas de glúons virtuais, que pode ser visto como uma escada com um degrau, for aumentando o número de degraus na escada de glúons.

O cálculo da amplitude para a interação desta escada projetada no estado de singleto de cor pode ser efetuado, obtendo o resultado para a emissão real

$$\begin{aligned} A_{\underline{1}, \text{real}}^{(2)}(s, t) &= -i \left(\frac{\alpha_s^3}{2\pi^2}\right) (N_c^2 - 1) \delta_{ij} \delta_{kl} s \ell n \left(\frac{s}{|t|}\right) \int d^2\mathbf{k}_1 \int d^2\mathbf{k}_2 \\ &\times \left[ \frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} - \frac{1}{\mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2} \right. \\ &\left. - \frac{1}{\mathbf{k}_1^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2} \right] \end{aligned} \quad (3.2.69)$$

e para a amplitude da emissão virtual

$$\begin{aligned} A_{\underline{1}, \text{virtual}}^{(2)}(s, t) &= \frac{i}{2} \left(\frac{\alpha_s^3}{2\pi^2}\right) (N_c^2 - 1) \delta_{ij} \delta_{kl} s \ell n \left(\frac{s}{|t|}\right) \int d^2\mathbf{k}_1 \int d^2\mathbf{k}_2 \\ &\times \left[ \frac{1}{\mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2} + \frac{1}{\mathbf{k}_1^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.2.70)$$

Como se vê, o resultado é uma pouco mais complicado em comparação ao anterior, onde não há cancelamento entre os termos das amplitudes de contribuição real e virtual e nem mesmo uma proporção em relação à amplitude em nível de árvore. O interessante ainda é manter este termo para futuras situações, pois esta é exatamente a contribuição para o Pomeron da QCD, se tratando de uma troca sem carga de cor, o que se espera do Pomeron.



### 3.2.4 A escada de glúons BFKL

O intuito é estender o cálculo anterior para ordens mais altas, considerando infinitos degraus na escada de glúons. Nesta consideração, a aproximação eikonal continua sendo válida, pois ela independe do spin da partícula que emite o glúon macio, podendo substituir as linhas fermiônicas por linhas gluônicas, tendo um forte ordenamento nos momenta longitudinais, como mostra a Fig.3.11.

As variáveis utilizadas serão as mesmas implementadas anteriormente, porém, com um número infinito destas. Neste caso, a cinemática trabalhada é chamada de Cinemática de Multi-Regge, que gera as contribuições dominantes em  $\ell n s$ . Aplicando a mesma parametrização usada anteriormente para os momenta dos glúons

$$k_i = \alpha_i p_1 + \beta_i p_2 + k_{i\perp} \quad (i = 1, 2, \dots, n+1) \quad (3.2.71)$$

onde, explicitamente, a regime de Multi-Regge corresponde a ter todos os momenta transversos da mesma ordem

$$s \gg \mathbf{k}_1^2 \simeq \mathbf{k}_2^2 \simeq \dots \simeq \mathbf{k}_n^2 \simeq \mathbf{k}_{n+1}^2 \simeq \mathbf{q}^2 \quad (3.2.72)$$

e um forte ordenamento nos momenta longitudinais

$$1 \gg \alpha_1 \gg \alpha_2 \gg \dots \gg \alpha_{n+1} \gg \frac{\mathbf{q}^2}{s} \quad (3.2.73)$$

$$1 \gg |\beta_{n+1}| \gg |\beta_n| \gg \dots \gg \beta_2 \gg |\beta_1| \gg \frac{\mathbf{q}^2}{s}.$$

A amplitude de espalhamento em nível de árvore para este caso, como ilustra a Fig.3.11a, tem a forma

$$A_{2 \rightarrow n+2}^{\rho_1 \dots \rho_n} = 2 i s g_s t_{ij}^{a_1} \left( \frac{i}{\mathbf{k}_1^2} \right) \quad (3.2.74)$$

$$\times g_s f_{a_1 a_2 b_1} C^{\rho_1}(k_1, k_2) \left( \frac{i}{\mathbf{k}_2^2} \right)$$

$$\times g_s f_{a_2 a_3 b_2} C^{\rho_2}(k_2, k_3) \left( \frac{i}{\mathbf{k}_3^2} \right)$$

$$\vdots$$

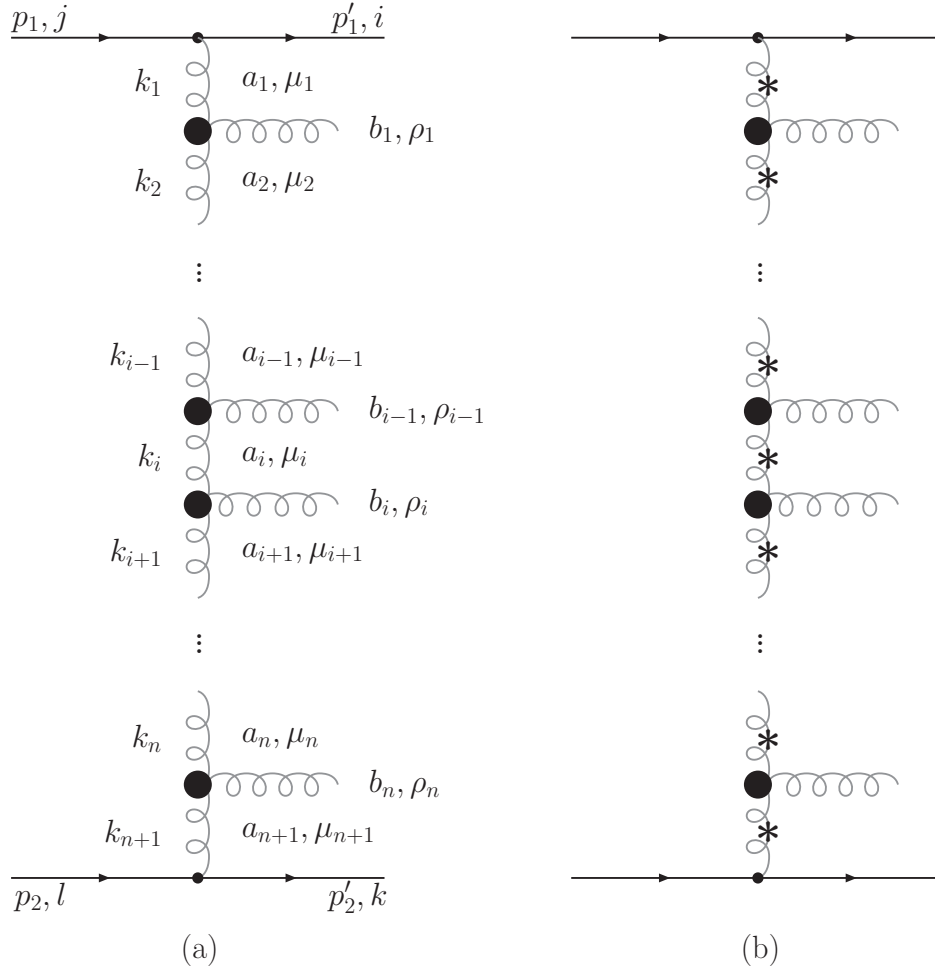
$$\times g_s f_{a_n a_{n+1} b_n} C^{\rho_n}(k_n, k_{n+1}) \left( \frac{i}{\mathbf{k}_{n+1}^2} \right)$$

$$\times g_s t_{kl}^{a_{n+1}},$$

onde diagramas, como os ilustrados na Fig.3.12, são subdominantes em  $\ell n s$  e são desconsiderados.

Entretanto, esta amplitude não leva em conta as contribuições virtuais radiativas consideradas na Fig.3.10. Logo, a fim de envolver todas estas contribuições dominantes, um *ansatz* foi proposto [80, 82] pelo qual, em ordem dominante, o propagador do glúon é modificado de tal forma que

$$-\frac{i}{k_i^2} \rightarrow -\frac{i}{k_i^2} \left( -\frac{s_i}{k_i^2} \right)^{\epsilon(k_i^2)} \simeq -\frac{i}{k_i^2} \left( \frac{\alpha_i - 1}{\alpha_i} \right)^{\epsilon(k_i^2)} \quad (3.2.75)$$



**Fig. 3.11:** Diagrama para o processo  $qq \rightarrow qq + n$  glúons em (a) ordem em nível de árvore e (b) incluindo as correções virtuais radiativas. Os vértices maiores representam os Vértices Efetivos de Lipatov e os asteriscos denotam que os glúons em questão são reggeizados.

onde

$$s_i = (k_{i-1} - k_{i+1})^2 \simeq \left( \frac{\alpha_i - 1}{\alpha_i} \right) (\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_{i+1})^2 \quad (3.2.76)$$

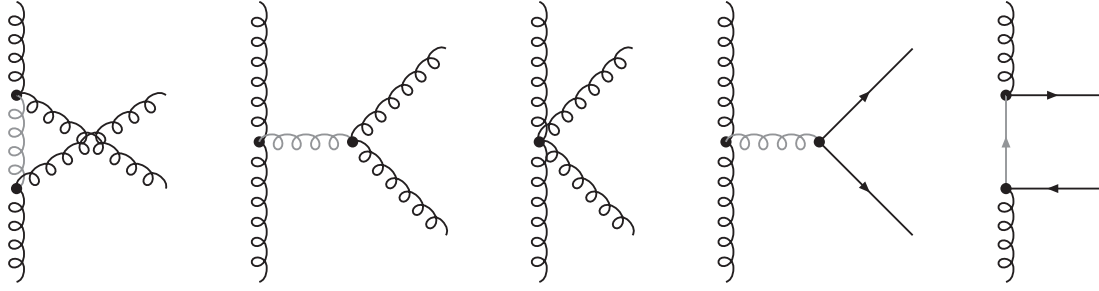
é a energia de centro-de-massa da  $i$ -ésima seção da escada de glúons e  $\epsilon(k_i^2)$  é a função definida na Eq.(3.2.30)

$$\epsilon(k_i^2) = \frac{N_c \alpha_s}{4\pi^2} \int d^2 \mathbf{h} \left[ \frac{-\mathbf{k}_i^2}{\mathbf{h}^2 (\mathbf{h} - \mathbf{k}_i)^2} \right], \quad (3.2.77)$$

onde o vetor transversal  $\mathbf{h}$  é um vetor auxiliar.

Portanto, com este *ansatz* o glúon terá um propagador modificado da forma

$$D_{\mu\nu}(s_i, k_i^2) = -\frac{i g_{\mu\nu}}{k_i^2} \left( \frac{s}{\mathbf{k}^2} \right)^{\epsilon(t)}, \quad (3.2.78)$$



**Fig. 3.12:** Seções de diagramas escada que não contribuem em ordem dominante  $\ln s$ .

o qual é chamado de glúon reggeizado. Este procedimento substitui os glúons convencionais da escada por glúons reggeizados, automaticamente levando em conta as correções radiativas descritas anteriormente. Como descrito na expansão obtida para a amplitude de espalhamento quark-quark no estado de octeto de cor, a quantidade  $\alpha_g(t) = 1 + \epsilon(t)$  é a trajetória do glúon reggeizado, o qual é ilustrado na Fig. 3.11b.

Desta forma, o uso do propagador modificado leva a uma amplitude similar a Eq.(3.2.75), porém, levando em conta as correções radiativas em todas as ordens em  $\alpha_s$

$$\begin{aligned}
 A_{2 \rightarrow n+2}^{\rho_1 \dots \rho_n} &= 2i s g_s t_{ij}^{\alpha_1} \left( \frac{i}{\mathbf{k}_1^2} \right) \left( \frac{1}{\alpha_1} \right)^{\epsilon(k_1^2)} \\
 &\times g_s f_{a_1 a_2 b_1} C^{\rho_1}(k_1, k_2) \left( \frac{i}{\mathbf{k}_2^2} \right) \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^{\epsilon(k_2^2)} \\
 &\vdots \\
 &\times g_s f_{a_n a_{n+1} b_n} C^{\rho_n}(k_n, k_{n+1}) \left( \frac{i}{\mathbf{k}_{n+1}^2} \right) \left( \frac{\alpha_n}{\alpha_{n+1}} \right)^{\epsilon(k_{n+1}^2)} \cdot g_s t_{kl}^{a_{n+1}} \\
 &= 2i s g_s^2 (t_{ij}^{\alpha_1} t_{kl}^{a_{n+1}}) \left( \frac{i}{\mathbf{k}_1^2} \right) \left( \frac{1}{\alpha_1} \right)^{\epsilon(k_1^2)} \\
 &\times \prod_{i=1}^n \left\{ g_s f_{a_i a_{i+1} b_i} C^{\rho_i}(k_i, k_{i+1}) \left( \frac{i}{\mathbf{k}_{i+1}^2} \right) \left( \frac{\alpha_i}{\alpha_{i+1}} \right)^{\epsilon(k_{i+1}^2)} \right\}.
 \end{aligned} \tag{3.2.79}$$

Finalmente, com a amplitude correta, o cálculo da parte imaginária da amplitude total do processo, descrito na Fig.3.13, pode ser calculada através das Regras de Cutkosky para o espalhamento quark-quark via troca de uma escada de glúons reggeizados. Logo, tem-se

$$\begin{aligned}
 \text{Im}A(s, t) &= \frac{1}{2} (-1)^n g_{\rho_1 \sigma_1} \dots g_{\rho_n \sigma_n} \\
 &\times \int d\Pi_{n+2} A_{2 \rightarrow n+2}^{\rho_1 \dots \rho_n}(k_1, \dots, k_n) A_{2 \rightarrow n+2}^{\sigma_1 \dots \sigma_n}(k_1 - q, \dots, k_n - q).
 \end{aligned} \tag{3.2.80}$$

Utilizando a amplitude expressa pela Eq.(3.2.80), é possível encontrar a amplitude ima-

ginária para cada configuração de cor no canal  $t$  ( $R = \underline{1}, \underline{8}$ )

$$\begin{aligned} \text{Im } \mathcal{A}_R(s, t) &= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} 4s^2 g_s^4 \mathcal{G}_R \int d\Pi_{n+2} \left[ \frac{1}{\mathbf{k}_1^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2} \right] \left( \frac{1}{\alpha_1} \right)^{\epsilon(k_1^2) + \epsilon([\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}]^2)} \\ &\times \prod_{i=1}^n \left\{ \left[ \frac{g_s^2}{\mathbf{k}_{i+1}^2 (\mathbf{k}_{i+1} - \mathbf{q})^2} \right] (-2\eta_R) K(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_{i+1}) \right. \\ &\times \left. \left( \frac{\alpha_i}{\alpha_{i+1}} \right)^{\epsilon(k_{i+1}^2) + \epsilon([\mathbf{k}_{i+1} - \mathbf{q}]^2)} \right\}, \end{aligned} \quad (3.2.81)$$

onde os fatores de cor correspondentes são

$$\mathcal{G}_{\underline{1}} = \frac{N_c^2 - 1}{4N_c}, \quad \mathcal{G}_{\underline{8}} = -\frac{N_c}{8} \quad \eta_{\underline{1}} = \frac{N_c}{2}, \quad \eta_{\underline{8}} = N_c \quad (3.2.82)$$

e a função  $K(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_{i+1})$  é definida por

$$\begin{aligned} C^{\rho_i}(k_i, k_{i+1}) C_{\rho_i}(-k_i + q, -k_{i+1} + q) &= \\ = -2 \left[ \mathbf{q}^2 - \frac{\mathbf{k}_i^2 (\mathbf{k}_{i+1} - \mathbf{q})^2}{(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_{i+1})^2} - \frac{\mathbf{k}_{i+1}^2 (\mathbf{k}_i - \mathbf{q})^2}{(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_{i+1})^2} \right] &\equiv -2 K(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_{i+1}). \end{aligned} \quad (3.2.83)$$

Como feito anteriormente, a prática usual seria computar a amplitude total através de Relações de Dispersão. Entretanto, será conveniente trabalhar no plano do momentum angular complexo. Para isso, aplica-se a transformada de Mellin

$$f_R = \int_1^{\infty} d \left( \frac{s}{|t|} \right) \left( \frac{s}{|t|} \right)^{-\omega-1} \frac{\text{Im} \mathcal{A}_R(s, t)}{s}. \quad (3.2.84)$$

Esta equação é a Representação de Froissart-Gribov para a amplitude de onda parcial  $f_R(\omega, t)$ . Como transformada, a inversa da transformação de Mellin é

$$\frac{\text{Im} \mathcal{A}_R(s, t)}{s} = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} d\omega \left( \frac{s}{|t|} \right)^{\omega} f_R(\omega, t) \quad (3.2.85)$$

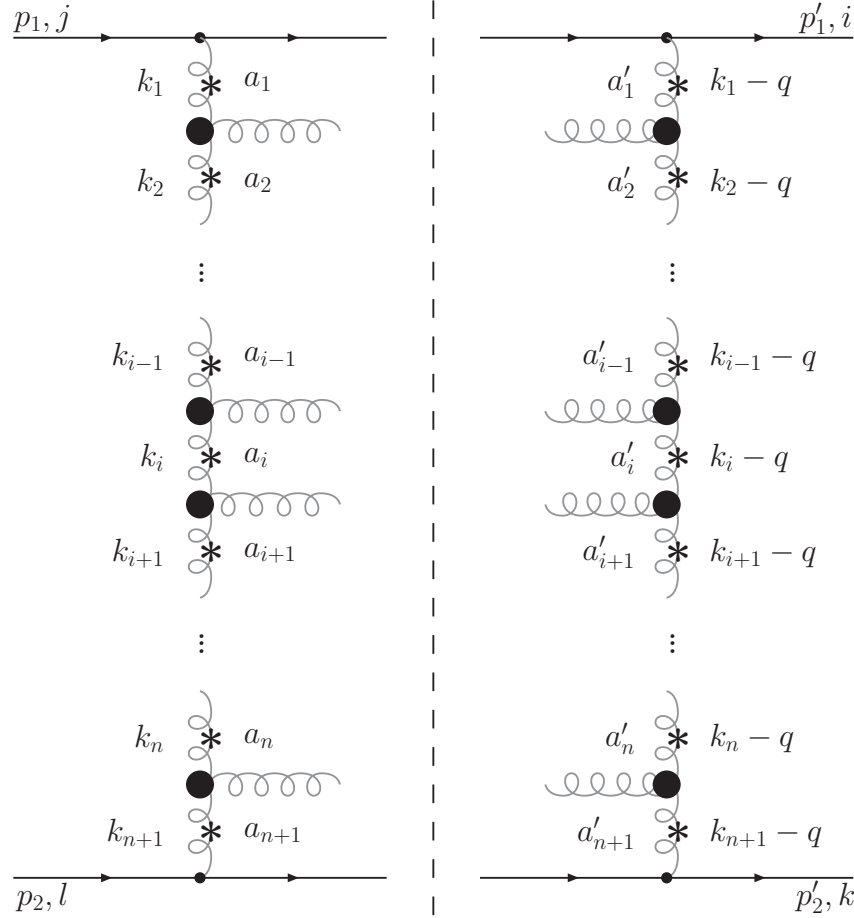
com o contorno de integração posicionando-se a direita de todas as singularidades do plano  $\omega$  de  $f_R(\omega, t)$ .

Para incluir a contribuição do canal  $u$  utiliza-se a simetria de cruzamento entre  $s \leftrightarrow u$

$$\text{Im} \mathcal{A}_R(s, t) = -\xi_R \text{Im} \mathcal{A}_R(u, t) \quad (3.2.86)$$

com as assinaturas

$$\xi_{\underline{1}} = +1 \quad \xi_{\underline{8}} = -1 \quad (3.2.87)$$



**Fig. 3.13:** Parte imaginária da amplitude do espalhamento elástico quark-quark através da troca de uma escada de glúons.

Logo, com a simetria  $u \simeq -s$ , a parte referente ao canal  $u$  é levada em conta pela substituição

$$f_R(\omega, t) \rightarrow (1 + \xi_R e^{-i\pi\omega}) f_R(\omega, t). \quad (3.2.88)$$

Finalmente, a amplitude de onda parcial  $f_R(\omega, t)$  é relacionada à amplitude  $\mathcal{A}_R(s, t)$  pela transformada de de Watson-Sommerfeld

$$\mathcal{A}_R(s, t) = -\frac{1}{4\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} d\omega \left( \frac{s}{|t|} \right)^{\omega+1} \left[ \frac{\xi_R - e^{-i\pi\omega}}{\sin \pi\omega} \right] f_R(\omega, t). \quad (3.2.89)$$

### 3.3 A equação de evolução BFKL

Com o uso da transformada de Mellin, será possível computar com maior facilidade a amplitude de espalhamento. Com isso, aplicando o regime de Multi-Regge para obter a integral

de Espaço de Fase de  $(n + 2)$  corpos encontra-se

$$\begin{aligned}
 d\Pi_{n+2} &= \frac{1}{2^{n+1}(2\pi)^{3n+2}} \prod_{i=1}^n \int_{\alpha_{i+1}}^1 \frac{d\alpha_i}{\alpha_i} \int_0^1 d\alpha_{n+1} \\
 &\times \prod_{j=1}^{n+1} \int d^2\mathbf{k}_j \delta(\alpha_{n+1}s - \mathbf{k}^2).
 \end{aligned} \tag{3.3.1}$$

Calculando a amplitude de onda parcial a partir da Eq.(3.2.84), obtém-se o resultado

$$\begin{aligned}
 f_R(\omega, \mathbf{q}^2) &= (4\pi\alpha_s)^2 \mathcal{G}_R \sum_{n=0}^{\infty} \prod_{i=1}^{n+1} \frac{d^2\mathbf{k}_i}{(2\pi)^2} \\
 &\times \frac{1}{\mathbf{k}_1^2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2} \frac{1}{\omega - \epsilon(\mathbf{k}_1^2) - \epsilon([\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}]^2)} \\
 &\times (-2\alpha_s\eta_R) K(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \\
 &\times \frac{1}{\mathbf{k}_2^2(\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} \frac{1}{\omega - \epsilon(\mathbf{k}_2^2) - \epsilon([\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}]^2)} \\
 &\vdots \\
 &\times (-2\alpha_s\eta_R) K(\mathbf{k}_n, \mathbf{k}_{n+1}) \\
 &\times \frac{1}{\mathbf{k}_{n+1}^2(\mathbf{k}_{n+1} - \mathbf{q})^2} \frac{1}{\omega - \epsilon(\mathbf{k}_{n+1}^2) - \epsilon([\mathbf{k}_{n+1} - \mathbf{q}]^2)}.
 \end{aligned} \tag{3.3.2}$$

Esta equação pode ser reescrita como uma relação recursiva

$$f_R(\omega, \mathbf{q}^2) = (4\pi\alpha_s)^2 \mathcal{G}_R \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \frac{\mathcal{F}_R(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q})}{\mathbf{k}^2(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2} \tag{3.3.3}$$

onde a função  $\mathcal{F}_R(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q})$  satisfaz a equação integral

$$\begin{aligned}
 [\omega - \epsilon(-\mathbf{k}^2) - \epsilon(-[\mathbf{k} - \mathbf{q}]^2)] \mathcal{F}_R(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}) &= \\
 = 1 - \frac{2\alpha_s N_c}{4\pi^2} \int d^2\mathbf{h} \left[ \frac{K(\mathbf{k}, \mathbf{h})}{\mathbf{h}^2(\mathbf{x} - \mathbf{q})^2} \right] \mathcal{F}_R(\omega, \mathbf{h}, \mathbf{q}).
 \end{aligned} \tag{3.3.4}$$

Esta é a forma geral da Equação BFKL [79, 80, 81, 82], a qual descreve a evolução em ordem dominante de  $\ell n s$  da escada de glúon. O integrando do lado direito da Eq.(3.3.4) representa as correções radiativas reais. Já no lado esquerdo, os termos  $\epsilon$  representam as correções radiativas virtuais.

### 3.3.1 O octeto de cor

No caso da configuração de cor no canal  $t$  sendo o octeto de cor, a Equação BFKL simplifica consideravelmente. Substituindo na Eq.(3.3.4) a expressão de  $K(\mathbf{k}, \mathbf{h})$ , como definido na

Eq.(3.2.84), e utilizando explicitamente as trajetórias dos glúons reggeizados

$$\epsilon(-\mathbf{k}^2) = -\frac{N_c \alpha_s}{4\pi^2} \int d^2\mathbf{h} \left[ \frac{-\mathbf{k}^2}{\mathbf{h}^2(\mathbf{h}-\mathbf{k})^2} \right] \quad (3.3.5)$$

$$\epsilon(-[\mathbf{k}-\mathbf{q}]^2) = -\frac{N_c \alpha_s}{4\pi^2} \int d^2\mathbf{h} \left[ \frac{(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2}{(\mathbf{h}-\mathbf{q})^2(\mathbf{k}-\mathbf{h})^2} \right]$$

ocorre o cancelamento dos últimos termos de  $K(\mathbf{k}, \mathbf{h})$  com as correções virtuais da Equação BFKL, devido ao fato de o fator de cor ser da forma  $\eta_{\underline{g}} = N_c/2$ , ou seja

$$\omega \mathcal{F}_{\underline{g}}(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}) = 1 - \frac{N_c \alpha_s}{4\pi^2} \int d^2\mathbf{h} \left[ \frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{h}^2(\mathbf{h}-\mathbf{q})^2} \right] \mathcal{F}_{\underline{g}}(\omega, \mathbf{h}, \mathbf{q}). \quad (3.3.6)$$

Utilizando a transformada de Mellin inversa para esta função, é possível obter a parte imaginária da amplitude de espalhamento. Através disso, e adicionando a contribuição referente ao canal  $u$ , o cálculo procede da mesma forma aplicada anteriormente, onde se utilizou os projetores de cor para a interação em questão, produzindo a amplitude

$$A_{\underline{g}}(s, t) = -4\pi \alpha_s (t_{ij}^a t_{kl}^a) [1 - e^{-i\pi\alpha_g(t)}] \left( \frac{s}{|t|} \right)^{\alpha_g(t)}. \quad (3.3.7)$$

Esta é a amplitude do tipo Regge para a interação via troca de uma trajetória de assinatura ímpar. Com  $\epsilon(t=0) = 0$ , o ponto de interseção é  $\ell = 1$ , o que corresponde a um glúon reggeizado.

Como se pode ver, a Eq.(3.3.7) corresponde à amplitude do espalhamento quark-quark pela interação de uma escada de glúons projetada na configuração de octeto de cor. Partindo da Eq.(3.2.82), que é de ordem  $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ , obtém-se o resultado expresso pela Eq.(3.3.7) da ordem  $\mathcal{O}(\alpha_s)$ , devido ao fato da interação pela configuração de octeto de cor receber contribuição também a nível LO, ou seja, interação pela troca de um glúon.

Assumindo a aproximação  $\alpha_g(t) \simeq 1$  no fator de assinatura na Eq.(3.3.7), a amplitude pode ser aproximada por

$$A_{\underline{g}}(s, t) \simeq -8\pi \alpha_s (t_{ij}^a t_{kl}^a) \left( \frac{s}{|t|} \right)^{\alpha_g(t)} \quad (3.3.8)$$

que coincide com a amplitude da interação via dois laços projetada no octeto de cor, onde os termos correspondem a cada ordem na troca de glúons. Além disso, esta coincidência confirma a validade do *ansatz* proposto anteriormente.

Utilizando o resultado obtido pela Eq.(3.2.31), é possível reescrever esta amplitude na forma

$$A_{\underline{g}}(s, t) \simeq 8\pi \alpha_s (t_{ij}^a t_{kl}^a) \left( \frac{s}{|t|} \right) \exp \left[ -\frac{N_c \alpha_s}{2\pi} \ln \left( \frac{s}{|t|} \right) \ln \left( \frac{|t|}{\mu^2} \right) \right], \quad (3.3.9)$$

onde o argumento da exponencial é um produto negativo de um logaritmo do tipo  $\ln(s/|t|)$  e um logaritmo colinear. Este é um exemplo de um fator de forma de Sudakov [99]. Além disso, esta amplitude é nula no limite  $\mu^2 \rightarrow 0$ .

### 3.3.2 O singlete de cor

Partindo da Equação BFKL para a configuração de singlete de cor, de extrema importância por estar diretamente relacionada com a estrutura do Pomeron da QCD, e descrita pela equação

$$\begin{aligned}
 \omega F(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}) &= \delta^2(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \\
 &+ \frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2} \int d^2\mathbf{h} \left\{ \left( \frac{-\mathbf{q}^2}{(\mathbf{h} - \mathbf{q})^2 \mathbf{k}^2} \right) F(\omega, \mathbf{h}, \mathbf{k}', \mathbf{q}) \right. \\
 &+ \frac{1}{(\mathbf{h} - \mathbf{k})^2} \left[ F(\omega, \mathbf{h}, \mathbf{k}', \mathbf{q}) - \frac{\mathbf{k}^2 F(\omega, \mathbf{h}, \mathbf{k}', \mathbf{q})}{\mathbf{h}^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{h})^2} \right] \\
 &\left. + \frac{1}{(\mathbf{h} - \mathbf{k})^2} \left[ \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 \mathbf{h}^2 F(\omega, \mathbf{h}, \mathbf{k}', \mathbf{q})}{(\mathbf{h} - \mathbf{q})^2 \mathbf{k}^2} - \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 F(\omega, \mathbf{h}, \mathbf{k}', \mathbf{q})}{(\mathbf{h} - \mathbf{q})^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{h})^2} \right] \right\},
 \end{aligned} \tag{3.3.10}$$

esta tem a forma padrão da Equação BFKL para o singlete de cor, onde  $F(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q})$  é definida por

$$\mathcal{F}_\perp(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{q}) = \int \frac{d^2\mathbf{k}'}{\mathbf{k}'^2} \mathbf{k}^2 F(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}). \tag{3.3.11}$$

A partir desta equação é possível calcular a amplitude imaginária

$$\frac{\text{Im}\mathcal{A}_\perp(s, t)}{s} = (8\pi^2\alpha_s)^2 \left( \frac{N_c^2 - 1}{4N_c} \right) \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \frac{\mathbf{k}'}{(2\pi)^2} \frac{F(s, \mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q})}{\mathbf{k}'^2 (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2}. \tag{3.3.12}$$

Por uma análise desta equação, é visível sua regularização no limite ultravioleta, ao se tomar os limites  $\mathbf{h}^2 \rightarrow 0$  e  $\mathbf{k}^2 \rightarrow 0$  no seu integrando. No limite infravermelho, em parte ela é regular para  $\mathbf{h}^2 \rightarrow 0$  e  $\mathbf{h} = \mathbf{k}$ . Isto ocorre neste caso em particular pois as singularidades dos fatores  $1/(\mathbf{h} - \mathbf{k})^2$  são canceladas pelos zeros dos termos entre colchetes. No caso  $\mathbf{k}^2 \rightarrow 0$  existem divergências infravermelhas que surgem dos termos do glúon virtual. Apesar desta irregularidade, na situação física para o espalhamento de partículas sem cor, estas divergências são reguladas pelo confinamento dos quarks e glúons dentro dos hádrons e mésons. O estudo de colisões  $ep$  e hádron-hádron foram estudados considerando duas ordens em teoria de perturbação, truncando a série da Equação do Pomeron BFKL a partir dos dois primeiros termos [100, 101].

### 3.3.3 Equação BFKL íntegro-diferencial

No caso de momentum transferido nulo, a Equação BFKL no singlete de cor se reduz a

$$\omega F(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}) = \delta^2(\mathbf{k} - \mathbf{k}') + \int d^2\mathbf{h} \mathcal{K}(\mathbf{k}, \mathbf{h}) F(\omega, \mathbf{h}, \mathbf{k}') \tag{3.3.13}$$

onde a função  $\mathcal{K}(\mathbf{k}, \mathbf{h})$  é definida por

$$\mathcal{K}(\mathbf{k}, \mathbf{h}) = 2\epsilon(-\mathbf{k}^2) \delta^2(\mathbf{k} - \mathbf{h}) + \frac{N_c\alpha_s}{\pi^2} \frac{1}{(\mathbf{k} - \mathbf{h})^2} \tag{3.3.14}$$



podendo ser escrita em termos das contribuições real e virtual

$$\mathcal{K}(\mathbf{k}, \mathbf{h}) = \mathcal{K}_{\text{virtual}}(\mathbf{k}, \mathbf{h}) + \mathcal{K}_{\text{real}}(\mathbf{k}, \mathbf{h}). \quad (3.3.15)$$

Através disso é possível construir uma equação íntegro-diferencial na forma

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(s, \mathbf{k}, \mathbf{k}')}{\partial \ln(s/\mathbf{k}^2)} &= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} d\omega \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right)^\omega \omega F(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{k}') \\ &= \frac{N_c \alpha_s}{\pi^2} \int \frac{d^2 \mathbf{h}}{(\mathbf{k} - \mathbf{h})^2} \left[ F(s, \mathbf{h}, \mathbf{k}') - \left( \frac{\mathbf{k}^2}{\mathbf{h}^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{h})^2} \right) F(s, \mathbf{k}, \mathbf{k}') \right]. \end{aligned} \quad (3.3.16)$$

### 3.4 Solução frontal da Equação BFKL

Outra possibilidade de escrever a Equação BFKL é [76]

$$\omega F = 1 + \mathcal{K} \otimes F. \quad (3.4.1)$$

Através desta equação é possível encontrar as autofunções do núcleo da BFKL

$$\mathcal{K} \otimes \phi_\alpha = \omega_\alpha \phi_\alpha \quad (3.4.2)$$

as quais satisfazem a relação de completeza

$$\sum_\alpha \phi_\alpha(\mathbf{k}) \phi_\alpha^*(\mathbf{k}') = \delta^2(\mathbf{k} - \mathbf{k}'). \quad (3.4.3)$$

Os autovalores podem ser escritos em termos de uma série de Fourier em relação a  $\vartheta$ . Com isso, as autofunções são

$$\phi_{n\nu}(|\mathbf{k}|, \vartheta) = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} (\mathbf{k}^2)^{-\frac{1}{2}+i\nu} e^{-n\vartheta}, \quad (3.4.4)$$

o que leva a seguinte expressão para os autovalores

$$\omega_n(\nu) = \frac{2\alpha_s N_c}{\pi} \text{Re} \int_0^1 dx \left[ \frac{x^{\frac{|n|+1}{2}-i\nu} - 1}{1-x} \right] = -\frac{2\alpha_s N_c}{\pi} \text{Re} \left[ \psi \left( \frac{|n|+1}{2} + i\nu \right) - \psi(1) \right] \quad (3.4.5)$$

onde  $\psi(1) = -\gamma_E = -0.577215\dots$  é a constante de Euler-Mascheroni. Portanto, a solução para a Equação BFKL para momentum transferido nulo, chamada Equação BFKL frontal, tem a forma

$$F(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{1}{2\pi^2 (\mathbf{k}^2 \mathbf{k}'^2)^{\frac{1}{2}}} \sum_{n=0}^{\infty} e^{in(\vartheta-\vartheta')} \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu \left[ \frac{e^{i\nu \ln(\frac{\mathbf{k}^2}{\mathbf{k}'^2})}}{\omega - \omega_n(\nu)} \right]. \quad (3.4.6)$$

Devido ao comportamento em ordem dominante em  $\ln s$ , é possível reter somente a contribuição do autovalor  $\omega_n$  para  $n = 0$ . Com isso, a solução para o Pomeron BFKL na ordem dominante em  $\ln s$  é dada por

$$F(s, \mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{1}{\sqrt{2\pi^3 \lambda' \mathbf{k}^2 \mathbf{k}'^2}} \left( \frac{1}{\sqrt{\ln(s/\mathbf{k}^2)}} \right) \left( \frac{s}{\mathbf{k}^2} \right)^\lambda \exp \left[ \frac{\ln^2(\mathbf{k}^2/\mathbf{k}'^2)}{2\lambda' \ln(s/\mathbf{k}^2)} \right]. \quad (3.4.7)$$

Utilizando este resultado na Eq.(3.3.12), se faz imediata a obtenção da amplitude imaginária na configuração de singlete de cor. Como nas Seções anteriores, constrói-se a amplitude total pela soma da contribuição do canal cruzado, fazendo uso das Relações de Dispersão e projetando sobre a configuração de singlete de cor. Como também foi observado, a amplitude para esta interação é puramente imaginária, sendo suprimida por um fator de  $\ell n s$  em comparação à interação de octeto de cor. Portanto, a amplitude para o espalhamento quark-quark via a troca de um Pomeron na aproximação de  $\ell n s$  dominante, é dada por

$$A_{\underline{1}}(s, t) = i s (8\pi^2 \alpha_s)^2 \left[ \frac{N_c^2 - 1}{4N_c} \right] (\delta_{ij} \delta_{kl}) \int \frac{d^2 \mathbf{k}}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2 \mathbf{k}'}{(2\pi)^2} \frac{F(s, \mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q})}{\mathbf{k}^2 (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2} \quad (3.4.8)$$

possuindo a estrutura diagramática mostrada pela Fig.3.14.

Aplicando este procedimento para o espalhamento quark-quark, é possível obter a seção de choque total através do Teorema Óptico

$$\sigma_{\text{total}}^{qq} = \frac{1}{s} \text{Im} A_{\underline{1}}(s, t = 0) \quad (3.4.9)$$

$$= 4\alpha_s^2 \left( \frac{N_c^2 - 1}{4N_c^2} \right) \int d^2 \mathbf{k} d^2 \mathbf{k}' \left[ \frac{F(s, \mathbf{k}, \mathbf{k}')}{\mathbf{k}^2 \mathbf{k}'^2} \right]. \quad (3.4.10)$$

Com o uso da amplitude BFKL, nota-se que a integral sobre o momentum do glúon trocado é divergente em infravermelho. Como já discutido, esta divergência pode ser contornada com o uso de um corte para representar o confinamento dos quarks. Com isso, se torna necessário introduzir um limite inferior  $\mathbf{k}_{\text{min}}^2$ , permitindo o cálculo da seção de choque

$$\sigma_{\text{total}}^{qq} = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c^2} \frac{\alpha_s^2}{\mathbf{k}_{\text{min}}^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu \left( \frac{e^{\omega_0(\nu)y}}{\nu^2 + \frac{1}{4}} \right) \quad (3.4.11)$$

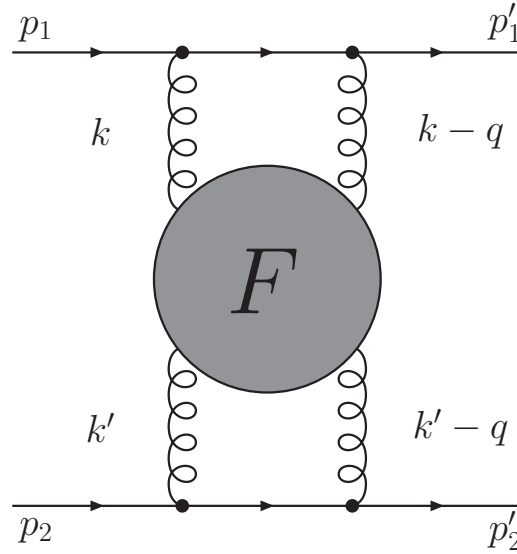
onde a quantidade  $y$  é a chamada rapidez e é definida por  $y = \ell n (s/\mathbf{k}_{\text{min}}^2)$ . A integral acima pode ser calculada facilmente, resultando em

$$\sigma_{\text{total}}^{qq} = \frac{\pi(N_c^2 - 1)}{N_c^2} \left( \frac{\alpha_s^2}{\mathbf{k}_{\text{min}}^2} \right) \frac{y e^{\lambda y}}{8 \sqrt{\pi \lambda'}}. \quad (3.4.12)$$

Em termos de  $s$  esta seção de choque cresce com

$$\sigma_{\text{total}}^{qq} \sim \frac{s^\lambda}{\sqrt{\ell n s}} \quad (3.4.13)$$

a qual claramente viola o limite de Froissart-Martin, pois  $\lambda > 1$ . Este fato mostra um dos problemas que acompanham a Equação BFKL: a violação da unitariedade no caso de um espalhamento envolvendo a interação via escada de glúons, ou seja, um Pomeron descrito pela QCD.



**Fig. 3.14:** Diagrama BFKL para o espalhamento quark-quark.

### 3.4.1 Difusão

A amplitude BFKL encontrada para o Pomeron, Eq.(3.4.7), possui a forma de uma distribuição Gaussiana em  $\ln(\mathbf{k}^2/\mathbf{k}'^2)$ , com uma largura crescendo com  $y \equiv \ln(s/\mathbf{k}^2)$ . Entretanto, com o aumento da energia, uma faixa cada vez maior de momenta transversos são explorados, eventualmente entrando numa região não-perturbativa. Este fenômeno ocorre devido ao fato de a Equação BFKL ter a possibilidade de ser escrita como uma Equação de Difusão, com uma taxa de difusão  $\ln(\mathbf{k}^2/\mathbf{k}'^2) \sim y^{1/2}$ .

Reescrevendo a Eq(3.3.13) na forma recursiva

$$\begin{aligned} \omega F^{(N)}(\omega, \mathbf{k}) &= \frac{N_c \alpha_s}{\pi^2} \int d^2 \mathbf{k}_s \left\{ \frac{F^{(N)}(\omega, \mathbf{k}_2) - (\mathbf{k}_1^2/\mathbf{k}_2^2) F^{(N-1)}(\omega, \mathbf{k}_1)}{(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mathbf{k}_1^2 F^{(N-1)}(\omega, \mathbf{k}_1)}{\mathbf{k}_2^2 [\mathbf{k}_2^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2]} \right\} \end{aligned} \quad (3.4.14)$$

onde o super-índice  $N$  indica o passo de iteração. Considerando a solução na aproximação LLA, escreve-se uma solução da forma

$$F^{(N)}(\omega, \mathbf{k}_i) \sim (\mathbf{k}_i^2)^{-\frac{1}{2}} \psi_N \left( \ln \left[ \frac{\mathbf{k}_i^2}{\mathbf{k}_0^2} \right] \right) \equiv (\mathbf{k}_i^2)^{-\frac{1}{2}} \psi_N(\xi_i) \quad (3.4.15)$$

pela qual é possível chegar numa Equação de Difusão do tipo

$$\lambda \frac{\partial \psi(N, \xi)}{\partial N} = \frac{\lambda'}{2} \frac{\partial^2 \psi(N, \xi)}{\partial \xi^2} \quad (3.4.16)$$

com  $N$  fazendo o papel do tempo. Assumindo o tempo  $N = 0$ , a função de onda  $\psi(N, \xi)$  possui a forma Gaussiana

$$\psi(0, \xi) = \frac{1}{(\pi \sigma^2)^{\frac{1}{4}}} \exp \left( -\frac{\xi^2}{2\sigma^2} \right), \quad (3.4.17)$$

a qual, considerando um tempo  $N$ , possuirá a forma

$$\psi(N, \xi) \sim \left( \frac{\lambda}{2\lambda'N} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left( -\frac{\lambda\xi^2}{2\lambda'N} \right) \quad (3.4.18)$$

onde a largura inicial foi desprezada. Com a correspondência  $N/\lambda \rightarrow y = \ln(s/\mathbf{k}^2)$  é encontrada uma propagação equivalente àquela vista no comportamento da Eq.(3.4.7). Em suma, a tendência difusiva da Equação BFKL revela que, com o aumento da energia, a região infravermelha de momenta transversos se torna cada vez mais relevante, ou seja, em algum momento o tratamento perturbativo se torna inaplicável.

### 3.4.2 Acoplamento dinâmico

O efeito difusivo observado na Equação BFKL parece sugerir o uso de uma constante de acoplamento dinâmico, diferentemente do que tem sido feito até aqui. O cálculo para a obtenção da Equação BFKL foi seguido rigorosamente com uma constante de acoplamento fixa. Porém, descartando inicialmente os diagramas de auto-energia e correção e vértice, os quais geram uma constante de acoplamento dinâmica.

Uma tentativa adequada seria calcular a solução para a Equação BFKL em LLA com um acoplamento dinâmico. A estratégia desta tentativa é verificar a estrutura de singularidades da amplitude BFKL quando tomar o acoplamento forte depender de uma escala de energia da ordem do momentum transversal do glúon. Um resultado desta tentativa [83] é o surgimento de um espectro discreto para o núcleo da Equação BFKL, tendo a amplitude do Pomeron no plano  $\omega$  uma série de pólos isolados, sendo o dominante identificado como o Pomeron.

Além disso, também foi possível através desta estratégia obter limites superiores e inferiores para o ponto de interseção da trajetória dominante [102]. Utilizando uma constante de acoplamento dinâmica fixada a uma certa escala  $\mathbf{k}_0^2$ , o ponto de interseção está contido num intervalo

$$1 + 1.2 \left( \frac{N_c \alpha_s(\mathbf{k}_0^2)}{\pi} \right) \leq \alpha_P(0) \leq 1 + 4\ell n \left( \frac{2N_c \alpha_s(\mathbf{k}_0^2)}{\pi} \right). \quad (3.4.19)$$

Rigorosamente, o estudo para a constante de acoplamento dinâmica necessita levar em conta contribuições da próxima ordem dominante.

## 3.5 Solução não-frontal da Equação BFKL

A derivação da solução para um momentum transferido não-nulo, chamada de Equação BFKL não-frontal, é um pouco mais complicada daquela calculada para  $t = 0$ . Com este fim, é necessário introduzir a função de Green da Equação BFKL definida no espaço do parâmetro de impacto na forma

$$F(\omega, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) = \int d^2\mathbf{k} d^2\mathbf{k}' d^2\mathbf{q} \left[ \frac{F(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q})}{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 \mathbf{k}'^2} \right] \\ \times \exp \{ i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1 + (\mathbf{q} - \mathbf{k}) \cdot \mathbf{r}_2 - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'_1 - (\mathbf{q} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}'_2] \},$$

a qual possui a relação inversa

$$\begin{aligned} \frac{F(\omega, \mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q})}{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 \mathbf{k}'^2} \delta^2(\mathbf{q} - \mathbf{q}') &= \frac{1}{(2\pi)^8} \int d^2\mathbf{r}_1 d^2\mathbf{r}_2 d^2\mathbf{r}'_1 d^2\mathbf{r}'_2 F(\omega, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) \\ &\times \exp \{-i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1 + (\mathbf{q} - \mathbf{k}) \cdot \mathbf{r}_2 - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'_1 - (\mathbf{q} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}'_2]\}. \end{aligned}$$

Utilizando as variáveis complexas  $\rho_i$  e  $\rho'_i$  definidas como ( $i = 1, 2$ )

$$\rho_i = x_i + iy_i \quad (3.5.1a)$$

$$\rho'_i = x'_i + iy'_i, \quad (3.5.1b)$$

pode-se encontrar as autofunções para este novo núcleo pela Eq.(3.4.1), as quais tem a forma

$$\begin{aligned} \phi_{n,\nu}(\rho_{10}, \rho_{20}) &= \left( \frac{\rho_{12}}{\rho_{10}\rho_{20}} \right)^{\frac{1-n}{2}+i\nu} \left( \frac{\rho_{12}^*}{\rho_{10}^*\rho_{20}^*} \right)^{\frac{1+n}{2}+i\nu} \\ &= \left| \frac{\rho_{12}}{\rho_{10}\rho_{20}} \right|^{1+2i\nu-n} \left( \frac{\rho_{12}^*}{\rho_{10}^*\rho_{20}^*} \right)^n. \end{aligned} \quad (3.5.2)$$

Substituindo esta expressão na Eq.(3.4.1) é possível encontrar os autovalores correspondentes. Através destas autofunções, se faz direta a obtenção da solução da Equação BFKL não-frontal em termos de um conjunto completo de funções  $\phi_{n,\nu}$

$$\begin{aligned} F(\omega, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu d^2\mathbf{r}_0 \left\{ \frac{\left( \nu^2 + \frac{n^2}{4} \right)}{\left[ \nu^2 + \left( \frac{n-1}{2} \right)^2 \right] \left[ \nu^2 + \left( \frac{n+1}{2} \right)^2 \right]} \right\} \\ &\times \frac{\phi_{n,\nu}(\mathbf{r}_{10}, \mathbf{r}_{20}) \phi_{n,\nu}^*(\mathbf{r}'_{10}, \mathbf{r}'_{20})}{\omega - \omega_n(\nu)}. \end{aligned} \quad (3.5.3)$$

Como já efetuado antes, a contribuição dominante dos autovalores provém do termo  $n = 0$ . Logo,

$$F(\omega, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu d^2\mathbf{r}_0 \left[ \frac{\nu^2}{\left( \nu^2 + \frac{1}{4} \right)^2} \right] \left[ \frac{\phi_{n,\nu}(\mathbf{r}_{10}, \mathbf{r}_{20}) \phi_{n,\nu}^*(\mathbf{r}'_{10}, \mathbf{r}'_{20})}{\omega - \omega_0(\nu)} \right]. \quad (3.5.4)$$

Com esta equação é possível obter a função de Green da Equação BFKL na representação de energia-momentum efetuando a transformada de Mellin da Eq.(3.5.1)

$$\frac{F(y, \mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q})}{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 \mathbf{k}'^2} = \frac{1}{(2\pi)^6} \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu \left[ \frac{\nu^2}{\left( \nu^2 + \frac{1}{4} \right)} \right] \exp[\omega_0(\nu) y] X_\nu(\mathbf{k}, \mathbf{q}) X_\nu^*(\mathbf{k}', \mathbf{q}) \quad (3.5.5)$$

onde  $y = \ell n(s/|t|)$  e a função  $X_\nu(\mathbf{k}, \mathbf{q})$  é a Transformada Dupla de Fourier das autofunções da Equação BFKL em ordem dominante

$$X_\nu(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \int d^2\mathbf{r}_1 d^2\mathbf{r}_2 \exp[-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1 - i(\mathbf{q} - \mathbf{r}) \cdot \mathbf{r}_2] \phi_\nu(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \quad (3.5.6)$$

### 3.6 Pomeron BFKL em NLO

Na aproximação de próximo logaritmo dominante (NLLA), o núcleo da Equação BFKL possui uma estrutura similar àquela vista para o caso LLA

$$\mathcal{K}(\mathbf{k}, \mathbf{h}) = 2\epsilon(-\mathbf{k}^2)\delta^2(\mathbf{k} - \mathbf{h}) + \mathcal{K}_{\text{real}}(\mathbf{k}, \mathbf{h}) \quad (3.6.1)$$

porém, a trajetória do glúon reggeizado  $\epsilon(-\mathbf{k}^2)$  deve ser calculada para a troca de glúons mediante dois laços [103, 104] e a parte real do núcleo recebe contribuições referentes ao nível de um laço [105] e da produção de dois glúons e do par quark-antiquark [106]. Além disso, nesta ordem de aproximação, as amplitudes recebem contribuição também dos diagramas ilustrados na Fig.3.12, os quais foram desprezados a nível LLA.

No caso NLLA, os autovalores são obtidos através da relação

$$\int d^2\mathbf{h} \mathcal{K}(\mathbf{k}, \mathbf{h}) \left( \frac{\mathbf{h}^2}{\mathbf{k}^2} \right)^{\gamma-1} = \omega(\gamma). \quad (3.6.2)$$

Logo, os autovalores podem ser expressos na seguinte forma

$$\omega(\gamma) = \frac{N_c \alpha_s(\mathbf{k}^2)}{\pi} \left[ \chi^{(0)}(\gamma) + \frac{N_c \alpha_s(\mathbf{k}^2)}{\pi} \chi^{(1)}(\gamma) \right] \quad (3.6.3)$$

onde  $\chi^{(0)}(\gamma)$  corresponde à contribuição em ordem LLA, Eq.(3.4.5), com  $\gamma = 1/2 + i\nu$  e  $n = 0$

$$\chi^{(0)}(\gamma) = 2\psi(1) - \psi(\gamma) - \psi(1 - \gamma) \quad (3.6.4)$$

enquanto o termo  $\chi^{(1)}(\gamma)$  representa as correções em NLO

$$\begin{aligned} \chi^{(1)}(\gamma) &= -\frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{11}{3} - \frac{2n_f}{3N_c} \right) \left[ (\chi^{(0)}(\gamma))^2 - \psi'(\gamma) + \psi'(1 - \gamma) \right] \right. \\ &\quad - 6\zeta(3) + \frac{\pi^2 \cos \pi \gamma}{(\sin \pi \gamma)(1 - 2\gamma)} \left[ 3 + \left( 1 + \frac{n_f}{N_c} \right) \frac{2 + 3\gamma(1 - \gamma)}{(3 - 2\gamma)(1 + 2\gamma)} \right] \\ &\quad - \left( \frac{67}{9} - \frac{\pi^2}{3} - \frac{10}{9} \frac{n_f}{N_c} \right) \chi^{(0)}(\gamma) - \psi''(\gamma) - \psi''(1 - \gamma) \\ &\quad \left. - \frac{\pi^3}{\sin \pi \gamma} + 4\phi(\gamma) \right\}. \end{aligned} \quad (3.6.5)$$

Nesta equação os apóstrofos significam diferenciação, tendo a função  $\phi(\gamma)$  a forma

$$\begin{aligned} \phi(\gamma) &= -\int_0^1 \frac{dx}{1+x} (x^{\gamma-1} + x^{-\gamma}) \int_x^1 \frac{dt}{t} \ln(1-t) = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[ \frac{\psi(n+1+\gamma) - \psi(1)}{(n+\gamma)^2} + \frac{\psi(n+2-\gamma) - \psi(1)}{(n+1-\gamma)^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.6.6)$$

A constante de acoplamento forte dinâmica aplicada aqui pode ser expressa como

$$\alpha_s(\mathbf{k}^2) \simeq \alpha_s(\mu^2) \left[ 1 - \frac{\alpha_s(\mu^2)}{4\pi} \left( \frac{11N_c}{3} - \frac{2n_f}{3} \right) \ln \left( \frac{\mathbf{k}^2}{\mu^2} \right) \right]. \quad (3.6.7)$$

Este autovalor obtido através da próxima ordem dominante possui dois tipos de correção: uma derivada da constante de acoplamento forte dinâmica, pelo qual o resultado obtido em nível LLA difere deste pelo termo

$$\frac{N_c \alpha_s(\mu^2)}{4\pi} \left( \frac{11}{3} - \frac{2n_f}{3N_c} \right) \ell n \left( \frac{\mathbf{k}^2}{\mu^2} \right), \quad (3.6.8)$$

e a segunda correção, sendo o mais importante, está ligada a independência com a escala de energia adotada e ocorre devido a presença do termo  $\chi^{(1)}(\gamma)$ . Portanto, estas duas correções permitem reescrever a equação dos autovalores [Eq.(3.6.3)] da seguinte maneira [107]

$$\omega(\gamma) = \underbrace{[\bar{\alpha}_s(\mu^2)\chi_0(\gamma) + \bar{\alpha}_s^2(\mu^2)\chi_1(\gamma)]}_{\text{independência de escala}} + \underbrace{\left[ \bar{\alpha}_s(\mu^2) \left( \frac{11}{12} - \frac{n_f}{6N_c} \right) \ell n \left( \frac{\mathbf{k}^2}{\mu^2} \right) \chi_0(\gamma) \right]}_{\text{acoplamento evolutivo}}. \quad (3.6.9)$$

Analisando esta expressão, pode-se observar que as correções para o autovalor a nível NLO são grandes e negativas [108]. Observando a parte invariante de escala, o autovalor dominante possui o valor para  $\gamma = 1/2$

$$\omega_0 = \bar{\alpha}_s \chi_0 \left( \frac{1}{2} \right) = 2.77 \bar{\alpha}_s. \quad (3.6.10)$$

Entretanto, em NLO este valor passa a ser

$$\bar{\alpha}_s \chi(\gamma)|_{\gamma=\frac{1}{2}} = \bar{\alpha}_s \chi_0(\gamma) + \bar{\alpha}_s^2 \chi_1(\gamma)|_{\gamma=\frac{1}{2}} = \omega_0(1 - 6.61\bar{\alpha}_s) = 2.77\bar{\alpha}_s - 18.34\bar{\alpha}_s^2, \quad (3.6.11)$$

o qual, para o valor fixo de  $\bar{\alpha}_s = 0.15$ , as correções em NLO são negativas o suficiente para cancelar a contribuição referente ao nível dominante. A partir deste valor, cada vez mais são maiores as contribuições negativas, as quais passam a dominar sobre a magnitude do autovalor. Uma solução para este problema seria considerar as contribuições próximas da próxima ordem dominante, ou NNLO. Entretanto, neste nível de precisão seriam necessários levar em conta diagramas de três laços, o que dificulta drasticamente os cálculos. Outros estudos [107] apresentam uma abordagem distinta a esta, procurando estabelecer as dificuldades encontradas a nível NLO, sendo estas ligadas a escolha das escalas de energia a serem utilizadas nos cálculos.

## 3.7 Conclusões

Neste capítulo a descrição do Pomeron segundo a QCD foi apresentada, ilustrando as suas primeiras propostas. Neste sentido, foi apresentado o cálculo das amplitudes de espalhamento que contribuem para esta descrição em todas as ordens em teoria de perturbação. Como resultado, foi demonstrada a descrição do Pomeron através da escada de glúons, introduzida segundo a Teoria de Regge.

Estendendo este cálculo, a terceira Seção dedicou-se a introduzir a Equação BFKL, responsável por descrever a evolução em LLA da escada de glúons. Com isso, as soluções frontal e não-frontal desta equação foram ilustradas, bem como evidenciando os aspectos físicos que este formalismo proporcionou. Por fim, introduziu-se a descrição em NLO do Pomeron BFKL levantando os principais aspectos que esta ordem em teoria de perturbação evidenciou.

## Capítulo 4

# Produção difrativa

### 4.1 O Processo difrativo

O processo difrativo é interessante do ponto-de-vista experimental devido as características específicas do estado final observado, facilitando a análise dos resultados experimentais. Neste tipo de processo em altas energias ocorre a reação onde as partículas envolvidas não trocam números quânticos durante a interação. Logo, as partículas incidentes possuem os mesmos números quânticos das partículas do estado final. Um exemplo disso é o processo difrativo envolvendo fótons, onde estes podem, por uma interação mediada pela troca de números quânticos do vácuo, convertem-se em mésons vetoriais no estado final [109].

Como descrito pela Teoria de Regge, a interação entre hádrons em altas energias pode ser entendida como a troca de Reggeons no canal  $t$ . Dentre estes Reggeons alguns possuem os números quânticos do vácuo, o mais conhecido sendo o Pomeron. Sendo assim, o Pomeron pode ser empregado na análise fenomenológica das interações hadrônicas em altas energias, pois sua troca implica em não modificar os números quânticos das partículas envolvidas. A Equação BFKL reuniu a essência da Teoria de Regge a fim de analisar a interação entre hádrons pela Cromodinâmica Quântica. Como resultado, a troca de glúons possibilita uma forma de modelar a troca de Pomerons no canal  $t$  em processos de alta energia. Portanto, a troca de dois glúons, sendo a contribuição de ordem dominante para o Pomeron, possibilita uma forma simples a fim de contabilizar o Pomeron segundo a QCD perturbativa.

Uma definição mais geral foi proposta por Bjorken [110] sendo este processo caracterizado em seu estado final por uma grande separação angular entre as partículas, não sendo suprimida exponencialmente. No caso de jatos este fenômeno também é observado [111]. No caso de processos difrativos, esta separação angular é relacionada a uma variável chamada rapidez, denotada por  $y$ . Esta variável é definida por

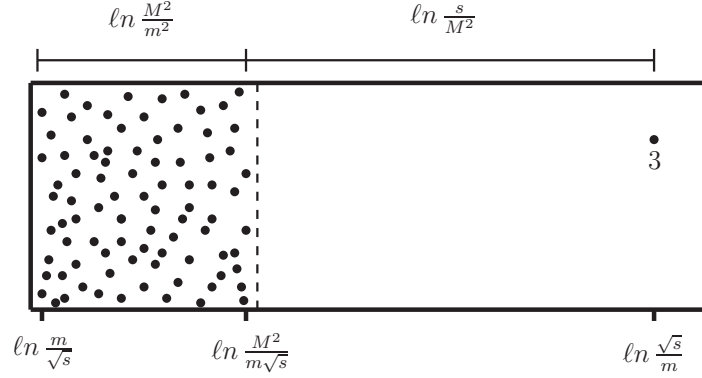
$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} \quad (4.1.1)$$

a qual, relativisticamente, possui a propriedade de ser uma quantidade aditiva frente à impulsos ao longo do eixo  $z$ . No limite de  $p_z \rightarrow \infty$ , a variável de rapidez adquire a forma

$$y \simeq \ln \frac{2p_z}{m_\perp}, \quad (4.1.2)$$

onde  $m_\perp = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}^2}$  é chamada de massa transversa.





**Fig. 4.1:** Distribuição de rapidez do estado final. À esquerda situa-se o estado hadrônico e o ponto à direita a partícula 3. A escala superior representa a lacuna de rapidez entre estado hadrônico e a partícula 3.

Para partículas sem massa, a variável de rapidez é chamada de pseudorapidez, sendo definida por

$$\eta \equiv y|_{m=0} = -\ell n \tan \frac{\theta}{2}. \quad (4.1.3)$$

Tratando processos inclusivos do tipo  $1 + 2 \rightarrow 3 + X$ , a análise dos processos difrativos pode ser efetuada com o auxílio da variável de rapidez. No limite de alta energia, sendo a partícula 3 um fragmento da partícula 1, pode-se escrever

$$y_3 = \frac{1}{2} \ell n \frac{E_3 + p'_z}{E_3 - p'_z} \simeq \ell n \frac{\sqrt{s}}{m_\perp}, \quad (4.1.4)$$

onde o valor máximo de  $y_3$  corresponde a  $\mathbf{p}_\perp = 0$ , sendo

$$(y_3)_{\max} = \ell n \frac{\sqrt{s}}{m}. \quad (4.1.5)$$

O estado hadrônico  $X$  possui uma distribuição em rapidez devido a sua estrutura interna ser composta de inúmeras partículas, cada qual com uma rapidez individual. Com isso, este estado possui uma rapidez média expressa por

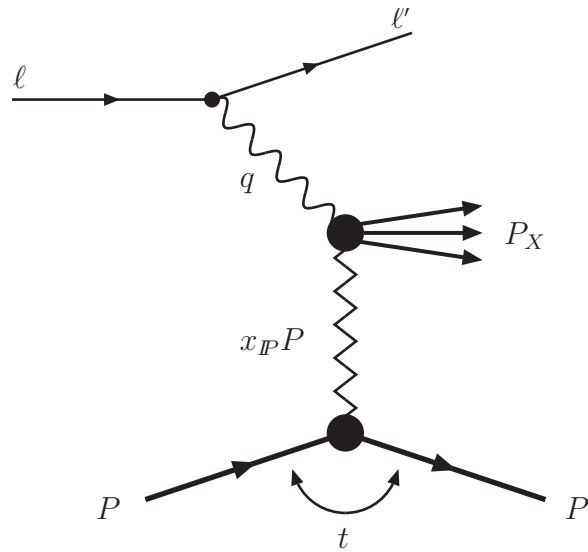
$$\langle y_X \rangle \simeq -\ell n \frac{\sqrt{s}}{M}. \quad (4.1.6)$$

A rapidez máxima que o estado  $X$  pode assumir corresponde à da partícula que possuir momentum  $\sim \sqrt{s}/2$  e massa transversa  $\sim m$

$$|y_X|_{\max} \simeq \ell n \frac{\sqrt{s}}{m}, \quad (4.1.7)$$

ao passo que o valor mínimo de rapidez corresponde à partícula de momentum  $\sim (m/M)\sqrt{s}/2$  e massa transversa  $\sim M$

$$|y_X|_{\min} \simeq \ell n \frac{m\sqrt{s}}{M}, \quad (4.1.8)$$



**Fig. 4.2:** Diagrama de Feynman para o Espalhamento Profundamente Inelástico Difrativo.

onde a Fig.4.1, chamada “Lego plot”, ilustra esta observação.

O gráfico ilustra a observação em rapidez do estado final do processo, onde se pode efetuar uma estimativa da lacuna de rapidez  $\Delta y$  entre a distribuição de rapidez do estado hadrônico  $X$  e a partícula 3

$$\Delta y \simeq \ln \frac{\sqrt{s}}{m} + \ln \frac{m\sqrt{s}}{M^2} \simeq \ln \frac{s}{M^2}. \quad (4.1.9)$$

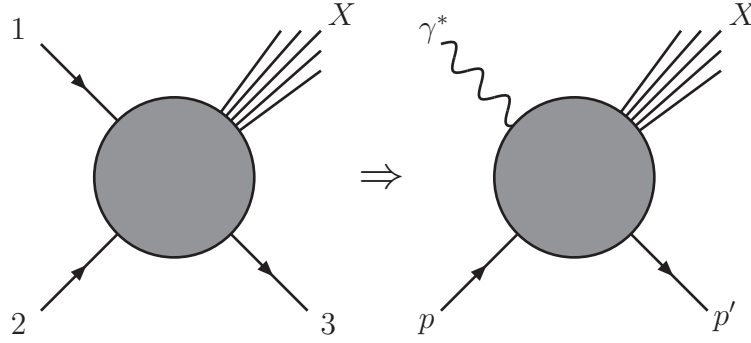
### 4.1.1 O DIS Difrativo

Em uma fração dos processos que ocorrem no DIS, o próton incidente quase que permanece inalterado após a interação. Neste caso, é comumente chamado de DIS Difrativo (DDIS), o qual é ilustrado pela Fig.4.2 no caso semi-inclusivo

$$\ell + p \rightarrow \ell' + p' + X. \quad (4.1.10)$$

A existência da lacuna de rapidez entre o estado final hadrônico e o próton indica a ocorrência do processo difrativo, ou seja, a interação entre o próton e o fóton virtual ocorreu pela troca de um Pomeron. Portanto, na interação via troca de um Pomeron, a característica marcante entre os objetos do estado final será a existência desta lacuna de rapidez. Como se pode ver pela Fig.4.2, o Pomeron emitido pelo próton carrega uma fração de seu momentum.

Devido à semelhança em comparação ao DIS, através do DDIS também é possível obter as funções de estrutura difrativas e as distribuições de pártons nos hádrons, porém, necessitando de uma abordagem distinta. Muito além desta semelhança, o DDIS explora uma região onde a Teoria de Regge se faz um tanto complicada em comparação aos processos analisados nos Cap.2 e 3. No tratamento de processos inclusivos, a Teoria de Regge convencional e o DDIS parecem semelhantes no que tange à observação de estados iniciais e finais.



**Fig. 4.3:** Relação entre difração hadrônica e DDIS.

Entretanto, as interações que concernem a cada tratativa possuem aspectos bem distintos. Como foi visto anteriormente, a Teoria de Regge consiste em uma abordagem fenomenológica para o tratamento de colisões hadrônicas em altas energias. Desta forma, a interação por Reggeons (incluindo o Pomeron), se faz presente na maioria dos casos. Contudo, no caso do DDIS, a aplicação da mesma abordagem gera novas formas de interação, devido ao fato de o estado inicial ter substituído um hádron por um fóton virtual, como ilustra a Fig.4.3.

A Teoria de Regge para o DDIS na região cinemática  $W^2 \gg M^2$ ,  $Q^2 \gg t$  prediz interações envolvendo Reggeons ligados aos vértices  $IPIPIP$  e  $IPIPIR$ . Com isso, a seção de choque para o DDIS pode ser expressa como

$$\frac{d\sigma_{\gamma^*p}^D}{dx_{IP}dt} = f_{IP}(x_{IP}, t)\sigma_{\gamma^*IP}(\beta, M^2) \quad (4.1.11)$$

onde

$$f_{IP}(x_{IP}, t) = \frac{1}{16\pi^2} |g_{IP}(0)|^2 x_{IP}^{1-2\alpha_P(t)} \exp \left[ \left( b_0 + 2\alpha'_{IP} \ln \frac{1}{x_{IP}} \right) t \right] \quad (4.1.12)$$

é chamado de fator de fluxo de Pomeron e

$$\sigma_{\gamma^*IP}(\beta, M^2) = A_{IP}(Q^2)\beta^{[1-\alpha_P(0)]} \quad (4.1.13)$$

é a seção de choque de espalhamento  $\gamma^*IP$ , com  $\beta \simeq Q^2/M^2$  para grande  $M^2$ . A partir disso é possível obter a função de estrutura do Pomeron, escrita da forma

$$F_2^{IP}(\beta, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}} \sigma_{\gamma^*IP}(\beta, Q^2). \quad (4.1.14)$$

Conceitualmente, considerar uma estrutura partônica para o Pomeron pode ser inapropriado, mas é largamente utilizado na literatura [112]. Em LO, a função de estrutura do Pomeron pode ser escrita em função das distribuições de quark e antiquark no Pomeron

$$F_2^{IP}(\beta, Q^2) = \sum_{q,\bar{q}} e_q^2 \beta q^{IP}(\beta, Q^2). \quad (4.1.15)$$

A variável  $\beta = x/x_{\mathbb{P}}$  é vista como a fração de momentum portada pelos quarks e antiquarks e  $q^{\mathbb{P}}(\beta, Q^2)$  é a probabilidade de encontrar um quark com fração de momentum  $\beta$  dentro do Pomeron. Considerando a contribuição em NLO, a função de estrutura descrita na Eq.(4.1.14) adquire um termo referente aos glúons no interior do Pomeron. Independente em que ordem for aplicada, a consideração da estrutura do Pomeron depende de  $Q^2$ , ou seja, a sua evolução é governada pela Equação DGLAP.

Entretanto, esta consideração implica em tomar a probabilidade de encontrar um constituinte no interior do Pomeron, isto é, implica em considerar o Pomeron como uma partícula real, o que não é o caso. Logo, esta abordagem somente se aplica em uma visão fenomenológica.

## 4.2 Difração em colisões hadrônicas

Diversos experimentos analisaram processos difrativos envolvendo a colisão de hádrons. Com isso, observou-se que os estados finais apresentavam três distintas formas de gráfico em Lego: lacuna de rapidez central (Difração Dupla), uma lacuna de rapidez (Difração Única) e duas lacunas de rapidez laterais (Troca Dupla de Pomeron). A Fig.4.4 apresenta a comparação entre as formas de lacunas de rapidez. Em sua maioria, os processos hadrônicos possuem um estado final com dois jatos, tornando fundamental uma análise geral dos dados do processo a fim de identificar as lacunas existentes.

### 4.2.1 Difração Dupla

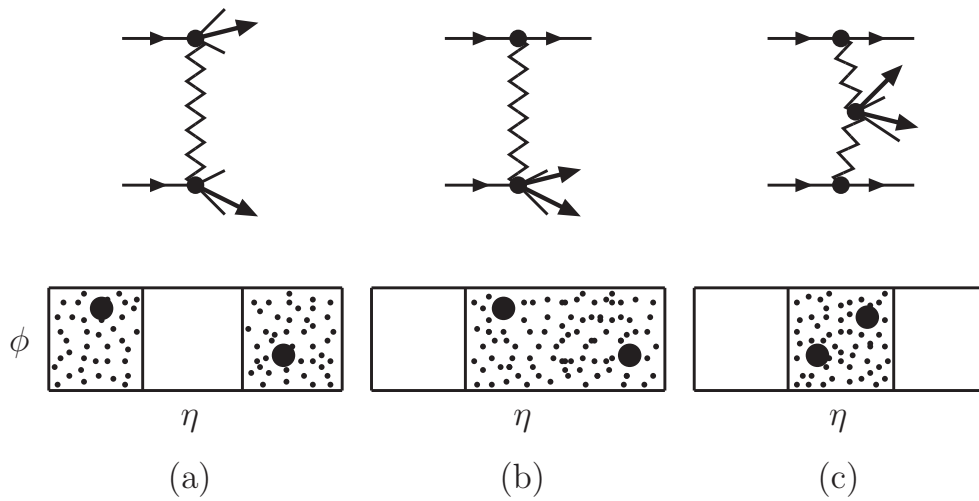
Analisando dados coletados nos experimentos CDF e DØ do Tevatron-Fermilab foi possível observar que a razão entre os processos difrativos e não-difrativos era menor do que aquela observada em HERA. Logo, a contribuição de Dupla Difração possui um comportamento decrescente com a energia. Isso pode ser explicado com o conceito de sobrevivência da lacuna de rapidez. Esta quantidade é definida como a probabilidade  $\langle S^2 \rangle$  de que a lacuna de rapidez, frente a eventos de interação entre as partículas espectadoras, não ser preenchida. Com isso, o comportamento observado entre HERA e Tevatron é mais acentuado devido a existir um maior número de pártons espectadores no caso de colisões  $p\bar{p}$  do que em colisões  $\gamma^*p$ .

Na representação eikonal, a probabilidade  $\langle S^2 \rangle$  é dada por [110, 113]

$$\langle S^2 \rangle = \frac{\int d^2\mathbf{b} \Gamma_H(b) S^2(s, b)}{\int d^2\mathbf{b} \Gamma_H(b)} \quad (4.2.1)$$

onde  $\Gamma_H(b)$  é a função perfil para o processo duro de espalhamento e  $S^2(s, b)$  é a probabilidade de que interações inelásticas não ocorram durante o processo. Para as colisões hádron-hádron, a probabilidade de sobrevivência da lacuna de rapidez foi estimada em aproximadamente  $\langle S^2 \rangle \approx 0.05 - 0.10$  para  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV [110].

Como evidenciado por CDF e DØ, esta probabilidade de sobrevivência deve depender da energia, pois com o aumento de energia entre HERA e Tevatron, um decréscimo foi observado para a razão entre os processos. Logo, com o aumento de energia, as partículas



**Fig. 4.4:** Diagrama de Feynman dos processos difrativos e os gráficos em Lego dos estados finais: (a) Difração Dupla, (b) Difração Única e (c) Troca Dupla de Pomerons. Os gráficos em Lego são descritos pelas variáveis  $\phi$ , que representa o ângulo azimutal e  $\eta$ , a pseudorapidez.

espectadoras tendem cada vez mais a interagirem, culminando no preenchimento da lacuna de rapidez. Este comportamento pode ser notado através do tratamento com a QCD perturbativa no modelo de múltiplas interações [114].

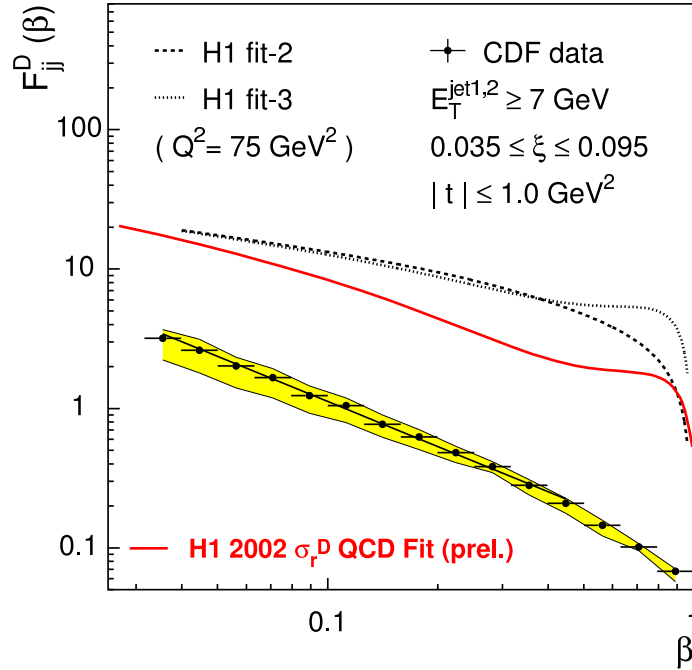
### 4.2.2 Difração Única

O processo de difração ilustrado pela Fig.4.4b representa a colisão  $p\bar{p}$  mediada pela troca de um Pomeron no canal  $t$ , o qual é, por exemplo, emitido pelo antipróton, que por sua vez experimenta um espalhamento duro com o próton incidente, formando no estado final um sistema hadrônico. Através deste processo é possível analisar a estrutura partônica do Pomeron e as funções de estrutura difrativas [115].

Como conseqüência desta análise, a extração das funções de estrutura difrativas a partir de experimentos  $p\bar{p}$  demonstra uma violação da fatorização da QCD no caso de processos hádron-hádron difrativos. O entendimento teórico desta quebra de fatorização ainda é duvidoso, pois além do processo duro de espalhamento existem efeitos não-perturbativos associados à formação da lacuna de rapidez. Em conseqüência, como foi apresentado anteriormente, as distribuições partônicas difrativas obtidas a partir do DDIS não podem ser utilizadas para prever processos difrativos duros em colisões  $p\bar{p}$ . A Fig.4.5 ilustra a discrepância entre os dados da função de estrutura difrativa obtidos em CDF e obtidos com o uso das distribuições partônicas difrativas do DDIS.

### 4.2.3 Troca Dupla de Pomerons

A troca de dois Pomerons no canal  $t$ , sendo visto pela primeira vez em CDF [116], implica na produção de jatos na região central de pseudorapidez, como ilustra a Fig.4.4c. Neste caso o



**Fig. 4.5:** Função de estrutura difrativa  $F_{jj}^D$  como função da variável  $\beta$ , a qual define a fração de momentum portada pelo párton no Pomeron. As linhas superiores determinam a expectativa para o processo levando em conta as distribuições partônicas difrativas obtidas a partir do DDIS pelo experimento H1 [117].

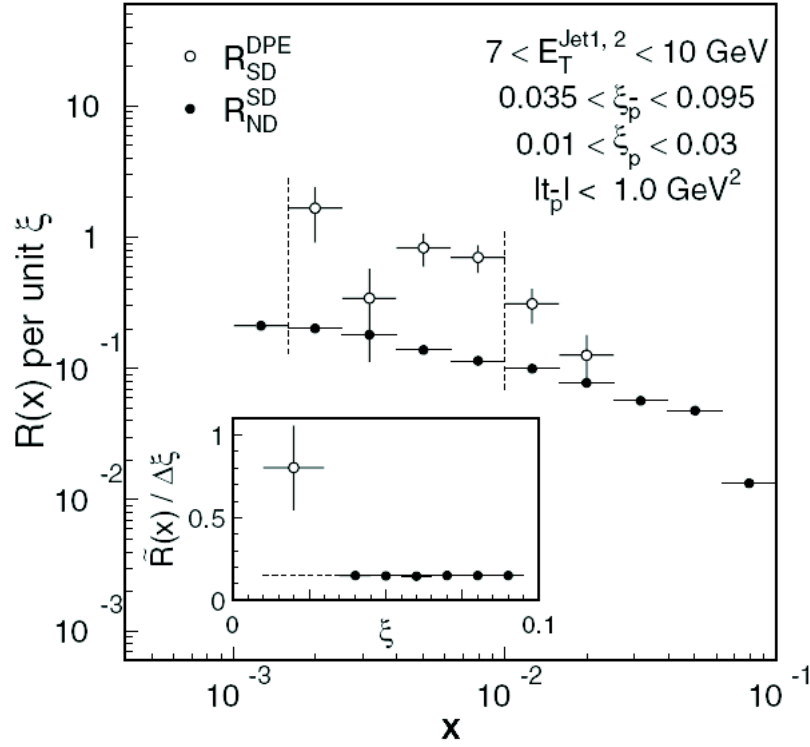
próton e o antipróton emitem um Pomeron cada, os quais experimentam um espalhamento duro formando jatos.

A análise deste tipo de evento é feita em comparação ao resultado obtido para a Difração Única. A medida da quantidade  $R_{ND}^{DU}$ , a qual define a razão das seções de choque dos processos de Difração Única e não-difrativo, pode ser confrontada com  $R_{DU}^{TDP}$ . Ambas se igualam assumindo o esquema de fatorização. Por facilidade, estima-se a razão  $D \equiv R_{ND}^{DU}/R_{DU}^{TDP}$ , a qual revela a violação da fatorização caso esta razão desvie da unidade.

Com isso, o experimento CDF efetuou a medida das razões TDP/DU e DU/ND a fim de verificar a existência ou não desta violação. A Fig.4.6 representa os dados obtidos por CDF para ambas as razões em função da fração de momentum do próton  $x$  portado pelo párton, em um intervalo cinemático abrangendo regiões distintas da fração de momentum do próton (antipróton)  $\xi_p$  ( $\xi_{\bar{p}}$ ) carregado pelo Pomeron. O desvio entre ambas é clara, o que leva a um desvio da unidade da razão  $D$  em torno de 20%.

### 4.3 O Modelo de Khoze, Martin e Ryskin

O processo de difração exclusivo por meio da Troca Dupla de Pomerons permite a produção central de determinados estados finais de singlete de cor, incluindo a produção do bóson de Higgs. Com isso, aliado ao fato da análise final por meio das lacunas de rapidez, a produção do bóson de Higgs se torna factível e, acima de tudo, facilitada pela particularidade do



**Fig. 4.6:** Comparação entre as razões das seções de choque de espalhamento TDP/DU e DU/ND por unidade de  $\xi$ , variável que corresponde à fração de momentum do próton (antipróton) portada pelo Pomeron, em função de  $x$ , a qual é definida pela fração de momentum do próton (antipróton) carregado pelo párton [116].

estado final do processo difrativo.

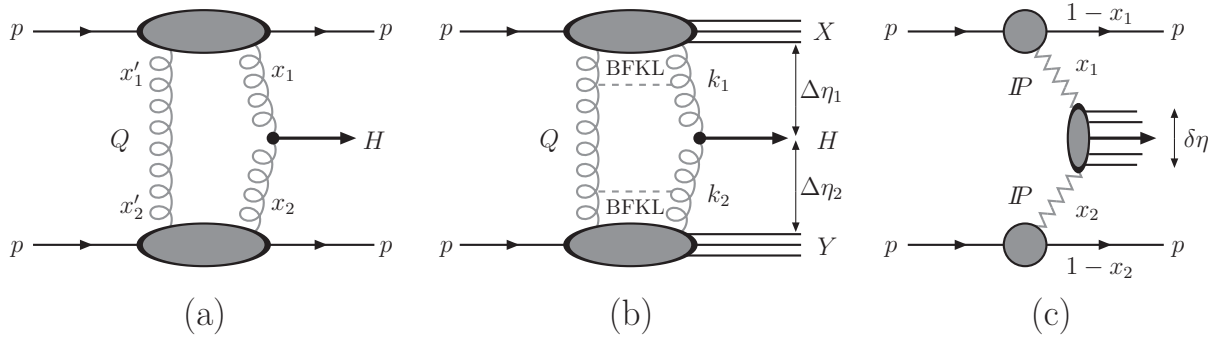
Seguindo a idéia de Low e Nussinov, o Modelo KMR considera a troca de Pomerons no canal  $t$  como sendo a troca de dois glúons, a sua contribuição de ordem dominante. Contudo, para a produção central do bóson de Higgs, é necessário que exista um vértice central que possibilite esta produção. Com isso, a troca de dois glúons é levemente modificada, onde a segunda troca consiste na emissão de um glúon a partir de cada uma das partículas, providenciando com a fusão deste glúons o vértice necessário para a produção do Higgs, o qual já conhecido na literatura [118]

$$V_{\mu\nu}^{ab} = \delta^{ab} \left( g_{\mu\nu} - \frac{k_{2\mu} k_{1\nu}}{k_1 \cdot k_2} \right) V, \quad (4.3.1)$$

onde

$$V = \frac{M_H^2 \alpha_s}{4\pi v} F \left( \frac{M_H^2}{m_t^2} \right) \approx \frac{2}{3} \frac{M_H^2 \alpha_s}{4\pi v}. \quad (4.3.2)$$

sendo a aproximação para a função  $F(x)$  válida para uma massa do bóson de Higgs não muito grande ( $\lesssim 200$  GeV) [119]. Como tratado no Cap.1, o canal de decaimento em dois glúons para o processo de produção do bóson de Higgs é possível, o qual é o canal de decaimento dominante para massas intermediárias do bóson de Higgs.



**Fig. 4.7:** *Diferentes mecanismos para a produção central pela Troca Dupla de Pomerons em colisões pp em altas energias [120].*

A Fig.4.7 ilustra três possíveis processos difrativos onde o modelo KMR se aplica [120]. O primeiro diagrama representa um dos processos exclusivos para a produção do bóson de Higgs. Entretanto, por propriedades de unitariedade, a contribuição dos diagramas pode ser expressa diretamente pela descontinuidade no canal  $s$  do primeiro diagrama [121].

A produção através da colisão entre prótons é descrita como

$$pp \rightarrow p + H + p \quad (4.3.3)$$

onde o sinal “+” denota a presença de lacunas de rapidez no estado final. Uma vantagem oferecida por este modelo, entre outras, é a existência destas lacunas no estado final, o que possibilita a identificação de processos envolvendo uma Física ainda não bem entendida (Higgs, SUSY,...) [122]. Como já introduzido na Seção anterior, processos de Difração Dupla permitem a interação entre os pártons espectadores. Logo, é de suma importância contabilizar a probabilidade de sobrevivência da lacuna de rapidez a fim de identificar a produção central do bóson de Higgs. No modelo KMR esta probabilidade de sobrevivência é composta de duas contribuições: a primeira,  $S^2$ , referente ao reespalhamento macios dos pártons, e a segunda,  $T^2$ , se refere à emissão de glúons por *bremstrahlung* pelos glúons do sub-processo  $gg \rightarrow H$ , o que é associado ao fator de forma de Sudakov [123].

Como a massa do bóson de Higgs fornece a escala dura do processo, a QCD perturbativa pode ser aplicada para calcular a amplitude do processo exclusivo, a qual corresponde a [124]

$$\mathcal{M} = A\pi^3 \int \frac{dQ_T^2}{Q_T^4} e^{-S(Q_T^2, M_H^2)} f_g(x_1, Q_T^2) f_g(x_2, Q_T^2) \quad (4.3.4)$$

onde  $Q_T$  corresponde ao momentum transversal dos glúons e  $A$  é um fator associado ao vértice  $gg \rightarrow H$

$$A = (\sqrt{2} G_F)^{\frac{1}{2}} \alpha_s(M_H^2)/3\pi. \quad (4.3.5)$$

Neste cálculo foi considerado que os quarks do estado final não possuem momentum transversal, o que implica em  $Q_T = -k_{1T} = k_{2T}$ , o que gera o termo  $1/Q_T^4$ . Este resultado é importante, pois a produção central deve possuir uma componente  $z$  de momentum angular nula no limite em que os prótons são espalhados em pequenos ângulos. Logo, uma



consequência imediata desta observação é a viabilidade do decaimento do bóson de Higgs em um par  $b\bar{b}$  [119].

A exponencial carrega o fator de forma de Sudakov  $S(Q_T^2, M_H^2)$  definido por

$$S(Q_T^2, M_H^2) = \int_{Q_T^2}^{M_H^2/4} \frac{C_A \alpha_s(p_T^2)}{\pi} \frac{dp_T^2}{p_T^2} \int_{p_T}^{M_H/2} \frac{dE}{E} = \frac{3\alpha_s}{4\pi} \ell n^2 \left( \frac{M_H^2}{4Q_T^2} \right) \quad (4.3.6)$$

onde  $E$  e  $p_T$  são a energia e o momentum transversal de um glúon emitido no referencial de repouso do Higgs. Esta expressão é válida para uma precisão em DLLA.

As funções  $f_g(x_i, Q_T^2)$  são as densidades de glúons não-integradas nos prótons e podem ser escritas em termos da distribuição de glúons convencional pela forma

$$f_g(x, Q_T^2) = \frac{\partial}{\partial \ln Q_T^2} [xg(x, Q_T^2)]. \quad (4.3.7)$$

Contribuições advindas de uma precisão em LLA podem fornecer termos logaritmos mais significativos que na precisão DLLA. Desta forma, é importante levar em conta os fatores de forma de Sudakov em uma precisão LLA. Assim, a densidade de glúons não-integrada é escrita na forma [119]

$$\tilde{f}_g(x, Q_T^2) = \frac{\partial}{\partial \ln Q_T^2} [T(Q_T^2, \mu) xg(x, Q_T^2)] \quad (4.3.8)$$

onde  $T(Q_T^2, \mu)$  é a probabilidade de sobrevivência para que um glúon com  $x, x' = x$  e momentum transversal  $Q_T$  seja intocado durante a evolução até a escala dura  $\mu (= M_H/2)$ . Esta probabilidade possui a forma

$$T(Q_T^2, \mu) = \exp \left( - \int_{Q_T^2}^{\mu^2} \frac{\alpha_s(p_T^2)}{4\pi} \frac{dp_T^2}{p_T^2} \int_0^{1-\Delta} \left[ zP_{gg}(z) + \sum_q P_{qg} \right] dz \right), \quad (4.3.9)$$

onde  $\Delta = 2P_T/M_H$  e  $P_{gg}(z)$  e  $P_{qg}(z)$  são as funções de desdobramento da Equação DGLAP.

Esta amplitude de espalhamento é calculada considerando que os prótons do estado final sejam frontais, produzindo um bóson de Higgs com pequeno momentum transversal. No cálculo da seção de choque diferencial  $d\sigma/dy_H(y_H = 0)$ , a presença do acoplamento próton-Pomeron  $\exp(bt_i/2)$ , com  $b = 5.5 \text{ GeV}^{-2}$ , nos vértices do diagrama suprimem a produção em grande  $q_T$  [124].

Portanto, a seção de choque é encontrada em termos da rapidez do bóson de Higgs [124]

$$\frac{d\sigma}{dy_H} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{16^2 \pi^3 b^2} \quad (4.3.10)$$

onde na amplitude  $\mathcal{M}$  se aplicam os aspectos fenomenológicos descritos acima.

Entretanto, o processo exclusivo está longe de representar a natureza das colisões hadrônicas, visto que os estados finais podem não corresponder facilmente a um processo elástico. Dessa forma, é necessário estender a conjuntura do processo de espalhamento para processos inclusivos. Assim, o modelo KMR engloba as colisões Difrativas Duplas inclusivas, as quais

Massa $M_H$ (GeV)	$\sigma_{\text{excl}}$	$\sigma_{\text{incl}} [\Delta\eta = 2(3)]$
Tevatron ( $\sqrt{s} = 2$ TeV)		
100	0.071	1.10 (0.09)
120	0.030	0.62 (0.05)
140	0.018	0.38 (0.03)
160	0.008	0.25 (0.02)
LHC ( $\sqrt{s} = 14$ TeV)		
100	2.40	49 (5.5)
120	1.40	36 (3.9)
140	0.86	28 (2.9)
160	0.55	21 (2.3)

**Tab. 4.1:** Seção de choque  $\sigma = d\sigma/dy_H(y_H = 0)$  (em fb) para a produção central do bóson de Higgs em colisões  $p\bar{p}$  (ou  $pp$ ) a energias de centro-de-massa  $\sqrt{s} = 2 - 14$  TeV em processos exclusivo e inclusivo. Os processos inclusivos são estimados para lacunas de rapidez  $\Delta\eta = 2$  e  $\Delta\eta = 3$ . As seções de choque são obtidas usando  $S_{\text{spec}}^2 = 0.1$  [124].

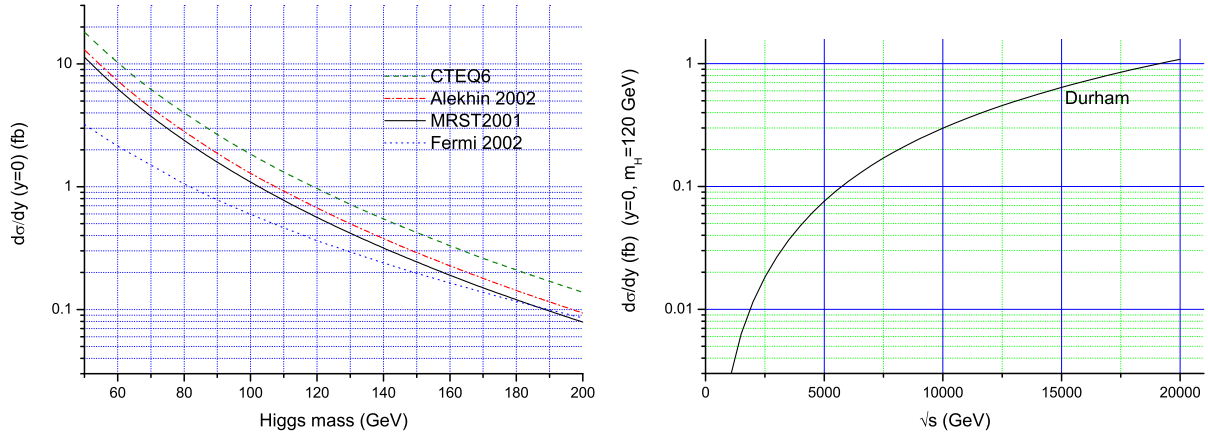
proporcionam uma seção de choque significativamente maior comparada à obtida através do processo exclusivo [125]. A Fig.4.7b ilustra o processo, o qual possui uma seção de choque da forma

$$\frac{d\sigma}{dy_H} = \frac{81A^2\alpha_s^4}{2^9\pi} \int \frac{dQ^2}{Q^2} \frac{dQ'^2}{Q'^2} \frac{dt_1}{t_1} \frac{dt_2}{t_2} e^{-(n_1+n_2+n'_1+n'_2+S_1+S_2+S'_1+S'_2)/2}. \quad (4.3.11)$$

As quantidades com apóstrofo designam termos provenientes da amplitude conjugada complexa. Os termos envolvendo a quantidade  $n_i$  são responsáveis pela supressão advinda dos efeitos de QCD radiativa. Já termos em  $S_i$  estão ligados aos fatores de forma de Sudakov, os quais determinam que glúons não sejam emitidos no intervalo  $k_T < p_T < M_H/2$ .

Com isso, as seções de choque previstas para os processos exclusivo e inclusivo podem ser comparados, o que é mostrado pela Tab.4.1. Como pode ser visto, as estimativas das seções de choque para o processo inclusivo proporcionam um número significativamente maior de eventos de produção do bóson de Higgs em comparação ao processo exclusivo, principalmente em LHC.

Estes resultados são obtidos numericamente de forma que se possa efetuar a análise fenomenológica do processo exclusivo [119]. A Fig.4.8 ilustra os resultados do Modelo KMR utilizando distintas funções de distribuição de glúons e a dependência em energia da seção de choque diferencial para rapidez central. Outras análises deste modelo são estudadas verificando, assim, as características fenomenológicas presentes nesta abordagem. Além disso, o Modelo KMR é comparado à outra proposta para a produção do bóson de Higgs, onde se utilizam propagadores de glúons reggeizados, os quais previstos pela Teoria de Regge.



**Fig. 4.8:** Resultados numéricos obtidos através do Modelo KMR [119]. A figura à esquerda ilustra o resultado para seção de choque diferencial com fatores de forma de Sudakov em LLA utilizando diversas parametrizações para a distribuição de glúons no próton. A figura à direita apresenta a dependência da seção de choque diferencial em relação a energia de centro-de-massa  $\sqrt{s}$ .

## 4.4 Fotoprodução difrativa

A interação entre prótons através da troca de um Pomeron já foi apresentada anteriormente, sendo evidenciada a existência, em todas as ordens em teoria de perturbação, de uma escada de glúons, a qual representa esta interação. Um processo similar a este é o chamado Espalhamento Compton Profundamente Virtual (DVCS) [126, 127], pelo qual um dos prótons é substituído por um fóton com virtualidade  $Q^2$ . Desta forma, o mesmo mecanismo empregado para o estudo da interação via troca de Pomerons no canal  $t$  pode ser aplicado à interação fóton-quark. Como se vê, o processo estudado no Cap.3 somente se difere do Modelo KMR pela adição de um vértice para a produção do bóson de Higgs. Logo, efetuando esta mesma adição ao DVCS, se torna possível estudar a produção do bóson de Higgs através do processo  $\gamma^*q(p)$ .

De forma similar ao que ocorre no DDIS, a produção difrativa do bóson de Higgs pela interação fóton-quark pode ser mediada pela Troca Dupla de Pomerons. Para este fim, o Modelo KMR é aplicado a fim de representar a troca de Pomerons entre o fóton e o quark. Contudo, os glúons que simulam a troca de Pomerons não interagem diretamente com o fóton segundo a QCD, mas sim com a flutuação do fóton num par quark-antiquark. Devido a similaridade entre os processos difrativos, a análise fenomenológica aplicada ao Modelo KMR pode ser empregada ao processo de fotoprodução difrativa.

A fim de estudar a interação fóton-próton em altas energias, é possível considerar o fóton como oriundo de um campo de fótons de um segundo próton. Este fenômeno ocorre em colisões periferais, onde a colisão entre prótons não ocorre diretamente, sendo tomado um parâmetro de impacto para a colisão

$$b > 2R \quad (4.4.1)$$

onde  $R$  determina o raio do próton. Logo, considera-se a interação entre os prótons sendo mediada pela interação fóton-próton ou fóton-fóton [128].

Como ilustrado no modelo KMR, a escala dura que permite o uso da QCD perturbativa está ligada à massa do bóson de Higgs produzido centralmente. Da mesma maneira, a virtualidade do fóton pode implicar em uma escala dura para o processo difrativo, permitindo a produção de outras partículas, como jatos e mésons vetoriais. A Fig.4.9 ilustra um dos diagramas de Feynman que representam o processo de espalhamento difrativo para a produção central do bóson de Higgs. Os demais diagramas são obtidos trocando os vértices gluônicos entre os quarks do dipolo de cor. Além disso, o vértice  $qqg$  é tomado na aproximação eikonal, dando lugar à dinâmica de um Pomeron macio, ou seja, seu momentum é muito menor do que das partículas incidentes.

A amplitude de espalhamento envolvendo uma flutuação do fóton incidente em um par quark-antiquark pode ser descrita por dois formalismos matemáticos. O Modelo de Dipolos [129] descreve esta flutuação levando em conta a função de onda do fóton em dissociação num par  $q\bar{q}$ , pelo qual interage via QCD com as demais partículas do sistema. Em contraste, esta flutuação pode ser descrita por uma função chamada fator de impacto [95, 130], onde a interação com o laço gerado pela flutuação é descrita diretamente com os glúons. Para a fotoprodução difrativa, é conveniente utilizar a segunda possibilidade, pois para o Modelo de Dipolos a interação do quark (próton) com o dipolo de cor não é conhecida precisamente, sendo necessário uma parametrização dos dados de DIS para descrever a seção de choque de interação [131, 132]. Logo, com a adição de um vértice representando a produção do bóson de Higgs, não há forma de parametrizar a interação do quark (próton) com o dipolo de cor.

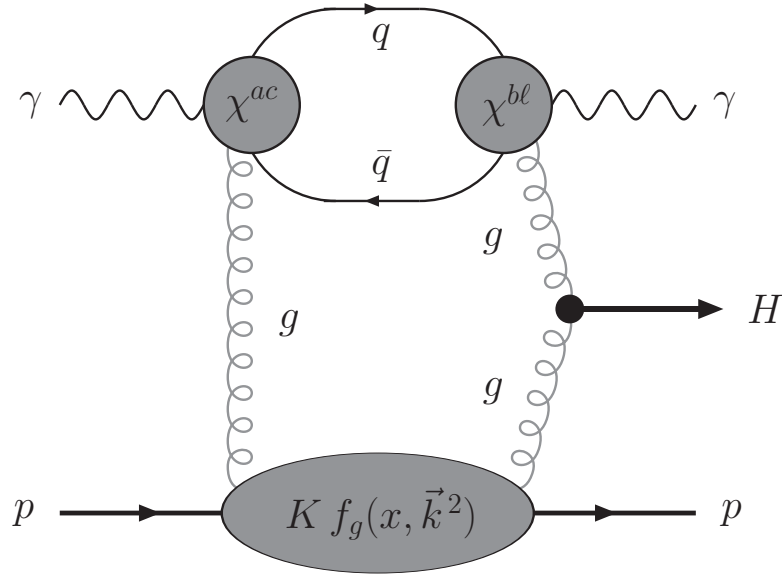
O cálculo da amplitude deste espalhamento é facilitado considerando as Regras de Cutkosky [96], como utilizado anteriormente

$$\text{Im}A = \frac{1}{2} \int d(P\mathcal{S})_3 \mathcal{A}_E \mathcal{A}_D \quad (4.4.2)$$

onde  $\mathcal{A}_E$  e  $\mathcal{A}_D$  representam as amplitudes do lado esquerdo e direito, respectivamente, do corte ilustrado pela Fig.4.11 e  $d(P\mathcal{S})_3$  é o elemento diferencial do Espaço de Fase de três corpos. Como foi visto para a interação entre quarks via dois glúons no estado de singlete, a amplitude de espalhamento é predominantemente imaginária. Logo, para o cálculo da amplitude da produção difrativa, leva-se em conta somente a sua parte imaginária [119]

Cada lado do corte pode ser considerado como a interação da parte superior do diagrama com a sua parte inferior. Dessa forma, é necessário considerar o vértice efetivo a nível de Born [133, 134] para a interação do glúon com o sistema  $\gamma^*q\bar{q}$ , como ilustra a Fig.4.11. Cada um dos vértices efetivos representa a interação dos glúons com cada um dos quark da flutuação do fóton. Logo, cada vértice representa duas contribuições para o processo. Os índices utilizados para obter a amplitude de espalhamento são denotados por:  $(a, b, c, \dots, j)$  definem os momenta quadrivetoriais,  $(A, B, C, \dots)$  são os índices de cor,  $(\mu, \nu, \dots)$  determinam os elementos das matrizes quadrivetoriais e  $(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \dots)$  definem os elementos das matrizes de cor.

As contribuições dos vértices efetivos são calculadas considerando os diagramas possíveis para o acoplamento  $\gamma^*g$  [76]. Dessa forma, os diagramas possíveis para o vértice efetivo do lado esquerdo são ilustrados na Fig.4.10, pelos quais é possível obter os respectivos diagramas



**Fig. 4.9:** Diagrama que representa a produção difrativa do bóson de Higgs com o uso do Modelo KMR.

do vértice efetivo do lado direito pela reversão dos momenta das partículas. Logo, os vértices efetivos correspondem a

$$\begin{aligned} \chi^{ac} &= \chi_{(1)}^{ac} + \chi_{(2)}^{ac} = ig_s e e_q (t^A)_{AB} \\ &\times \left\{ (\gamma^a)_{\alpha\omega} \left[ \frac{(\not{l}_1 - \not{q})_{\omega\theta}}{(l_1 - q)^2} \right] (\gamma^c)_{\theta\beta} + (\gamma^c)_{\beta\theta} \left[ \frac{(\not{l}_1 - \not{k})_{\theta\omega}}{(l_1 - k)^2} \right] (\gamma^a)_{\omega\alpha} \right\} \end{aligned} \quad (4.4.3a)$$

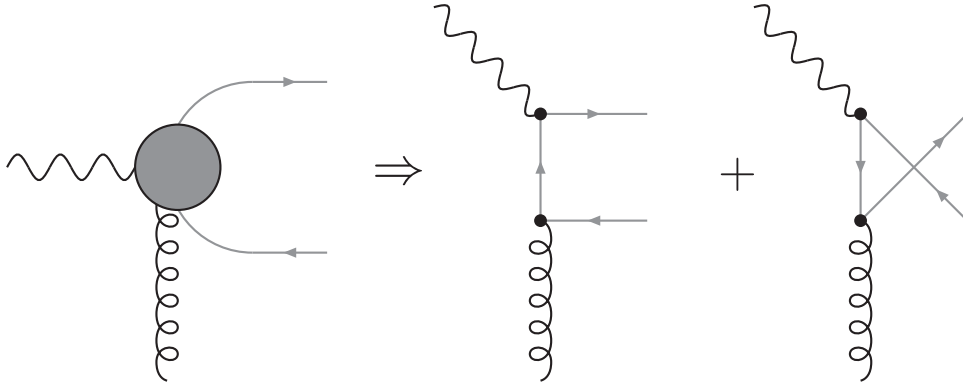
$$\begin{aligned} \chi^{bl} &= \chi_{(1)}^{bl} + \chi_{(2)}^{bl} = ig_s e e_q (t^F)_{BA} \\ &\times \left\{ (\gamma^\ell)_{\lambda\phi} \left[ \frac{(\not{k} - \not{l}_2)_{\phi\eta}}{(k - l_2)^2} \right] (\gamma^b)_{\eta\epsilon} + (\gamma^b)_{\epsilon\eta} \left[ \frac{(\not{q} - \not{l}_2)_{\eta\phi}}{(q - l_2)^2} \right] (\gamma^\ell)_{\phi\lambda} \right\} \end{aligned} \quad (4.4.3b)$$

onde os índices '(1)' e '(2)' representam as contribuições da Fig.4.10 dos respectivos lados do corte.

Portanto, o produto das amplitudes de ambos os lados do corte pode ser expressa por

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_E \mathcal{A}_D &= (4\pi)^3 \alpha_s^2 \alpha \sum_q e_q^2 \left( \frac{\epsilon_a \epsilon_b^*}{k^4 \gamma^2} \right) V_{h\ell}^{CA} \frac{1}{N_c} [(t^c)_{\mathcal{P}\mathcal{N}} (t^A)_{\mathcal{N}\mathcal{M}}] \\ &\times 2 \left\{ \frac{1}{l^4} \text{Tr} [(\not{q} - \not{l}) \gamma^a \not{l} \gamma^c (\not{k} + \not{l}) \gamma^\ell \not{l} \gamma^b] \right. \\ &\left. + \frac{1}{l^2 (k + l + q)^2} \text{Tr} [(\not{q} - \not{l}) \gamma^c (\not{k} + \not{l} - \not{q}) \gamma^a (\not{k} + \not{l}) \gamma^\ell \not{l} \gamma^b] \right\} 4p_c p^h \end{aligned} \quad (4.4.4)$$

onde  $\epsilon_a$  e  $\epsilon_b^*$  correspondem às polarizações dos fótons incidente e final, respectivamente. Os traços presentes nesta equação se referem ao laço fermiônico presente no diagrama. O



**Fig. 4.10:** Diagramas que contribuem para o vértice efetivo. O acoplamento das amplitudes destes diagramas com suas conjugadas complexas dão origem aos diagramas que representam o laço fermiônico.

acoplamento dos diagramas da Fig.4.10 produzem dois laços fermiônicos: ambos os glúons acoplando à linha fermiônica superior e um glúon acoplando à cada linha do laço. Revertendo as linhas fermiônicas se obtém os outros dois laços possíveis: acoplamento dos glúons à linha inferior e acoplamento à cada linha de forma inversa à anterior. Entretanto, as contribuições obtidas com a reversão da linha fermiônica contribui identicamente do que os outros dois diagramas. Então, por simplificação, leva-se em conta duas vezes a contribuição dos dois diagramas iniciais.

A partir disso se torna interessante introduzir as variáveis de Sudakov a fim de decompor os momenta envolvidos. Nesta parametrização, considera-se as variáveis cinemáticas [135]

$$s = (q + p)^2 \quad x = \frac{Q^2}{2p \cdot q} \quad (4.4.5)$$

onde  $s$  é a energia de centro-de-massa do sistema fóton-quark e  $x$  a variável de Bjorken importada do DIS. Além disso, empregam-se os momenta

$$q' = q + xp \quad q'^2, p^2 = 0. \quad (4.4.6)$$

Dessa forma, a decomposição dos momenta é exercida na forma

$$l^\mu = \alpha_l q'^\mu + \beta_l p^\mu + l_\perp^\mu \quad (4.4.7a)$$

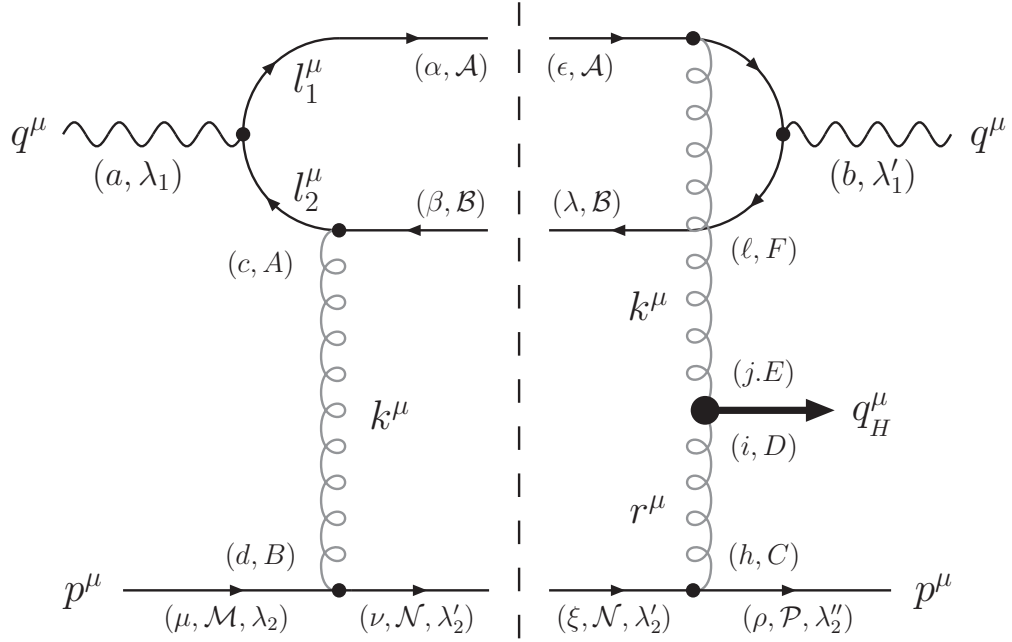
$$k^\mu = \alpha_k q'^\mu + \beta_k p^\mu + k_\perp^\mu \quad (4.4.7b)$$

$$r^\mu = \alpha_r q'^\mu + \beta_r p^\mu + r_\perp^\mu. \quad (4.4.7c)$$

Logo, a partir desta parametrização, se torna possível obter os momenta definidos no denominador da Eq.(4.4.4)

$$l^2 = - \left[ \frac{\alpha_l(1 - \alpha_l)Q^2 + \mathbf{l}^2}{1 - \alpha_l} \right] \equiv - \frac{D_1}{1 - \alpha_l} \quad (4.4.8a)$$

$$(l + k - q)^2 = - \left[ \frac{\alpha_l(1 - \alpha_l)Q^2 + (\mathbf{l} + \mathbf{k})^2}{\alpha_l} \right] \equiv - \frac{D_2}{\alpha_l}. \quad (4.4.8b)$$



**Fig. 4.11:** Diagrama para a produção do bóson de Higgs com o corte determinado pelas Regras de Cutkosky e os índices utilizados no cálculo da amplitude de espalhamento.

Considerando que as linhas de quark no corte do laço estejam na camada de massa, obtém-se uma relação idêntica àquela obtida na Eq.(3.2.8).

Por fim, somente resta aplicar a decomposição de Sudakov para obter o elemento diferencial do Espaço de Fase de três corpos

$$\begin{aligned} \int d(PS)_3 &= \int \frac{d^4 f_1}{(2\pi)^3} \frac{d^4 f_2}{(2\pi)^3} \frac{d^4 f_3}{(2\pi)^3} \delta(f_1^2) \delta(f_2^2) \delta(f_3^2) (2\pi)^4 \delta^4(q + p - f_1 - f_2 - f_3) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^5} \int d^4 l d^4 k \delta([q - l]^2) \delta([l + k]^2) \delta([p - k]^2). \end{aligned} \quad (4.4.9)$$

Desta forma, tem-se

$$\begin{aligned} \int d(PS)_3 &= \int d\alpha_l d\beta_l d^2 \mathbf{1} \int d\alpha_k d\beta_k d^2 \mathbf{k} \delta\left(\beta_l + \frac{Q^2}{s} + \frac{\mathbf{l}^2}{s(1 - \alpha_l)}\right) \\ &\quad \times \delta\left(\beta_k + \frac{(\mathbf{1} + \mathbf{k})^2}{\alpha_l s} + \beta_l\right) \delta(\alpha_k s + \mathbf{k}^2). \end{aligned} \quad (4.4.10)$$

Portanto, integrando sobre as funções delta de Dirac, a parte imaginária da amplitude é expressa como

$$\begin{aligned} \text{Im}A &= \frac{1}{s} \left(\frac{2}{\pi^2}\right) \alpha_s^2 \alpha \sum_q e_q^2 \left(\frac{\epsilon_a \epsilon_b^*}{N_c}\right) [(t^A)_{\mathcal{P}\mathcal{N}}(t^A)_{\mathcal{N}\mathcal{M}}] \\ &\quad \times \int d\alpha_l \frac{d^2 \mathbf{k}}{\mathbf{k}^6} d^2 \mathbf{1} \left\{ \frac{(1 - \alpha_l) T^{ac lb}}{\alpha_l (D_1)^2} + \frac{T^{cal b}}{D_1 D_2} \right\} V \left[ p_c p_\ell - \frac{(k \cdot p)}{\mathbf{k}^2} p_c r_\ell \right] \end{aligned} \quad (4.4.11)$$

onde as funções  $T^{ac\bar{l}b}$  e  $T^{c\bar{a}lb}$  são os traços definidos pela Eq.(4.4.4) e utilizou-se a relação  $k^2 \simeq -\mathbf{k}^2$ . Como é de interesse explorar a região cinemática do decaimento do bóson de Higgs em pares  $b\bar{b}$ , a expressão da parte imaginária da amplitude de espalhamento foi calculada na aproximação  $\mathbf{k}^2 = \mathbf{r}^2$ .

Através da integração das funções delta de Dirac, novos coeficientes foram obtidos para os momenta envolvidos

$$l^\mu = \alpha_l q'^\mu - \left( Q^2 + \frac{\mathbf{l}^2}{1 - \alpha_l} \right) \frac{p^\mu}{s} + l_{\perp}^\mu \quad (4.4.12a)$$

$$k^\mu = -\frac{\mathbf{k}^2}{s} q'^\mu + \left( Q^2 + \frac{\mathbf{l}^2}{1 - \alpha_l} + \frac{(1 + \mathbf{k})^2}{\alpha_l} \right) \frac{p^\mu}{s} + k_{\perp}^\mu. \quad (4.4.12b)$$

Logo, pode-se expressar o momentum transferido  $t$  na forma

$$t = (k + r)^2 \equiv -(\mathbf{k} + \mathbf{r})^2 = -4\mathbf{k}^2 = M_H^2. \quad (4.4.13)$$

A última variável física que é necessária ser levada em conta são as polarizações dos fótons do processo. Neste caso particular, não há perda de momentum por parte do fóton, ou seja, não há momentum transferido do fóton após a troca de glúons com o quark:  $k = k_1$ . Portanto, a polarização final não carregada parte transversa, permitindo aplicar a soma das polarizações da seguinte maneira

$$\epsilon_a^L \epsilon_b^{L*} = \frac{4Q^2}{s} \frac{p_a p_b}{s} \quad (4.4.14a)$$

$$\sum \epsilon_a^T \epsilon_b^{T*} = -g_{ab} + \frac{4Q^2}{s} \frac{p_a p_b}{s}, \quad (4.4.14b)$$

onde os super-índices denotam polarizações longitudinais e transversais. Estas expressões incluídas na parte imaginária da amplitude geram as amplitudes longitudinal e transversal do processo em relação a polarização dos fótons. Entretanto, como se pode ver na Eq.(4.4.11), existe um termo  $k \cdot p = \alpha_k s/2$ . Na parametrização de Sudakov o coeficiente  $\alpha$  é aproximadamente 1, o que permite desprezar  $\alpha_k$  [127]. Logo, o termo referente ao produto  $(k \cdot p)$  pode ser desprezado. Com isso, a parte imaginária da amplitude, tanto longitudinal quanto transversal, se reduz a

$$\begin{aligned} (\text{Im}A)_L &\simeq \left( \frac{1}{\pi s^3} \right) 4Q^2 \alpha_s^2 \alpha \sum_q e_q^2 \left[ \frac{N_c^2 - 1}{N_c^2} \right] V \\ &\times \int d\alpha_l d^2\mathbf{l} d^2\mathbf{k} \frac{1}{\mathbf{k}^6} \left\{ \frac{(1 - \alpha_l)}{\alpha_l (D_1^2)} \Gamma_1 + \frac{\Gamma_2}{D_1 D_2} \right\} \end{aligned} \quad (4.4.15a)$$

$$\begin{aligned} (\text{Im}A)_T &\simeq \left( \frac{1}{\pi^2 s^3} \right) \sum_q e_q^2 \left[ \frac{N_c^2 - 1}{N_c^2} \right] V \\ &\times \int d\alpha_l d^2\mathbf{l} d^2\mathbf{k} \frac{1}{\mathbf{k}^6} \left\{ \frac{(1 - \alpha_l)}{\alpha_l D_1^2} (-s^2 g_{ab} \Gamma_1^{ab} + 4Q^2 \pi \Gamma_1) \right. \\ &\left. + \frac{1}{D_1 D_2} (-s^2 g_{ab} \Gamma_2^{ab} + 4Q^2 \pi \Gamma_2) \right\} \end{aligned} \quad (4.4.15b)$$



onde

$$\Gamma_1 = \text{Tr} [(\not{q} - \not{l}) \not{p} \not{l} \not{p}(\not{l} + \not{k}) \not{p} \not{l} \not{p}] \quad (4.4.16a)$$

$$\Gamma_2 = \text{Tr} [(\not{q} - \not{l}) \not{p}(\not{k} + \not{l} - \not{q}) \not{p}(\not{k} + \not{l}) \not{p} \not{l} \not{p}] \quad (4.4.16b)$$

$$\Gamma_1^{ab} = \text{Tr} [(\not{q} - \not{l}) \gamma^a \not{l} \not{p}(\not{l} + \not{k}) \not{p} \not{l} \gamma^b] \quad (4.4.16c)$$

$$\Gamma_2^{ab} = \text{Tr} [(\not{q} - \not{l}) \not{p}(\not{k} + \not{l} - \not{q}) \gamma^a (\not{k} + \not{l}) \not{p} \not{l} \gamma^b]. \quad (4.4.16d)$$

Efetuada o cálculo destes traços numericamente [136], é possível escrever as amplitudes em termos dos denominadores  $D_1$  e  $D_2$ , simplificando as expressões significativamente. Logo, a amplitude transversal se reduz à forma

$$(\text{Im}A)_T = \left(\frac{V}{\pi^2}\right) \alpha_s^2 \alpha \sum_q e_q^2 \left(\frac{2C_F}{N_c}\right) \int d\alpha_l d^2\mathbf{l} \frac{d^2\mathbf{k}}{\mathbf{k}^6} \left[ \frac{\xi_1}{D_1^2} + \frac{\xi + 2sD_1 - 2sD_2}{D_1 D_2} \right], \quad (4.4.17)$$

onde a integral em  $\alpha_l$  compreende o intervalo  $(0, 1)$ , e as demais, o intervalo  $(0, \infty)$  e as funções são definidas por

$$\xi_1 = 4Q^2 \alpha_l (1 - \alpha_l) (1 - \alpha_l + \alpha_l^2) s \quad (4.4.18)$$

$$\xi = - [2\mathbf{k}^2 + 4Q^2 \alpha_l (1 - \alpha_l)] (1 - 2\alpha_l + 2\alpha_l^2) s \quad (4.4.19)$$

$$\begin{aligned} \xi_2 &= \xi + 2sD_1 - 2sD_2 \\ &= - [4\mathbf{k}^2 + 8Q^2 \alpha_l (1 - \alpha_l)] (1 - \alpha_l + \alpha_l^2) s + 4Q^2 \alpha_l (1 - \alpha_l) s - 4(\mathbf{k} \cdot \mathbf{l}) s \\ &= \xi'_2 - 4(\mathbf{k} \cdot \mathbf{l}) s. \end{aligned} \quad (4.4.20)$$

A integração em relação ao momentum  $\mathbf{l}$  pode ser efetuada diretamente, tendo dependência somente no último termo de  $\xi_2$ . Com esta finalidade, é necessário utilizar o método de Regularização Dimensional, pelo qual a integral é calculada em  $D - 4$  dimensões. Para as integrais da amplitude de espalhamento, duas expressões serão necessárias

$$\int d^D p \frac{p_\mu}{[p^2 + 2p \cdot k + b^2]^A} = \pi^{\frac{D}{2}} \frac{\Gamma(A - \frac{D}{2})}{\Gamma(A)} \frac{(-k_\mu)}{(b^2 - k^2)} \quad (4.4.21a)$$

$$\int d^D p \frac{1}{[p^2 + 2p \cdot k + b^2]^A} = \pi^{\frac{D}{2}} \frac{\Gamma(A - \frac{D}{2})}{\Gamma(A)} \frac{1}{(b^2 - k^2)}. \quad (4.4.21b)$$

Desta forma, as integrais em relação a  $\mathbf{l}$  são efetuadas

$$\int d^2\mathbf{l} \frac{1}{[\mathbf{l}^2 + Q^2 \alpha_l (1 - \alpha_l)]^2} = \frac{\pi}{Q^2 \alpha_l (1 - \alpha_l)} \quad (4.4.22a)$$

$$\int d^2\mathbf{l} \frac{\xi'_2}{D_1 D_2} = \int_0^1 \frac{\pi \xi'_2}{\mathbf{k}^2(\tau - \tau^2) + Q^2 \alpha_l (1 - \alpha_l)} d\tau \quad (4.4.22b)$$

$$\int d^2\mathbf{l} \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{l}}{D_1 D_2} = -\frac{\pi \mathbf{k}^2}{2} \int_0^1 \frac{1}{\mathbf{k}^2(\tau - \tau^2) + Q^2 \alpha_l (1 - \alpha_l)} d\tau \quad (4.4.22c)$$

onde foi utilizado o parâmetro de Feynman na segunda integração

$$\frac{1}{AB} = \int_0^1 d\tau \frac{1}{[A + (B - A)\tau]^2}. \quad (4.4.23)$$

As integrais em relação a  $\tau$  e  $\alpha_l$  não podem ser calculadas analiticamente, devido a problemas de divergências. Logo, devido a dependência da maioria dos termos com  $\alpha_l$ , as integrais efetuadas em relação a  $\alpha_l$  resultarão em uma nova integral com dependência em  $\tau$ , uma ordem menor. Isto ocorre devido a peculiaridade da função no denominador das duas últimas integrais. Efetuando a integral em relação a  $\tau$ , retorna-se à expressão utilizada inicialmente em relação a  $\alpha_l$ . Desta maneira, se torna necessário carregar estas integrais para o cálculo da amplitude de espalhamento.

Apesar desta problemática, ao menos uma integral se torna factível sem causar problemas de divergências, mas produzindo um resultado somente uma ordem menor em relação a  $\alpha_l$

$$\int_0^1 d\alpha_l \frac{\alpha_l}{X} = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d\alpha_l}{X} \quad (4.4.24)$$

onde  $X = \mathbf{k}^2(\tau - \tau^2) + Q^2\alpha_l(1 - \alpha_l)$ .

Finalmente, com os resultados para as integrais envolvidas no cálculo da amplitude de espalhamento transversal, a sua forma final é expressa por

$$\begin{aligned} (\text{Im}A)_T &= \frac{1}{6} \left( \frac{M_H^2}{\pi v} \right) \alpha_s^3 \alpha \sum_q e_q^2 \left( \frac{2C_F}{N_c} \right) \int d\mathbf{k}^2 \left[ \frac{20s}{3} \frac{1}{\mathbf{k}^6} \right. \\ &\quad \left. + \frac{4Q^2s}{\mathbf{k}^6} \int \frac{(-1 + 2\alpha_l + 4\alpha_l^2 - 8\alpha_l^3 + 4\alpha_l^4)}{X} d\alpha_l d\tau \right] \end{aligned} \quad (4.4.25)$$

onde  $v = 246$  GeV corresponde ao valor esperado do vácuo segundo o mecanismo de Higgs.

Seguindo esta mesma lógica, encontra-se a parte imaginária da amplitude longitudinal

$$\begin{aligned} (\text{Im}A)_L &= -\frac{1}{6} \left( \frac{M_H^2}{\pi v} \right) \alpha_s^3 \alpha \sum_q e_q^2 \left( \frac{2C_F}{N_c} \right) \int d\mathbf{k}^2 \left[ \frac{8s}{3} \frac{1}{\mathbf{k}^6} \right. \\ &\quad \left. - \frac{16Q^2s}{\mathbf{k}^6} \int \frac{(\alpha_l^2 - 2\alpha_l^3 + 4\alpha_l^4)}{X} d\alpha_l d\tau \right]. \end{aligned} \quad (4.4.26)$$

Devido às divergências que ocorrem no cálculo das integrais envolvendo  $\alpha_l$  e  $\tau$ , se torna possível analisar esta amplitude evitando estas divergências ao considerar a aproximação de que o fóton em questão é real, ou seja,  $Q^2 = 0$ . Desta maneira as expressões para as amplitudes se simplificam, restando somente uma integração a ser efetuada

$$(\text{Im}A)_T = \frac{10}{9} \left( \frac{M_H^2}{\pi v} \right) \alpha_s^3 \alpha s \sum_q e_q^2 \left( \frac{2C_F}{N_c} \right) \int d\mathbf{k}^2 \frac{1}{\mathbf{k}^6} \quad (4.4.27a)$$

$$(\text{Im}A)_L = -\frac{4}{9} \left( \frac{M_H^2}{\pi v} \right) \alpha_s^3 \alpha s \sum_q e_q^2 \left( \frac{2C_F}{N_c} \right) \int d\mathbf{k}^2 \frac{1}{\mathbf{k}^6}. \quad (4.4.27b)$$

Entretanto, não é possível, fisicamente, lidar com uma componente longitudinal do fóton real. Logo, somente resta estudar a Eq.(4.4.27a) que descreve a amplitude de espalhamento do processo de interação entre um fóton real e o quark através da troca de Pomerons no canal  $t$ .

Por conseguinte, a quantidade física que é apreciável fisicamente é a seção de choque de espalhamento. Com isso, calcula-se a seção de choque diferencial para este processo

$$d\sigma = \frac{1}{2s} \int \frac{d^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_{p_1}} \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_{p_2}} \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3 2E_\gamma} |A|^2, \quad (4.4.28)$$

a qual é obtida como a distribuição em rapidez do bóson de Higgs com  $y_H = 0$  utilizando a expressão

$$d^3\vec{p} = \pi E d\mathbf{p}^2 dy \quad (4.4.29)$$

ou seja,

$$\left. \frac{d\sigma}{dy_H d\mathbf{p}_H^2} \right|_{y_H=0} = \frac{25}{2^3 81\pi^3} \left( \frac{M_H^2}{N_c v} \right)^2 \alpha_s^4 \alpha^2 \left( \sum_q e_q^2 \right)^2 \left[ \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \int d\mathbf{k}^2 \frac{1}{\mathbf{k}^6} \right]^2. \quad (4.4.30)$$

Contudo, esta seção de choque diferencial descreve simplesmente a interação partônica entre o fóton e um quark. Uma visão mais realista será substituir este quark por uma distribuição de pártons que descreve o próton. Esta distribuição é levada em conta considerando o acoplamento dos glúons com o próton através de uma escada de glúons, como foi ilustrado na Fig.4.7. Desta maneira, é possível proceder esta substituição pela troca [119]

$$\frac{\alpha_s C_F}{\pi} \longrightarrow f_g(x, k_T^2) = K \left( \frac{\partial [xg(x, k_T^2)]}{\partial \ln k_T^2} \right) \quad (4.4.31)$$

onde  $f(x, k_T^2)$  é a função distribuição de de glúons não-diagonal no próton. Esta densidade de glúons não é diagonal pois o momentum transferido do próton experimentado é não-nulo. Porém, considerando uma fração de momentum carregada pelo glúon  $x \sim 0.01$ , pode-se tomar o momentum transferido aproximadamente nulo e considerar o acoplamento da escada de glúons com o próton através da distribuição de glúons não-integrada  $f(x, k_T^2)$  [125]. Logo, por se tratar de uma distribuição não-diagonal, é possível aproximar esta não-diagonalidade por um fator multiplicativo  $K$  que possui a forma Gaussiana [137]

$$K = (1.2) \exp(-b\mathbf{p}^2/2) \quad (4.4.32)$$

onde  $b$  é o parâmetro de impacto, tomado como sendo  $b = 5.5 \text{ GeV}^{-2}$ . Este fator pode ser visto como a representação do acoplamento próton-Pomeron.

Portanto, a seção de choque diferencial possui a forma

$$\left. \frac{d\sigma}{dy_H d\mathbf{p}_H^2} \right|_{y_H=0} = \frac{(1.2)^2 25}{2^3 81\pi^3} \left( \frac{M_H^2}{N_c v} \right)^2 \alpha_s^4 \alpha^2 \left( \sum_q e_q^2 \right)^2 e^{-b\mathbf{p}^2} \left[ \int d\mathbf{k}^2 \frac{1}{\mathbf{k}^6} f_g(x, k_T^2) \right]^2. \quad (4.4.33)$$

Por conservação de momentum, pode-se identificar as componentes transversais do próton e do bóson Higgs como sendo iguais, permitindo a substituição

$$d\mathbf{p}_H^2 \longrightarrow -d\mathbf{p}^2. \quad (4.4.34)$$

Portanto, a integração sobre o momentum transversal do bóson de Higgs pode ser efetuada, resultando, finalmente, na seção de choque diferencial do processo  $\gamma p$  pela Troca Dupla de Pomerons

$$\left. \frac{d\sigma}{dy_H} \right|_{y_H=0} = \frac{1}{18\pi^3 b} \left( \frac{M_H^2}{N_c v} \right)^2 \alpha_s^4 \alpha^2 \left( \sum_q e_q^2 \right)^2 \left[ \int d\mathbf{k}^2 \frac{1}{\mathbf{k}^6} f_g(x, k_T^2) \right]^2. \quad (4.4.35)$$

Como incluído no Modelo KMR, é necessário suprimir a emissão de glúons por *bremstrahlung* pelos glúons que se aniquilam para produzir o bóson de Higgs. Logo, acrescenta-se à seção de choque diferencial o termo referente ao fator de forma de Sudakov definido pela Eq.(4.3.9)

$$\left. \frac{d\sigma}{dy_H} \right|_{y_H=0} = \frac{S_{gap}^2}{18\pi^3 b} \left( \frac{M_H^2}{N_c v} \right)^2 \alpha_s^4 \alpha^2 \left( \sum_q e_q^2 \right)^2 \left[ \int d\mathbf{k}^2 \frac{1}{\mathbf{k}^6} e^{-S(\mathbf{k}^2, M_H^2)} f_g(x, k_T^2) \right]^2 \quad (4.4.36)$$

As partículas espectadoras podem interagir mutuamente durante o processo, populando o estado final observado experimentalmente. Este efeito não é levado em conta na descrição teórica do fenômeno, o que acarreta em prever uma lacuna de rapidez maior àquela observada nos resultados experimentais. Com isso, é necessário acrescentar o termo  $S_{gap}^2$  a fim de prever corretamente a lacuna de rapidez do processo. Este fator é chamado de probabilidade de sobrevivência da lacuna de rapidez, expressando a fração de eventos nos quais a lacuna de rapidez não é totalmente preenchida. Os demais eventos preencherão totalmente a lacuna, não podendo verificar a sua existência. Portanto, foi adicionada à seção de choque uma probabilidade de sobrevivência de 3% (5%) para LHC (Tevatron).

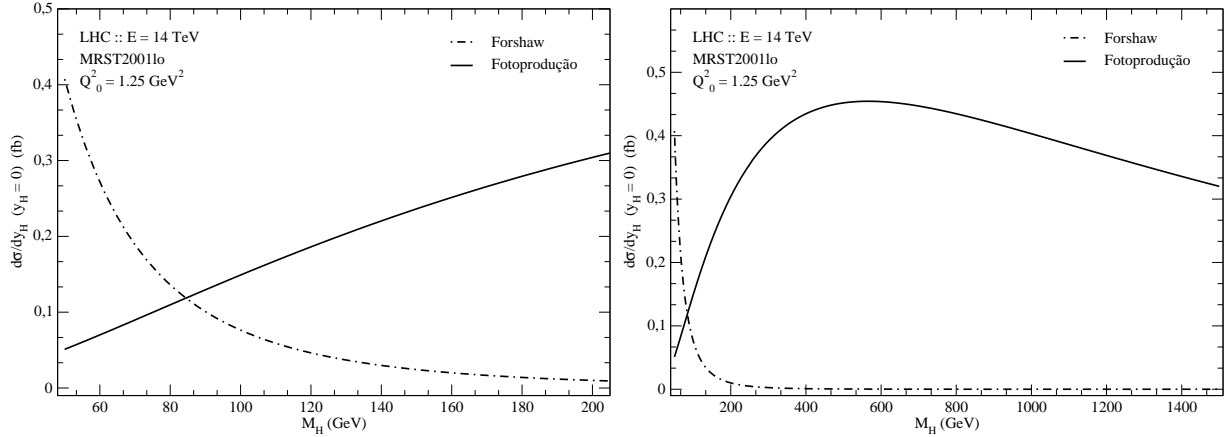
## 4.5 Resultados numéricos

De posse do resultado final da seção de choque diferencial de fotoprodução difrativa, implementou-se numericamente o cálculo da mesma. Para o cálculo da integral em relação ao momentum transversal do glúon, foi necessário introduzir um corte a fim de evitar a divergência infravermelha. As constantes são tomadas como

$$\begin{aligned} b &= 5.5 \text{ GeV}^2 & \alpha_s &= 0.2 & \alpha &= 7.3 \times 10^{-3} \\ N_c &= 3 & v &= 246 \text{ GeV} & S_{gap}^2 &= 0.03 \end{aligned}$$

A soma sobre as cargas dos quarks envolvidos no laço é tomada para um número de sabores envolvidos igual a 4.

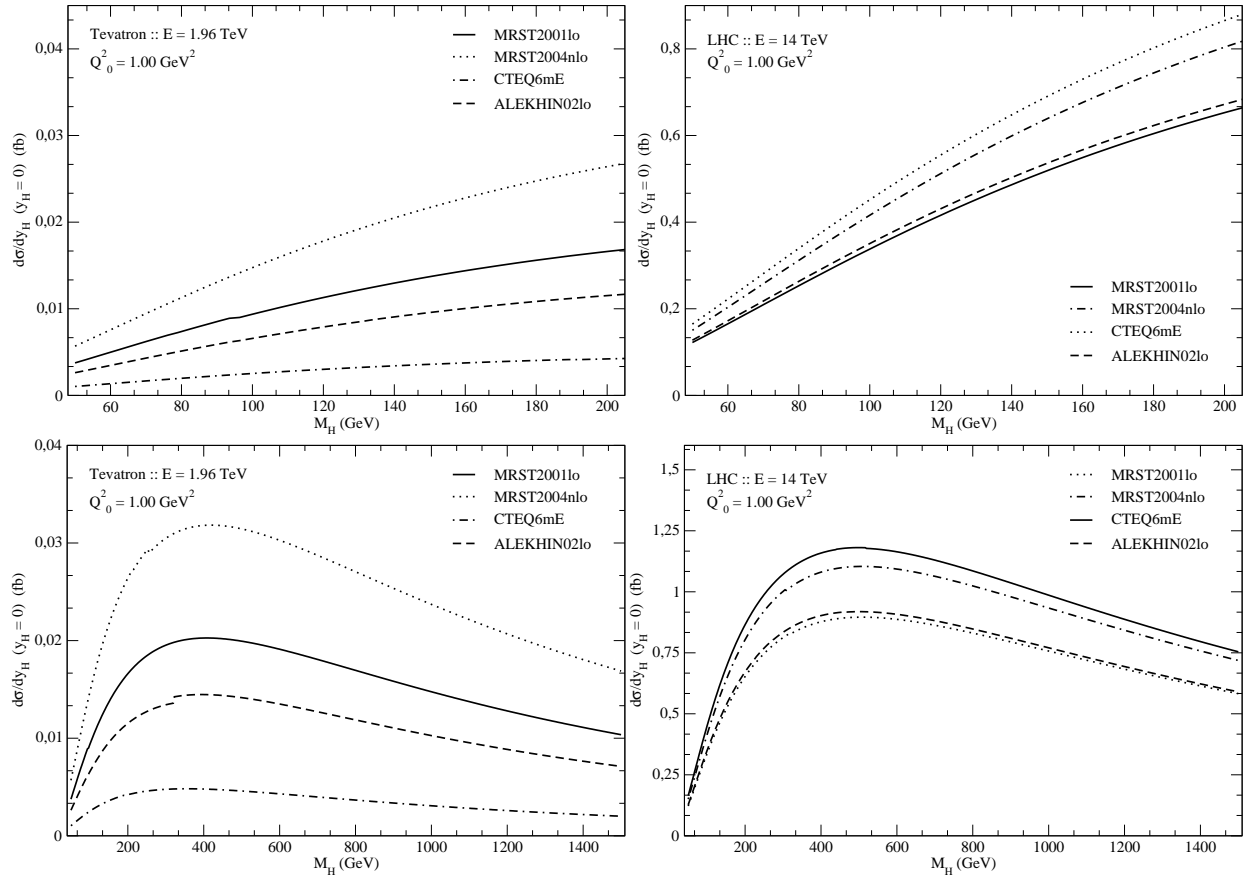
Primeiramente, analisou-se os resultados obtidos anteriormente com o Modelo KMR para a colisão  $pp$  [119]. A Fig.4.12 ilustra a seção de choque diferencial de fotoprodução em função da massa do bóson de Higgs para energia de LHC. Como distribuição de glúons no próton foi



**Fig. 4.12:** Seção de choque diferencial  $d\sigma/dy_H$  ( $y_H = 0$ ) em função da massa do bóson de Higgs, tomada em um intervalo de massa intermediário e estendida em energia de LHC. A curva é descrita utilizando a parametrização MRST2001 para a distribuição de glúons no próton.

tomada a parametrização MRST2001 evoluindo a partir de um valor  $Q_0^2 = 1.25 \text{ GeV}^2$ . O resultado obtido para a fotoprodução difrativa é da mesma ordem de magnitude se comparado ao resultado da colisão  $pp$ . Como se pode notar, uma diferença observada neste resultado é o crescimento da seção de choque diferencial em relação à massa do bóson de Higgs. Este resultado é distinto daquele obtido nas colisões  $pp$  [119], o qual demonstra um rápido decaimento, sendo praticamente nula para massas maiores que  $M_H = 200 \text{ GeV}^2$ . O fato interessante observado no resultado obtido para a fotoprodução é o valor significativamente maior para a seção de choque diferencial na região de massa de interesse do bóson de Higgs, em torno de  $M_H = 140 \text{ GeV}$ , se comparado ao resultado do Modelo KMR. Desta conclusão, pode-se notar que as seções de choque diferenciais em ambas as abordagens são iguais em torno de  $M_H = 95 \text{ GeV}$ . Entretanto, o resultado crescente da fotoprodução poderia ser indefinido para massas mais altas, mas como fica evidente pela Fig.4.12, este crescimento satura para uma massa do Higgs  $M_H \approx 500 \text{ GeV}$  em LHC. Esta saturação pode ser vista pela supressão exercida pelos fatores de forma de Sudakov a fim de evitar a radiação de glúons, efeito este que se torna mais significativo para maiores massas do bóson de Higgs, como pode ser visto pela fórmula expressa pela Eq.(4.3.6). Entretanto, esta análise não é precisa pois o valor estimado da função  $F(x)$  do vértice  $gg \rightarrow H$ , tomado como  $2/3$ , é válido para uma massa não muito grande do bóson de Higgs. Porém, efetua-se esta análise a título de comparação, evidenciando a importância do processo de fotoprodução para massas maiores que  $M_H = 95 \text{ GeV}$ .

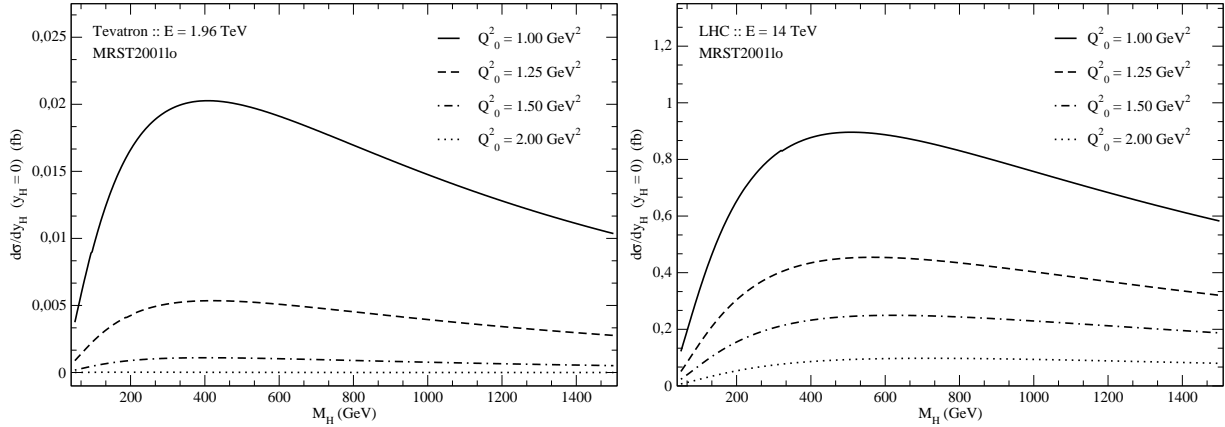
Uma segunda análise independente pode ser efetuada considerando a fotoprodução difrativa em energias do Tevatron e LHC, como ilustra a Fig.4.13. Considerando diversas parametrizações para a distribuição de glúons, a comparação é feita para um corte  $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$ . Dentre as distribuições utilizadas no Tevatron se pode notar uma pequena diferença entre as seções de choque diferenciais previstas por cada uma, enquanto na energia do LHC existe uma diferença mais significativa entre as previsões dadas pelas parametrizações em NLO e LO. Sendo assim, pode-se prever que os efeitos em NLO, como o processo de recombinação



**Fig. 4.13:** Seção de choque diferencial  $d\sigma/dy_H$  para  $y_H = 0$  em função da massa do bóson de Higgs na energia do Tevatron e do LHC, tomado em um intervalo de massa intermediário nos gráficos superiores e estendido nos gráficos inferiores. As curvas são descritas por meio de diversas parametrizações.

de glúons, para a produção difrativa do bóson de Higgs terão a sua importância para a obtenção da seção de choque diferencial. Logo, este efeito será confirmado através dos resultados experimentais que serão obtidos futuramente. Da mesma forma, a análise quanto ao crescimento da seção de choque diferencial em relação à massa do bóson de Higgs é efetuada, demonstrando o mesmo comportamento no limite de altas massas para Tevatron e LHC. O crescimento da seção de choque diferencial satura para uma massa do bóson de Higgs  $M_H \approx 400$  GeV no Tevatron e  $M_H \approx 500$  GeV no LHC, evidenciando que a supressão de Sudakov tem efeito distinto com a energia.

Entretanto, uma análise importante se refere à sensibilidade da seção de choque diferencial quanto ao corte tomado para a integral. Logo, a Fig.4.14 ilustra a seção de choque diferencial para Tevatron e LHC para valores diferentes de  $Q_0^2$  tomando a parametrização MRST2001. No Tevatron, para  $Q_0^2 = 1$  GeV<sup>2</sup>, o valor da seção de choque diferencial se torna apreciável em comparação aos valores maiores do corte. Outro fator importante a ser levantado é o resultado para  $Q_0^2 = 2$  GeV<sup>2</sup>, o qual tem uma contribuição praticamente nula, evidenciando que no Tevatron o valor da integral é substancial até esta escala de energia. No



**Fig. 4.14:** Seção de choque diferencial  $d\sigma/dy_H$  para  $y_H = 0$  em função da massa do bóson de Higgs tomado em um intervalo de massa estendido. As curvas do gráfico a esquerda correspondem a diversos valores de corte para a integral do momento do glúon na energia do Tevatron levando em conta a parametrização MRST2001 para a distribuição de glúons. O gráfico a direita expressa os cortes na energia do LHC.

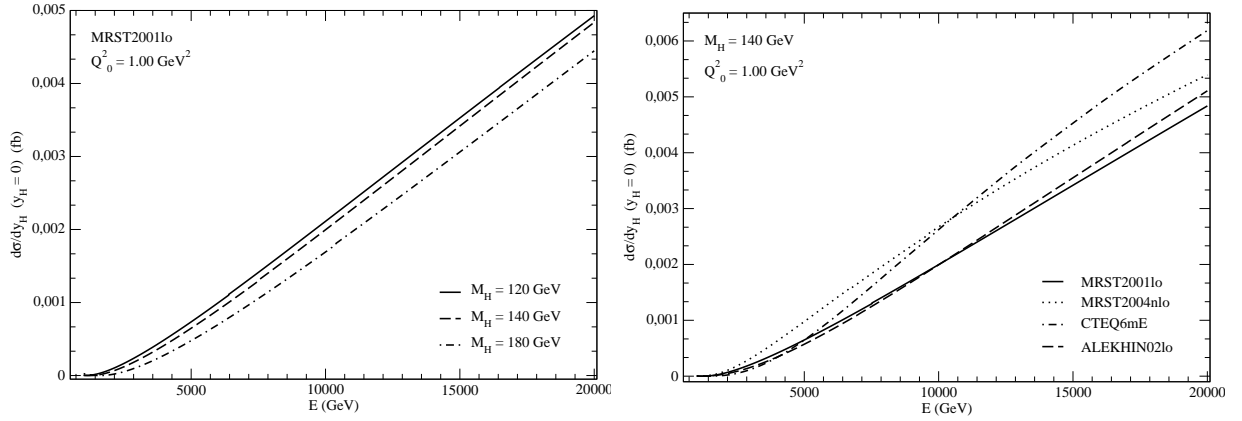
LHC, esta diferença se reduz entre os valores da seção de choque diferencial para cada corte. Utilizou-se valores para o corte a partir de  $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ , o qual é estipulado como valor mínimo para a evolução das distribuições. Como relatado para o Tevatron, a contribuição para  $Q_0^2 = 2 \text{ GeV}^2$  deixa de ser nula no LHC, porém sendo não muito significativa. Como se pode ver em comparação ao Modelo KMR, a fotoprodução difrativa, em primeira análise, determina uma certa sensibilidade a este corte, podendo justificar este efeito devido a forma obtida para seção de choque diferencial, distinta daquela observada no Modelo KMR.

Por fim, uma análise final consiste em observar o resultado para a seção de choque diferencial em função da energia de centro-de-massa do processo. Desta maneira, foram atribuídos três valores para a massa do bóson de Higgs, ilustrados na Fig.4.15. A partir desta análise, pode-se observar um crescimento da seção de choque diferencial praticamente linear com a massa do bóson de Higgs, comportamento este gerado pelas dependências quártica e exponencial da seção de choque diferencial em relação a massa do bóson de Higgs. Para energias da ordem de  $E = 2 \text{ TeV}$  este comportamento é dominado pela dependência no fator em ordem quatro da massa do Higgs. Além disso, considerou-se diversas parametrizações a fim de analisar o crescimento da seção de choque diferencial com a energia. Logo, o comportamento em energia desta é crescente como aquele apresentado pelo Modelo KMR.

## 4.6 Conclusões

Este capítulo apresentou uma introdução aos processos difrativos, incluindo os aspectos fenomenológicos que os concernem. Além disso, foi introduzida a cinemática do DIS Difrativo, bem como as características do processo de espalhamento envolvendo fótons e prótons, inclusive evidenciando a participação do Pomeron como mediador desta interação.

Estendendo a discussão de fenômenos difrativos, a difração em colisões hadrônicas foi



**Fig. 4.15:** *Seção de choque diferencial  $d\sigma/dy_H$  para  $y_H = 0$  em função da energia de centro-de-massa. As curvas do gráfico a esquerda correspondem a diversos valores da massa do bóson de Higgs levando em conta a parametrização MRST2001. As curvas do gráfico a direita correspondem a diversas parametrizações para a distribuição de glúons levando em conta uma massa para o bóson de Higgs de  $M_H = 140$  GeV.*

apresentada, dando crédito às observações experimentais dos principais estados finais detectados em laboratório. A Difração Dupla, Difração Única e a Troca Dupla de Pomerons foram ilustradas a fim de proporcionar o entendimento dos processos hadrônicos em altas energias.

Focando no assunto desta dissertação, a terceira Seção deste capítulo dedicou-se a introduzir o modelo proposto Khoze, Martin e Ryskin para a produção difrativa do bóson de Higgs. As características fenomenológicas do processo foram levantadas, dando ênfase à interação pela Troca Dupla de Pomerons no canal  $t$ , responsável pela produção central do bóson de Higgs. Por fim, resultados obtidos através deste modelo foram apresentados demonstrando a difícil mas viável observação do bóson de Higgs em LHC.

Sendo o tópico central desta dissertação, a penúltima Seção deste capítulo apresentou a fotoprodução difrativa do bóson de Higgs, demonstrando a viabilidade analítica para a obtenção da amplitude de espalhamento do processo. Através desta, foi possível calcular a seção de choque diferencial para a produção central do bóson de Higgs, proporcionando o cálculo numérico da seção de choque diferencial para diversos aspectos fenomenológicos de interesse, bem como as previsões para a possível observação deste evento em LHC. Como resultado, pode-se observar uma seção de choque diferencial aproximadamente cinco vezes maior que àquela obtida através do Modelo KMR no intervalo de massa onde se espera observar o bóson de Higgs. Além disso, a partir de uma massa  $M_H \approx 95$  GeV a seção de choque diferencial da fotoprodução difrativa apresenta-se substancialmente maior à do Modelo KMR, o que demonstra sua importância no caso do processo exclusivo.



# Conclusão

Sendo a última partícula ainda não detectada do Modelo Padrão, o bóson de Higgs ainda proporciona um campo vastíssimo para a fenomenologia de partículas, inclusive no que diz respeito às propostas para a sua detecção. Ocorrendo de fato esta detecção, a validade do Mecanismo de Higgs é confirmada, possibilitando um melhor entendimento do Modelo Padrão.

No primeiro capítulo introduziu-se a descrição da Interação Fraca segundo a Teoria de Campos, pela qual se pode prever a existência do bóson de Higgs, partícula fundamental do Campo de Higgs, responsável pela geração da massa das partículas da teoria. A unificação das teorias Eletromagnética e das Interações Fracas obteve grande sucesso na descrição dos processos, principalmente a existência dos bósons W e Z, observados posteriormente.

Com isso, dentre as propostas elaboradas para a observação do Higgs, uma das mais promissoras está ligada ao processo difrativo, pois fornece um estado final com a presença de lacunas de rapidez para a observação do Higgs, aspecto relevante devido à energia necessária para esta detecção. A variável cinemática privilegiada pelo processo difrativo é a rapidez, pela qual se observam lacunas de rapidez no estado final. Fatores ligados às interações secundárias proporcionam uma problemática para a análise do estado final do processo, pois estas interações populam as lacunas de rapidez, dificultando sua análise. Uma das propostas possibilita a produção central do bóson de Higgs através da Troca Dupla de Pomerons em colisões  $pp$ , pela qual as lacunas de rapidez existem entre os prótons e o Higgs. Uma evidência desta proposta determina um aumento por um fator de  $\sim 30$  da seção de choque diferencial do processo quando se tratam os fatores de forma de Sudakov em precisão LLA, o que demonstra a sua importância. Neste ponto, é fundamental levar em conta as interações secundárias que podem popular a lacuna de rapidez. Estimando a sobrevivência desta lacuna, somente 3% (5%) da seção de choque é relevante para a predição do processo em LHC (Tevatron). Entretanto, na maioria das propostas, as seções de choque para a produção do bóson de Higgs não superam algumas dezenas de femtobarns, o que, experimentalmente, dificulta enormemente a observação desta partícula. Frente a esta estimativa, quando o LHC atingir sua luminosidade total, somente alguns poucos eventos poderão ser observados com sucesso.

O estudo de novos meios de produção do bóson de Higgs, como a produção pela interação  $\gamma p$ , pode ser estudada a fim de proporcionar uma maior seção de choque para o processo. Esta nova proposta, apresentada nesta dissertação, segue os moldes do Modelo KMR, onde a Troca Dupla de Pomerons proporciona a produção central do bóson de Higgs. Entretanto, para este tipo de interação envolvendo fótons, é necessário levar em conta a flutuação do fóton em um par quark-antiquark, permitindo a interação por glúons com o próton. Este tipo de subprocesso partônico pode ser efetuado por meio de colisões periferais, onde os

fótons do campo eletromagnético do íon em colisão podem interagir com o outro próton ou com o campo de fótons do segundo próton. Nos processos em alta energia, as energias alcançadas pelos fótons podem proporcionar a flutuação, interagindo fortemente um com o outro.

Analiticamente, este trabalho efetuou o cálculo da seção de choque diferencial da interação  $\gamma p$  através da troca de Pomerons, sendo substancialmente mais complicado do que aquele relacionado ao processo  $pp$ , devido a inclusão da flutuação do fóton em um dipolo de cor. Neste sentido, as aproximações ligadas ao regime de alta energia são fundamentais para se obter um resultado final tratável. Logo, a análise paralela envolvendo o Espalhamento Compton Profundamente Virtual auxilia nos aspectos fenomenológicos estudados para a fotoprodução difrativa do bóson de Higgs. Como resultado, a seção de choque diferencial para este processo fornece um valor superior, sendo maior por um fator de cinco do que aquele previsto pelo modelo anterior, proporcionando um número de eventos significativos para a detecção do bóson de Higgs. Abaixo do ponto de intersecção das seções de choque diferenciais em relação a massa, a fotoprodução difrativa apresenta um resultado significativamente menor em comparação ao Modelo KMR, porém sendo desconsiderada esta observação, pois não se espera observar o bóson de Higgs neste intervalo de massa. A análise dos cortes na integral do momentum do glúon evitam problemas com as divergências em infravermelho, além do que se pode notar que as contribuições no Tevatron somente são computadas até  $Q_0^2 = 2 \text{ GeV}^2$ , e pouco mais além deste valor no LHC. Ao contrário do que ocorre nas colisões  $pp$ , a seção de choque diferencial é sensível frente aos cortes da integral em  $Q^2$ . Isso reinvidica uma análise mais profunda da interação do fóton pela troca de um Pomeron, o que talvez possa ser facilitado considerando a interação do fóton com momentum transferido não-nulo, utilizando um fator de impacto para o fóton com  $t \neq 0$ . Outro aspecto relevante, e que corrobora para esta conclusão, é o rápido crescimento da seção de choque diferencial com a energia de centro-de-massa, o que não ocorre tão drasticamente nas colisões  $pp$ .

Da mesma forma levantada para as colisões próton-próton, o tratamento do processo de forma inclusiva pode incrementar o valor da seção de choque diferencial neste regime cinemático. Esta hipótese somente se torna possível no caso da interação fóton-próton em colisões periferais. Considerando a interação  $\gamma\gamma$ , a ausência de um hádron pode proporcionar um decréscimo significativo da seção de choque diferencial, pois a falta de uma distribuição de glúons na seção de choque diferencial pode acarretar em uma substancial redução da mesma, principalmente no regime de muito pequeno  $x$ . Por outro lado, o uso da integração do momentum do glúon sem levar em conta a distribuição de glúons é desconhecido, podendo incrementar ou suprimir a seção de choque diferencial do processo, cabendo uma análise minuciosa a fim de verificar o seu papel na fotoprodução difrativa.

Portanto, pelos resultados obtidos nesta dissertação, a análise da fotoprodução difrativa se torna importante, principalmente os processos relacionados com o processo exclusivo analisado aqui. A introdução de um fator de impacto para  $t \neq 0$ , o tratamento inclusivo do processo e o estudo das interações  $\gamma\gamma$  neste regime podem proporcionar um melhor entendimento da Natureza desta interação pela troca de Pomerons, bem como explorar a produção do bóson de Higgs por meio de processos difrativos.

## Apêndice A

# Cromodinâmica Quântica

A evidência do efeito de escalamento nas funções de estrutura observadas por Bjorken e também observadas experimentalmente, sugeriu a existência de uma estrutura mais complexa no interior do hádrons. Com os avanços da Teoria de Campos, esta estrutura desconhecida, governada pela Interação Forte, pode ser construída teoricamente fornecendo a chamada Cromodinâmica Quântica. Nesta teoria, a estrutura das partículas foi entendida como sendo formada por partículas elementares, chamadas quarks, os quais interagem uma com a outra através de um campo de interação, semelhante ao caso da QED para com o fóton, sendo esta interação mediada por partículas chamadas glúons. As Teorias de Gauge, como a QCD, são descritas através da invariância sob propriedades de simetrias, as quais são relacionadas por grupos de simetrias. No caso da QCD, o grupo em questão é o grupo  $SU(3)$ , introduzindo um novo número quântico chamado cor, sendo neste grupo três cores: vermelho, verde e azul. Logo, quarks e glúons possuem carga de cor, grandeza esta responsável por sua interação mútua e excluindo as demais partículas as quais não a possuem, como os léptons. Fisicamente, as partículas observáveis, como próton e o nêutron, os quais são constituídos de quarks e glúons, não possuem carga de cor. Entretanto, neste caso as cores formam um conjunto pelo qual se “compensam”, formando uma partículas sem carga de cor, pelo qual se faz observável fisicamente. Este fenômeno que introduz a idéia de confinamento de quarks e glúons no interior das partículas, pois nenhuma partículas que carregue carga de cor pode ser observada livremente.

Matematicamente, como os quarks são férmions, sua dinâmica deve ser descrita pela Equação de Dirac, sendo caracterizados através de espinores  $q_a$ , onde o índice  $a$  identifica a cor da partícula em questão. Os glúons são campos vetoriais, identificados como mediadores da interação forte, sendo estes representados pelas matrizes  $t^A$  geradoras do grupo de simetrias sob o qual a QCD está baseada. Sendo o grupo  $SU(3)$  utilizado nesta descrição, surgem 8 matrizes geradoras, identificadas pelo índice  $A$ .

O Lagrangiano que descreve a Cromodinâmica Quântica é dado por

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \mathcal{L}_{\text{clássico}} + \mathcal{L}_{\text{fix}} + \mathcal{L}_{\text{ghost}} \quad (\text{A.0.1})$$

É interessante analisar o Lagrangiano da QCD observando individualmente cada Lagrangiano que o compõe. O Lagrangiano clássico corresponde à dinâmica dos quarks e sua interação através do campo vetorial

$$\mathcal{L}_{\text{clássico}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^A F_A^{\mu\nu} + \sum_{\text{sabores}} \bar{q}_a (i\gamma^\mu D_\mu - m)_{ab} q_b \quad (\text{A.0.2})$$

onde  $(D_\mu)_{ab}$  é a chamada derivada covariante, sendo definida por

$$(D_\mu)_{ab} = \partial_\mu \delta_{ab} + ig_s(t^A A_\mu^A)_{ab} \quad (\text{A.0.3})$$

A quantidade  $F_{\alpha\beta}^A$  é o tensor de campo que descreve o campo de glúons

$$F_{\mu\nu}^A = \partial_\mu A_\nu^A - \partial_\nu A_\mu^A - g_s f^{ABC} A_\mu^B A_\nu^C. \quad (\text{A.0.4})$$

As grandezas  $f^{ABC}$  são chamadas de constantes de estrutura da QCD, e definidas por

$$[t^A, t^B] = if^{ABC} t^C \quad (\text{A.0.5})$$

O termo do tensor de campo da QCD, ausente na QED, é o termo  $g_s f^{ABC} A_\mu^B A_\nu^C$ . Na expansão perturbativa é através do termo  $F_{\mu\nu}^A F_A^{\mu\nu}$  do Lagrangiano que são gerados os vértices de três e quatro glúons, expressos a seguir. Algumas propriedades das matrizes geradoras, ou matrizes de cor, são importantes

$$\text{Tr}[t^A t^B] = \frac{\delta^{AB}}{2} \quad (\text{A.0.6})$$

$$\sum_A t_{ab}^A t_{bc}^A = \left( \frac{N_c^2 - 1}{2N_c} \right) \delta_{ab} \quad (\text{A.0.7})$$

Além das matrizes de cor, devem ser introduzidas as matrizes da representação conjugada do grupo SU(3),  $T^A$ , descritas por

$$(T^A)_{BC} = -if^{ABC} \quad (\text{A.0.8})$$

$$[T^A, T^B] = if^{ABC} T^C \quad (\text{A.0.9})$$

$$\text{Tr}[T^A T^B] = \sum_{C,D} f^{ACD} f^{BCD} = N_c \delta^{AB} \quad (\text{A.0.10})$$

A QCD é uma teoria de gauge local, ou seja, é invariante sob transformações de simetria

$$q_a(x) \rightarrow q'_a(x) = [e^{it^A \theta^A(x)}]_{ab} q_b(x) = U(x) q_b(x) \quad (\text{A.0.11})$$

onde a quantidade  $\theta^A(x)$  corresponde ao parâmetro do grupo de simetria SU(3) e sua dependência em relação a  $x$  revela a natureza da invariância de gauge local. Simultaneamente, o campo vetorial deve também satisfazer esta transformação

$$D'_\mu q'(x) = (\partial_\mu + ig_s t^A A'_\mu^A) U(x) q(x) = U(x) D_\mu q(x) \quad (\text{A.0.12})$$

tal que o produto  $t^A A'_\mu^A$  deve satisfazer a relação

$$t^A A'_\mu^A = U(x) t^A A_\mu^A U^{-1}(x) + \frac{i}{g_s} [\partial_\mu U(x)] U^{-1}(x) \quad (\text{A.0.13})$$

Logo, o tensor de campo obedece a lei de transformação

$$t^A F'_{\mu\nu}{}^A = U(x) t^A F_{\mu\nu}^A U^{-1}(x) \quad (\text{A.0.14})$$

A existência do termo  $g_s f^{ABC} A_\mu^B A_\nu^C$  define a interação mútua entre os glúons, inexistente na QED, e possui um papel importante para manter a invariância de gauge do produto

$$\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^A F_A^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{Tr}[(t^A F_{\mu\nu})(t^A F_A^{\mu\nu})] \quad (\text{A.0.15})$$

A importância da propriedade de invariância de gauge é a possibilidade de utilizar o gauge que desejar, pois a amplitude para os processos deve ser independente da escolha do gauge.

O segundo termo do Lagrangiano da QCD corresponde à fixação do gauge que se deseja utilizar. Sem este termo, seria impossível obter o propagador da interação por glúons devido a arbitrariedade do campo de glúons  $A_\mu$ . Com isso, uma maneira de fixar um gauge covariante é considerar o Lagrangiano de fixação no gauge de Lorentz  $\partial_\mu A^\mu = 0$

$$\mathcal{L}_{\text{fix}} = -\frac{1}{2\lambda} (\partial_\mu A^\mu)^2 \quad (\text{A.0.16})$$

onde  $\lambda$  é o parâmetro de gauge. Com este termo, se torna possível a obtenção do propagador dos glúons, tendo a forma

$$iD^{\mu\nu} = -\frac{i}{k^2} \left[ g^{\mu\nu} + (\lambda - 1) \frac{k^\mu k^\nu}{k^2} \right] \quad (\text{A.0.17})$$

onde  $k^\mu$  corresponde ao quadrimomentum da partícula. Quando  $\lambda = 1$  o gauge é chamado de gauge de Feynman.

Outra possibilidade de fixação de gauge é utilizar os gauges axiais. Neste caso, o Lagrangiano de fixação de gauge é expresso por

$$\mathcal{L}_{\text{fix}} = -\frac{1}{2\lambda} (n^\mu A_\mu^A)^2 \quad (\text{A.0.18})$$

o qual depende do quadri vetor  $n^\mu$ , de forma que o gauge é não-covariante. Neste gauge, o propagador é dada por

$$iD_{AB,\mu\nu}(p) = \delta_{AB} \frac{i}{p^2} \left[ -g_{\mu\nu} + \frac{n_\mu p_\nu + n_\nu p_\mu}{n \cdot p} - \frac{(n^2 + \lambda p^2) p_\mu p_\nu}{(n \cdot p)^2} \right] \quad (\text{A.0.19})$$

Como se vê, a forma deste propagador é severamente mais complicada que a forma obtida através de gauges covariantes. Entretanto, a vantagem do gauge axial é que neste gauge os campos fantasmas não estão presentes. Assumindo  $n^2 = 0$  e  $\lambda = 0$ , denotado como gauge no cone de luz, o propagador simplifica-se na forma

$$iD_{AB,\mu\nu}(p) = \delta_{AB} \frac{i}{p^2} d_{\mu\nu}(p, n) \quad (\text{A.0.20})$$

onde

$$d_{\mu\nu}(p, n) = -g_{\mu\nu} + \frac{n_\mu p_\nu + n_\nu p_\mu}{n \cdot p}. \quad (\text{A.0.21})$$

A QCD é uma teoria de gauge não-Abeliana, ou seja, os geradores do grupo não comutam entre si, como expressa a Eq.(A.0.5). Para teorias com esta propriedade surgem problemas matemáticos, sendo necessário a introdução de campos fantasmas, ou campos de Fadeev-Popov, obtidos com o uso do formalismo de integrais de caminho. No caso de gauges covariantes, este campo é expresso por

$$\mathcal{L}_{\text{ghost}} = \partial_\mu \eta^{A\dagger} (D_{AB}^\mu \eta^B) \quad (\text{A.0.22})$$

onde

$$(D_\mu)_{AB} = \partial_\mu \delta_{AB} + ig_s (t^C A_\mu^C)_{AB} \quad (\text{A.0.23})$$

O campo  $\eta^A$  é um campo escalar complexo, não correspondendo a uma partícula real, estando presente somente nas linhas internas dos diagramas. Esta adição não é necessária na QED pois suas constantes de estrutura são efetivamente nulas, de forma que os campos fantasmas não acoplam com partículas reais. Fisicamente, a adição dos campos fantasmas corresponde a cancelar graus de liberdade não-físicos que estariam presentes nos gauges covariantes.

Através da formulação matemática da QCD e da QED, é possível obter as chamadas Regras de Feynman, um conjunto de expressões obtidas através da Teoria de Campos a fim de simplificar o cálculo de diagramas que representam a amplitude de espalhamento de processos físicos. Este conjunto de regras pode ser enumerado da seguinte maneira:

- i. Cada vértice introduz um fator o qual depende das partículas envolvidas, como mostra a Fig.A.1;
- ii. Em cada vértice a conservação de energia e momentum é necessária;
- iii. Em cada diagrama, devem ser incluídos à amplitude termos relacionados às partículas nos estados inicial e final:

$$\text{Inicial} \left\{ \begin{array}{ll} \text{Quark:} & u^a(p) \\ \text{Antiquark:} & \bar{v}^a(p) \\ \text{Glúon:} & \epsilon_\mu(p) a^\alpha \\ \text{Fóton:} & \epsilon_\mu(k) \end{array} \right. \quad (\text{A.0.24})$$

$$\text{Final} \left\{ \begin{array}{ll} \text{Quark:} & \bar{u}^a(p) \\ \text{Antiquark:} & v^a(p) \\ \text{Glúon:} & \epsilon_\mu^*(p) a^{\alpha*} \\ \text{Fóton:} & \epsilon_\mu^*(k) \end{array} \right. \quad (\text{A.0.25})$$

- iv. Para as linhas internas inclui-se o propagador da partícula em questão, ilustrados na Fig.A.1;



# Referências

- [1] DRELL, S. D.; BJORKEN, J. D. *Relativistic quantum fields*. New York: McGraw-Hill, 1965.
- [2] LEITE LOPES, J. Notas de física. Weak interaction physics: from its origin to the electroweak model. Disponível em: [http://www-lib.kek.jp/cgi-bin/img\\_index?200032345](http://www-lib.kek.jp/cgi-bin/img_index?200032345). Acesso em: 16 mar. 2007.
- [3] MÜLLER, B.; GREINER, W. *Gauge theory of weak interactions*. 3. ed. Berlin: Springer-Verlag, 2000.
- [4] LEE, T. D.; YANG, C. N. Question of parity conservation in weak interactions. *Phys. Rev.*, New York, v. 104, n. 1, p. 254-258, Oct. 1956.
- [5] WU, C. S. et al. Experimental test of parity conservation in beta decay. *Phys. Rev.*, New York, v. 105, n. 4, p. 1413-1414, Feb. 1957.
- [6] HARDY, J. C.; TOWNER, I. S. Superaligned  $0^+ \rightarrow 0^+$  nuclear beta decays and Cabibbo universality. *Nucl. Phys. A*, Amsterdam, v. 254, n. 2, p. 221-240, Dec. 1975.
- [7] DANBY, G. et al. Observation of high-energy neutrino reactions and the existence of two kinds of neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 9, n. 1, p. 36-44, July 1962.
- [8] DONUT COLLABORATION (KODAMA, K. et al.). Observation of tau neutrino interactions. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 504, n. 3, p. 218-224, Apr. 2001.
- [9] PARTICLE DATA GROUP (YAO, W.-M. et al.). Review of particle physics. *J. Phys. G*, Bristol, v. 33, n. 1, p. 1-1232, July 2006.
- [10] NISHIJIMA, K. On the theory of leptons. *Nuovo Cimento*, Bologna, v. 5, n. 5, p. 1349-1354, May 1957.
- [11] SCHWINGER, J. S. A theory of the fundamental interactions. *Ann. Phys.*, New York, v. 2, n. 5, p. 407-434, Nov. 1957.
- [12] AHRENS, L. A. et al. Determination of electroweak parameters from the elastic scattering of muon neutrinos and antineutrinos on electrons. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 41, n. 11, p. 3297-3316, June 1990.



- [13] KIM, T. E. et al. A theoretical and experimental review of the weak neutral current: a determination of its structure and limits on deviations from the minimal  $SU(2)_L \times U(1)$  electroweak theory. *Rev. Mod. Phys.*, Woodbury, v. 53, n. 2, p. 211-252, Apr. 1981.
- [14] GOLDSTONE, J. Field theories with superconductor solutions. *Nuovo Cimento*, Bologna, v. 19, n. 1, p. 154-164, June 1961.
- [15] HIGGS, P. W. Broken symmetries, massless particles and gauge fields. *Phys. Lett.*, Amsterdam, v. 12, n. 2, p. 132-133, Sept. 1964.
- [16] HIGGS, P. W. Spontaneous symmetry breakdown without massless bosons. *Phys. Rev.*, New York, v. 145, n. 4, p. 1156-1163, May 1966.
- [17] GURALNIK, G. S.; HAGEN, C. R.; KIBBLE, T. W. Global conservation laws and massless particles. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 13, n. 20, p. 585-587, Nov. 1965.
- [18] KIBBLE, T. W. Symmetry breaking in non-abelian gauge theories. *Phys. Rev.*, New York, v. 155, n. 5, p. 1554-1561, Mar. 1967.
- [19] GEORGI H.; GLASHOW, L. S. Unified weak and electromagnetic interactions without neutral currents. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 28, n. 22, p. 1494-1497, May 1972.
- [20] MUSSET, P.; VIALLE, J. P. Neutrino physics with Gargamelle. *Phys. Rep.*, Amsterdam, v. 39, n. 1, p. 1-130, Mar. 1978.
- [21] WEINBERG, S. A model of leptons. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 19, n. 21, p. 1264-1266, Nov. 1967.
- [22] SALAM, A.; WARD, J. C. Electromagnetic and weak interactions. *Phys. Lett.*, Amsterdam, v. 13, n. 2, p. 168-171, Nov. 1964.
- [23] LEITE LOPES, J. *Gauge field theories: an introduction*. Oxford: Pergamon Press, 1983.
- [24] RUBBIA, C. Experimental observation of the intermediate vector bosons  $W^+$ ,  $W^-$ , and  $Z^0$ . *Rev. Mod. Phys.*, Woodbury, v. 57, n. 3, p. 699-722, July 1985.
- [25] UA1 COLLABORATION (ARNISON, G. et al.). Experimental observation of isolated large transverse energy electrons with associated missing energy at  $\sqrt{s} = 540 - GeV$ . *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 122, n. 1, p. 103-116, Feb. 1983.
- [26] LEP WORKING GROUP FOR HIGGS BOSON SEARCHES (BARATE, R. et al.). Search for the standard model Higgs boson at LEP. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 565, n. 1, p. 61-75, July 2003.
- [27] ELLIS, R. K.; STIRLING, W. J.; WEBBER, B. R. *QCD and collider physics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1996.

- [28] HAHN, T. et al. SM and MSSM Higgs boson production cross sections at the Tevatron and the LHC. Disponível em: <http://br.arxiv.org/abs/hep-ph/0607308>. Acesso em: 16 mar. 2007.
- [29] GEORGI, H. et al. Higgs bosons from two-gluon annihilation in proton-proton collisions. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 40, n. 11, p. 692-694, Mar. 1978.
- [30] HARLANDER, R.; KILGORE, W. Next-to-next-to-leading order Higgs production at hadron colliders. *Phys. Rev. Lett.*, Melville, v. 88, n. 20, 201801, 4p., May 2002.
- [31] RAVINDRAN, V.; SMITH, J.; VAN NEERVEN, W. NNLO corrections to the total cross section for Higgs boson production in hadron-hadron collisions. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 665, n. 1, p. 325-366, Aug. 2003.
- [32] ANASTASIOU, C.; MELNIKOV, K. Higgs boson production at hadron colliders in NNLO QCD. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 646, n. 1/2, p. 220-256, Dec. 2002.
- [33] GRAUDENZ, D.; SPIRA, M.; ZERWAS, P. M. QCD corrections to Higgs-boson production at proton-proton colliders. *Phys. Rev. Lett.*, Woodbury, v. 70, n. 10, p. 1372-1375, Mar. 1993.
- [34] SPIRA, M. et al. Higgs boson production at the LHC. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 453, n. 1/2, p. 17-82, Oct. 1995.
- [35] DJOUADI, A.; SPIRA, M.; ZERWAS, P. M. Production of Higgs bosons in proton colliders: QCD corrections. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 264, n. 3/4, p. 440-446, Aug. 1991.
- [36] CAHN, R. N.; DAWSON, S. Production of very massive Higgs bosons. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 136, n. 3, p. 196-200, Mar. 1984.
- [37] BREIN, O.; DJOUADI, A.; HARLANDER, R. NNLO QCD corrections to the Higgs-strahlung processes at hadron colliders. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 579, n. 1/2, p. 149-156, Jan. 2004.
- [38] CICCOLINI, M.; DITTMAIER, S.; KRAMER, M. Electroweak radiative corrections to associated WH and ZH production at hadron colliders. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 68, n. 7, 073003 17p., Oct. 2003.
- [39] KUNSZT, Z. Associated production of heavy Higgs boson with top quarks. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 247, n. 2, p. 339-359, Dec. 1984.
- [40] BEENAKKER, W. et al. Higgs radiation off top quarks at the Tevatron and the LHC. *Phys. Rev. Lett.*, Melville, v. 87, n. 20, 201805 4p., Oct. 2001.
- [41] DICUS, D. A.; WILLENBROCK, S. Higgs boson production from heavy quark fusion. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 39, n. 3, p. 751-757, Feb. 1989.

- [42] HARLANDER, R.; KILGORE, W. Higgs boson production in bottom quark fusion at next-to-next-to-leading order. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 68, n. 1, 013001 14p., July 2003.
- [43] ZHENG, H.; WU, D. First-order QCD corrections to the decay of the Higgs boson into two photons. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 42, n. 11, p. 3760-3763, Dec. 1990.
- [44] DJOUADI, A. et al. QCD corrections to  $\gamma\gamma$  decays of Higgs particles in the intermediate mass range. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 257, n. 1/2, p. 187-190, Mar. 1991.
- [45] CARENA, M.; HABER, H. E. Higgs boson theory and phenomenology. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, Oxford, v. 50, n. 1, p. 63-152, Jan. 2003.
- [46] HALZEN, F.; MARTIN, A. D. *Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics*. New York: John Wiley, 1984.
- [47] BJORKEN, J. D. Asymptotic sum rules at infinite-momentum. *Phys. Rev.*, New York, v. 179, n. 5, p. 1547-1553, Mar. 1969.
- [48] SLAC-MIT COLLABORATION (MILLER, G. et al.). Inelastic electron-proton scattering at large momentum transfers and the inelastic structure functions of the proton. *Phys. Rev. D*, New York, v. 5, n. 3, p. 528-544, Feb. 1972.
- [49] CALLAN, C. G.; GROSS, D. J. High-energy electroproduction and the constitution of the electric current. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 22, n. 4, p. 156-159, Jan. 1969.
- [50] GELL-MANN, M. A schematic model of baryons and mesons. *Phys. Lett.*, Amsterdam, v. 8, n. 3, p. 214-215, Feb. 1964.
- [51] ROBERTS, R. G. *The structure of the proton*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- [52] DOKSHITZER, Y. L. Calculation of the structure functions for deep inelastic scattering and  $e^+e^-$  annihilation by perturbation theory in quantum chromodynamics. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 46, n. 4, p. 641-653, Oct. 1977.
- [53] GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N. Deep inelastic  $ep$  scattering in perturbation theory. *Sov. J. Nucl. Phys.*, New York, v. 15, n. 6, p. 675-684, Dec. 1972.
- [54] ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic freedom in parton language. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 126, n. 2, p. 298-318, Aug. 1977.
- [55] H1 COLLABORATION (AID, S. et al.). A measurement and QCD analysis of the proton structure function  $F_2(x, Q^2)$  at HERA. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 470, n. 1/2, p. 3-38, June 1996.
- [56] MARTIN, A. D. et al. Parton distributions: a new global analysis. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 4, n. 3, p. 463-496, July 1998.

- [57] MARTIN, A. D. et al. Parton distributions and the LHC: W and Z production. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 14, n. 1, p. 133-145, May 2000.
- [58] MARTIN, A. D. et al. MRST2001: partons and  $\alpha_s$  from precise deep inelastic scattering and Tevatron jet data. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 23, n. 1, p. 73-87, Feb. 2002.
- [59] GLÜCK, M.; REYA, E.; VOGT, A. Dynamical parton distributions of the proton and small- $x$  physics. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 67, n. 3, p. 433-447, July 1995.
- [60] GLÜCK, M.; REYA, E.; VOGT, A. Dynamical parton distributions revisited. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 5, n. 3, p. 461-470, Sept. 1998.
- [61] GLÜCK, M.; REYA, E. Dynamical determination of parton and gluon distributions in quantum chromodynamics. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 130, n. 1, p. 76-92, Nov. 1977.
- [62] MARAGE, P. Hadronic structure, low- $x$  physics and diffraction. Disponível em: <http://br.arxiv.org/abs/hep-ph/9911426>. Acesso em: 16 mar. 2007.
- [63] AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. QCD evolution of the gluon density in a nucleus. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 493, n. 1/2, p. 305-353, May 1997.
- [64] AYALA, A. L.; GAY DUCATI, M. B.; LEVIN, E. M. Parton densities in a nucleon. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 511, n. 1/2, p. 355-395, Feb. 1998.
- [65] REGGE, T. Introduction to complex orbital momenta. *Nuovo Cimento*, Bologna, v. 14, n. 5, p. 951-976, Dec. 1959.
- [66] REGGE, T. Bound states, shadow states and Mandelstam representation. *Nuovo Cimento*, Bologna, v. 18, n. 5, p. 947-956, Dec. 1960.
- [67] LEVIN, E. Everything about reggeons. Part 1: reggeons in 'soft' interaction. Disponível em: <http://br.arxiv.org/abs/hep-ph/9710546>. Acesso em: 16 mar. 2007.
- [68] CHEW, G. F. P.; FRAUTSCHI, S. C. Principle of equivalence for all strongly interacting particles within the S-matrix framework. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 7, n. 10, p. 394-397, Nov. 1961.
- [69] CHEW, G. F. P.; FRAUTSCHI, S. C. Regge trajectories and the principle of maximum strength for strong interactions. *Phys. Rev. Lett.*, Melville, v. 8, n. 1, p. 41-44, Jan. 1962.
- [70] COLLINS, P. D. B. *An introduction to Regge theory and high-energy physics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1977.
- [71] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF P.V. Total cross sections. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 296, n. 1/2, p. 227-232, Dec. 1992.

- [72] COVOLAN, R. M. J.; MONTANHA J.; GOULIANOS, K. A new determination of the soft pomeron intercept. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 389, n. 1, p. 176-180, Dec. 1996.
- [73] CUDELL, J.-R.; KANG, K.; KIM, S. K. Bounds on the soft pomeron intercept. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 395, n. 3/4, p. 311-317, Mar. 1997.
- [74] FROISSART, M. Asymptotic behavior and subtractions in the Mandelstam representation. *Phys. Rev.*, New York, v. 123, n. 3, p. 1053-1057, Aug. 1961.
- [75] MARTIN, A. D. Unitarity and high-energy behavior of scattering amplitudes. *Phys. Rev.*, New York, v. 129, n. 3, p. 1432-1436, Feb. 1963.
- [76] BARONE, V.; PREDAZZI, E. *High-energy particle diffraction*. Berlin: Springer-Verlag, 2002.
- [77] KOPELIOVICH, B. Z.; POVH, B.; PREDAZZI, E. Unitarity effects in DIS. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 405, n. 3/4, p. 361-366, July 1997.
- [78] FOLDY, L. F.; PEIERLS, R. F. Isotopic spin of exchanged systems. *Phys. Rev.*, New York, v. 130, n. 4, p. 1585-1589, May 1963.
- [79] BALITSKY, Y. Y.; LIPATOV, L. N. The Pomeron singularity in quantum chromodynamics. *Sov. J. Nucl. Phys.*, New York, v. 28, n. 6, p. 822-829, Dec. 1978.
- [80] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. Multi-reggeon processes in the Yang-Mills theory. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 44, n. 3, p. 443-450, Sept. 1976.
- [81] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. The Pomeron singularity in non-abelian gauge theories. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 45, n. 2, p. 199-204, Feb. 1977.
- [82] LIPATOV, L. N. Reggeization of the vector meson and the vacuum singularity in non-abelian gauge theories. *Sov. Phys. Nucl. Phys.*, New York, v. 23, n. 3, p. 338-345, Mar. 1976.
- [83] LIPATOV, L. N. The bare pomeron in quantum chromodynamics. *Sov. Phys. JETP*, New York, v. 63, n. 5, p. 904-912, May 1986.
- [84] LANDSHOFF, P. V.; POLKINGHORNE, J. C. The dual quark-parton model and high-energy hadronic processes. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 32, n. 2, p. 541-556, Sept. 1971.
- [85] JAROSZKIEWICZ, L. L.; LANDSHOFF, P. V. Model for diffraction excitation. *Phys. Rev. D*, New York, v. 10, n. 1, p. 170-174, July 1974.
- [86] LEVIN, E. M.; FRANKFURT, L. L. The quark hypothesis and relations between cross-sections at high-energies. *JETP Lett.*, New York, v. 2, p. 65-70, June 1965.

- [87] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. Elastic scattering at large- $t$ . *Z. Phys. C*, Berlin, v. 2, n. 1, p. 55-62, Mar. 1979.
- [88] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. Elastic scattering and diffraction dissociation. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 244, n. 2, p. 322-336, Oct. 1984.
- [89] LANDSHOFF, P. V. Pomeron physics: an update. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, Amsterdam, v. 99A, n. 1/2, p. 311-322, Apr. 2001.
- [90] LOW, F. E. Model of the bare pomeron. *Phys. Rev. D*, New York, v. 12, n. 1, p. 163-173, July 1975.
- [91] NUSSINOV, S. Colored-quark version of some hadronic puzzles. *Phys. Rev. Lett.*, New York, v. 34, n. 20, p. 1286-1289, May 1975.
- [92] NUSSINOV, S. Perturbative recipe for quark-gluon theories and some of its applications. *Phys. Rev. D*, New York, v. 14, n. 1, p. 246-257, July 1976.
- [93] LANDSHOFF, P. V.; NACHTMANN, O. Vacuum structure and diffraction scattering. *Z. Phys. C*, Berlin, v. 35, n. 3, p. 405-416, July 1987.
- [94] GRIFFITHS, D. J. *Introduction to elementary particles*. New York: John Wiley, 1987.
- [95] FORSHAW, J. R.; ROSS, D. A. *Quantum chromodynamics and the pomeron*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [96] CUTKOSKY, R. E. Singularities and discontinuities of Feynman amplitudes. *J. Math. Phys.*, New York, v. 1, n. 5, p. 429-433, Sept./Oct. 1960.
- [97] CHENG, H.; LO, C. Y. High-energy amplitudes of Yang-Mills theory in the eighth-order. *Phys. Rev. D*, New York, v. 13, n. 4, p. 1131-1133, Feb. 1976.
- [98] LIPATOV, L. N. Pomeron in quantum chromodynamics. In: MUELLER, A. H. *Perturbative quantum chromodynamics*. Singapore: World Scientific, 1989. p. 411-489.
- [99] COLLINS, J. C. Sudakov form-factors. In: MUELLER, A. H. *Perturbative quantum chromodynamics*. Singapore: World Scientific, 1989. p. 573-614.
- [100] GAY DUCATI, M. B.; MACHADO, M. V. T. Truncated BFKL series in electron-proton collisions. Disponível em: <http://br.arxiv.org/abs/hep-ph/0104192>. Acesso em: 16 mar. 2007.
- [101] GAY DUCATI, M. B.; MACHADO, M. V. T. Truncated BFKL series and hadronic collisions. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 63, n. 9, 094018 8p., Apr. 2001.
- [102] COLLINS, J. C.; KWIECINSKI, J. Bare pomeron in perturbative QCD and small- $x$  behavior of gluon distributions. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 316, n. 2, p. 307-320, Apr. 1989.

- [103] FADIN, V. S.; FIORE, R.; KOTSKY, M. I. Gluon reggeization in QCD in the next-to-leading order. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 359, n. 1/2, p. 181-188, Oct. 1995.
- [104] FADIN, V. S.; FIORE, R.; KOTSKY, M. I. Gluon Regge trajectory in the two-loop approximation. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 387, n. 3, p. 593-602, Oct. 1996.
- [105] FADIN, V. S.; LIPATOV, L. N. Radiative corrections to QCD scattering amplitudes in a multi-Regge kinematics. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 406, n. 1/2, p. 259-292, June 1993.
- [106] FADIN, V. S.; LIPATOV, L. N. High-energy production of gluons in a quasimulti-Regge kinematics. *Sov. J. Nucl. Phys.*, New York, v. 50, n. 5, p. 712-736, Feb. 1989.
- [107] SALAM, G. P. An introduction to leading and next-to-leading BFKL. *Acta Phys. Polon. B*, Kracow, v. 30, n. 12, p. 3679-3705, Dec. 1999.
- [108] FADIN, V. S.; LIPATOV, L. N. BFKL pomeron in the next-to-leading approximation. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 429, n. 1/2, p. 127-134, June 1998.
- [109] GONÇALVES, V. P.; SAUTER, W. K. Double diffractive meson production and the BFKL pomeron at  $e^+e^-$  colliders. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 73, n. 7, 077502 4p., Apr. 2006.
- [110] BJORKEN, J. D. Rapidity gaps and jets as a new-physics signature in very-high-energy hadron-hadron collisions. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 47, n. 1, p. 101-113, Jan. 1993.
- [111] CHEHIME, H. et al. Deciphering 40-TeV rapidity gap physics with 2-TeV jet events. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 286, n. 3/4, p. 397-402, July 1992.
- [112] INGELMAN, G.; SCHLEIN, P. E. Jet structure in high-mass diffractive scattering. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 152, n. 3/4, p. 256-260, Mar. 1985.
- [113] GOTSMAN, E.; LEVIN, E.; MAOR, U. Large rapidity gaps in  $pp$  collisions. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 309, n. 1/2, p. 199-204, July 1993.
- [114] COX, B.; FORSHAW, J. R.; LÖNNBLAD, L. Hard color-singlet exchange at the Tevatron. *JHEP*, Trieste, v. 10, 023 20p., Oct. 1999.
- [115] CDF COLLABORATION (AFFOLDER, T. et al.). Diffractive dijets with a leading antiproton in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 1800$  GeV. *Phys. Rev. Lett.*, Melville, v. 84, n. 22, p. 5043-5048, May 2000.
- [116] CDF COLLABORATION (AFFOLDER, T. et al.). Dijet production by double-pomeron exchange at the Fermilab-Tevatron. *Phys. Rev. Lett.*, Melville, v. 85, n. 20, p. 4215-4220, Nov. 2000.

- [117] TOTEM COLLABORATION (Deile, M. et al.). Diffraction and total cross-section at the Tevatron and the LHC. Disponível em: <http://br.arxiv.org/abs/hep-ex/0602021>. Acesso em: 16 mar. 2007.
- [118] KNIEHL, B. A. Higgs phenomenology at one-loop in the standard model. *Phys. Rep.*, Amsterdam, v. 240, n. 4, p. 211-300, May 1994.
- [119] FORSHAW, J. R. Diffractive Higgs production: theory. Disponível em: <http://br.arxiv.org/abs/hep-ph/0508274>. Acesso em: 16 mar. 2007.
- [120] KHOZE, V. A.; MARTIN, A. D.; RYSKIN, M. G. Prospects for new physics observations in diffractive processes at the LHC and Tevatron. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 23, n. 2, p. 311-327, June 2002.
- [121] BIALAS, A.; LANDSHOFF, P. V. Higgs production in  $pp$  collisions by double-pomeron exchange. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 254, n. 3/4, p. 540-546, Mar. 1991.
- [122] KHOZE, V. A.; MARTIN, A. D.; RYSKIN, M. G. Physics with tagged forward protons at the LHC. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 24, n. 4, p. 581-587, Aug. 2002.
- [123] KHOZE, V. A.; MARTIN, A. D.; RYSKIN, M. G. Double-diffractive processes in high-resolution missing-mass experiments at the Tevatron. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 19, n. 3, p. 477-483, Mar. 2001.
- [124] KHOZE, V. A.; MARTIN, A. D.; RYSKIN, M. G. Can the Higgs be seen in rapidity gap events at the Tevatron or the LHC?. *Eur. Phys. J. C*, Berlin, v. 14, n. 3, p. 525-534, June 2000.
- [125] KHOZE, V. A.; MARTIN, A. D.; RYSKIN, M. G. The rapidity gap Higgs signal at LHC. *Phys. Lett. B*, Amsterdam, v. 401, n. 3/4, p. 330-336, May 1997.
- [126] FRANKFURT, L.; FREUND, A.; STRIKMAN, M. Diffractive exclusive photon production in DIS at DESY-HERA. *Phys. Rev. D*, Woodbury, v. 58, n. 11, 114001 11p., Oct. 1998.
- [127] BALITSKY, I. I.; KUCHINA, E. Deeply virtual Compton scattering at small- $x$ . *Phys. Rev. D*, Melville, v. 62, n. 7, 074004 14p., Aug. 2000.
- [128] BERTULANI, C. A. Peripheral collisions of relativistic heavy ions. *Heavy Ion Phys.*, Budapest, v. 14, n. 1/4, p. 51-61, Sept. 2001.
- [129] MUELLER, A. H. Soft gluons in the infinite-momentum wave function and the BFKL pomeron. *Nucl. Phys. B*, Amsterdam, v. 415, n. 2, p. 373-385, Mar. 1994.
- [130] FORSHAW, J. R.; EVANSON, N. G. Diffractive photon production in  $\gamma p$  and  $\gamma\gamma$  interactions. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 60, n. 3, 034016 13p., July 1999.
- [131] GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low- $Q^2$  and its implications on diffraction. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 59, n. 1, 014017 10p., Nov. 1998.



- [132] GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation in diffractive deep inelastic scattering. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 60, n. 11, 114023 15p., Nov. 1999.
- [133] FADIN, V. S.; IVANOV, D. Yu.; KOTSKY, M. I. Photon-reggeon interaction vertices in the NLA. *Phys. Atom. Nucl.*, Moscow, v. 65, n. 8, p. 1513-1527, Aug. 2002.
- [134] BARTELS, J. et al. NLO corrections to the photon impact factor: combining real and virtual corrections. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 66, n. 9, 094017 22p., Nov. 2002.
- [135] BARTELS, J.; GIESEKE, S.; KYRIELEIS, A. The process  $\gamma_L^* + q \rightarrow (q\bar{q}g) + q$ : real corrections to the virtual photon impact factor. *Phys. Rev. D*, Melville, v. 65, n. 1, 014006 10p., Nov. 2002.
- [136] VERMASEREN, J. A. M. New features of FORM. Disponível em: <http://br.arxiv.org/abs/math-ph/0010025>. Acesso em: 16 mar. 2007.
- [137] SHUVAEV, A. G. et al. Off-diagonal distributions fixed by diagonal partons at small- $x$  and  $-\xi$ . *Phys. Rev. D*, Melville, v. 60, n. 1, 014015 6p., June 1999.