

# Efeitos de QCD não-perturbativa no espalhamento inelástico profundo

Alexander L. dos Santos  
Orientador: Emerson G.S. Luna

*Instituto de Física e Matemática*  
*Curso de Pós-Graduação em Física*

- QCD perturbativa e não-perturbativa
- Espalhamento inelástico profundo
  - Modelo de pártons;
  - Função de estrutura;
- DGLAP
  - DAS generalizado;
  - Resultados canônico e analítico;
- Massa dinâmica de glúons
  - Solução de Cornwall;
  - Ansatz 1;
  - Ansatz 2;
  - Resultados;
- Conclusões.

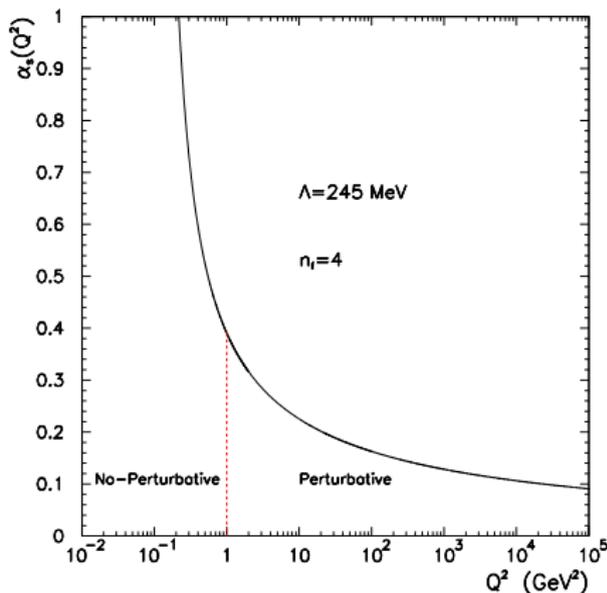
### QCD

A Cromodinâmica Quântica (*Quantum Chromodynamics*, QCD) é a teoria para o estudo das interações fortes. Ela pode ser dividida em duas partes.

- QCD Perturbativa
- QCD não-Perturbativa

## QCD perturbativa e não-perturbativa

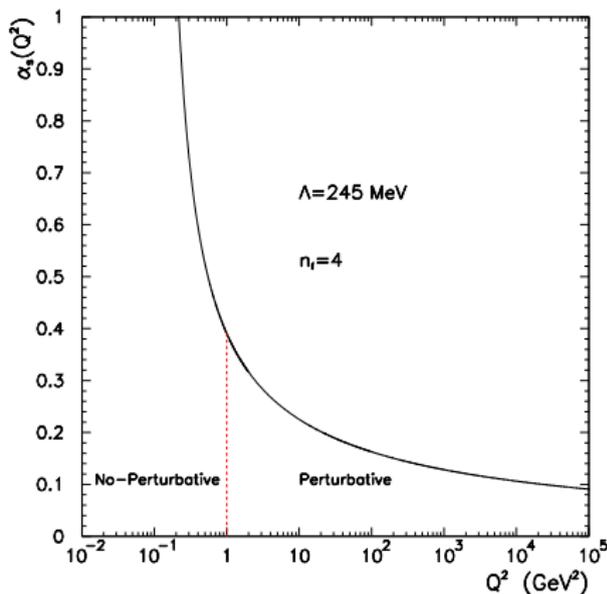
- A região perturbativa da QCD permite o uso de métodos perturbativos nos estudos dos processos.



**Figure:** Separação entre a região perturbativa e a não-perturbativa da QCD para o acoplamento forte.

## QCD perturbativa e não-perturbativa

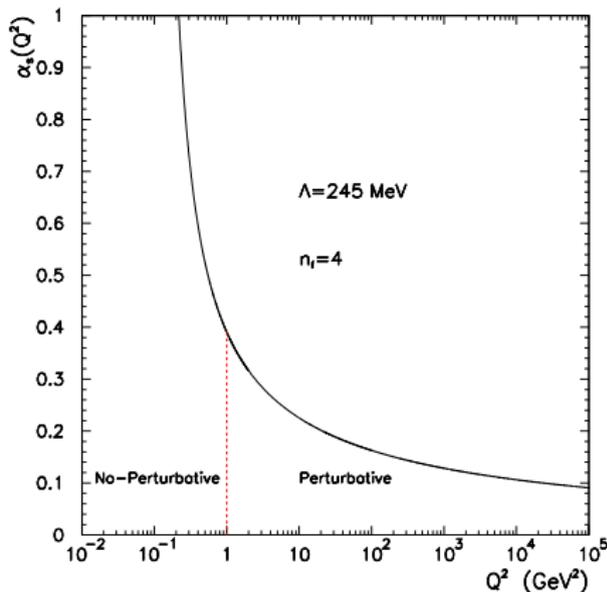
- A região perturbativa da QCD permite o uso de métodos perturbativos nos estudos dos processos.
- A região não perturbativa da QCD, que será o alvo deste trabalho, possui alguns métodos para descrição dos processos, dentre eles destacamos dois:
  - QCD na rede;
  - Equações de Schwinger-Dyson.



**Figure:** Separação entre a região perturbativa e a não-perturbativa da QCD para o acoplamento forte.

## QCD perturbativa e não-perturbativa

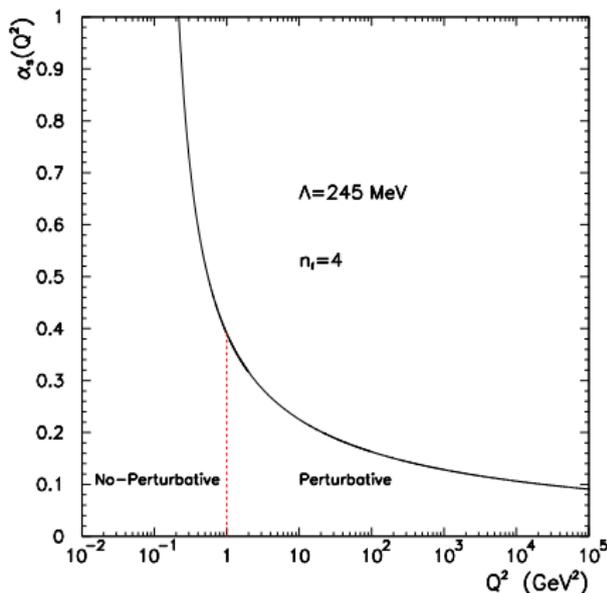
- Na região perturbativa temos a propriedade de liberdade assintótica, onde a interação entre os constituintes do próton torna-se muito fraca, e então podemos considerá-los livres.



**Figure:** Separação entre a região perturbativa e a não-perturbativa da QCD para o acoplamento forte.

## QCD perturbativa e não-perturbativa

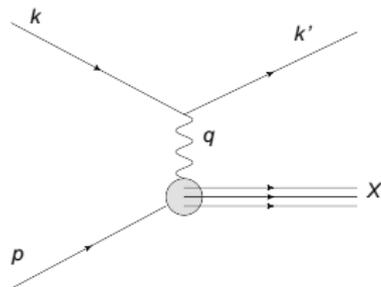
- Na região perturbativa temos a propriedade de liberdade assintótica, onde a interação entre os constituintes do próton torna-se muito fraca, e então podemos considerá-los livres.
- Na região não-perturbativa (Infravermelho) temos propriedade de confinamento de cor assim não podemos observar quarks e glúons livres.



**Figure:** Separação entre a região perturbativa e a não-perturbativa da QCD para o acoplamento forte.

## Espalhamento inelástico profundo

- Colisão entre um lépton(elétron) e um hádron(próton).
- O elétron emite um fóton.
- O fóton interage com o próton.
- O Próton é quebrado.
- Assim surge o termo inelástico.



**Figure:** Modelo de partons.

## Espalhamento inelástico profundo

- Através da seção de choque diferencial podemos obter as informações que buscamos a respeito do interior do hádron.
- É importante também definir uma quantidade muito importante, a virtualidade do fóton:  $Q^2 = (k - k')^2 = -q^2$ , que informa a profundidade do espalhamento.

## Espalhamento inelástico profundo

- Para obtermos a seção de choque diferencial precisamos do módulo quadrado da amplitude de espalhamento que é:

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{e^4}{Q^4} L_{\mu\nu}^{(e)} W^{\mu\nu} (4\pi m_p). \quad (1)$$

- Onde  $L_{\mu\nu}^{(e)}$  é o tensor leptônico e  $W^{\mu\nu}$  é o tensor hadrônico.

$$L_{\mu\nu}^{(e)} = 2 \left( k'_\mu k_\nu + k'_\nu k_\mu - (k' \cdot k - m^2) g_{\mu\nu} \right) \quad (2)$$

$$W^{\mu\nu} = -W_1 \left( -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + W_2 \frac{1}{m_p^2} \left( p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left( p^\nu + \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right) \quad (3)$$

Podemos então renomear as variáveis  $W_1$  e  $W_2$  da seguinte forma:

$$F_1(x, Q^2) = m_p W_1 \quad \text{e} \quad F_2(x, Q^2) = \frac{p \cdot q}{m_p} W_2. \quad (4)$$

## Espalhamento inelástico profundo

- Desta forma a seção de choque diferencial do processo é:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} \left[ y^2 x F_1(x, Q^2) + (1-x) F_2(x, Q^2) \right], \quad (5)$$

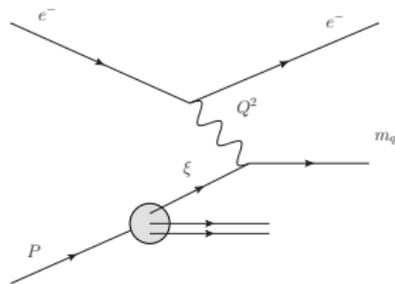
onde

$$y = \frac{Q^2}{xs} \quad \text{e} \quad x = \frac{Q^2}{2p \cdot q}. \quad (6)$$

Aqui  $x$  e  $y$  são variáveis adimensionais.

## Espalhamento inelástico profundo

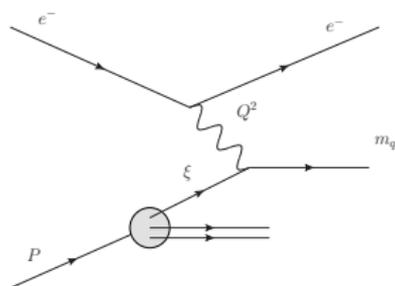
- Podemos obter seção de choque diferencial por outro método.



**Figure:** Espalhamento elétron-párton.

## Espalhamento inelástico profundo

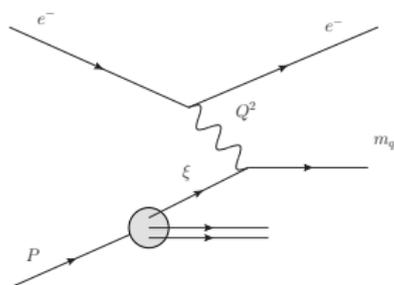
- Podemos obter seção de choque diferencial por outro método.
- O modelo de pártons.



**Figure:** Espalhamento elétron-párton.

## Espalhamento inelástico profundo

- Podemos obter seção de choque diferencial por outro método.
- O modelo de pártons.



**Figure:** Espalhamento elétron-párton.

- Consideramos a troca do fóton entre o elétron e um quark.

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \sum_q \int_0^1 d\xi f_q(\xi) \left( \frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} \right)_{eq} \quad (7)$$

## Espalhamento inelástico profundo

- Com isso obtemos a seção de choque diferencial do sub-processo

$$\left. \frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} \right|_{eq} = \frac{2\pi\alpha^2 e_q^2}{Q^4} \left[ 1 + (1-y)^2 \right] \delta(x - \xi). \quad (8)$$

- Ficamos com a seção de choque diferencial do processo da forma:

$$\left. \frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} \right|_{eP \rightarrow eX} = \frac{4\pi\alpha^2 e_q^2}{xQ^4} \sum_i \int d\xi f_i(\xi) e_q^2 \frac{x}{2} \left[ 1 + (1-y)^2 \right] \delta(x - \xi). \quad (9)$$

- Aqui  $x$  passará a ser, para grandes virtualidades, a fração de momentum do próton portado pelo quark.

Comparando este resultado com o obtido a partir do módulo quadrado da amplitude de espalhamento podemos determinar quem são as funções  $F_1$  e  $F_2$ .

## Espalhamento inelástico profundo

- A função de estrutura é determinada experimentalmente e tem papel fundamental para o conhecimento do interior do próton.
- No modelo de pártons original ela depende apenas de  $x$ , ou seja ela escala apenas com  $x$  dando origem ao escalamento de Bjorken.

$$2xF_1 = F_2 = \sum_i e_q^2 x f_i(x) \quad (10)$$

- No modelo de pártons da QCD este escalamento é violado, passando a depender também de  $Q^2$ .

$$F_2 = F_2(x, Q^2) \quad (11)$$

- A função de estrutura  $F_2$  depende explicitamente das funções  $f(x, Q^2)$ .

## DGLAP

- A função de estrutura  $F_2$  depende explicitamente das funções  $f(x, Q^2)$ .
- Estas funções chamadas de funções de distribuição de pártons (PDF's), estão presentes nas equações propostas por Dokchitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli e Parisi (DGLAP).

## DGLAP

- A função de estrutura  $F_2$  depende explicitamente das funções  $f(x, Q^2)$ .
- Estas funções chamadas de funções de distribuição de pártons (PDF's), estão presentes nas equações propostas por Dokchitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli e Parisi (DGLAP).
- As equações DGLAP são equações integro-diferenciais acopladas que ditam a evolução das PDF's.

## DGLAP

- A função de estrutura  $F_2$  depende explicitamente das funções  $f(x, Q^2)$ .
- Estas funções chamadas de funções de distribuição de pártons (PDF's), estão presentes nas equações propostas por Dokchitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli e Parisi (DGLAP).
- As equações DGLAP são equações integro-diferenciais acopladas que ditam a evolução das PDF's.

São dadas por:

$$\frac{\partial f_q(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left[ f_q(\xi, Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right) + f_g(\xi, Q^2) P_{qg}\left(\frac{x}{\xi}\right) \right] \quad (12)$$

## DGLAP

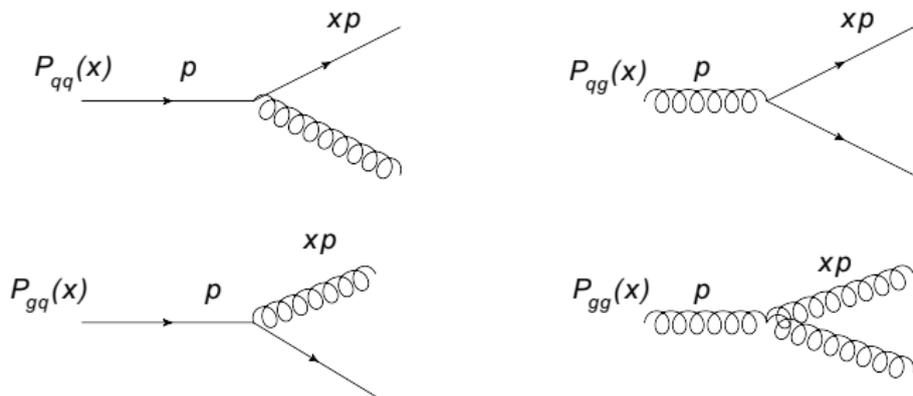
- A função de estrutura  $F_2$  depende explicitamente das funções  $f(x, Q^2)$ .
- Estas funções chamadas de funções de distribuição de pártons (PDF's), estão presentes nas equações propostas por Dokchitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli e Parisi (DGLAP).
- As equações DGLAP são equações integro-diferenciais acopladas que ditam a evolução das PDF's.

São dadas por:

$$\frac{\partial f_q(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left[ f_q(\xi, Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{\xi}\right) + f_g(\xi, Q^2) P_{qg}\left(\frac{x}{\xi}\right) \right] \quad (12)$$

e:

$$\frac{\partial f_g(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left[ f_q(\xi, Q^2) P_{gq}\left(\frac{x}{\xi}\right) + f_g(\xi, Q^2) P_{gg}\left(\frac{x}{\xi}\right) \right] \quad (13)$$



**Figure:** Diagramas de Feynman das funções de desdobramento.



## Funções de distribuição partônicas

- Usando a proposição de Kotikov e colaboradores para obtermos as PDF's a partir das equações DGLAP que considera uma generalização do duplo escalamento assintótico.
- Usando também a condição inicial:

$$x f_a(x, Q_0^2) = A_a \quad (a = q, g) \quad (14)$$

- Abaixo temos as distribuições partônicas em NLO:

$$f_a^-(x, Q^2) = A_a^-(Q^2, Q_0^2) \exp[-d_-(1)s - D_-p] + \mathcal{O}(x), \quad (15)$$

$$f_g^+(x, Q^2) = A_g^+(Q^2, Q_0^2) \tilde{l}_0(\sigma) \exp[-\bar{d}_+(1)s - \bar{D}_+p] + \mathcal{O}(\rho), \quad (16)$$

$$f_q^+(x, Q^2) = A_q^+(Q^2, Q_0^2) \left\{ \left[ 1 - \bar{d}_{+-}^q \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \right] \rho \tilde{l}_1(\sigma) + 20 \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \tilde{l}_1(\sigma) \right\} \\ \times \exp[-\bar{d}_+(1)s - \bar{D}_+p] + \mathcal{O}(\rho), \quad (17)$$

- Onde

$$\sigma = 2\sqrt{(\hat{d}_+ s + \hat{D}_+ \rho) \ln x}, \quad \rho = \sqrt{\frac{(\hat{d}_+ s + \hat{D}_+ \rho)}{\ln x}}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} A_g^+(Q^2, Q_0^2) &= \left[ 1 - \frac{80}{81} n_f \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \right] A_g + \\ &+ \frac{4}{9} \left[ 1 + 3 \left( 1 + \frac{1}{81} n_f \right) \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{4\pi} - \frac{80}{81} n_f \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \right], \end{aligned} \quad (19)$$

$$A_g^-(Q^2, Q_0^2) = A_g - A_g^+(Q^2, Q_0^2) \quad (20)$$

$$A_q^+(Q^2, Q_0^2) = \frac{n_f}{9} \left( A_g + \frac{4}{9} A_q \right), \quad A_q^- = A_q - 20 \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{4\pi} A_q^+ \quad (21)$$

e

$$\bar{I}_\nu(\sigma) = \begin{cases} I_\nu(\bar{\sigma}) & \text{para } \sigma^2 = \bar{\sigma}^2 \geq 0, \\ i^\nu J_\nu(\bar{\sigma}) & \text{para } \sigma^2 = -\bar{\sigma}^2 < 0, \end{cases} \quad (22)$$

- A função de estrutura em NLO apresenta a seguinte forma

$$F_2(x, Q^2) = e \left( f_q(x, Q^2) + \frac{2}{3} n_f \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} f_g(x, Q^2) \right) \quad (23)$$

## Resultados canônico e analítico

- Para obtermos as expressões de  $F_2$  usamos a forma canônica NLO é dada por:

$$\alpha_s^{NLO}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda_{NLO}^2}\right)} \left[ 1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln\left(\ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda_{NLO}^2}\right)\right)}{\ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda_{NLO}^2}\right)} \right] \quad (24)$$

- A forma analítica NLO proposta por Shirkov e Solovtsov:

$$\alpha_{\text{an}}^{NLO}(Q^2) = \alpha_s^{NLO}(Q^2) - \frac{1}{2\beta_0} \frac{\Lambda_{NLO}^2}{Q^2 - \Lambda_{NLO}^2} + \dots, \quad (25)$$

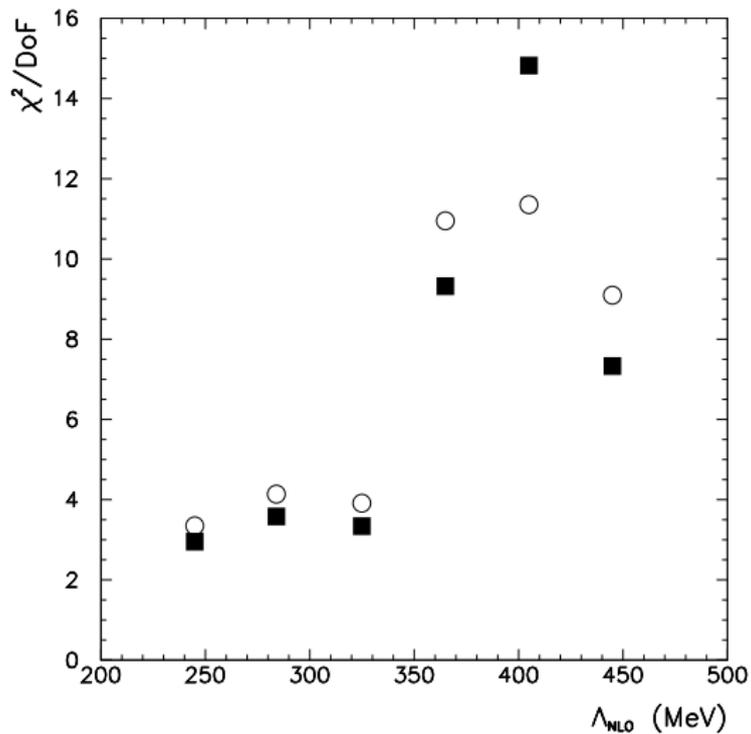
### Teorema de desacoplamento

- Se  $Q^2 < m_i^2$ , onde  $i$  é o índice de sabor do quark, o quark é desacoplado.
- Exemplo: Em  $Q^2 = 22.5625 \text{ GeV}^2$ , que é a massa do quark  $b$  ao quadrado, este quark se desacopla e o número de sabores que antes era  $n_f = 5$  agora passa a ser  $n_f = 4$ .
- Com a mudança no número de sabores,  $\alpha_s$  torna-se descontínuo.
- Devemos alterar algum parâmetro para termos continuidade.
- Este parâmetro é o  $\Lambda_{QCD}$ , que no exemplo dado acima passa de  $\Lambda_5$  para  $\Lambda_4$ .

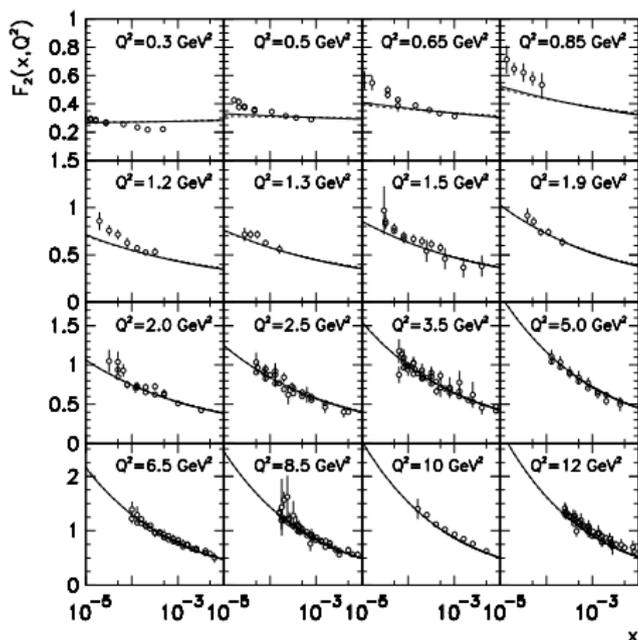
$$\alpha_s^{LO}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}, \quad \text{onde} \quad \beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f. \quad (26)$$

## Valores de $\Lambda$ e outras definições

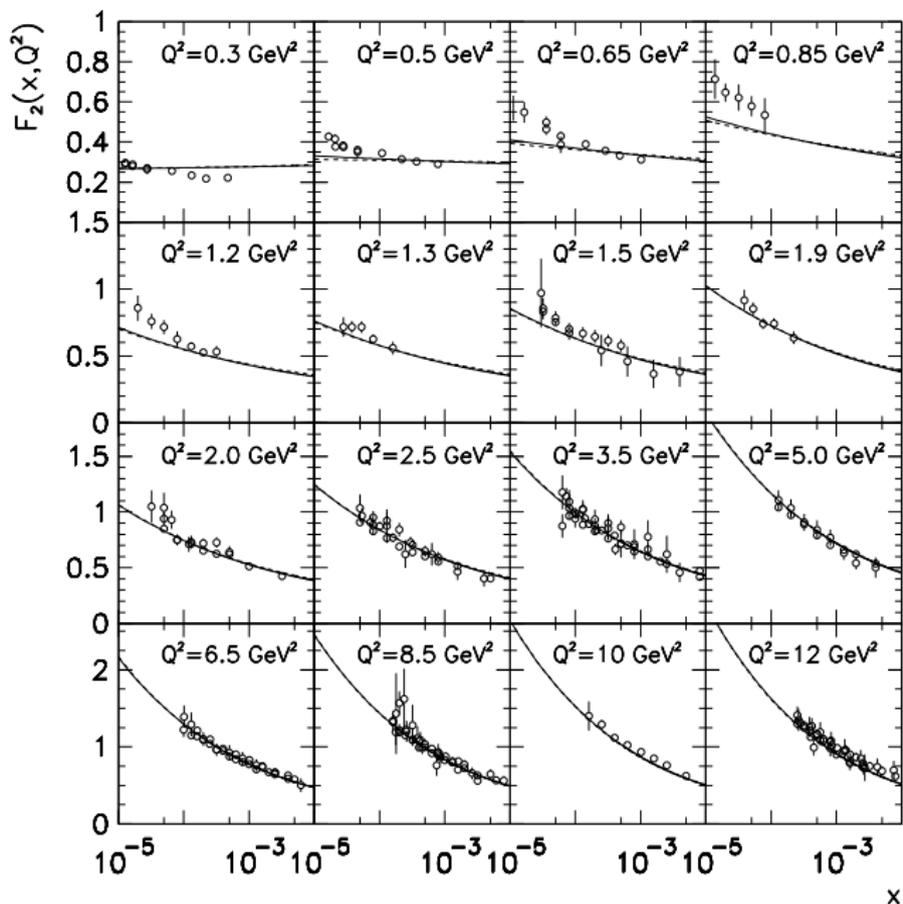
- O valor de  $\Lambda$  é fixado usando o valor de  $Q^2 = M_Z^2$  onde  $M_Z = 91,1876$  GeV, como referência.
- Na colaboração MRST em 2004 este valor foi definido como  $\alpha_s(M_Z^2) = 0.1165 \pm 0.0040$ .
- Já em uma publicação de 2009 o valor obtido foi  $\alpha_s(M_Z^2) = 0.1202_{-0.0015}^{+0.0012}$ .
- Porém temos uma margem de erro para o valor de  $\alpha_s(M_Z^2)$ , ou seja,  $0.1125 < \alpha_s(M_Z^2) < 0.1214$ .
- Para  $\alpha_s(M_Z^2) = 0.1125$  temos  $\Lambda_4 \approx 245$  MeV.
- E para  $\alpha_s(M_Z^2) = 0.1214$ , temos  $\Lambda_4 \approx 445$  MeV.



**Figure:** Valores de  $\chi^2/\text{DoF}$  em função dos valores de  $\Lambda_4$ . Para as versões canônica (Quadrados) e analítica (círculos) do acoplamento forte.



**Figure:** Comparação entre as descrição dos dados da função de estrutura  $F_2$  obtidas por meio dos ajustes utilizando o acoplamento canônico NLO da QCD (curvas cheias) e o acoplamento analítico NLO da QCD (curvas tracejadas). Curvas obtidas fixando-se  $\Lambda_4 = 245$  MeV.



	$A_g$	$A_q$	$Q_0^2[\text{GeV}^2]$	$\chi^2/\text{DoF}$
NLO	$-0.239 \pm 0.017$	$1.048 \pm 0.020$	$0.388 \pm 0.015$	2.95
NLOan	$-0.170 \pm 0.016$	$1.079 \pm 0.019$	$0.458 \pm 0.015$	3.34

**Table:** Valores dos parâmetros  $A_g$ ,  $A_q$  e  $Q_0^2$  obtidos por meio dos ajustes dos dados experimentais de  $F_2$ . Os erros dos parâmetros foram obtidos adotando-se um intervalo de confiança de 90%.

Analisando o resultado de  $\chi^2/\text{DoF}$  acima, podemos notar que o resultado é bastante ruim, pois o valor é grande. Portanto, mesmo com a solução para as PDF's determinada para a região cinemática do Infravermelho, os acoplamentos canônico e analítico não apresentam bons resultados. O que nos faz buscar uma alternativa para este problema.

## Massa Dinâmica de glúons

- As equações de Schwinger-Dyson formam um conjunto infinito de integrais acopladas.
- Para a obtenção de uma solução para estas equação é necessário que se faça um truncamento.
- Através de uma técnica de Pinch, utilizada por Cornwall, obtém-se soluções que são invariantes de calibre.
- Nesta solução surge a expressão para o acoplamento forte da forma:

$$\bar{\alpha}_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln [(Q^2 + 4M_g^2(Q^2))/\Lambda^2]} \quad (27)$$

onde

$$M_g^2(Q^2) = m_g^2 \left[ \frac{\ln \left( \frac{Q^2 + 4m_g^2}{\Lambda^2} \right)}{\ln \left( \frac{4m_g^2}{\Lambda^2} \right)} \right]^{-\frac{12}{11}} \quad (28)$$

- Usando a propriedade de renormalizabilidade multiplicativa temos que  $\bar{\alpha}_s^{LO} \rightarrow \alpha_s^{LO}$  quando  $Q^2 \gg 1 \text{ GeV}^2$ . Assim, se esta relação é válida para LO, deverá também ser válida para NLO, ou seja, com  $Q^2$  grande, deveremos ter  $\bar{\alpha}_s^{NLO} \rightarrow \alpha_s^{NLO}$ . Desta forma, na região perturbativa,teremos

$$\frac{\bar{\alpha}_s^{NLO}}{\bar{\alpha}_s^{LO}} = \frac{\alpha_s^{NLO}}{\alpha_s^{LO}}, \quad (29)$$

onde a razão  $\frac{\alpha_s^{NLO}}{\alpha_s^{LO}}$  é conhecida:

$$\frac{\alpha_s^{NLO}(Q^2)}{\alpha_s^{LO}(Q^2)} = 1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln \ln(\frac{Q^2}{\Lambda^2})}{\ln(\frac{Q^2}{\Lambda^2})} \equiv R(Q^2), \quad (30)$$

## Ansatz 1

- Portanto, nosso primeiro *ansatz* para o acoplamento dinâmico em NLO tem a forma

$$\bar{\alpha}_{[1]}^{NLO}(Q^2) = \begin{cases} \bar{\alpha}_s^{LO}(Q^2)R(Q^2) & \text{para } Q^2 \geq Q_0'^2, \\ \bar{\alpha}_s^{LO}(Q^2) [a + b Q^2] & \text{para } Q^2 < Q_0'^2; \end{cases} \quad (31)$$

onde

$$a = R(Q_0'^2) - b Q_0'^2, \quad (32)$$

e

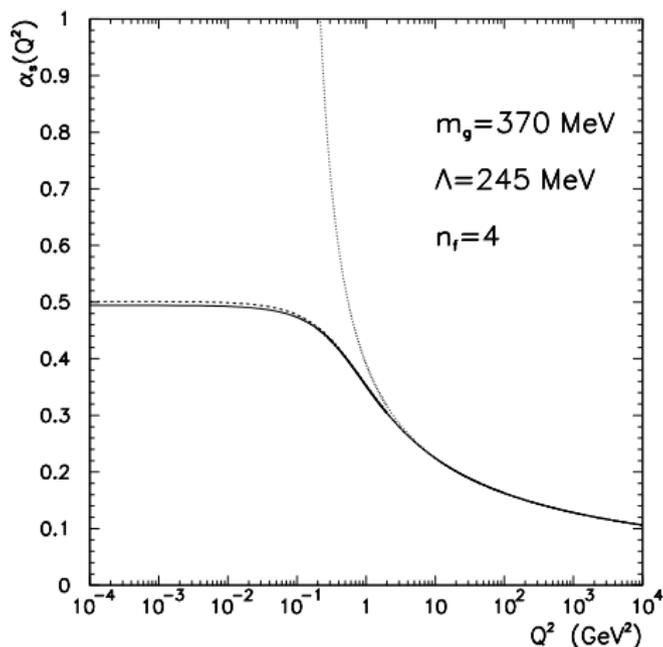
$$b = \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{1}{Q_0'^2 \left( \ln\left(\frac{Q_0'^2}{\Lambda^2}\right) \right)^2} \left[ 1 - \ln \left( \ln \left( \frac{Q_0'^2}{\Lambda^2} \right) \right) \right]. \quad (33)$$

## Ansatz 2

Propomos também uma outra forma para o acoplamento NLO como alternativa. Nesta proposição tomamos o acoplamento canônico apresentado na equação (24) e fazemos uma substituição simples do tipo  $Q^2 \rightarrow Q^2 + 4M_g^2(Q^2)$  e desta forma obtemos:

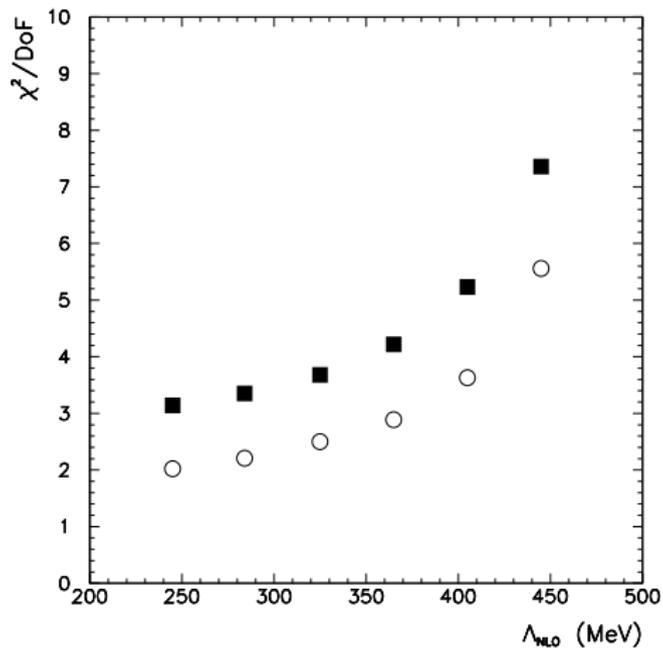
$$\bar{\alpha}_s^{NLO[2]}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{Q^2 + 4M_g^2(Q^2)}{\Lambda_{NLO}^2}\right)} \left[ 1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln\left(\ln\left(\frac{Q^2 + 4M_g^2(Q^2)}{\Lambda_{NLO}^2}\right)\right)}{\ln\left(\frac{Q^2 + 4M_g^2(Q^2)}{\Lambda_{NLO}^2}\right)} \right], \quad (34)$$

## Resultados



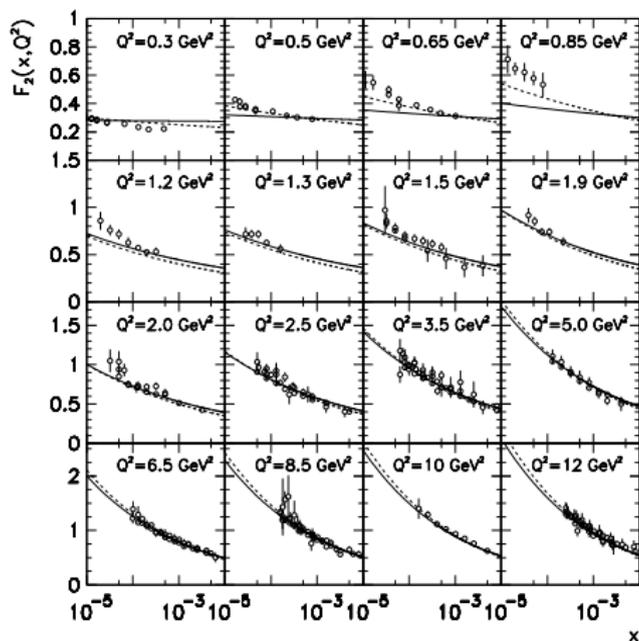
**Figure:** Comparação dos comportamentos NLO do acoplamento forte da QCD nas versões canônica (linha pontilhada), *ansatz 1* (linha cheia) e *ansatz 2* (linha tracejada).

## Resultados

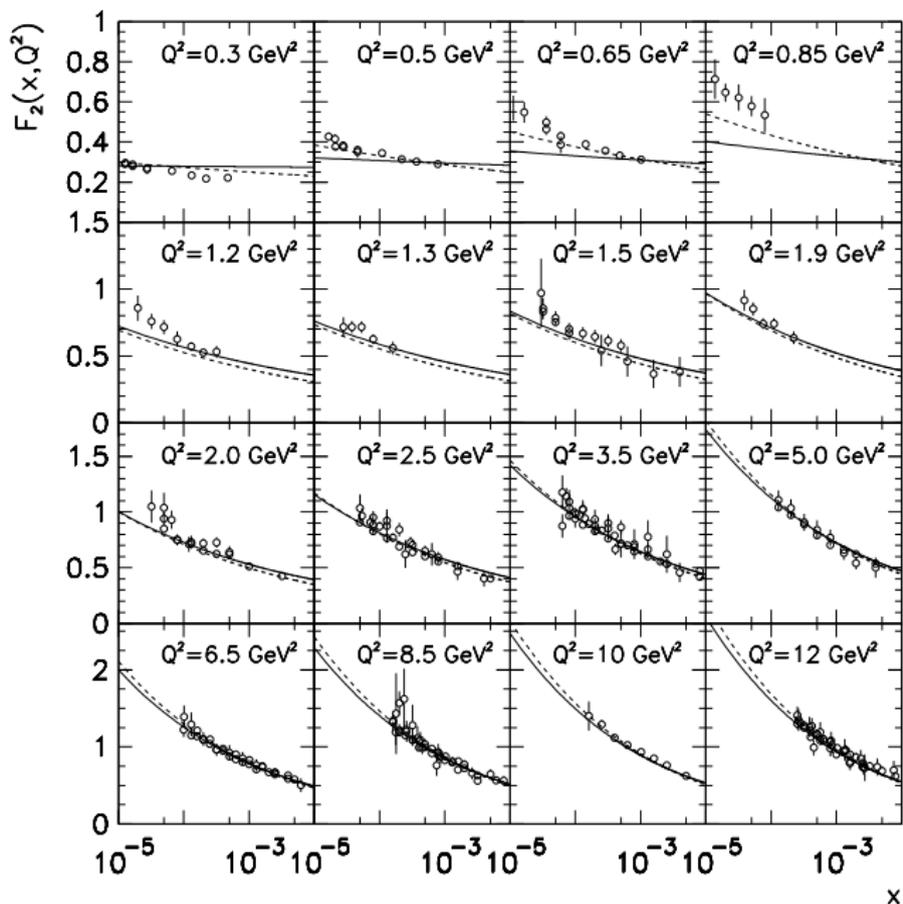


**Figure:** Valores de  $\chi^2/\text{DoF}$  em função dos valores de  $\Lambda_4$ . Para o *ansatz 1* (Quadrados) e *ansatz 2* (círculos) do acoplamento forte.

# Resultados



**Figure:** Comparação entre as descrições dos dados de  $F_2$  com  $\bar{\alpha}_{[1]}^{NLO}$  (curvas cheias) e  $\bar{\alpha}_{[2]}^{NLO}$  (curvas tracejadas).



## Resultados

	$A_g$	$A_q$	$Q_0^2$ [GeV <sup>2</sup> ]	$\chi^2/DoF$
NLO <sub>[1]</sub>	$-0.042 \pm 0.027$	$0.981 \pm 0.020$	$0.241 \pm 0.011$	3.14
NLO <sub>[2]</sub>	$0.129 \pm 0.015$	$0.713 \pm 0.023$	$0.000 \pm 0.013$	2.05

**Table:** Valores dos parâmetros  $A_g$ ,  $A_q$  e  $Q_0^2$  obtidos por meio dos ajustes dos dados experimentais de  $F_2$ . Valores obtidos fixando-se  $\Lambda_4 = 245$  MeV e  $m_g = 370$  MeV.

## Massa dinâmica

- É importante ressaltar e observar o valor do parâmetro  $Q_0^2$  para o *ansatz* 2, que está em vermelho.
- Podemos considerá-lo como nulo e introduzirmos um novo parâmetro que absorve o comportamento de  $Q_0^2$ . Portanto o novo parâmetro livre a ser ajustado é a massa dinâmica  $m_g$ .

### Comparação do $\Lambda$

- Uma última comparação pode ser feita tomando em conta o comportamento da figura (9). Onde podemos observar uma melhora no valor de  $\chi^2/\text{DoF}$  para valores cada vez melhores de  $\Lambda$ . Portanto fizemos uma extrapolação igualando  $\Lambda_4 = \Lambda_5$ . Na tabela asseguir vemos a comparação dos resultados para valores distintos de  $\Lambda$ , agora com a massa dinâmica como parâmetro livre.

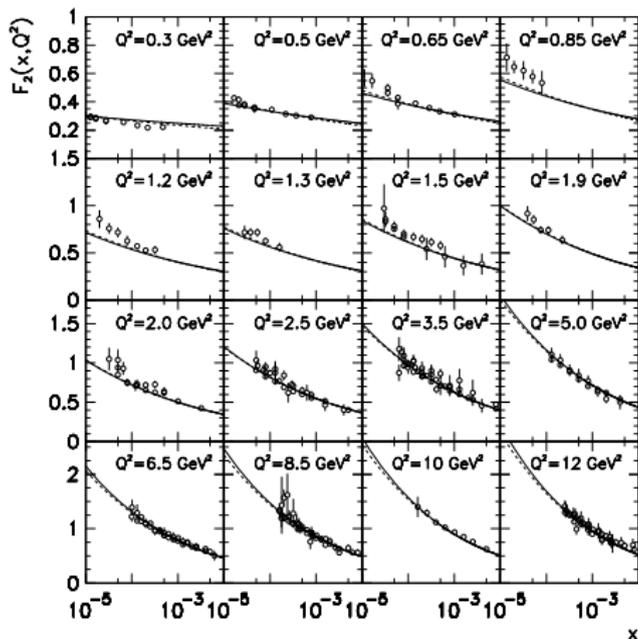
## Resultados

	$A_g$	$A_q$	$m_g$ [GeV]	$\chi^2/DoF$
NLO <sub>[2]</sub> ( $\Lambda_4 = 245$ MeV)	$0.080 \pm 0.031$	$0.708 \pm 0.024$	$0.355 \pm 0.008$	1.99
NLO <sub>[2]</sub> ( $\Lambda_4 = 163$ MeV)	$0.435 \pm 0.037$	$0.559 \pm 0.026$	$0.323 \pm 0.008$	1.65

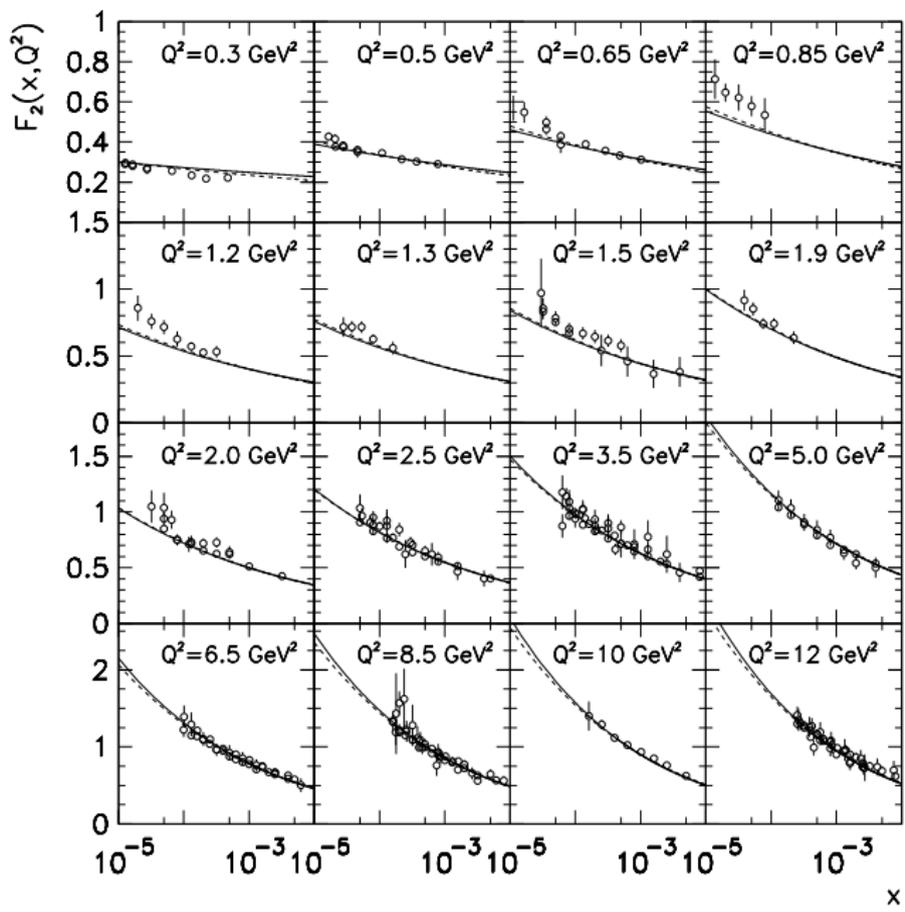
**Table:** Valores dos parâmetros  $A_g$ ,  $A_q$  e  $m_g$  obtidos por meio dos ajustes dos dados experimentais de  $F_2$ . Valores obtidos fixando-se  $\Lambda_4 = 245$  e 163 MeV. de 90%.

- Vemos nesta tabela dois pontos importantes:
  - O valor da massa dinâmica obtido é compatível com os valores obtidos em outros trabalhos, ficando dentro do limite  $m_g = 500 \text{ MeV} \pm 200 \text{ MeV}$ ;
  - O valor de  $\chi^2/DoF$  tem uma redução significativa.

# Resultados



**Figure:** Comparação entre as descrições dos dados de  $F_2$  obtidas utilizando o acoplamento dinâmico  $\bar{\alpha}_{[2]}^{NLO}$ . Curvas obtidas fixando-se  $\Lambda_4 = 245$  MeV (curvas cheias) e  $\Lambda_4 = \Lambda_5 = 163$  MeV (curvas tracejadas).



## Conclusões e perspectivas

- Os resultados obtidos com as versões canônica e analítica são bastante ruins.
- Ambos os *ansatzes* apresentam um bom resultado, porém com um valor menor de  $\chi^2/\text{DoF}$  para o *ansatz* 2.
- Na nossa análise o valor de  $m_g$  é compatível com valores de outras análises encontradas na literatura.
- Esta é a primeira vez que se propõe uma versão NLO para o acoplamento do Cornwall.
- Para valores menores de  $\Lambda_4$  temos melhores valores de  $\chi^2/\text{DoF}$ .
- Artigo publicado: *QCD effective charge and the structure function  $F_2$  at small-x*, E.G.S. Luna, A.A. Natale, A.L.dos Santos. *Phys.Lett. B* 698 (2011) 52-58.