Amplitudes de espalhamento na Cromodinâmica Quântica em altas energias no formalismo de dipolos

João Thiago de Santana Amaral
`thiago.amaral@ufrgs.br`

Grupo de Fenomenologia de Partículas de Altas Energias (GFPAE)

Instituto de Física

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Tese realizada sob orientação da Profa. Dra. Maria Beatriz Gay

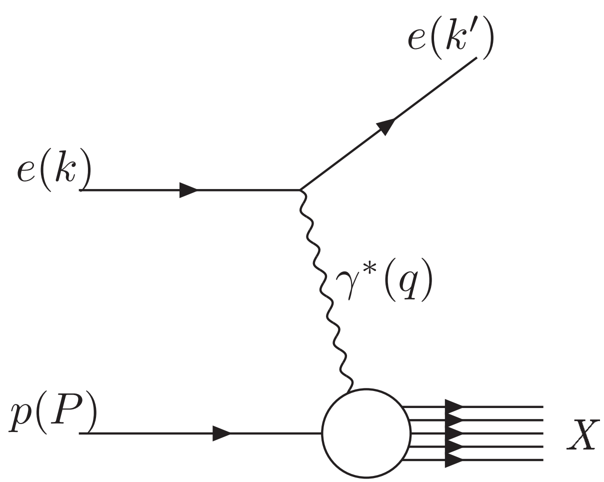
Financiamento: CNPq/CAPES

Sumário

- Espalhamento profundamente inelástico
  - QCD em altas energias
- Referencial de dipolo
- Formalismo de dipolos
- Evolução das amplitudes de espalhamento
  - Equação BK
  - Equações de laços de pomeron
- Função de estrutura do próton F_2
  - Fenomenologia no espaço de momentum: O modelo AGBS
- Modelo unidimensional para a QCD em altas energias

Cromodinâmica Quântica (QCD)

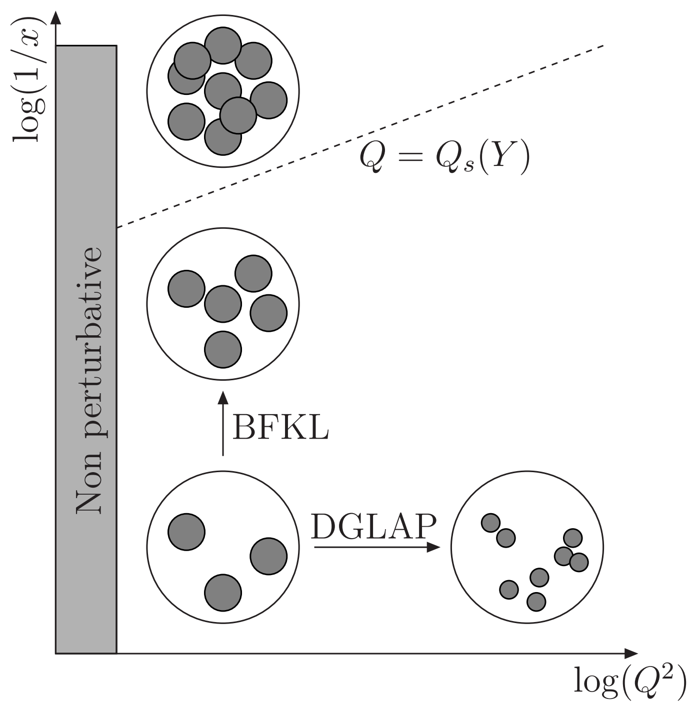
- Teoria que descreve as interações fortes em termos dos quarks e glúons: pártons
- Grupo de gauge: $SU(N_c)$, com $N_c = 3$ número de cores
- A investigação da interação forte e da estrutura dos hádrons (prótons, nêutrons, mésons,...) requer colisões em altas energias
  - A evolução em altas energias na QCD é uma evolução na direção de altas densidades partônicas
  - Primeira evidência experimental: espalhamento profundamente inelástico (DIS) elétron-próton em HERA (Hadron Electron Ring Accelerator)



- Energia total: $s = (P+q)^2$
- Virtualidade do fóton:
  $q^2 = (k-k')^2 = -Q^2 < 0$
- A variável x de Bjorken $x \equiv \frac{Q^2}{Q^2+s}$
- É usual utilizar a variável *rapidez*

$$Y \equiv \ln(1/x)$$

QCD em altas energias e saturação

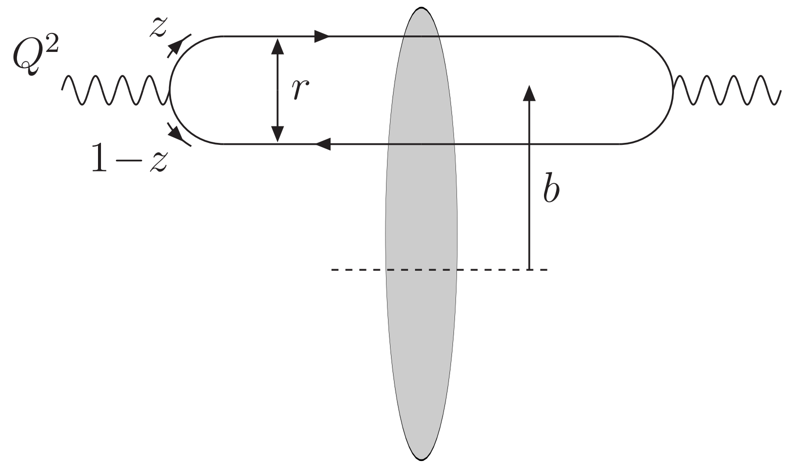


- Equações de evolução lineares: BFKL e DGLAP
- A densidade de glúons e as seções de choque hadrônicas não podem crescer indefinidamente
- Espera-se que efeitos não-lineares tornem-se importantes: *equações não-lineares*

- $Q_s(Y)$ é chamada escala de saturação, função crescente da rapidez
- Os efeitos não-lineares são importantes para todo $Q \lesssim Q_s(Y)$: região de saturação

DIS no referencial de dipolo

- Neste referencial, o próton leva consigo maior parte da energia, porém o fóton possui energia suficiente para se separar em um par $q\bar{q}$, um dipolo, que então interage com o próton

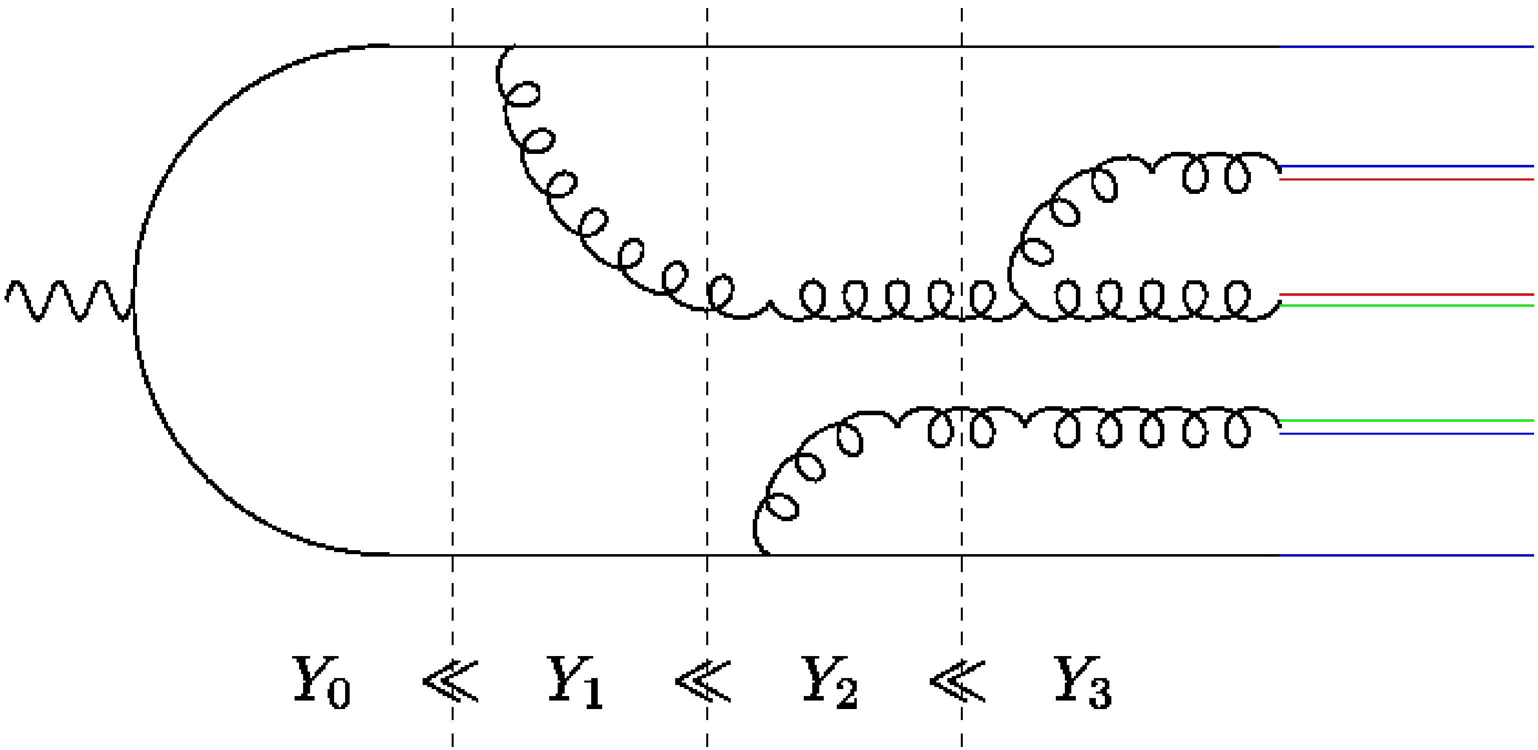


  - z: fração de momentum carregada pelo quark
  - $\mathbf{r}$: tamanho do dipolo
  - $\mathbf{b}$: parâmetro de impacto
- Seção de choque fatorizada

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^* p}(Q^2, Y) = 2 \int d^2\boldsymbol{r} \int_0^1 dz \left|\Psi_{T,L}(r, z; Q^2)\right|^2 \int d^2\boldsymbol{b} \, \langle T(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{b})\rangle_Y \, ,$$

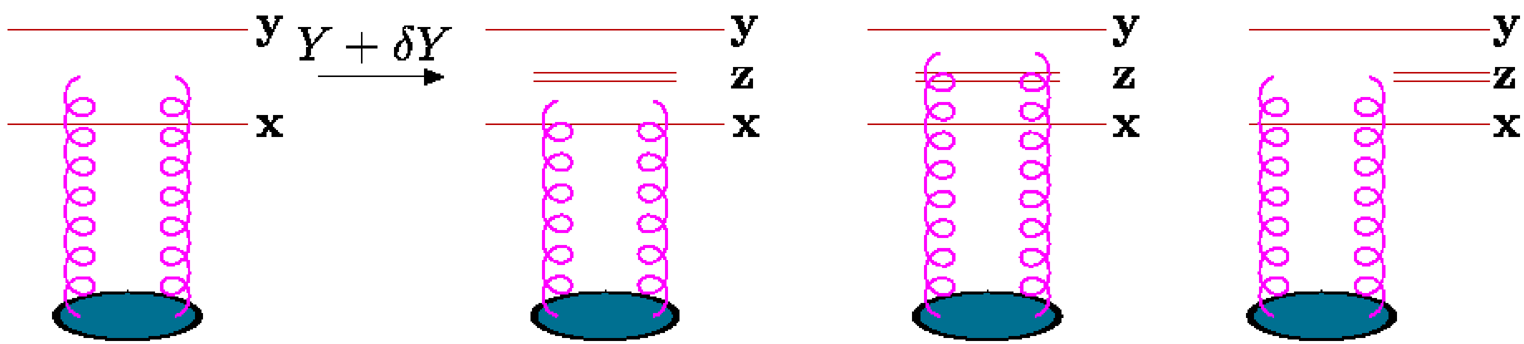
Evolução no formalismo de dipolos

[Mueller, 1994]



- No limite de grande N_c os glúons emitidos podem ser substituídos por pares quark-antiquark, que interagem com o alvo

Amplitude de espalhamento dipolo-hádron



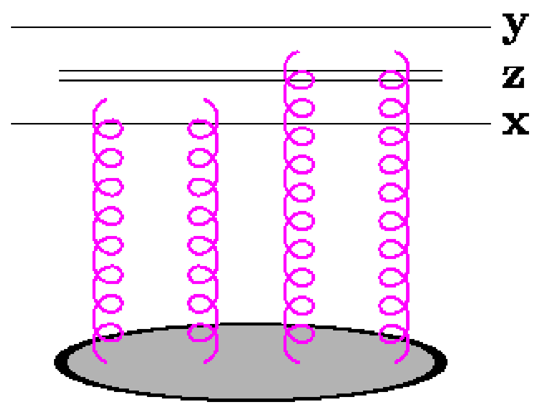
- $\langle T_{\mathbf{xy}}\rangle_Y \equiv \langle T(\boldsymbol{r},\boldsymbol{b})\rangle_Y$: a amplitude de espalhamento média dipolo-alvo
- Interação de apenas um dos dipolos com o alvo: *equação BFKL* (Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov) ($\bar{\alpha} = \alpha_s N_c/\pi$)

$$\partial_Y \langle T_{\mathbf{xy}}\rangle_Y = \frac{\bar{\alpha}}{2\pi}\int d^2z\, \mathcal{M}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z})\, \langle T_{\mathbf{xz}} + T_{\mathbf{zy}} - T_{\mathbf{xy}}\rangle_Y$$

onde $\mathcal{M}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) = \frac{(\mathbf{x}-\mathbf{y})^2}{(\mathbf{x}-\mathbf{z})^2(\mathbf{z}-\mathbf{y})^2}$ é a probabilidade de separação do dipolo

  - Violação da unitariedade $\rightarrow$ violação do limite de Froissart
  - Difusão para a região não-perturbativa

Espalhamentos múltiplos



$$\partial_Y \langle T_{\mathbf{xy}} \rangle_Y = \bar{\alpha} \int d^2 z\, \mathcal{M}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) \langle T_{\mathbf{xz}} + T_{\mathbf{zy}} - T_{\mathbf{xy}} - T_{\mathbf{xz}} T_{\mathbf{zy}} \rangle_Y$$

- Primeira equação da *hierarquia de Balitsky-JIMWLK*
- Inclusão de correções de unitariedade através de termo quadrático
- Aproximação de campo médio $\langle T_{\mathbf{xz}} T_{\mathbf{zy}} \rangle \approx \langle T_{\mathbf{xz}} \rangle \langle T_{\mathbf{zy}} \rangle$: *equação BK* (Balitsky-Kovchegov)

$$\partial_Y \langle T_{\mathbf{xy}} \rangle_Y = \bar{\alpha} \int d^2 z\, \mathcal{M}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) \left[\langle T_{\mathbf{xz}} \rangle_Y + \langle T_{\mathbf{zy}} \rangle_Y - \langle T_{\mathbf{xy}} \rangle_Y - \langle T_{\mathbf{xz}} \rangle \langle T_{\mathbf{zy}} \rangle_Y \right]$$

Equação BK no espaço de momentum

- Realizando a transformada de Fourier da amplitude

$$\tilde{T}(k,Y) = \frac{1}{2\pi}\int \frac{d^2r}{r^2}\, e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\, T(r,Y) = \int_0^\infty \frac{dr}{r} J_0(kr)\, T(r,Y)$$

a amplitude $\tilde{T}(k,Y)$ obedece a equação BK no espaço de momentum

$$\partial_Y \tilde{T} = \bar{\alpha}\chi(-\partial_L)\tilde{T} - \bar{\alpha}\tilde{T}^2$$

e $L = \log(k^2/k_0^2)$, com k_0 sendo uma escala fixa

- O núcleo BFKL χ é um operador integro-diferencial que pode ser definido por

$$\begin{aligned}\chi(-\partial_L) \quad &= \quad \chi(\gamma_0)\mathbf{1} + \chi'(\gamma_0)(-\partial_L - \gamma_0\mathbf{1}) + \frac{1}{2}\chi''(\gamma_0)(-\partial_L - \gamma_0\mathbf{1})^2 \\ &\quad + \frac{1}{6}\chi^{(3)}(\gamma_0)(-\partial_L - \gamma_0\mathbf{1})^3 + \ldots\end{aligned}$$

com γ_0 entre 0 e 1

Equações BK e FKPP

- Após a mudança de variáveis [Munier and Peschanski, 03]

$$t \sim \bar{\alpha} Y, \quad x \sim \log(k^2/k_0^2), \quad u \sim \tilde{T}$$

  e a aproximação

$$\chi(-\partial_L) \approx \chi(\gamma_c)\mathbf{1} + \chi'(\gamma_c)(-\partial_L - \gamma_c \mathbf{1}) + \frac{1}{2}\chi''(\gamma_c)(-\partial_L - \gamma_c \mathbf{1})^2$$

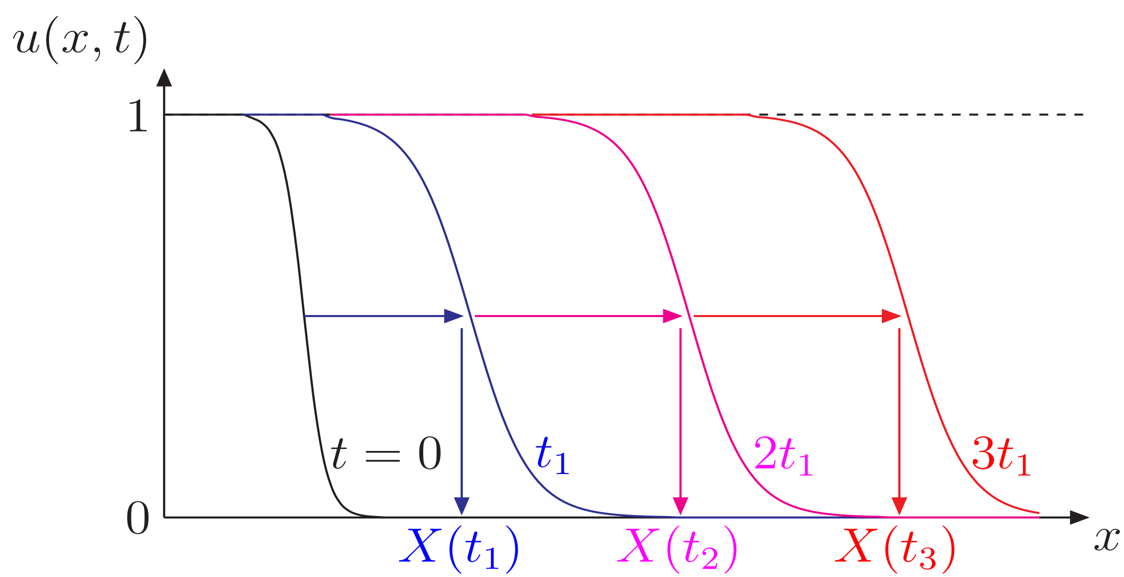
  a equação BK é reduzida à equação de Fisher-Kolmogorov-Petrovsky-Piscounov (FKPP)

$$\partial_t u(x,t) = \partial_x^2 u(x,t) + u - u^2,$$

- A equação FKPP é conhecida na física estatística de não-equilíbrio e sua dinâmica é chamada reação-difusão

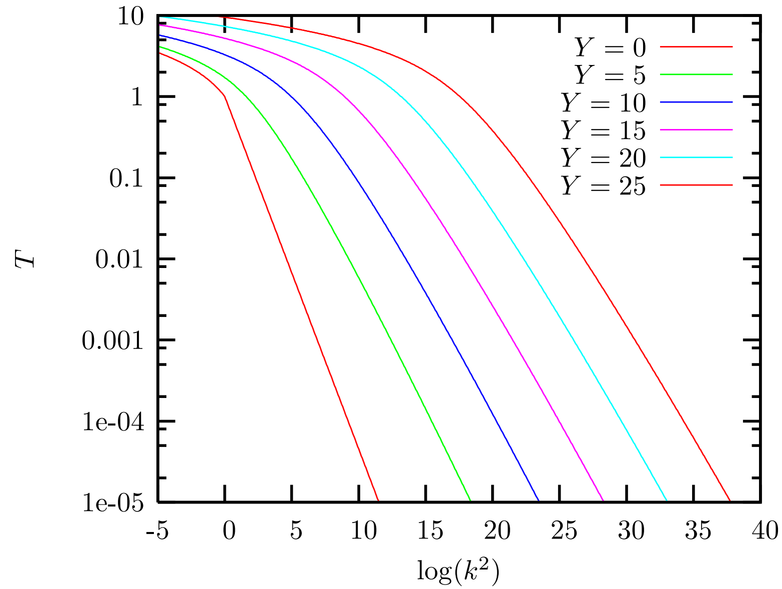
Soluções de ondas progressivas

- A equação FKPP admite as chamadas soluções de ondas progressivas
  - Para $t \to \infty$, $u(x,t)$ passa a depender de x e t da forma $u(x - vt)$
  - A frente de onda se propaga para valores maiores de x e sua forma é mantida durante a propagação
  - A posição da frente de onda é dada por vt, para a qual $u \simeq \mathcal{O}(1)$



Ondas progressivas e saturação

Solução numérica da equação BK



- Na linguagem da QCD, a posição da frente de onda é a escala de saturação

$$vt \sim \ln Q_s^2(Y) \sim v_c Y \quad \text{com} \quad v_c = \min \bar{\alpha}_s \frac{\chi(\gamma)}{\gamma} = \bar{\alpha}_s \frac{\chi(\gamma_c)}{\gamma_c} \Rightarrow \gamma_c = 0,6275\ldots$$

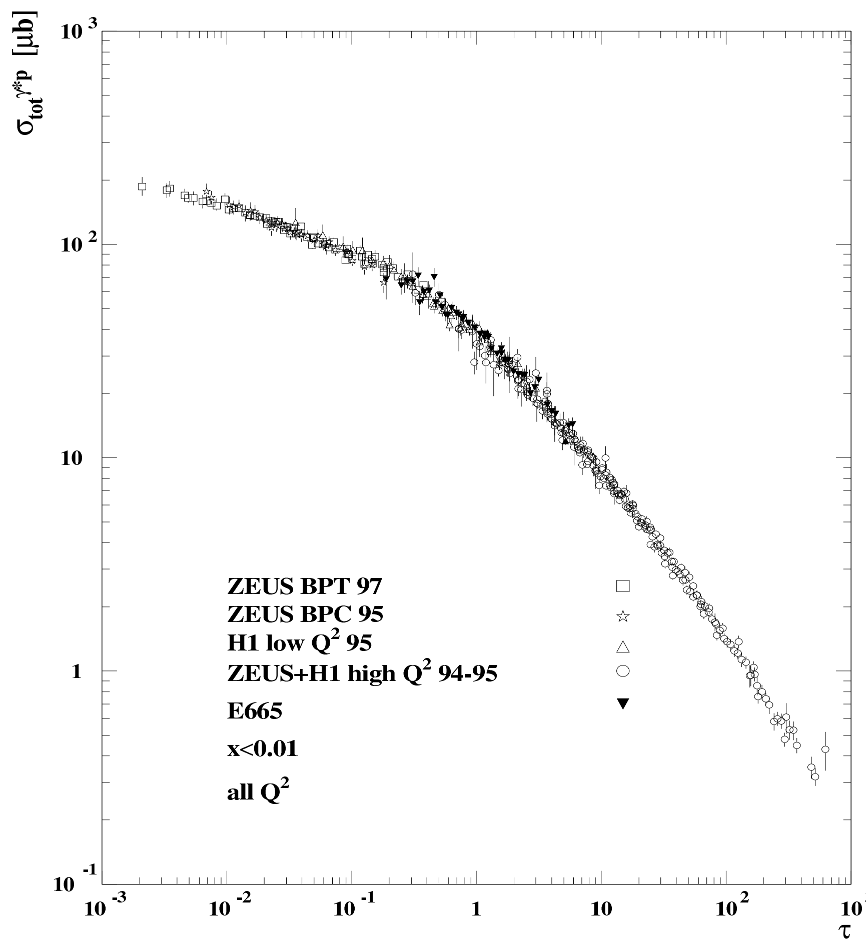
- O escalamento corresponde ao escalamento geométrico

$$x - vt \sim \ln k^2/Q_s^2(Y)$$

Escalamento geométrico

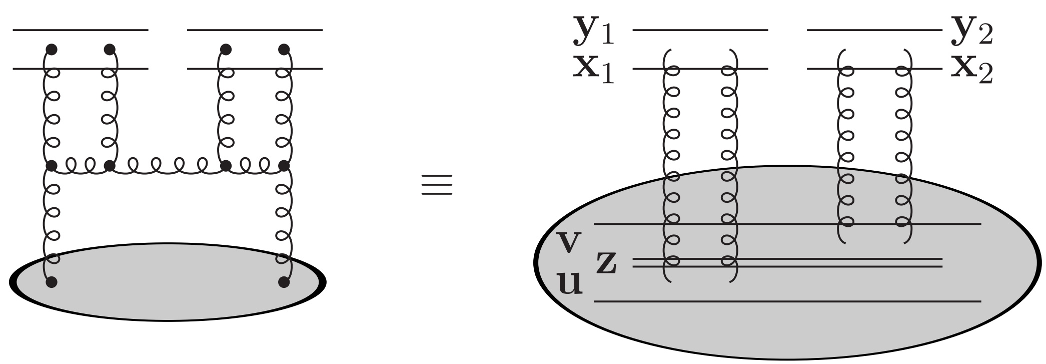
- Seção de choque $\gamma^* p$:

$$\sigma^{\gamma^* p}(x, Q^2) = \sigma^{\gamma^* p}\left(\frac{Q^2}{Q_s^2(Y)}\right)$$



Flutuações

- Recentemente, descobriu-se a importância das *flutuações no número de glúons (dipolos)*, não incluídas na hierarquia de Balitsky



- Nova hierarquia com inclusão das flutuações: *Equações de laços de pomeron*:
- Para um projétil com j dipolos:

$$\frac{\partial\langle T^{(j)}\rangle}{\partial Y} = j\,\bar{\alpha}_s\,\langle T^{(j)}\rangle - j\,\bar{\alpha}_s\,\langle T^{(j+1)}\rangle + \frac{j(j-1)}{2}\,\bar{\alpha}_s\,\alpha_s^2\,\langle T^{(j-1)}\rangle$$

- Dependência do plano transversal bastante complexa

Equação de Langevin

- Aproximações:
  - Amplitude elementar dipolo-dipolo
  - Independência em parâmetro de impacto
- Após transformada de Fourier para o espaço de momentum, tem-se ($\rho_i = \log(k_i^2/k_0^2)$)

$$\begin{aligned}
\partial_Y \langle T_k \rangle &= \bar{\alpha}_s \chi(-\partial_\rho) \langle T_k \rangle - \bar{\alpha}_s \left\langle T^{(2)}_{k,k} \right\rangle , \\
\partial_Y \left\langle T^{(2)}_{k_1,k_2} \right\rangle &= \bar{\alpha}_s \chi(-\partial_{\rho_1}) \left\langle T^{(2)}_{k_1,k_2} \right\rangle - \bar{\alpha}_s \left\langle T^{(3)}_{k_1,k_1,k_2} \right\rangle + (1 \leftrightarrow 2) \\
&+ \bar{\alpha}_s \, \kappa \alpha_s^2 \, k_1^2 \delta(k_1^2 - k_2^2) \langle T_{k_1} \rangle ,
\end{aligned}$$

- A hierarquia pode ser reescrita na forma da equação de Langevin (evento por evento)

$$\partial_Y T(\rho) = \bar{\alpha} \left[\chi(-\partial_\rho) T(\rho) - T^2(\rho) + \sqrt{\kappa \alpha_s^2 T(\rho)} \eta(\rho, Y) \right] , \tag{1}$$

$$\langle \eta(\rho, Y) \rangle = 0, \qquad \langle \eta(\rho_1, Y_1) \eta(\rho_2, Y_2) \rangle = \frac{4}{\bar{\alpha}} \delta(\rho_1 - \rho_2) \delta(Y_1 - Y_2)$$

- Equação BK com termo de ruído: aproximação difusiva $\rightarrow$ equação FKPP estocástica

Conseqüências das flutuações

- A frente $T(\rho)$ gerada possui velocidade assintótica menor do que a prevista em campo médio (BK) [Brunet e Derrida, 97]

$$v_c^* \simeq v_c - \frac{\pi^2 \gamma_c \chi''(\gamma_c)}{2 \ln^2(1/\alpha_s^2)}, \qquad \text{quando} \quad \alpha_s \ll 1$$

- Realizações diferentes da mesma evolução levam a um *conjunto* de frentes: mesma forma, deslocadas umas das outras ao longo do eixo ρ
- A posição da frente $\rho_s \equiv \ln(Q_s^2/k_0^2)$ é uma variável aleatória
  - Valor médio

$$\langle \rho_s(Y) \rangle \simeq v_c^* Y$$

  - Dispersão

$$\sigma^2 \equiv \langle \rho_s^2 \rangle - \langle \rho_s \rangle^2 \simeq \bar{\alpha}_s D Y$$

- D: coeficiente de difusão

Escalamento difusivo

- Os valores de ρ_s são distribuídos, com uma boa aproximação, de acordo com uma densidade de probabilidade Gaussiana [Marquet, Soyez e Xiao, 2006]

$$P_Y(\rho_s) \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(\rho_s - \langle\rho_s\rangle)^2}{\sigma^2}\right],$$

- A amplitude média

$$\langle T(\rho, \langle\rho_s\rangle)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d\rho_s\, P_Y(\rho_s)\, T(\rho, \rho_s)$$

- Para energias muito altas e $z \equiv \rho - \langle\rho_s\rangle \ll \gamma_c\sigma^2$, tem-se

$$\langle T(z)\rangle \simeq \frac{1}{2}\mathrm{Erfc}\left(\frac{z}{\sigma}\right)$$

- Dependência em z/σ: *escalamento difusivo*

Fenomenologia do DIS: o modelo AGBS

Função de estrutura do próton F_2

- $F_2(x,Q^2)$ fornece distribuição de quarks no interior do próton

$$F_2(x,Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}}\left[\sigma_T^{\gamma^* p}(x,Q^2) + \sigma_L^{\gamma^* p}(x,Q^2)\right]$$
$$= \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}}\sigma^{\gamma^* p}(x,Q^2)$$

- No referencial de dipolos, esta possui a seguinte forma fatorizada:

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^* p}(Y,Q) = \int d^2r \int_0^1 dz\, \left|\Psi_{T,L}(r,z;Q^2)\right|^2 \sigma_{dip}^{\gamma^* p}(r,Y)$$

onde $\sigma_{dip}^{\gamma^* p}(Y,r)$ é a seção de choque de dipolo

- Se o próton é tratado como um disco homogêneo de raio R_p

$$\sigma_{dip}^{\gamma^* p}(r,Y) = 2\pi R_p^2 T(r,Y) = 2\pi R_p^2\, r^2 \int_0^\infty dk\, k\, J_0(kr)\tilde{T}(k,Y)$$

Espaço de momentum

JTSA, M A Betemps, M B Gay Ducati e G Soyez, PRD 76, 034011 (2007)

- Em termos de $\tilde{T}$ temos

$$F_2(x,Q^2) = \frac{Q^2 R_p^2 N_c}{4\pi^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_0^1 dz\, |\tilde{\Psi}(k,z;Q^2)|^2 \tilde{T}(k,Y)$$

- A função de onda agora é expressa no espaço de momentum e possui a forma explícita

$$|\tilde{\Psi}(k^2,z;Q^2)|^2 = \sum_q \left(\frac{4\bar{Q}_q^2}{k^2+4\bar{Q}_q^2}\right)^2 e_q^2 \left\{ \left[z^2+(1-z)^2\right] \left[\frac{4(k^2+\bar{Q}_q^2)}{\sqrt{k^2(k^2+4\bar{Q}_q^2)}} \text{arcsinh}\left(\frac{k}{2\bar{Q}_q}\right) + \frac{k^2-2\bar{Q}_q^2}{2\bar{Q}_q^2} \right] + \frac{4Q^2z^2(1-z)^2+m_q^2}{\bar{Q}_q^2} \left[\frac{k^2+\bar{Q}_q^2}{\bar{Q}_q^2} - \frac{4\bar{Q}_q^4+2\bar{Q}_q^2k^2+k^4}{\bar{Q}_q^2\sqrt{k^2(k^2+4\bar{Q}_q^2)}} \text{arcsinh}\left(\frac{k}{2\bar{Q}_q}\right) \right] \right\}$$

  - $\bar{Q}_q = z(1-z)Q^2 + m_q^2$
  - m_q: massas dos quarks

Comportamentos de $\tilde{T}$

- A cauda da amplitude de espalhamento é dada por [Munier e Peschanski, 03]

$$\tilde{T}\,(k,Y) \overset{k\gg Q_s}{\approx} \left(\frac{k^2}{Q_s^2(Y)}\right)^{-\gamma_c} \log\left(\frac{k^2}{Q_s^2(Y)}\right) \exp\left[-\frac{\log^2\left(k^2/Q_s^2(Y)\right)}{2\bar{\alpha}\chi''(\gamma_c)Y}\right]$$

onde

$$Q_s^2(Y) = k_0^2 \exp(v_c Y)$$

- O escalamento geométrico é obtido para

$$\log\left(k^2/Q_s^2(Y)\right) \lesssim \sqrt{2\chi''(\gamma_c)\bar{\alpha}Y}$$

- Na região de infravermelho , pode-se mostrar que a amplitude comporta-se como

$$\tilde{T}\,(k,Y) \overset{k\ll Q_s}{=} c - \log\left(\frac{k}{Q_s(Y)}\right)$$

- Conexão entre as duas regiões assintóticas: *Interpolação analítica*

Modelo AGBS

- O ponto de partida é uma expressão monotonicamente decrescente com L e que reproduz os comportamentos assintóticos requeridos

$$T_{\text{dil}} = \exp\left[-\gamma_c \log\left(\frac{k^2}{Q_s^2(Y)}\right) - \frac{L_{\text{red}}^2 - \log^2(2)}{2\bar{\alpha}\chi''(\gamma_c)Y}\right]$$

com

$$L_{\text{red}} = \log\left[1 + \frac{k^2}{Q_s^2(Y)}\right] \qquad \text{e} \qquad Q_s^2(Y) = k_0^2\, e^{v_c Y}$$

- Expressão proposta

$$\tilde{T}(k,Y) = \left[\log\left(\frac{k}{Q_s} + \frac{Q_s}{k}\right) + 1\right]\left(1 - e^{-T_{\text{dil}}}\right)$$

- Modelo AGBS (Amaral-Gay Ducati-Betemps-Soyez) para a amplitude de espalhamento
  - Substituir em F_2 e testar com os dados experimentais

Dados

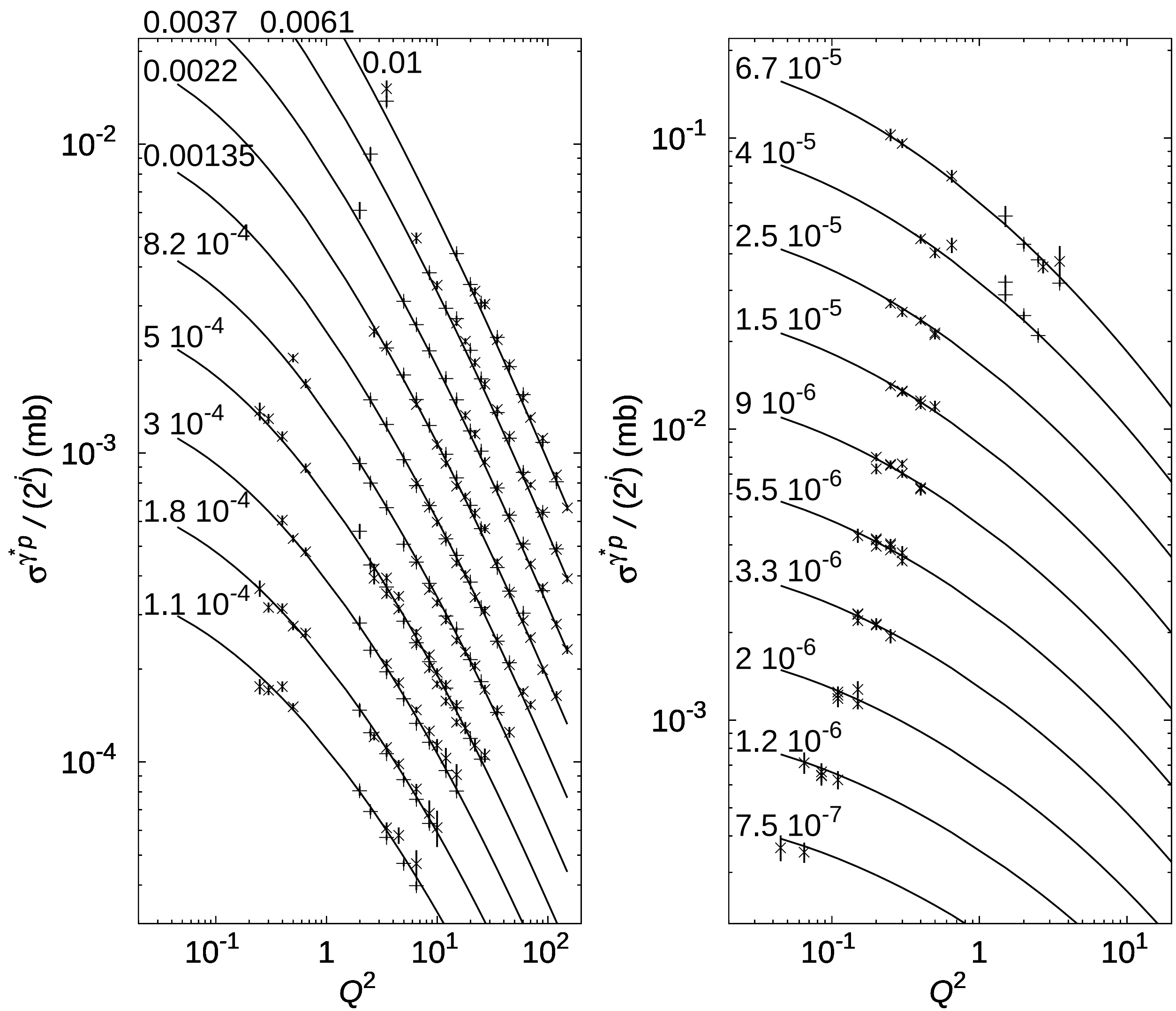
- Ajustamos as últimas medidas de HERA para a função de estrutura do próton F_2, colaborações H1 [EPJC 21, 2002] e ZEUS [EPJC 12, 2000; EPJC 21, 2001]
- Nossa análise é aplicável ao regime cinemático:

$$\begin{cases} x \leq 0.01, \\ 0.045 \leq Q^2 \leq 150 \text{ GeV}^2 \end{cases}$$

- Número de pontos experimentais: 279
- Parâmetros fixos: $\gamma_c = 0.6275$ e $\bar{\alpha} = 0.2$
- Parâmetros livres v_c, χ_c'' , k_0^2 e R_p
- Massas dos quarks:
  - Quarks leves: $m_q = $ 50 ou 140 MeV
  - Para o quark charm, usamos $m_c = m_q$ e $m_c = 1.3$ GeV

Resultados (I): seção de choque $\sigma^{\gamma^* p}$

$m_q = 50$ MeV e $m_c = 1.3$ GeV



Resultados (II): Parâmetros

- Os parâmetros obtidos a partir do ajuste aos resultados experimentais para F_2:

Massas	k_0^2 (10^{-3} GeV^2)	v_c	χ_c''	R_p (GeV^{-1})
$m_q = 50$ MeV, $m_c = 50$ MeV	3.782 ± 0.293	0.213 ± 0.004	4.691 ± 0.221	2.770 ± 0.045
$m_q = 50$ MeV, $m_c = 1.3$ GeV	7.155 ± 0.624	0.193 ± 0.003	2.196 ± 0.161	3.215 ± 0.065
$m_q = 140$ MeV, $m_c = 1.3$ GeV	3.917 ± 0.577	0.161 ± 0.005	2.960 ± 0.279	4.142 ± 0.167

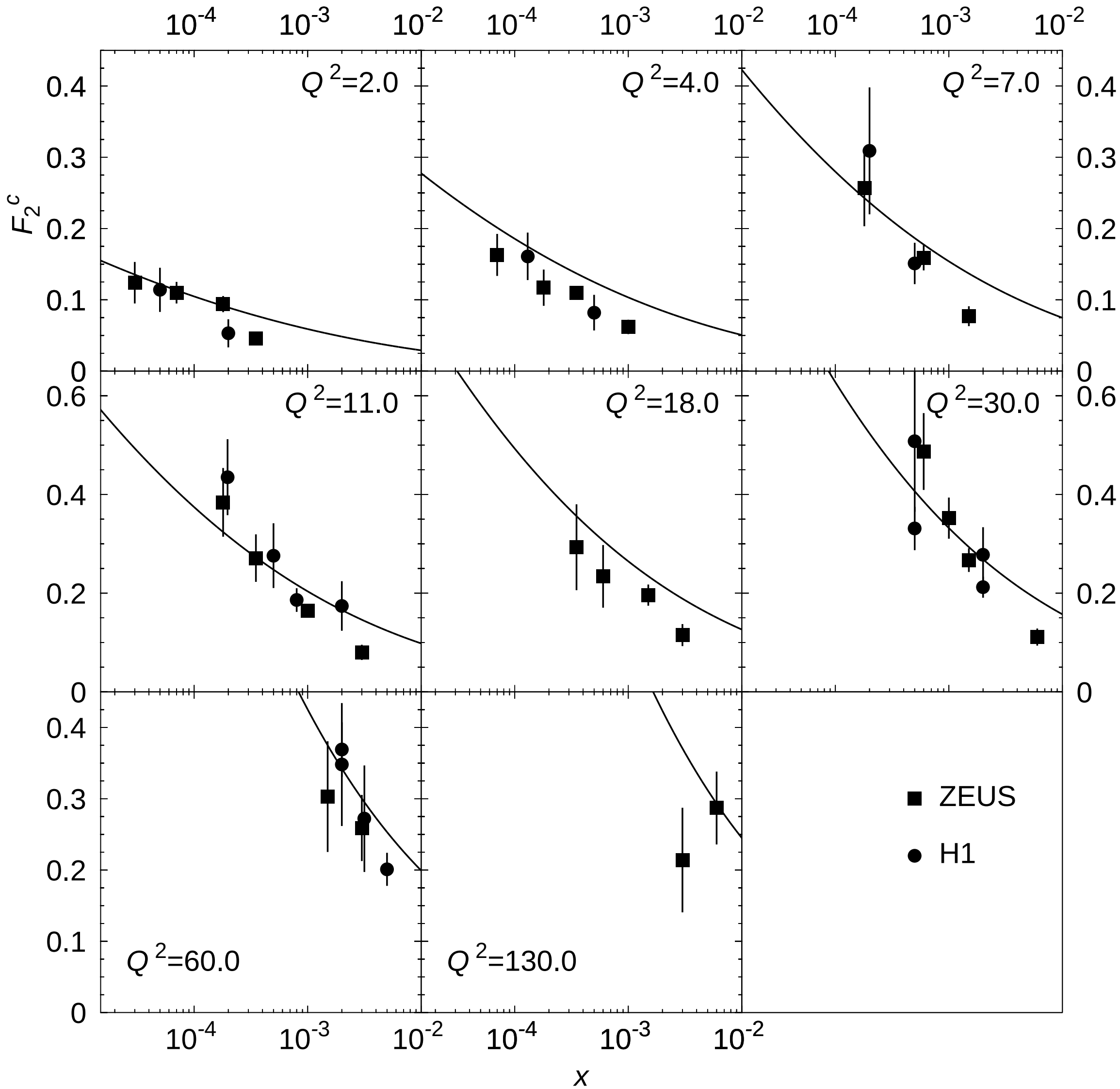
- O valor de χ^2 por ponto

Massas	χ^2/nop
$m_q = 50$ MeV, $m_c = 50$ MeV	0.960
$m_q = 50$ MeV, $m_c = 1.3$ GeV	0.988
$m_q = 140$ MeV, $m_c = 1.3$ GeV	1.071

- Boa concordância com as medidas de F_2 devido ao bom valor de χ^2

Resultados (III): predição para F_2^c

$m_q = 50$ MeV e $m_c = 1.3$ GeV



H1 [PLB 528, 2002; EPJC 45, 2006] e ZEUS [PRD 69, 2004]

Efeitos das flutuações

- Os modelos GBW e IIM foram recentemente utilizados para investigar se as flutuações estão presentes nas medidas do DIS em HERA [Kozlov, Shoshi e Xiang 2007]
  - Dados de ZEUS apenas
  - Regime cinemático: $x \leq 0.01$ e $Q^2_{max} = 50$ GeV^2
  - Novo parâmetro livre: coeficiente de difusão D
- Valores de v_c consistentes com predições da QCD
- Valores de D similares aos obtidos na literatura
- Resultados inconclusivos: impossibilidade de concluir que há flutuações em HERA

AGBS com flutuações

E Basso, M B Gay Ducati, E G de Oliveira e JTSA, EPJC 58, 9 (2008)

- Parametrização para $\tilde{T}^{AGBS}(\rho, Y)$ como amplitude de um único evento
- Amplitude média calculada através de

$$\left\langle \tilde{T}_Y^{\mathrm{AGBS}}(\rho, \langle\rho_s\rangle) \right\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} d\rho_s \, P_Y(\rho_s) \tilde{T}_Y^{\mathrm{AGBS}}(\rho, \rho_s)$$

- Ajuste aos dados de ZEUS e H1
- Regime cinemático:

$$\begin{cases} x \leq 0.01, \\ 0.045 \leq Q^2 \leq 150 \text{ GeV}^2 \end{cases}$$

- Parâmetros fixos: $\gamma_c = 0.6275$ e $\bar{\alpha} = 0.2$
- Parâmetros livres v_c, χ_c'' , k_0^2 e R_p e D
- Quarks leves: $m_q = 50$ e 140 MeV

Resultados (I)

Resultados para $m_{u,d,s} = 50$ MeV

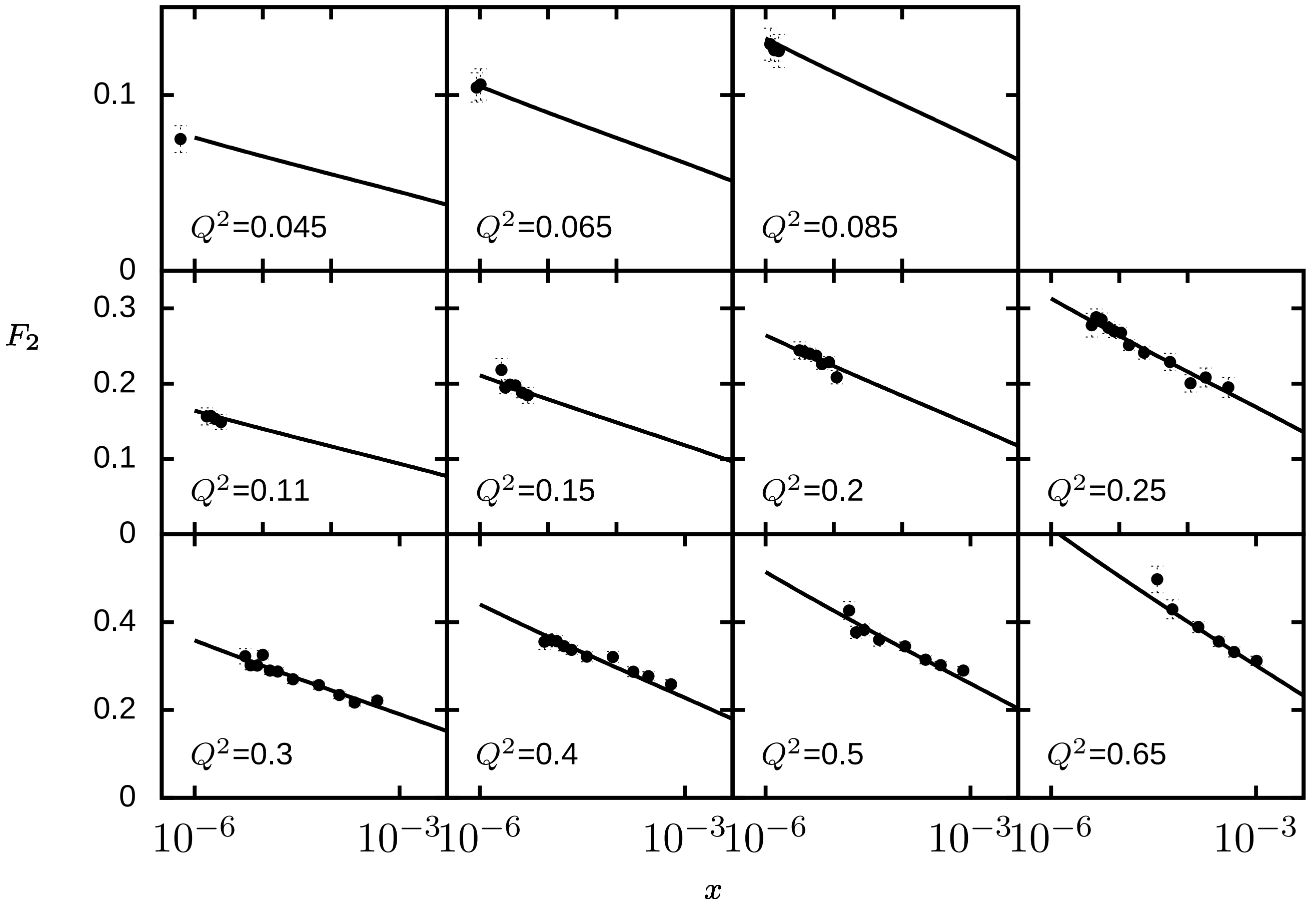
χ^2/n.d.p	k_0^2 ($\times 10^{-3}$)	v_c	R(GeV^{-1})	$\chi''(\gamma_c)$	D ($\times 10^{-2}$)
0.949	3.79 ± 0.30	0.213 ± 0.003	3.576 ± 0.059	4.69 ± 0.23	0
0.949	3.79 ± 0.30	0.213 ± 0.003	3.576 ± 0.059	4.69 ± 0.23	0.0 ± 1.1

Resultados para $m_{u,d,s} = 140$ MeV

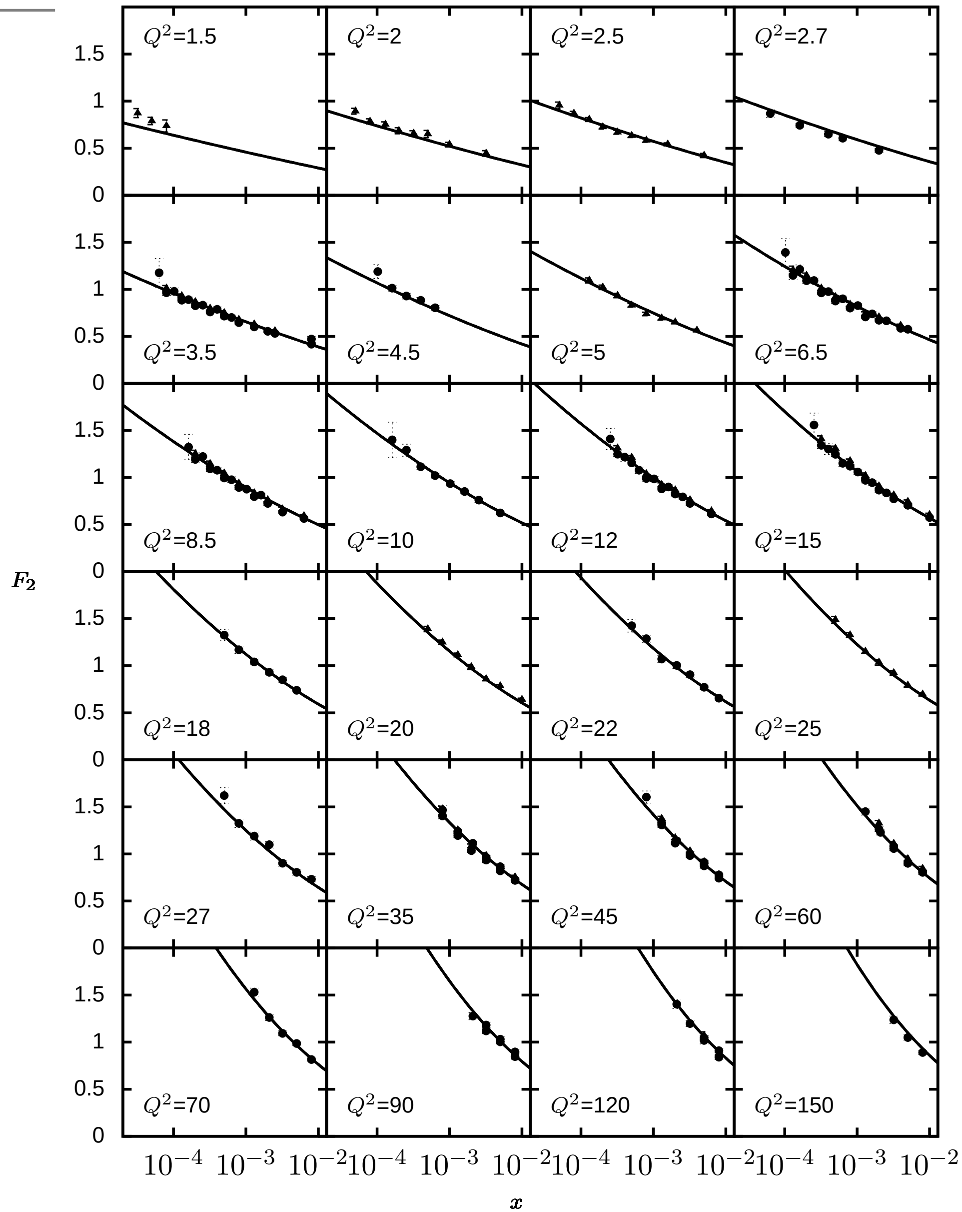
χ^2/n.d.p	k_0^2 ($\times 10^{-3}$)	v_c	R(GeV^{-1})	$\chi''(\gamma_c)$	D ($\times 10^{-3}$)
0.942	1.69 ± 0.16	0.176 ± 0.004	4.83 ± 0.12	6.43 ± 0.29	0
0.942	1.69 ± 0.16	0.176 ± 0.004	4.83 ± 0.12	6.43 ± 0.29	0.0 ± 9.6

Resultados (II)

Resultados para $m_{u,d,s} = 140$ MeV



Resultados (III)



Resultados $m_{u,d,s} = 140$ MeV

Conclusões (I)

- Primeiro modelo fenomenológico para a seção de choque de dipolo no espaço de momentum
- Campo médio:
  - Boa concordância com as medidas de F_2 incluindo quarks pesados
  - Bom valor do χ^2 fornecido pelos ajustes
  - Boa concordância com as predições para F_2^c
- Flutuações:
  - Análise com regime cinemático mais amplo do que análise no espaço de coordenadas
  - Em energias de HERA: não há evidência da presença de flutuações no DIS $\longrightarrow$ tratamento de campo médio suficiente
- Para energias maiores (LHC):
  - Flutuações são realmente importantes?

Um modelo unidimensional para a QCD em altas energias

Descrição

E Iancu, JTSA, G Soyez e D Triantafyllopoulos, Nucl.Phys.A 786, 131 (2007)

- *Equações de laços de Pomerons*: estrutura muito complexa $\rightarrow$ investigação de modelos de partículas, dimensões menores
- Modelo estocástico de partículas (1+1)–dimensional:
  - Dimensão temporal: rapidez Y
  - Dimensão espacial: posição da partícula ao longo de um eixo unidimensional infinito
- Analogia com a QCD a dimensão espacial corresponde ao tamanho de um dipolo: $\rho \equiv \log(r_0^2/r^2)$
- Sistema de partículas: especificação do número de ocupação n_i em todos os sítios da rede
- Quando a rapidez aumenta, a composição do sistema muda através da separação de partículas

Espalhamento

- O estado do sistema é descrito pela probabilidade $P(\{n\}, Y)$ de uma dada configuração $\{n\} \equiv \{\ldots, n_i, n_{i+1}, \ldots\}$
- Dois tipos de partículas, esquerda (L) e direita (R) que interagem entre si
- Assume-se que o elemento de matriz–S médio para o espalhamento é dado por

$$\langle S \rangle_Y = \sum_{\{n\},\{m\}} P_{\mathrm{R}}(\{n\}, Y - Y_0)\, P_{\mathrm{L}}(\{m\}, Y_0)\, \mathcal{S}(\{n\}, \{m\})$$

- O alvo (R) possui rapidez $Y - Y_0$ e o projétil (L) possui rapidez $-Y_0$
- A matriz–S para o espalhamento elástico entre duas dadas configurações do alvo e do projétil é

$$\mathcal{S}(\{n\}, \{m\}) = \prod_{i,j} \sigma_{ij}^{n_i m_j} \text{ onde } \quad \sigma_{ij} = 1 - \tau_{ij}$$

- Matriz–T elementar $\tau_{ij} \ll 1$: $\tau \equiv \tau_{ii}$ corresponde a α_s^2 da QCD

Construção do modelo

- A matriz–S deve ser independente da escolha do referencial, ou seja, independente de Y_0:

$$\frac{\mathrm{d}\left\langle S \right\rangle}{\mathrm{d}Y_0} = 0$$

- A cada passo na rapidez ($Y \to Y + \mathrm{d}Y$) emissão de uma única partícula
- A configuração do sistema muda apenas pela adição de uma nova partícula em um sítio arbitrário da rede
- Evolução para as distribuições $P(\{n\}, Y)$:

$$\frac{\partial P(\{n\}, Y)}{\partial Y} = \sum_i \left[f_i(\ldots, n_i - 1, \ldots)\, P(\ldots, n_i - 1, \ldots, Y) - f_i(\{n\})\, P(\{n\}, Y) \right]$$

- $f_i(\{n\})$ é a taxa de depósito: a probabilidade por unidade de rapidez de encontrar uma partícula extra no sítio i após um passo na evolução (Δ é o espaçamento da rede)

$$\frac{f_i(\{n\})}{\Delta} = \frac{1 - \prod_j \sigma_{ij}^{n_j}}{\tau} = \frac{t_i(\{n\})}{\tau}$$

Evolução de observáveis (I)

- Considerando um observável genérico $\mathcal{O}$, seu valor médio na rapidez Y, que é uma quantidade mensurável, é dado por

$$\langle \mathcal{O} \rangle_Y = \sum_{\{n\}} P(\{n\}, Y)\, \mathcal{O}(\{n\})$$

- A equação de evolução para $\langle \mathcal{O} \rangle_Y$ é:

$$\frac{\partial \langle \mathcal{O} \rangle_Y}{\partial Y} = \sum_i \left\langle f_i(\{n\}) \left[\mathcal{O}(\ldots, n_i + 1, \ldots) - \mathcal{O}(\{n\}) \right] \right\rangle_Y$$

- Projétil composto apenas por uma partícula no sítio $i \to m_j = \delta_{ji}$ e a matriz–S de espalhamento deste projétil é dada por

$$\mathcal{S}(\{n\}, \{m\}) = s_i(\{n\}) = \prod_j \sigma_{ij}^{n_j}$$

Evolução de observáveis (II)

- Equação de evolução para a matriz–S

$$\frac{\partial \langle s_i \rangle_Y}{\partial Y} = \sum_j \frac{\Delta(1-\sigma_{ij})}{\tau} \langle s_i s_j - s_i \rangle_Y$$

- Limite contínuo: $i \to x_i = i\Delta$ e então fazer $\Delta \to 0$, de modo que $x_i \to x$, com x sendo a variável espacial contínua:

$$\Delta \sum_i F_i \to \int \mathrm{d}x\, F(x), \quad \sigma_{ij} \to \sigma_{xy} = 1 - \tau_{xy}$$

- Escolhemos

$$\tau_{xz} = \tau \exp\left(-|x-z|\right)$$

- Obtemos uma hierarquia de equações:

$$\frac{\partial \langle s_x \rangle_Y}{\partial Y} = \int_z \frac{\tau_{xz}}{\tau} \langle s_x s_z - s_x \rangle_Y$$

Amplitudes de espalhamento

- Em termos das amplitudes de espalhamento $t_x \equiv 1 - s_x$

$$\frac{\partial \langle t_x \rangle_Y}{\partial Y} = \int_z \frac{\tau_{xz}}{\tau} \langle t_z - t_x t_z \rangle_Y$$

- A segunda equação da hierarquia

$$\frac{\partial \langle t_x t_y \rangle}{\partial Y} = \int_z \left[\frac{\tau_{xz}}{\tau} \langle (t_z - t_x t_z) t_y \rangle + \frac{\tau_{yz}}{\tau} \langle (t_z - t_y t_z) t_x \rangle + \frac{\tau_{xz}\tau_{yz}}{\tau} \langle t_z (1 - t_x)(1 - t_y) \rangle \right]$$

- Presença de termos de flutuações
- No regime diluído, $\langle t \rangle \lesssim \tau$, podemos escrever

$$\left. \frac{\partial \langle t_x t_y \rangle}{\partial Y} \right|_{\text{flut}} \simeq \int_z \frac{\tau_{xz}\tau_{yz}}{\tau} \langle t_z \rangle \simeq \int_z \frac{\tau_{xz}\tau_{yz}}{\tau} \int_w \tau_{zw} \langle n_w \rangle \simeq \int_z \tau_{xz}\tau_{yz} \frac{\partial \langle n_z \rangle}{\partial Y}$$

- Uma partícula é criada no alvo em z ($w \to wz$) e espalha simultaneamente com as duas partículas do projétil em x e y

Aproximações BFKL e BK

- A análoga da equação BFKL: versão linearizada

$$\frac{\partial \langle t_x \rangle_Y}{\partial Y} = \int \mathrm{d}z \, \exp\left(-|x-z|\right) \langle t_z \rangle_Y$$

- *Aproximação de campo médio* $\langle t_x t_y \rangle \approx \langle t_x \rangle \langle t_y \rangle$ resulta na análoga da equação BK

$$\frac{\partial \langle t_x \rangle}{\partial Y} = \int \mathrm{d}z \, \exp(-|x-z|) \left(\langle t_z \rangle - \langle t_x \rangle \langle t_z \rangle\right)$$

- A equação se encontra na classe de universalidade da equação FKPP
- A posição $x_s(Y)$ desta frente define a *linha de saturação*: $x_s(Y) \approx \lambda_s Y$

$$\chi'(\gamma_s) = \frac{\chi(\gamma_s)}{\gamma_s} \Rightarrow \gamma_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,58 \quad \text{e} \quad \lambda_s = \frac{\chi(\gamma_s)}{\gamma_s} = 3\sqrt{3} \approx 5,20$$

- A amplitude na vizinhança da linha de saturação

$$t(x,Y) = c_1 \tau(x - x_s + c_2) \exp\left[-\gamma_s(x - x_s) - \frac{(x-x_s)^2}{2\chi''(\gamma_s)Y}\right]$$

Efeitos das flutuações

- Para uma dada condição inicial em $Y = 0$, a evolução estocástica até Y gera um *conjunto estatístico de frentes*
  - $x_s(Y)$ torna-se agora uma *variável aleatória*

$$\langle x_s \rangle = \lambda_s Y \quad \text{e} \quad \sigma^2(Y) = \langle x_s^2 \rangle - \langle x_s \rangle^2 = D_{\text{diff}} Y$$

- O valor assintótico da *velocidade média*

$$\lambda_s^* \simeq \frac{\chi(\gamma_s)}{\gamma_s} - \frac{\pi^2 \gamma_s \chi''(\gamma_s)}{2 \ln^2 \tau} = 3\sqrt{3} - \frac{9\sqrt{3}\,\pi^2}{2 \ln^2 1/\tau}$$

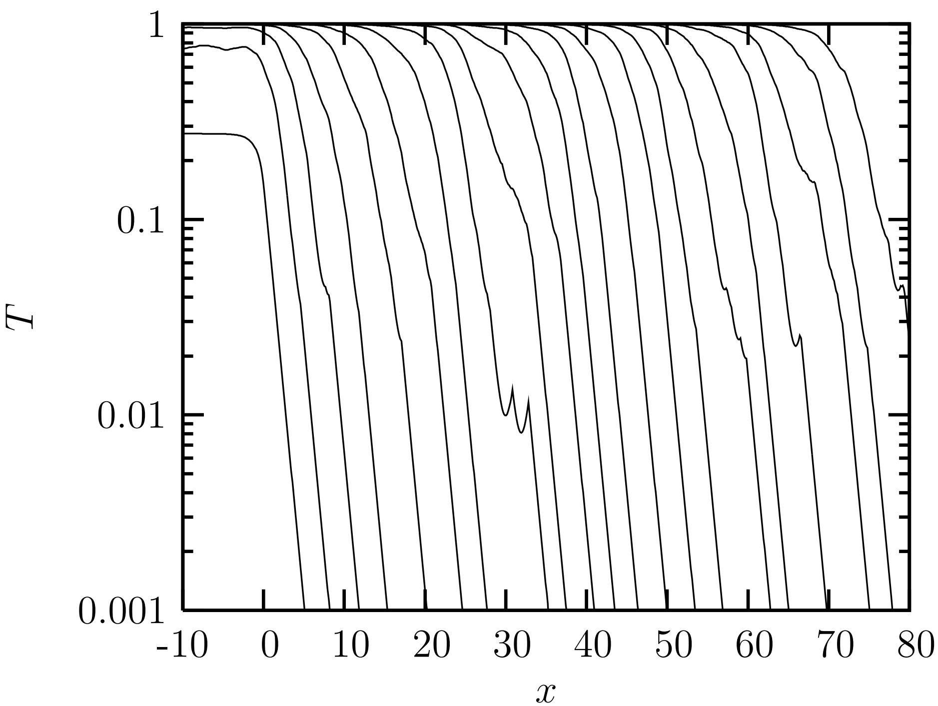
válido quando $\ln^2 1/\tau \gg 1$

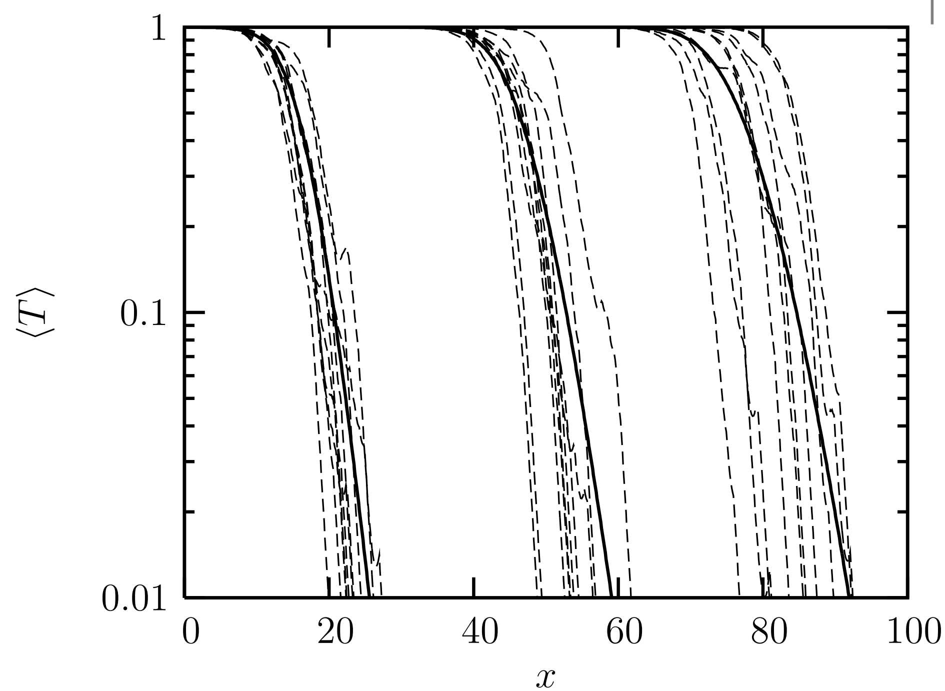
- A amplitude média $\langle t(x) \rangle_Y$: escalamento geométrico desaparece e é substituído, em valores de Y suficientemente grandes, pelo *escalamento difusivo*

$$\langle t(x) \rangle_Y \simeq \frac{1}{2} \operatorname{Erfc}\left[\frac{x - \langle x_s \rangle}{\sqrt{2 D_{\text{diff}} Y}} \right],$$

válido quando $D_{\text{diff}} Y \gg 1$ e na região $|x - \langle x_s \rangle| \ll \gamma_s D_{\text{diff}} Y$

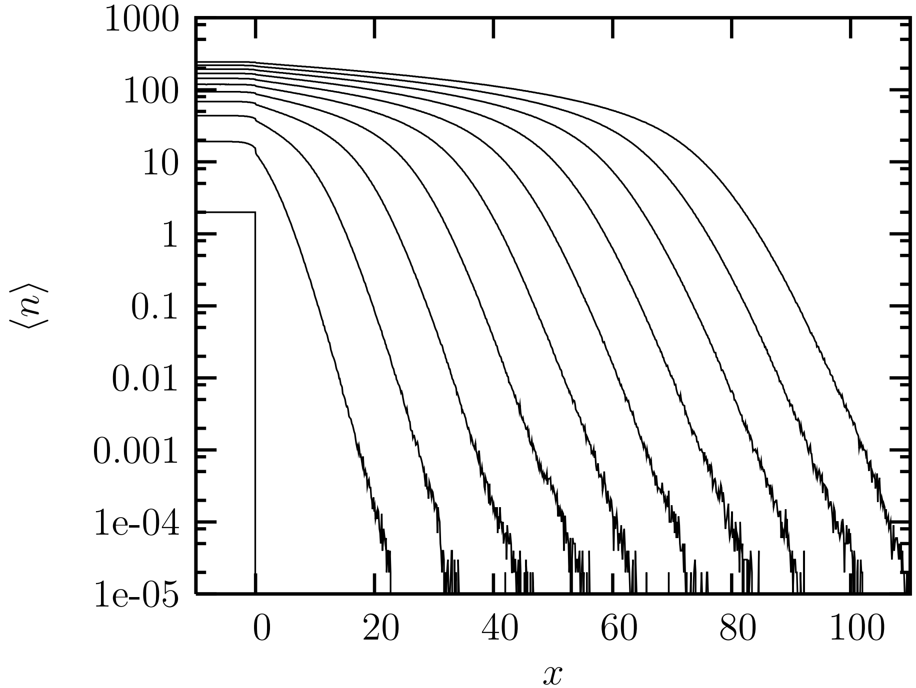
Resultados numéricos (I)

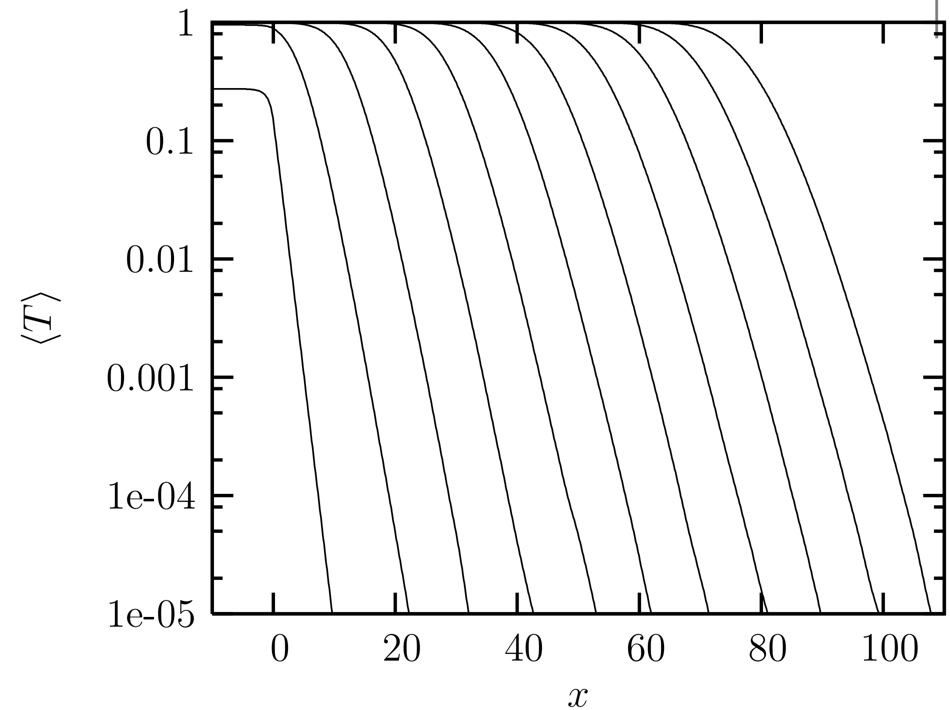




- À esquerda: Evolução da amplitude de espalhamento para um evento: formação de uma frente progressiva
- À direita: Amplitude para 10 eventos (linhas tracejadas) e amplitude média (linha sólida) para $Y = 5,\ 12.5,\ 20$:
  - Flutuações levam a uma dispersão crescente na posição das frentes

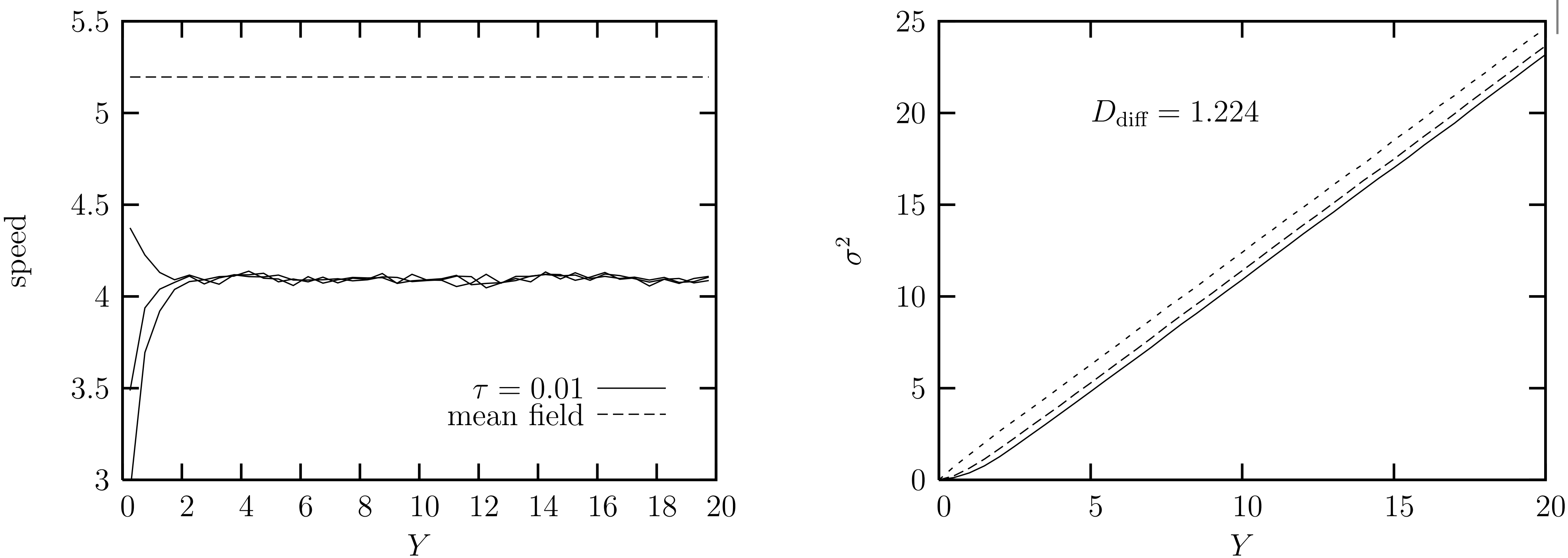
Resultados numéricos (II)





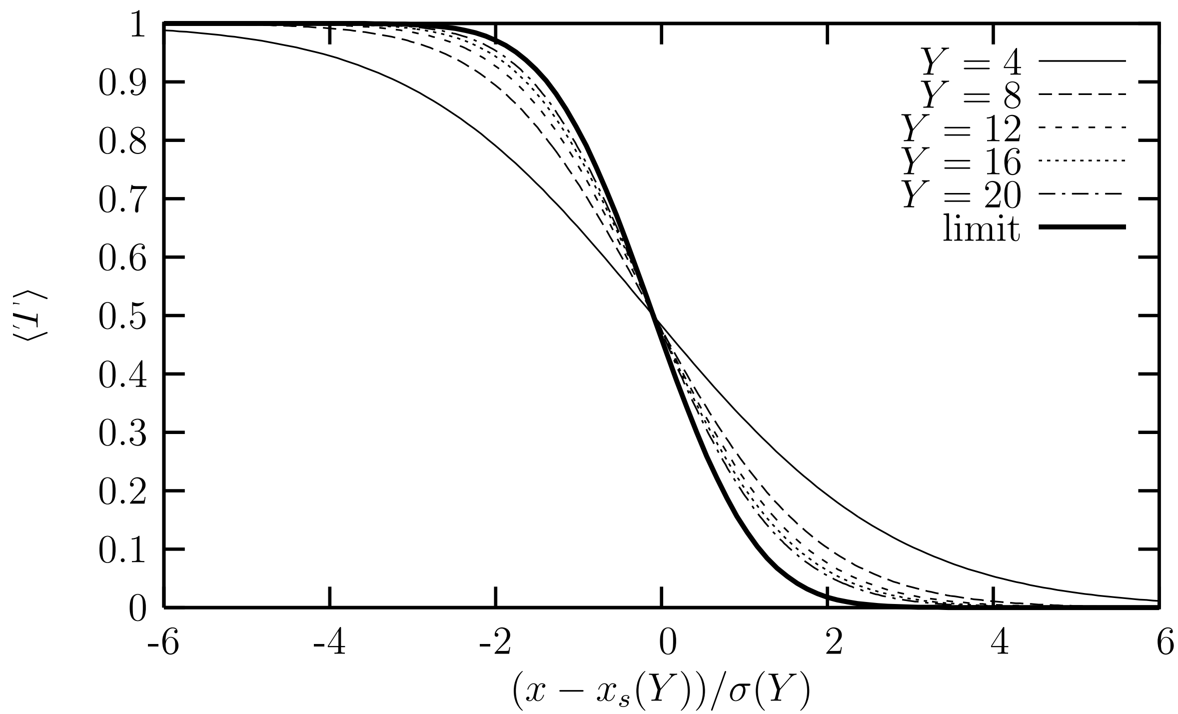
- Número de eventos $N_{\text{ev}} = 10^5$ para $Y = 0, 2, 4, \ldots, 20$
- À esquerda: Número médio de ocupação
- À direita: Amplitude de espalhamento média
    - Escalamento geométrico desaparece: a inclinação da frente diminui com o aumento de Y

Resultados numéricos (III)



- Estatística da posição da frente (ou escala de saturação) x_s:
- À esquerda: Velocidade média da frente progressiva
- À direita: Dispersão na posição das frentes $\sigma^2 = \langle x_s^2 \rangle - \langle x_s \rangle^2$
  - Bom ajuste através de crescimento linear, $\sigma^2 \simeq D_{\text{diff}} Y$ com $D_{\text{diff}} = 1.224$

Resultados numéricos (IV)



- Amplitude média como uma função da variável de escalamento difusivo
  - Convergência para a curva assintótica esperada com o aumento de Y

$$\langle t(x) \rangle_Y \simeq \frac{1}{2}\,\mathrm{Erfc}\left[\frac{x - \langle x_s \rangle}{\sqrt{2D_{\mathrm{diff}}Y}}\right]$$

  - **Escalamento difusivo satisfeito pelo modelo**

Conclusões

- O modelo é consistente com princípios físicos gerais válidos na QCD: invariância de boosts, espalhamentos múltiplos e evolução através da emissão de uma partícula adicional por unidade de rapidez
- Exibe um mecanismo de saturação similar à saturação gluônica
- O modelo está na classe de universalidade do processo de reação-difusão, como também esperado em QCD, e exibe características qualitativas da evolução das amplitudes, esperadas na QCD em parâmetro de impacto fixo
- O modelo é suficientemente simples para permitir investigações numéricas detalhadas
- As equações de evolução para as amplitudes aparecem como uma generalização natural das equações de Balitsky–JIMWLK

Perspectivas

Modelo AGBS:

- Análise incluindo bottom
- Dados de H1 e ZEUS combinados
- Análise com γ_c livre, similar a [Soyez, 2007]
- Observáveis em RHIC e LHC

Modelo unidimensional:

- Aplicações do modelo unidimensional para o estudo de processos difrativos, realizada no formalismo da QCD por [Hatta et al, 2006]: DDIS
- Estudo da supressão das flutuações devido aos efeitos de variação do acoplamento α_s [Dumitru et al, 2008]
    - Seções de choque inclusiva e difrativa
- Estudo e comparação com outros modelos: [Munier e Schwennsen, 2008] e [Munier, Salam e Soyez, 2008]
- Dependência em parâmetro de impacto

QCD em altas energias