Produção de dileptons no Condensado de Vidros de Cor

Marcos André Betemps Vaz da Silva
marcos.betemps@ufpel.edu.br

Grupo de Fenomenologia de Partículas de Altas Energias (GFPAE)
www.if.ufrgs.br/gfpae
Instituto de Física
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Porto Alegre, Brazil

Tese realizada sob orientação da Prof. Dra. Maria Beatriz Gay.

Financiamento CNPq

Índice

- Motivação.
- A Cromodinâmica Quântica e os processos de espalhamento.
  - Espalhamento Profundamente Inelástico (DIS);
  - Equações de Evolução lineares (DGLAP e BFKL);
  - Distribuições partônicas do nucleon e nuclear;
- Processo Drell-Yan.
- Equações de evolução não-lineares.
- Formalismo de dipolos.
- Produção de dileptons no formalismo de dipolos
  - Colisões pp e região de rapidez positiva;
- Condensado de Vidros de Cor (CGC).
- Produção de dileptons no CGC.
- Produção de dileptons no formalismo de dipolos
  - Colisões pA e região de rapidez negativa.

Motivação

- Dileptons $\Rightarrow$ Observável limpo (interação eletromagnética);

Comparando produção de dileptons e hádrons

- Produção inclusiva de hádrons
  - Obter distribuições

$$d\sigma^{pp\rightarrow hX} = d\sigma^{ij\rightarrow kX} \otimes q_i \otimes q_j \otimes D_{k\rightarrow h}$$

- Necessita-se função de fragmentação $\Rightarrow$ fortemente dependente de efeitos de estado final
- Produção de dileptons

$$d\sigma^{pp\rightarrow l^+l^-X} = d\sigma^{ij\rightarrow l^+l^-X} \otimes q_i \otimes q_j \,.$$

  - Não necessita função de fragmentação
  - Análise mais clara

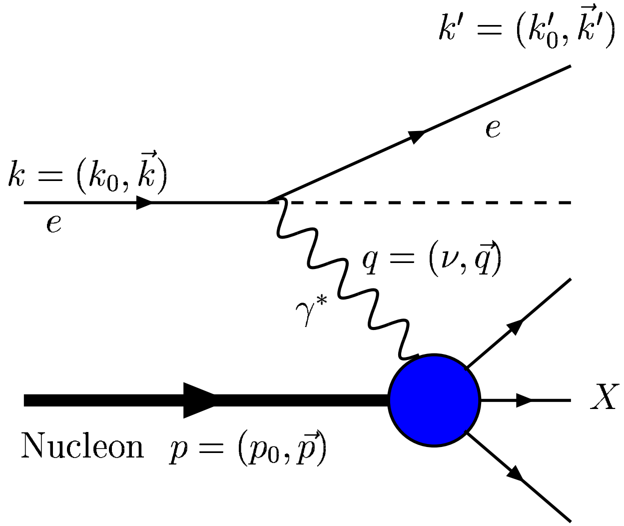
Espalhamento Profundamente Inelástico

- $l + N \to l + X$;
- $\hbar = c = 1$;
- Virtualidade $Q^2 \equiv -q^2 > 0$;
- Rapidez $y \to (y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k})$;
- Energia de centro de massa

$s = (p + k)^2$

- Fração de momentum do hádron

$x = \frac{Q^2}{2p.q} = \frac{Q^2}{sy}$ (variável de Bjorken);



- Em ordem dominante na QED, a seção de choque inclusiva para o DIS pode ser escrita como

$$d\sigma(eN \to eX) = \frac{2\alpha_{em}^2}{Q^4} \frac{m^2}{k_0 k'_0} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} d^3k',$$

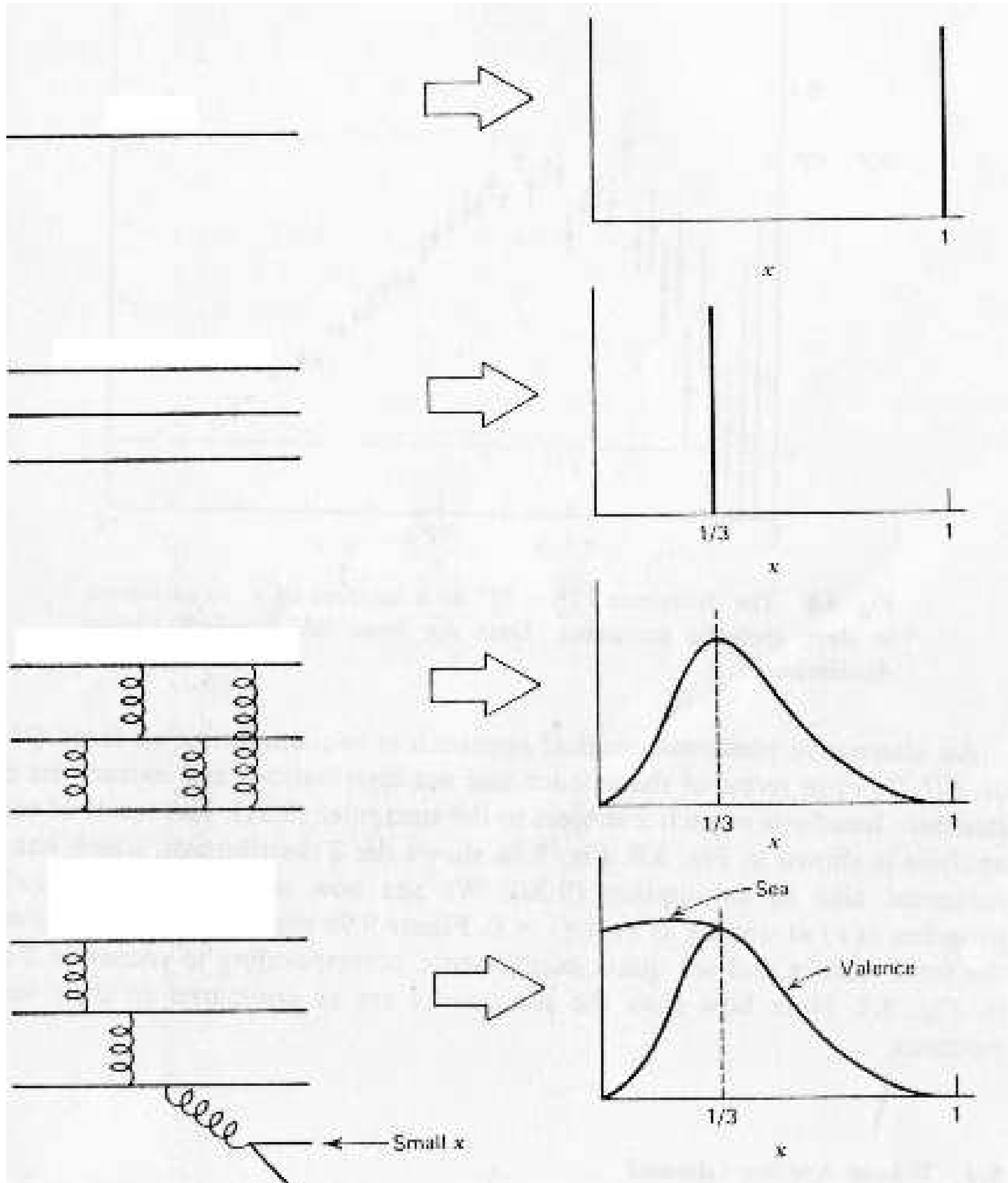
$$\frac{d\sigma(eN \to eX)}{dxdQ^2} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{xQ^2} \left[xy^2 F_1(x, Q^2) + (1-y) F_2(x, Q^2)\right]$$

$$F_2(x, Q^2) = x \sum_{i=u,d,s} e_i^2 \left\{q_i(x, Q^2) + \bar{q}_i(x, Q^2)\right\}$$

$q_i(x, Q^2) \to$ distribuição de quarks no nucleon

Distribuição de quarks

- forma da distribuição $q_i(x, Q^2) \rightarrow$ indica estrutura do nucleon



QCD $\Rightarrow$

Cromodinâmica Quântica

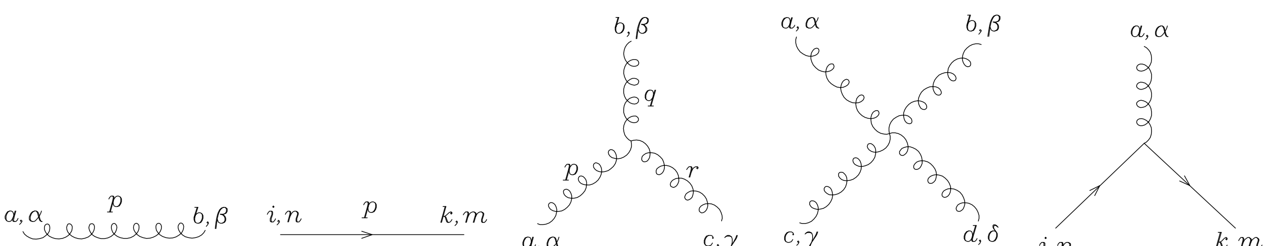
- Teoria Quântica de Campos descrevendo a interação forte através de uma carga de cor.
- Invariante frente as transformações de simetria do grupo $SU(N_c = 3)$, onde N_c representa o número de cores (Red, Green, Blue).
- Tem como graus de liberdade os quarks (spin 1/2 - ψ) e os glúons (spin 1 - A_μ^a)
- Os glúons portam carga de cor $(a = 1, ..8)$.

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\nu} + \sum_{k=1}^{N_f} \overline{\psi}^k \left(i\gamma^\mu D_\mu - m \right) \psi^k + \mathcal{L}_{\text{fixação de gauge}} + \mathcal{L}_{\text{fantasma}},$$

- N_f é o número de sabores dos quarks (up, down, strange, charm, bottom, top).

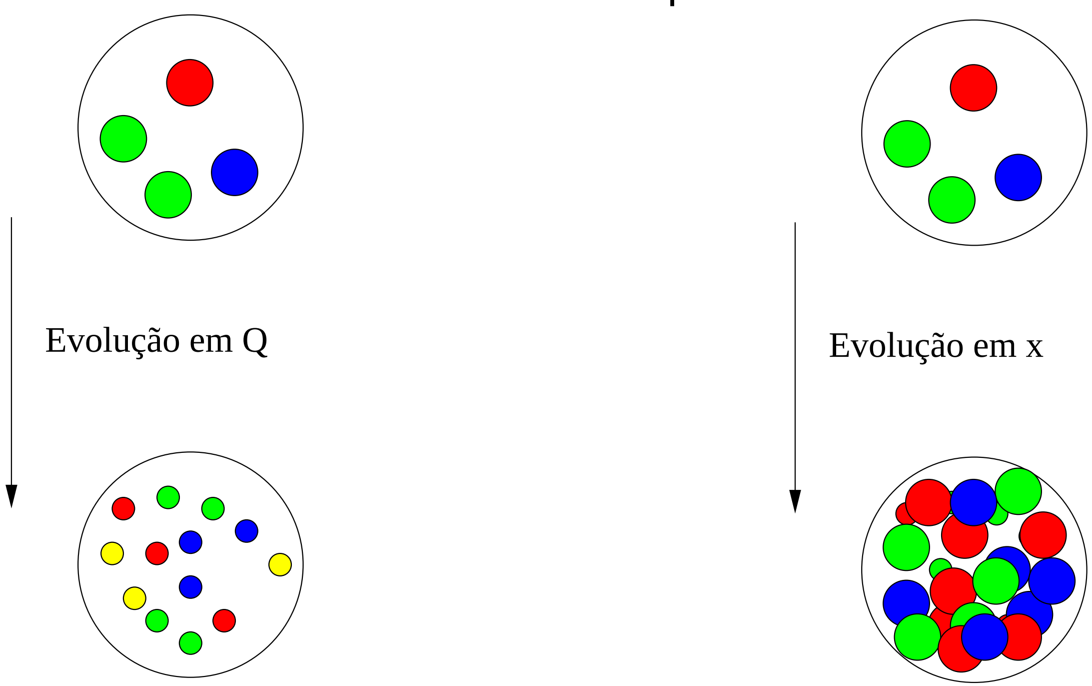
$$F^a_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu,$$

$$D_\mu = \partial_\mu - i g T^a A^a_\mu.$$



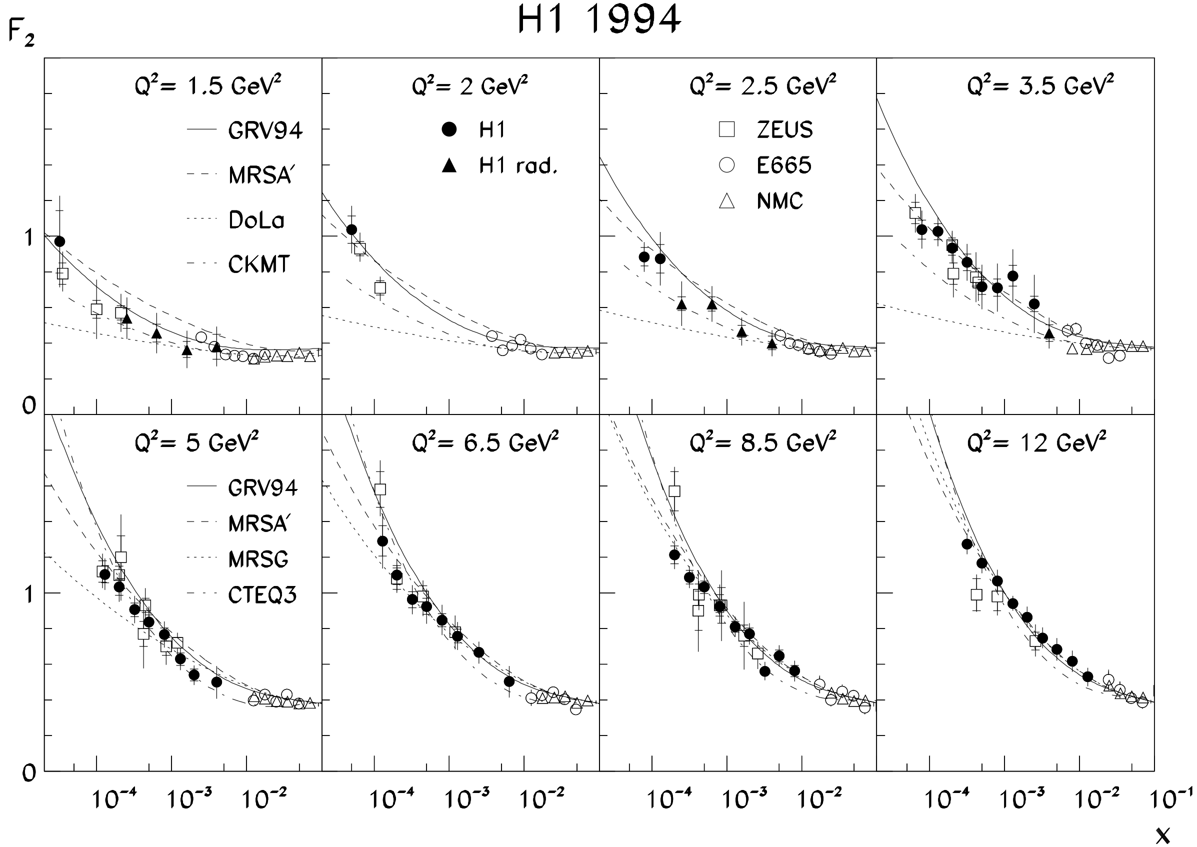
Evolução das densidades partônicas

- Pártons com grande x $\Rightarrow$ (quarks de valência) .
- Aumento da energia $\Rightarrow$ quarks do mar $\Rightarrow$ Novos pártons emitidos.
- Probabilidade de emissão $\propto \alpha_s \ln\left(\frac{1}{x}\right)$.
- Equações DGLAP e BFKL $\Rightarrow$ apenas diagramas de emissão.
- DGLAP $\Rightarrow$ evolução em Q^2.
- DGLAP $\Rightarrow$ aumento no número de pártons (sistema diluído).
- BFKL $\Rightarrow$ evolução em x.
- BFKL $\Rightarrow$ aumento na densidade de pártons.



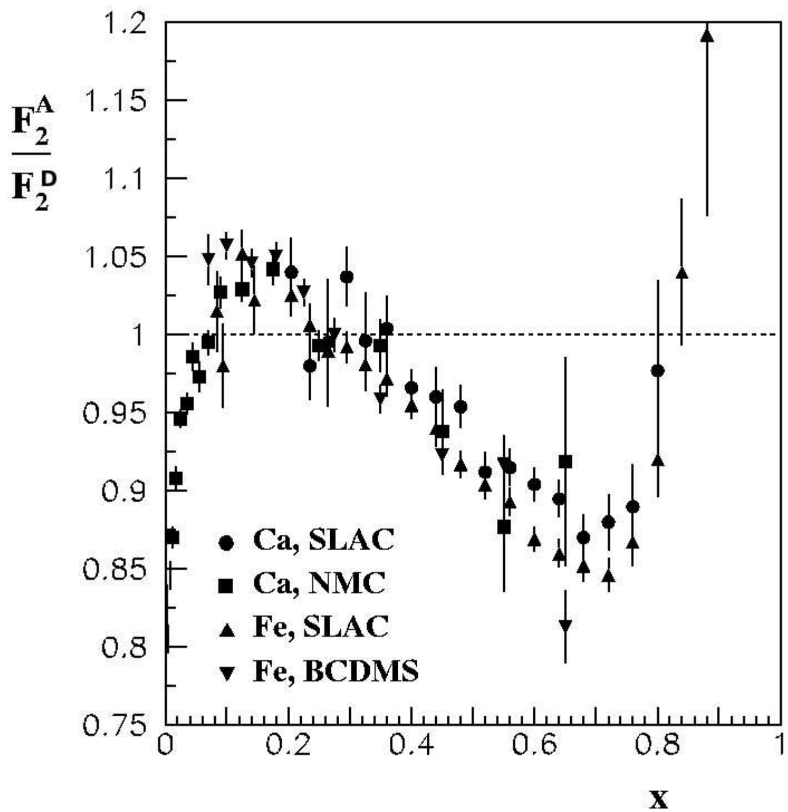
Distribuições partônicas do próton

- QCD prediz evolução $q(x, Q^2)$.
- Distribuições $q(x, Q^2) \Rightarrow$ resultados experimentais.
- Parametrizar uma dependência em x para uma escala inicial Q_0^2 (condição inicial).
- Evolução DGLAP para um determinado valor de Q^2 com base nos dados.
- Resultados experimentais de DIS, etc.
- Parametrizações GRV, CTEQ, MRST.



Distribuições partônicas nucleares

- Na colisão *elétron-núcleo*, o elétron esta provando uma estrutura que pode sofrer modificações com relação ao caso *elétron-próton*.
- Os efeitos nucleares nas distribuições partôncias nucleares são determinados a partir da razão entre as funções de estrutura F_2 nuclear e do nucleon.
  $R_{F_2}^A = \frac{F_2^A}{F_2^{p,n,D}}$
- Caso não existam efeitos nucleares $R_{F_2}^A$
- Verifica-se 4 distintos comportamentos:
  - $x \gtrsim 0.8 \Rightarrow$ Movimento de Férmi.
  - $0.3 \lesssim x \lesssim 0.8 \Rightarrow$ Efeito EMC.
  - $0.1 \lesssim x \lesssim 0.3 \Rightarrow$ Antisombreament
  - $0.1 \gtrsim x \Rightarrow$ Sombreamento.

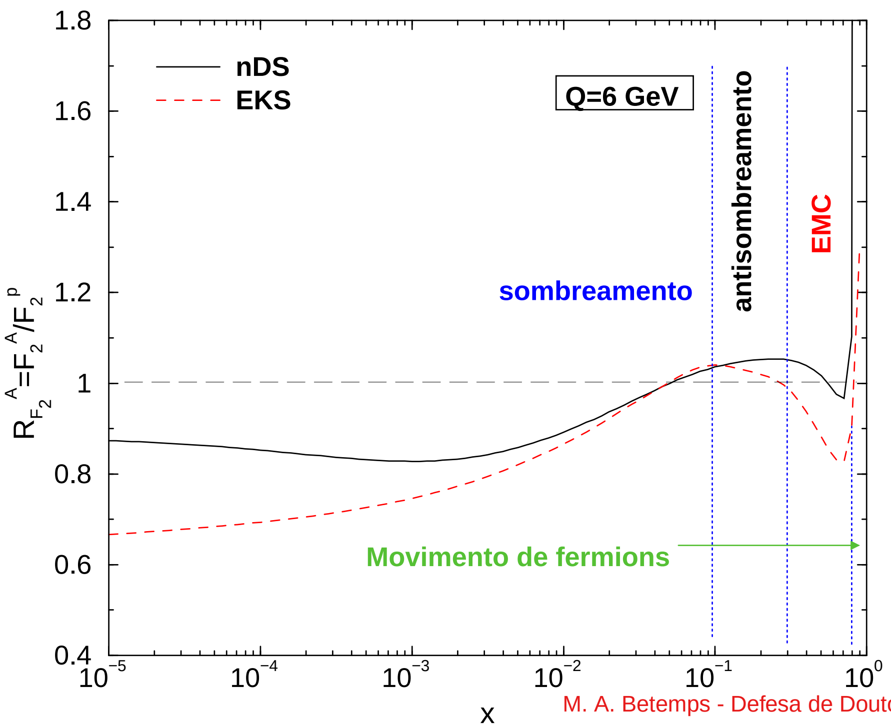


Distribuições partônicas nucleares

- A função de estrutura nuclear é obtida a partir de uma distribuição partônica nuclear (nPDF's):

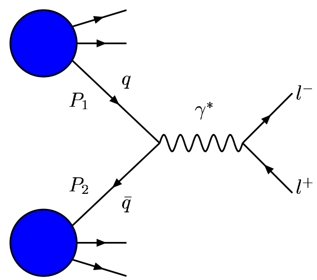
$$F_2^A(x, M^2) = \sum_q e_q^2 [x f_q^A(x, M^2) + x f_{\bar{q}}^A(x, M^2)],$$

- Dois formalismos distintos serão utilizados neste trabalho:
  - Eskola, Kolhinen e Salgado (Parametrização EKS) *Eur. Phys. J. C* **9**, *61 (1999)*
    $f_q^A(x, Q_0^2) = R_q^A(x, Q_0^2) f_q^p(x, Q_0^2)$
  - D. de Florian e R. Sassot (Parametrização nDS) *Phys. Rev. D* **69**, *074028 (2004)*
    $f_q^A(x, Q_0^2) = \int_x^A \frac{dy}{y} W_q(y, A) f_q^p\left(\frac{x}{y}, Q_0^2\right)$
- Em ambos casos, necessita-se uma distribuição partônica para o próton.
- Parametrização EKS prediz razões menores que a parametrização nDS em praticamente todas as regiões.

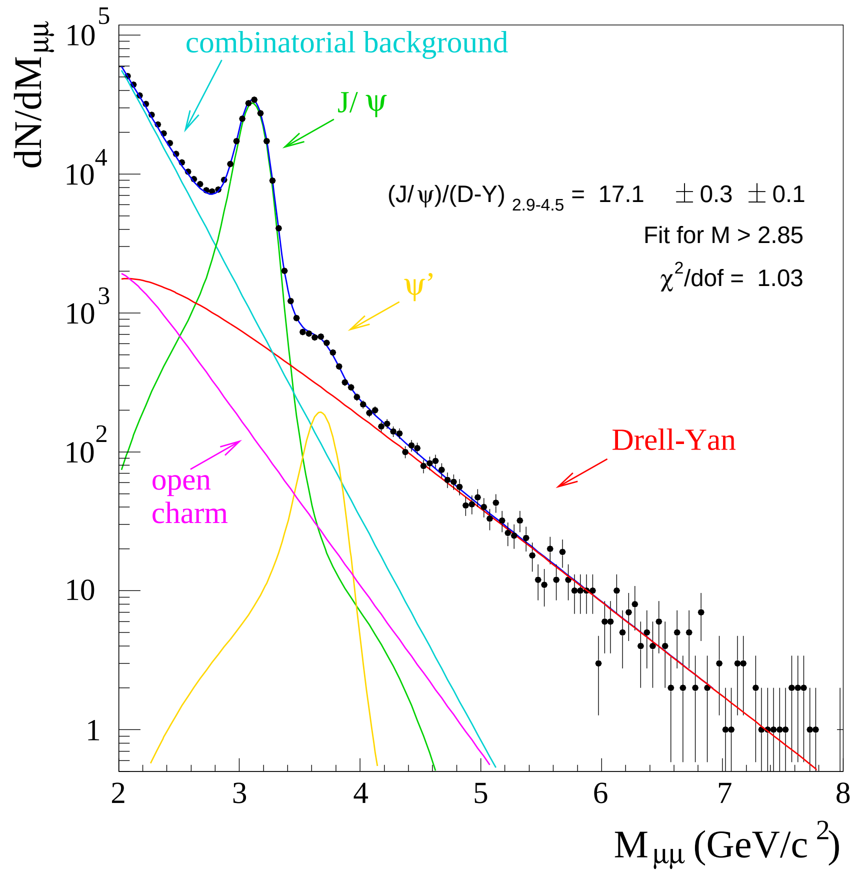


Produção de dileptons Drell-Yan

- No referencial de momentum infinito $\rightarrow$ Drell-Yan $q\bar{q} \Rightarrow \gamma^* \Rightarrow l^+l^-$.



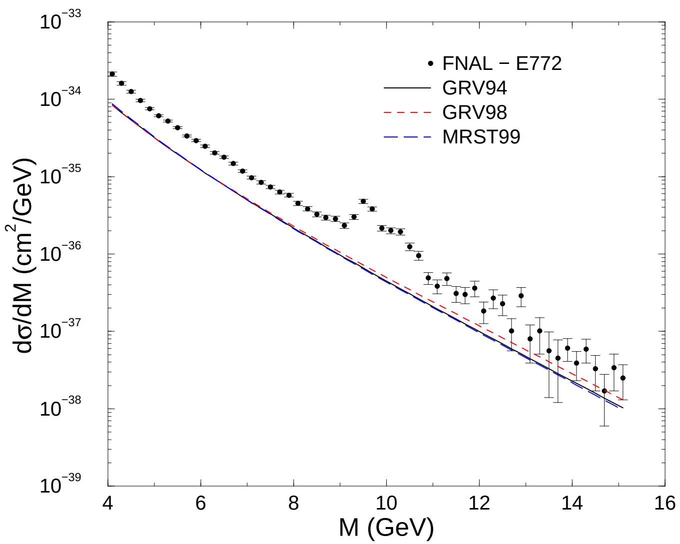
- x_1 e x_2 $\Rightarrow$ frações de momentum total dos hádrons portadas pelos quarks;
- M^2 $\rightarrow$ Massa invariante do par de léptons produzidos.
- $x_F = \frac{2p_L}{\sqrt{s}} \approx x_1 - x_2,$
- $s = (P_1 + P_2)^2,$
- $y = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{E+p_z}{E-p_z}\right)$

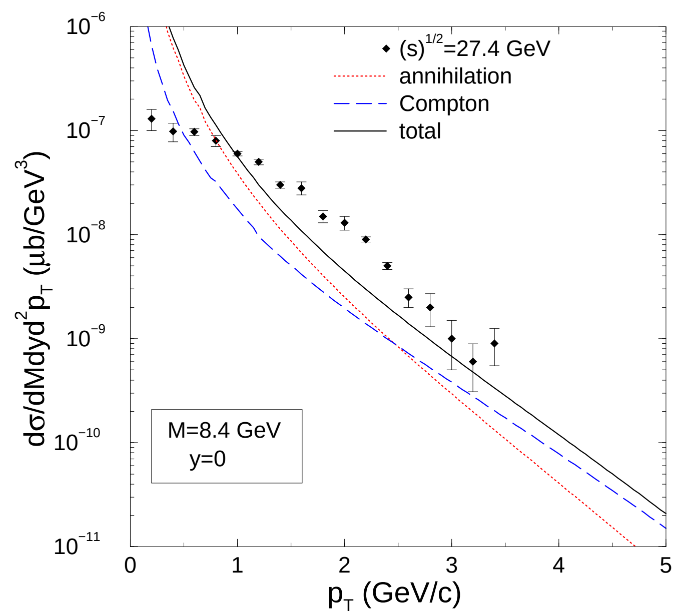


Seção de choque LO e NLO

- Em ordem dominante, a seção de choque DY é dada por

$$\frac{d\sigma}{dM^2} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{9sM^2}\int_0^1 dx_1 \sum_i \varepsilon_i^2\{q_i(x_1,M^2)\bar{q}_i(x_1/\tau,M^2) + x_1 \leftrightarrow x_2\},$$

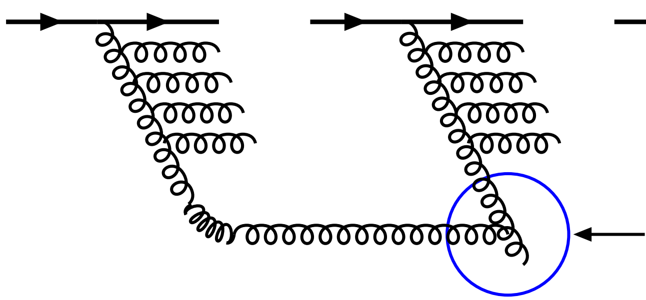


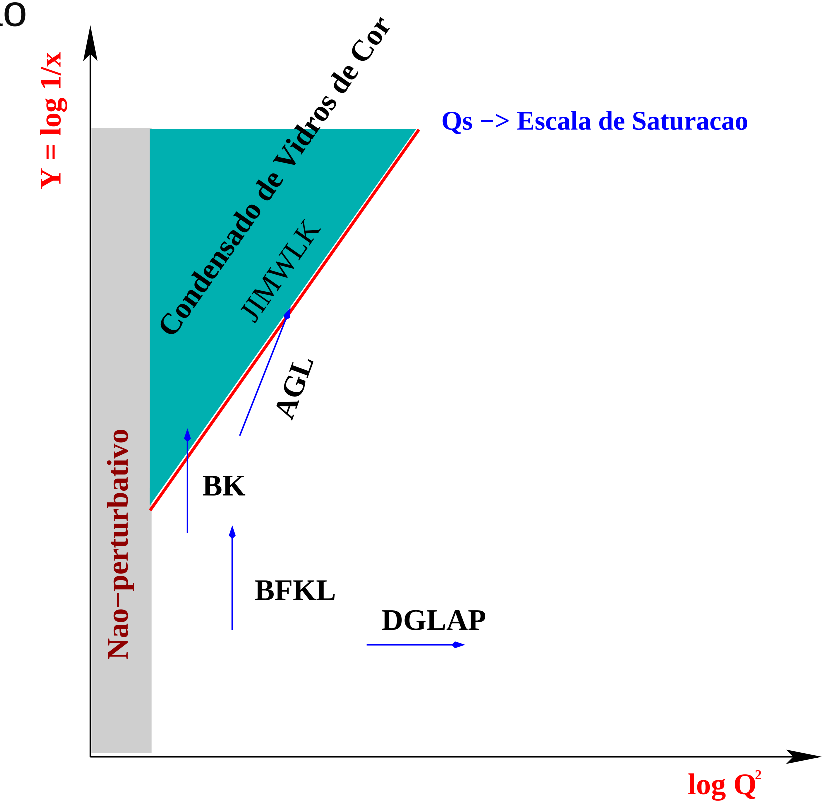


- Cálculos em mais altas ordens são necessários.
- Cálculo em NLO descreve a distribuição em p_T apenas para região de grande p_T.

Efeitos de Alta Energia

- DGLAP e BFKL prevêem um crescimento acentuado da distribuição de glúons para a região de altas energias.
- Algum mecanismo deve ser utilizado para controlar este crescimento (Violação da unitariedade da matriz de espalhamento).
- Recombinação partônica ou efeitos de sombreamento necessitam ser considerados.
- Introduzidos através de termos não-lineares nas equações de evolução.
- Para altas energias espera-se uma saturação da distribuição de glúons (abaixo de Q_s).
- Condensado de Vidros de Cor
  Todos os hádrons comportam-se da mesma maneira.
- Altas energias $\sqrt{s} \approx 10^2$ GeV ($x \lesssim 10^{-3}$).

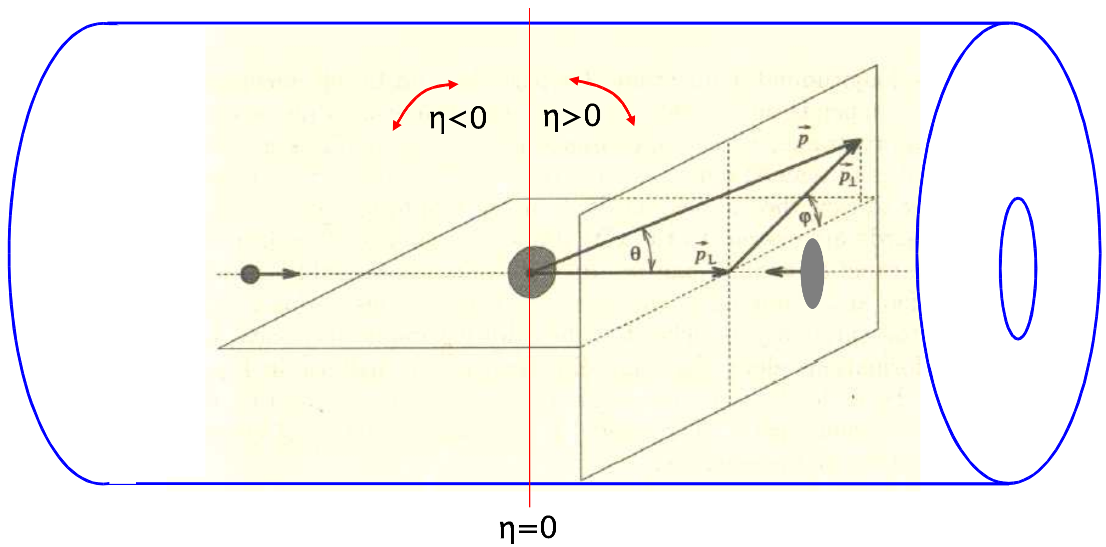




Sabemos

- QCD prediz a evolução das densidades partônicas no nucleon e no núcleo.
- Para altas energias efeitos não-lineares são importantes para descrever os observáveis.
- A QCD perturbativa falha na normalização dos dados e na descrição do espectro de momentum transverso para a produção de dileptons.
- Um formalismo adequado necesita ser utilizado para se investigar a produção de dileptons (Formalismo de dipolos / Condensado de Vidros de Cor).

Variáveis Cinemáticas



$p_\perp \rightarrow p_T \Rightarrow$ momentum transverso; $\eta \Rightarrow$ pseudorapidez.

$$\eta = -\ln\left[\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \quad \Rightarrow y \approx \eta \rightarrow M << p_T$$

Colisões *Próton-núcleo*

Pseudorapidez positiva	Pseudorapidez negativa
Experimentos de RHIC e LHC são caracterizados por uma alta densidade de glúons no núcleo (Condensado de Vidros de Cor)	Núcleo na região de grande x
Procura por sinais claros da existência do CGC	Informação com relação aos efeitos nucleares de grande x

Colisões *Próton-Próton*

Investigar efeitos de altas energias na produção de dileptons (simétrico em pseudorapidez)

Contribuições

Formalismo de dipolos

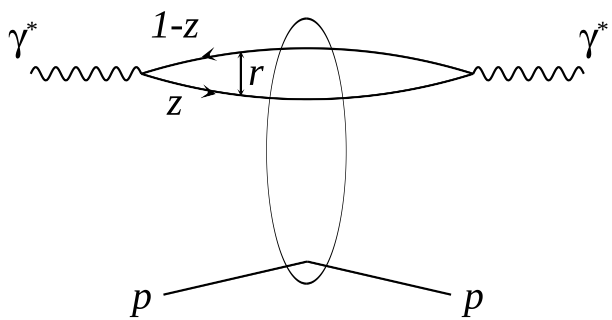
- Próton-próton $\Rightarrow$ Efeito de unitariedade $\rightarrow$ região de rapidez positiva
  - MAB, M.B. Gay Ducati, M.V.T. Machado, J. Raufeisen, Phys. Rev. D67, n. 114008 (2003).
- Próton-nucleo $\Rightarrow$ Efeitos nucleares de grande x $\rightarrow$ região de rapidez negativa
  - MAB, M.B. Gay Ducati, E.G. de Oliveira, Phys. Rev. D74, n. 094010 (2006).

Condensado de Vidros de Cor

- Próton-núcleo $\Rightarrow$ Efeitos de saturação $\rightarrow$ região de rapidez positiva
  - MAB, M.B. Gay Ducati, Phys. Rev. D70, n. 116005 (2004).
  - MAB, M.B. Gay Ducati, Eur. Phys. J. C43, 365 (2005).
  - MAB, M.B. Gay Ducati, Phys. Lett. B636, 46 (2006).

O formalismo de dipolos de cor

- Formalismo de dipolos para o DIS



- $|\gamma^* > = Z_2 |\gamma^* >_{bare} + \Psi^{q\bar{q}}_{T,L} |q\bar{q}> \ldots$
- $q\bar{q}$ tempo de vida $>>$ tempo de interação $\rightarrow$ fatorização da seção de choque.
- comprimento de coerência (tempo de vida $q\bar{q}$)

$$l_c \approx \frac{1}{2m_N x} \rightarrow \text{ pequeno-}x \ (\lesssim 10^{-2}) \rightarrow \text{ alta energia}$$

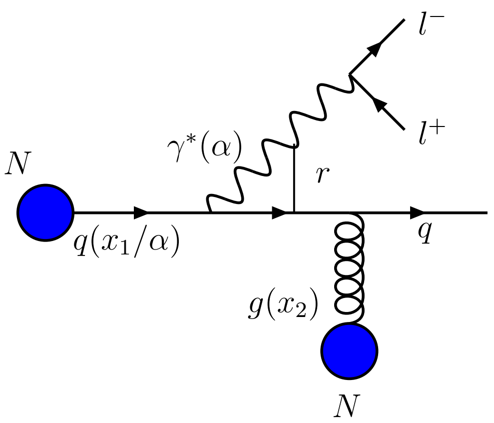
- A seção de choque pode ser escrita

$$\sigma^{\gamma^* p}_{T,L}(x, Q^2) = \int d^2\mathbf{r} \int dz |\Psi^{q\bar{q}}_{T,L}(z, r; Q^2)|^2 \sigma^{dipole}(x, r).$$

- $\sigma^{dipole}(x, r) \rightarrow$ interação do dipolo $q\bar{q}$ com o nucleon $\Rightarrow$ pode ser determinada a partir dos resultados experimentais.
- $\Psi^{q\bar{q}}_{T,L}(z, r; Q^2) \rightarrow$ função de onda.

Dileptons no formalismo de dipolos

- A descrição do processo no referencial de repouso do alvo



- $r \rightarrow$ separação transversa fóton-quark,
- $\alpha r \rightarrow q\bar{q}$ (dipolo) separação transversa,
- $\alpha \rightarrow$ fração de momentum do cone de luz carregada pelo fóton,
- $x_1/\alpha \rightarrow$ fração de momentum do projétil carregada pelo quark,
- $x_2 \rightarrow$ fração de momentum do alvo carregada pelo glúon,

- Não existe dipolo diagramaticamente (surge da amplitude quadrada).
- Irradiação do fóton antes ou depois da interação

$$\frac{d\sigma_{T,L}(qN \rightarrow q\gamma^* N)}{d\ln\alpha} = \int d^2\mathbf{r} |\Psi^{T,L}_{\gamma^* q}(\alpha, \mathbf{r})|^2 \sigma^{q\bar{q}}_{dip}(x_2, \alpha\mathbf{r})$$

- A seção de choque diferencial Drell-Yan integrada sobre p_T pode ser escrita como

$$\frac{d\,\sigma^{DY}}{dM^2 dy} = \frac{\alpha_{\rm em}}{6\,\pi M^2} \int_{x_1}^{1} \frac{d\alpha}{\alpha} F_2^p\left(\frac{x_1}{\alpha}\right) \int d^2\mathbf{r} |\Psi^{T,L}_{\gamma^* q}(\alpha, \mathbf{r})|^2 \sigma^{q\bar{q}}_{dip}(x_2, \alpha\mathbf{r})$$

- Formalismo de dipolos $\rightarrow$ pequeno x para o alvo (conteúdo do mar).
- No caso próton-núcleo devemos ser cuidadosos com a escolha do alvo e do projétil.

Dileptons no formalismo de dipolos

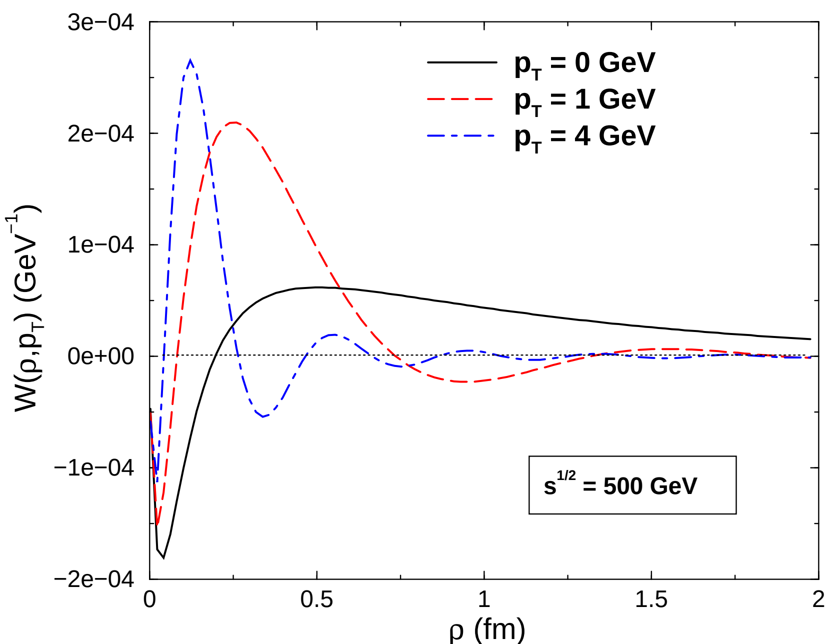
- A seção de choque diferencial em p_T pode ser escrita como

$$\boxed{\frac{d\,\sigma^{DY}}{dM^2\,dy\,d^2p_T} = \frac{\alpha_{em}^2}{6\,\pi^3 M^2}\int_0^\infty d\rho W(\frac{x_1}{\alpha},\rho,p_T)\sigma_{dip}(x_2,\rho)}$$

- $\rho \equiv \alpha r \Rightarrow$ Dependência da seção de choque de dipolo.

- $\left.\begin{array}{l}\text{grande } \rho \Rightarrow \text{ setor não-perturbativo} \\ \text{pequeno } \rho \Rightarrow \text{ setor perturbativo}\end{array}\right\} \Rightarrow \sigma_{dip} \longrightarrow$ Efeitos de unitariedade, saturação

- $W(\frac{x_1}{\alpha},\rho,p_T)$ pode ser considerado como uma função peso, considerando também as funções de onda e o conteúdo do projétil.



- Contribuições de grande ρ não são suprimidas para pequeno p_T.
- Contribuições não perturbativas significativas. [a]
- Definir a σ_{dip}.

[a] MAB, M.B. Gay Ducati, M.V.T. Machado, J. Raufeisen, Phys. Rev. D 67, n. 114008 (2003)

Seção de choque de dipolo

- A seção de choque do espalhamento de um quark pelo nucleon pode ser relacionada com a função de glúon não integrada na forma

$$\sigma(r_\perp) = \frac{8C_F}{N_c^2 - 1}\pi^2 \int \phi(x, k_\perp^2)\frac{\alpha_s(k_\perp^2)}{2\pi}\frac{d^2k_\perp}{k_\perp^2},$$

- $k_\perp \Rightarrow$ momentum transferido pelo quark.
- Considerando o dipolo, a seção de choque pode ser escrita como

$$\sigma_N^{q\bar{q}}(x, r_\perp) = \frac{\alpha_s(4/r_\perp^2)}{3}\pi^2 r_\perp^2 \left[x g_N^{DGLAP}\left(x, \frac{4}{r_\perp^2}\right)\right].$$

- E para o estado GG,

$$\sigma_N^{gg}(x, r_\perp) = \frac{3\alpha_s(4/r_\perp^2)}{4}\pi^2 r_\perp^2 \left[x g_N^{DGLAP}\left(x, \frac{4}{r_\perp^2}\right)\right].$$

- Válidas no limite DLA (aproximação de duplo logaritmo $[\alpha_s \ln(1/x)\ln(Q^2/Q_0^2)]$).
- Seção de choque de dipolo relacionada com a distribuição de glúons.
- Como incluir efeitos de unitariedade nesta $\sigma^{q\bar{q}}$?

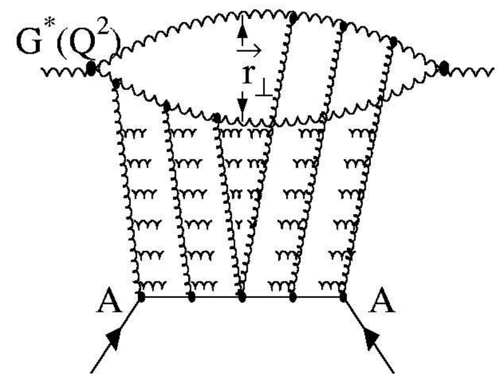
Formalismo de Glauber

- Pelo formalismo de Glauber, a seção de choque total de um estado hadrônico com o núcleo atômico é dada da seguinte forma

$$\sigma_A = 2\int \frac{d^2b}{\pi}\{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N S_A(\vec{b})}\}.$$

- $S_A(\vec{b}) \rightarrow$ dependência no parâmetro de impacto.
- Espalhamento de uma partícula virtual de prova sem cor G^* com um núcleo atômico.

$$\sigma_A^{G^*} = \int \frac{d^2\mathbf{r}}{\pi}\int_0^1 dz|\Psi^{G^*}(Q^2,\mathbf{r},z)|^2\sigma_A^{GG},$$



- Especificando o estado hadrônico (GG com $r_\perp$ constante) obtemos

$$\sigma_A^{total} = \int \frac{d^2r_\perp}{\pi}\int_0^1 dz|\Psi^{G^*}(Q^2,r_\perp,z)|^2$$
$$\times 2\int \frac{d^2b}{\pi}\{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N^{GG} S_A(\vec{b})}\}.$$

- A seção de choque total σ_A está relacionada com a distribuição de glúons no núcleo xG_A por

$$xG_A(x,Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_s}\sigma_A^{total}.$$

Distribuição de glúons GM

Estendendo o modelo de Glauber ao caso do nucleon, obtém-se,

$$xg(x,Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_s} 2\int_0^1 dz \int \frac{d^2r_\perp}{\pi} \int \frac{d^2b}{\pi} |\Psi^{G^*}(Q^2,r_\perp,z)|^2 \{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N^{GG}(x',Q^2)S(b)}\},$$

$$|\Psi^{G^*}(r_\perp,z)|^2 = \frac{4\alpha_s}{Q^2 z(1-z) r_\perp^4}. \Bigg| S = \frac{1}{\pi R^2} e^{-\frac{b^2}{R^2}}$$

.

$$\sigma_N^{GG}(r_\perp) = \frac{3\alpha_s(4/r_\perp^2)}{4}\pi^2 r_\perp^2 \left[xg^{DGLAP}\left(x, \frac{4}{r_\perp^2}\right)\right].$$

$$xg(x,Q^2) = \frac{2R^2}{\pi^2}\int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{\frac{1}{Q^2}}^{\frac{1}{Q_0^2}} \frac{dr_\perp^2}{r_\perp^4} \{C + \ln(\kappa_G(x',r_\perp^2)) + E_1(\kappa_G(x',r_\perp^2))\},$$

- $C \rightarrow$ constante de Euler,
- $E_1 \rightarrow$ função exponencial integral
- $\kappa_G(x',r_\perp^2) = \frac{3\alpha_s \pi r_\perp^2}{2R^2} x' g^{DGLAP}(x',r_\perp^2)$.

$$xg^{GM}(x,Q^2) = xg^{DGLAP}(x,Q^2) + xg(x,Q^2) - \frac{\alpha_s N_c}{\pi}\int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dQ'^2}{Q'^2} x' g^{DGLAP}(x',Q^2).$$

Válido para valores maiores que Q_0^2. $xg^{DGLAP} \Rightarrow GRV94$ [a]

[a] Ayala, A.L.; Gay Ducati, M.B.; Levin, E. *Nucl. Phys. B* 511, 355 (1998)

Distribuição de glúons GM

Estendendo o modelo de Glauber ao caso do nucleon, obtém-se,

$$xg(x,Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_s} 2\int_0^1 dz \int \frac{d^2r_\perp}{\pi} \int \frac{d^2b}{\pi} |\Psi^{G^*}(Q^2,r_\perp,z)|^2 \{1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_N^{GG}(x',Q^2)S(b)}\},$$

$$|\Psi^{G^*}(r_\perp,z)|^2 = \frac{4\alpha_s}{Q^2 z(1-z)r_\perp^4}. \Big| S = \frac{1}{\pi R^2} e^{-\frac{b^2}{R^2}}$$

.

$$\sigma_N^{GG}(r_\perp) = \frac{3\alpha_s(4/r_\perp^2)}{4}\pi^2 r_\perp^2 \left[xg^{DGLAP}\left(x, \frac{4}{r_\perp^2}\right)\right].$$

$$xg(x,Q^2) = \frac{2R^2}{\pi^2}\int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int_{\frac{1}{Q^2}}^{\frac{1}{Q_0^2}} \frac{dr_\perp^2}{r_\perp^4} \{C + \ln(\kappa_G(x',r_\perp^2)) + E_1(\kappa_G(x',r_\perp^2))\},$$

- $C \rightarrow$ constante de Euler,
- $E_1 \rightarrow$ função exponencial integral
- $\kappa_G(x',r_\perp^2) = \frac{3\alpha_s\pi r_\perp^2}{2R^2} x' g^{DGLAP}(x',r_\perp^2)$.

$$xg^{GM}(x,Q^2) = xg^{DGLAP}(x,Q^2) + xg(x,Q^2) - \frac{\alpha_s N_c}{\pi}\int_x^1 \frac{dx'}{x'}\int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dQ'^2}{Q'^2} x' g^{DGLAP}(x',Q^2).$$

Válido para valores maiores que Q_0^2. $\qquad xg^{DGLAP} \Rightarrow GRV94$

Raio do Nucleon

Ayala, A.L.; Gay Ducati, M.B.; Levin, E. *Nucl. Phys. B* 511, 355 (1998)

Seções de choque de dipolo

- Sem parâmetros fenomenológicos

$$GM \Rightarrow \sigma_{dip}(x,r) = \frac{\pi^2\,\alpha_s}{3}\; r^2\, xg_N^{GM}(x, \frac{4}{r^2}).$$

$$MV(CGC) \Rightarrow \sigma_{dip}(r) = \pi R^2 \left[1 - e^{\left(-\frac{Q_s^2}{\pi}\int \frac{dp}{p^3}(1-J_0(pr))\right)}\right].$$

- Determinadas fenomenologicamente (dados DIS com $x < 0.01$ - HERA, ZEUS).

$$GBW \Rightarrow \sigma_{dip}(x,r) = \sigma_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2 Q_0^2}{4(x/x_0)^{\lambda}}\right)\right],$$

$$BGBK \Rightarrow \sigma_{dip}(x,r) = \sigma_0 \left\{1 - \exp\left(-\frac{\pi^2 r^2 \alpha_s(\mu^2) xg(x,\mu^2)}{3\sigma_0}\right)\right\},$$

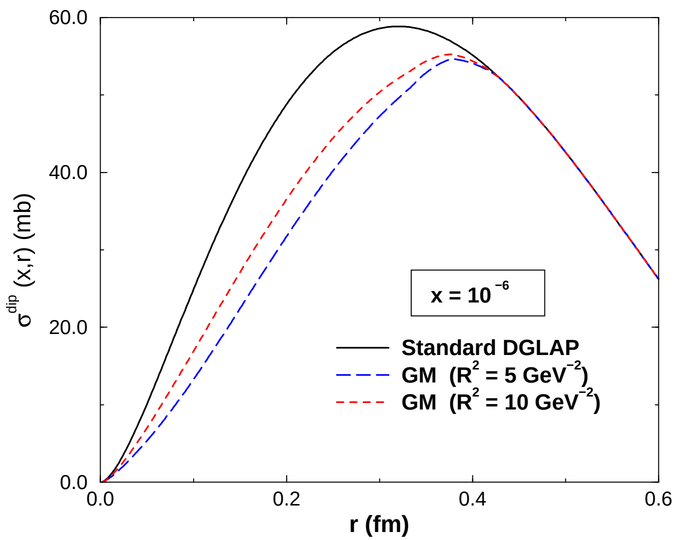
$$IIM \Rightarrow \sigma_{dip}(x,r) = 2\pi R^2 \mathcal{N}(rQ_s, Y) \begin{cases} \mathcal{N}(rQ_s, Y) = \mathcal{N}_0 \left(\frac{rQ_s}{2}\right)^{2\left(\gamma_s + \frac{\ln(2/rQ_s)}{\kappa\lambda Y}\right)} & rQ_s \leq 2 \\ \mathcal{N}(rQ_s, Y) = 1 - e^{-a\ln^2(brQ_s)} & rQ_s \geq 2 \end{cases}$$

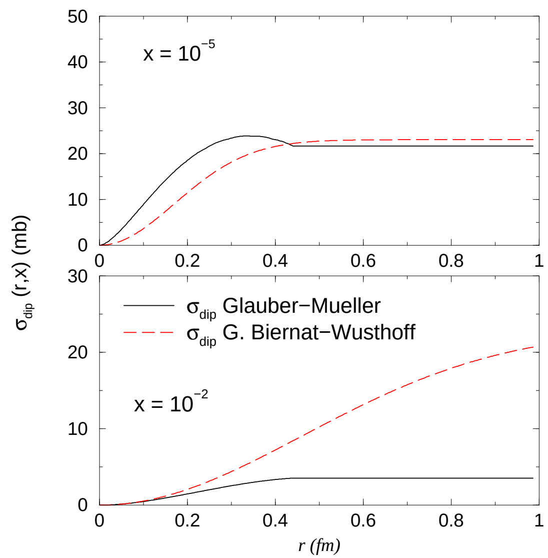
$$AGBS \Rightarrow T(k,Y) = \left[\log\left(\frac{k}{Q_s} + \frac{Q_s}{k}\right) + 1\right]\left(1 - e^{-T_{\text{dil}}}\right).$$

$$T_{\text{dil}} = \exp\left[-\gamma_c \log\left(\frac{k^2}{Q_s^2(Y)}\right) - \frac{L_{\text{red}}^2 - \log^2(2)}{2\bar{\alpha}\chi''(\gamma_c) Y}\right]$$

Próton-Próton (σ_{dip} GM/BGBK)

- Investigar efeitos de unitariedade na σ_{dip} (rapidez positiva);
- Dependência em r da seção de choque de dipolo GM (problemas para grande r).





- Utilizamos $R^2 = 5$ GeV^{-2}
- Consideramos para comparação o modelo fenomenológico de Bartels et al. (BGBK).

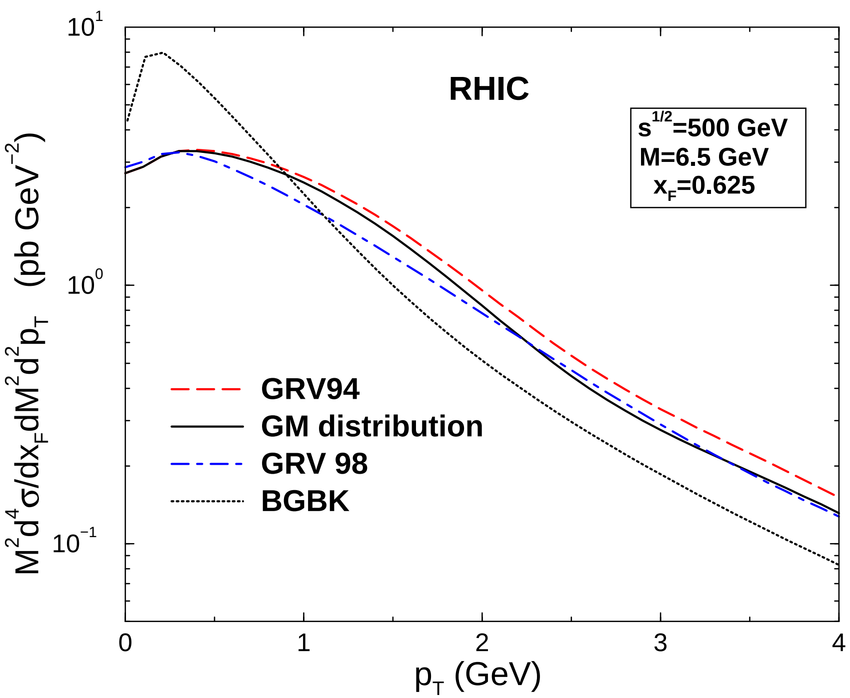
$$\sigma_{dip}(x,r) = \sigma_0 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\pi^2 r^2 \alpha_s(\mu^2) x g(x,\mu^2)}{3\sigma_0} \right) \right\} ,$$

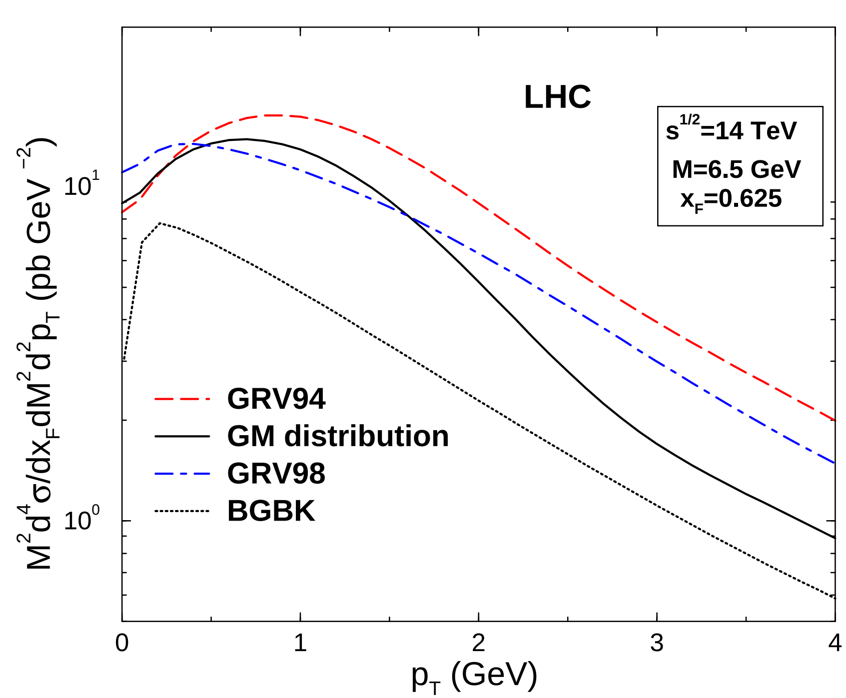
- $\mu^2 = \frac{C}{r^2} + \mu_0^2, \quad xg(x,Q_0^2) = A_g x^{-\lambda_g}(1-x)^{5.6}$
- σ_0, C, μ_0^2, A_g e λ_g, ajustados aos dados de ZEUS, H1 e E665 com $x < 0.01$.

M. B. Gay Ducati,V. P. Goncalves, Phys. Lett. B487, 110 (2000).

Distribuição p_T para RHIC and LHC

- Para energias de RHIC e LHC a distribuição em p_T dos dileptons em colisões pp com rapidez positiva ($x_F = 0.625$)





- Grandes efeitos de unitariedade para grande $p_T \Rightarrow$ pequeno ρ.
- Os efeitos de unitariedade considerados pelo formalismo GM já estão contidos na parametrização GRV98.

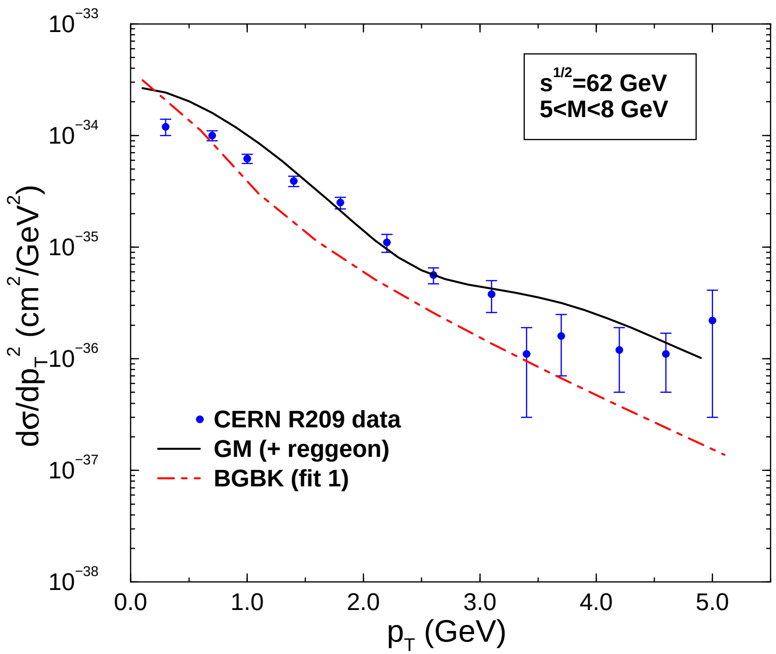
MAB, M.B. Gay Ducati, M.V.T. Machado, J. Raufeisen, Phys. Rev. D 67, n. 114008 (2003).

Dados para dileptons Drell-Yan

- Os dados existentes para processo DY $\rightarrow x_2$ aproximadamente 0.1,
- Baixa energia$\rightarrow$ contribuição não assintótica deve ser considerada (Contribuição Reggeon), adicionada à seção de choque de dipolo GM.
- A parametrização adequada para a contribuição Reggeon para toda região de p_T foi parametrizada como

$$\sigma_{dip}^{I\!R}(x,r) = N_{I\!R}\, r^2\, x\, q_{\rm val}\,(x, 4/r^2)\,,$$

- $\sqrt{s} = 62$ GeV



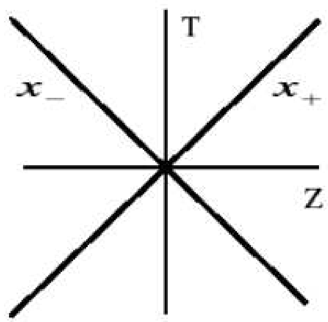
- Boa descrição dos resultados considerando $N_{I\!R} = 7$
- Para estas energias, as correções de unitariedade são desprezíveis.

MAB, M.B. Gay Ducati, M.V.T. Machado, J. Raufeisen, Phys. Rev. D 67, n. 114008 (2003).

Conclusões I

- Investigamos a distribuição de glúons do alvo a altas energias através da produção de dileptons.
- Boa descrição dos resultados experimentais para a região de baixa energias considerando uma contribuição Reggeon.
- Para energias de RHIC os efeitos de unitariedade na distribuição p_T estão sendo considerados na parametrização GRV98 ($x_2 \approx 10^{-3}$ para grande x_F).
- Os efeitos de unitariedade são importantes para energias de LHC, na região de grande p_T e grande x_F (rapidez).
- Para região de rapidez central ($y = 0$) os efeitos de unitariedade são pequenos, mesmo para energias de LHC.
- As conclusões para a região de rapidez positiva ($x_F >> 0$) são válidas também para a situação contrária.
- Vamos agora estudar a produção de dileptons em colisões *Próton-Núcleo* que apresentam diferenças considerando rapidez positiva e negativa.
- Rapidez positiva $\Rightarrow$ Condensado de Vidros de Cor.
- Rapidez negativa $\Rightarrow$ Formalismo de dipolos.

Variáveis do cone de luz



$$x^+ \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(t+z), \quad x^- \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(t-z)$$

x^+ tempo no cone de luz,

$$x_\perp \equiv (x^1, x^2) \equiv \vec{x}$$

$$p \cdot x = p^- x^+ + p^+ x^- - p_\perp \cdot x_\perp$$

p^- energia no cone de luz

$$p^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(E \pm p_z), \text{ com } E = \sqrt{m^2 + |\vec{p}|^2}$$

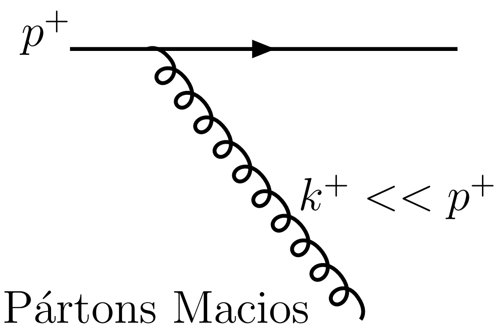
- Definindo o quadrado da massa transversa $m_\perp^2 \equiv (m^2 + p_\perp^2)$

$$p^+ p^- = \frac{1}{2} m_\perp^2$$

- Projétil a velocidade da luz (direção $z+$) $\rightarrow$ grande $p^+ \rightarrow p^\mu = (p^+, 0, \vec{0}\,)$
- Projétil a velocidade da luz (direção $z-$) $\rightarrow$ grande $p^- \rightarrow p^\mu = (0, p^-, \vec{0}\,)$

Condensado de Vidros de Cor (CGC)

- Cor $\Rightarrow$ campo gluônico. L. McLerran, R. Venugopalan (1994)
- Vidros $\Rightarrow$ Dinâmica evolui lentamente.
- Condensado $\Rightarrow$ Campo de glúon denso e saturado ($\frac{1}{\alpha_s}$).
- O condensado ocorre abaixo de uma determinada escala, a escala de saturação Q_s^2.
- Glúons com pequeno x emitidos por fontes com grande x ($\rightarrow$ quarks de valência).

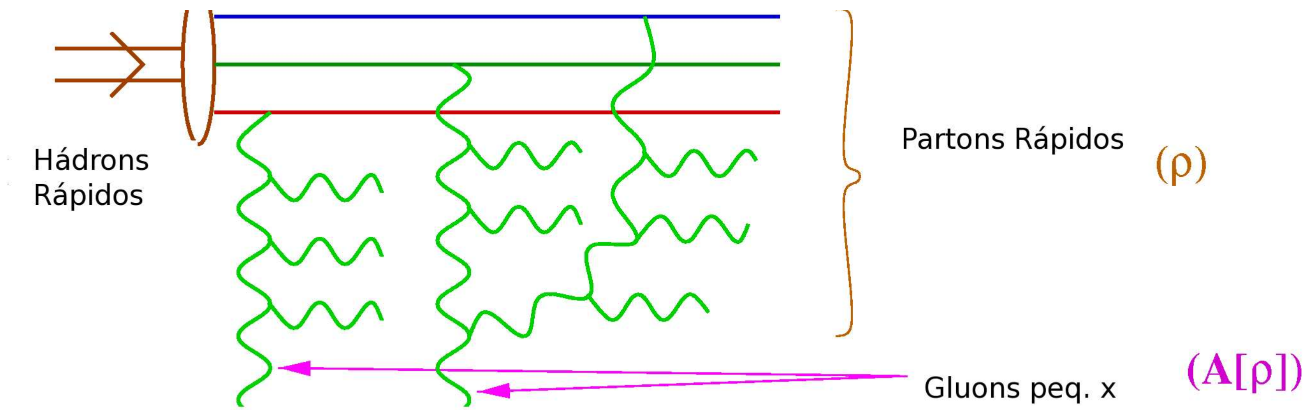


- Como $p^- = m_\perp^2/2p^+$ verificamos que $k^- >> p^-$.
- Párton macio emitido tem maior energia que o párton emissor.
- Separação na escala de momentum $\rightarrow$ escala do tempo.
- Pártons macios $\rightarrow$ curto tempo de vida

$$\varepsilon_p \equiv \frac{p_\perp^2}{2p^+}.$$

Modelo de McLerran-Venugopalan

- Graus de liberdade rápidos $\rightarrow$ congelados (indep. de x^+)
- $\rho_a(x^-, x_\perp) \rightarrow$ densidade de fontes de carga de cor.
- Glúons emitidos após intervalo $1/\varepsilon_p \rightarrow$ diferentes configurações de ρ_a
- Introduzir uma funcional de $\rho \rightarrow \mathcal{W}_{\Lambda^+}[\rho]$



Rápidos$\rightarrow p^+ > \Lambda^+ \rightarrow \rho_a$ (quânticos) | Macios $\rightarrow p^+ < \Lambda^+ \rightarrow A_a^\mu$ (clássicos)

- Como A_a^μ é um campo clássico de Yang-Mills (QCD), então temos a equação clássica,

$$[D_\nu, F^{\mu\nu}] = \delta^{\mu+}\rho_a(x^-, x_\perp),$$

- ρ_a é estocástica com valor esperado nulo (i.e. Gaussiana).
- Uma configuração de ρ_a deve depender da anterior (Função de correlação)
- As funções de correlação de interesse são calculadas com as soluções clássicas, e então feita a média sobre ρ, com auxílio da funcional $\mathcal{W}_{\Lambda^+}[\rho]$.

Condensado de Vidros de Cor

- Qualquer observável é calculado considerando uma média sobre as configurações das fontes de carga de cor

$$\langle A_a^i(x^+,\vec{x})A_b^j(x^+,\vec{y})...\rangle_{\Lambda^+} = \int \mathcal{D}_\rho\, \mathcal{W}_{\Lambda^+}[\rho]\, \mathcal{A}_a^i(\vec{x})\mathcal{A}_b^j(\vec{y}).$$

- Quantidade fundamental no CGC.
- Governada pela equação de evolução JIMWLK.
- Fenomenologia
  - Gaussiana Local (acomoda evolução BFKL e saturação)

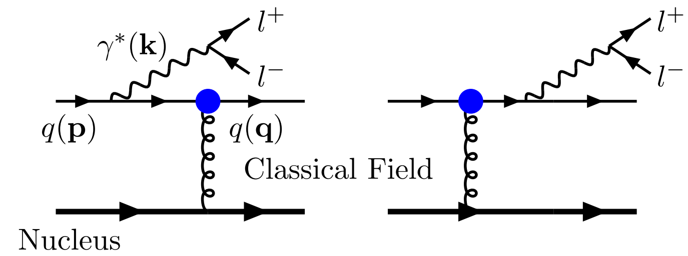
$$\mathcal{W}[x,\rho] = \exp\left\{-\int dz_\perp \frac{\rho_a(z_\perp)\rho^a(z_\perp)}{2\mu^2(x)}\right\}$$

  - Gaussiana não-local (predito pela solução por aproximação de campo médio da equação JIMWLK)

$$\mathcal{W}[x,\rho] = \exp\left\{-\int dy_\perp dx_\perp \frac{\rho_a(x_\perp)\rho^a(y_\perp)}{2\mu^2(x)}\right\}$$

  - $\mu^2(x)$ é relacionada com o quadrado da carga de cor média.

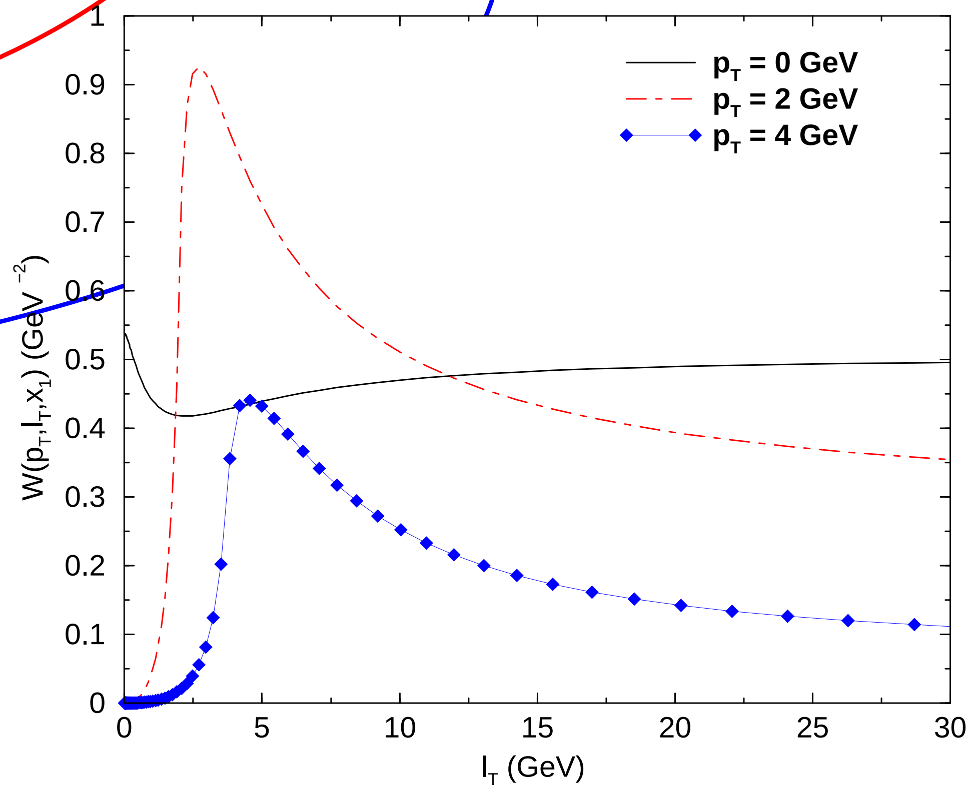
Produção de dileptons no CGC



- a seção de choque é escrita como

$$\frac{d\sigma^{pA\to ql^+l^-X}}{dp_T^2\,dM\,dx_F}=\frac{4\pi^2}{M}R_A^2\,\frac{\alpha_{em}^2}{3\pi}\,\frac{1}{x_1+x_2}\times\int\frac{dl_T}{(2\pi)^3}l_T\,W(p_T,l_T,x_1)\,C(l_T,x_2,A),$$

- l_T momentum transferido entre o quark e o núcleo.
- $W(p_T,l_T,x_1)$ cálculos analíticos $\Rightarrow$ função de onda no espaço de momentum + F_2 do projétil.
- $C(l_T,x_2,A)$ correlação do campo de cor $\Rightarrow$ interação do quark com o campo gluônico saturado (campo clássico).



F. Gelis, J.Jalilian-Marian, Phys. Rev. D 66, 094014 (2002)

MAB, M.B. Gay Ducati, Phys. Rev. D 70, n. 116005 (2004), Eur. Phys. J. C 43, 365 (2005).

Correlação de Campo de Cor

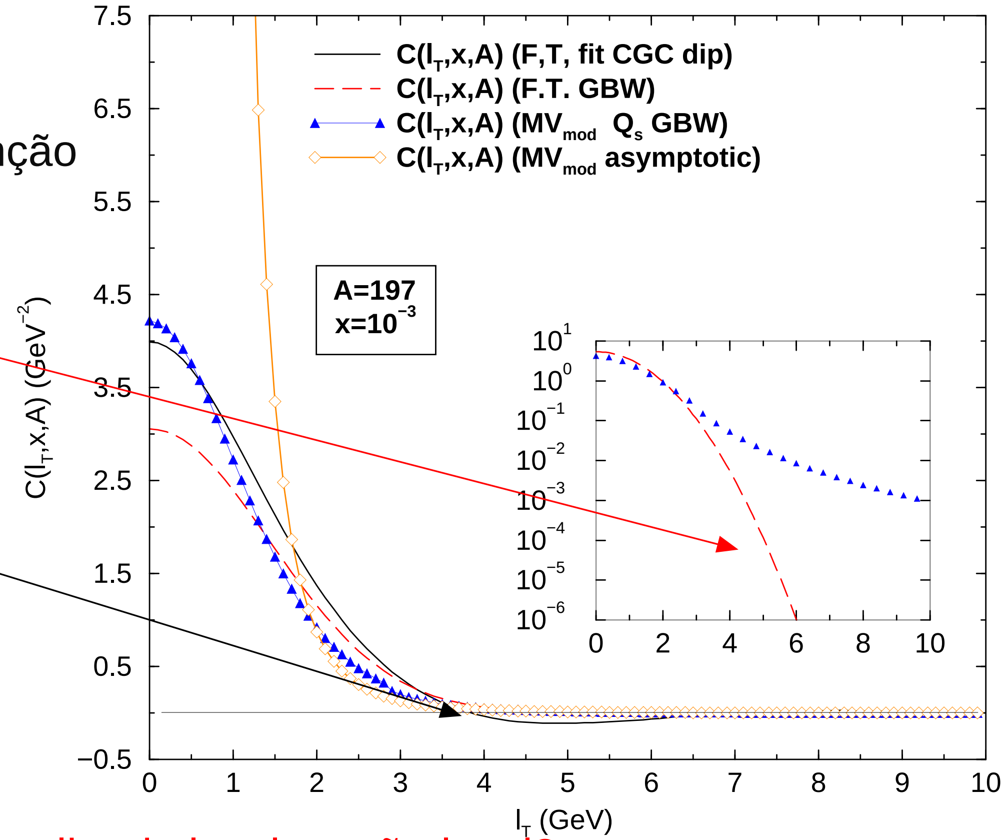
- A função $C(l_T)$ pode ser obtida a partir da transformada da seção de choque de dipolo

$$C(l_T) = \frac{1}{\sigma_0}\int d^2r e^{il_T \cdot r}[\sigma_{dip}(r \to \infty) - \sigma_{dip}(r)],$$

- A dependência em energia e núcleo na função $C(l_T, x, A)$ são incluidas por meio da escala de saturação,

$$Q_s^2(x, A) = A^{1/3}(x/x_0)^{\lambda}$$

- Analisamos alguns modelos para a função de correlação
  - McLerran-Venugopalan
  - GBW (grande l_T! - exponencial)
  - Iancu, Itakura e Munier (IIM) (valores negativos!)
- Utilizamos McLerran-Venugopalan
  - Gaussiana Local $\times$ Não-local.



O que modifica com a escolha de local ou não-local?

MAB, M.B. Gay Ducati, Phys. Rev. D 70, n. 116005 (2004).

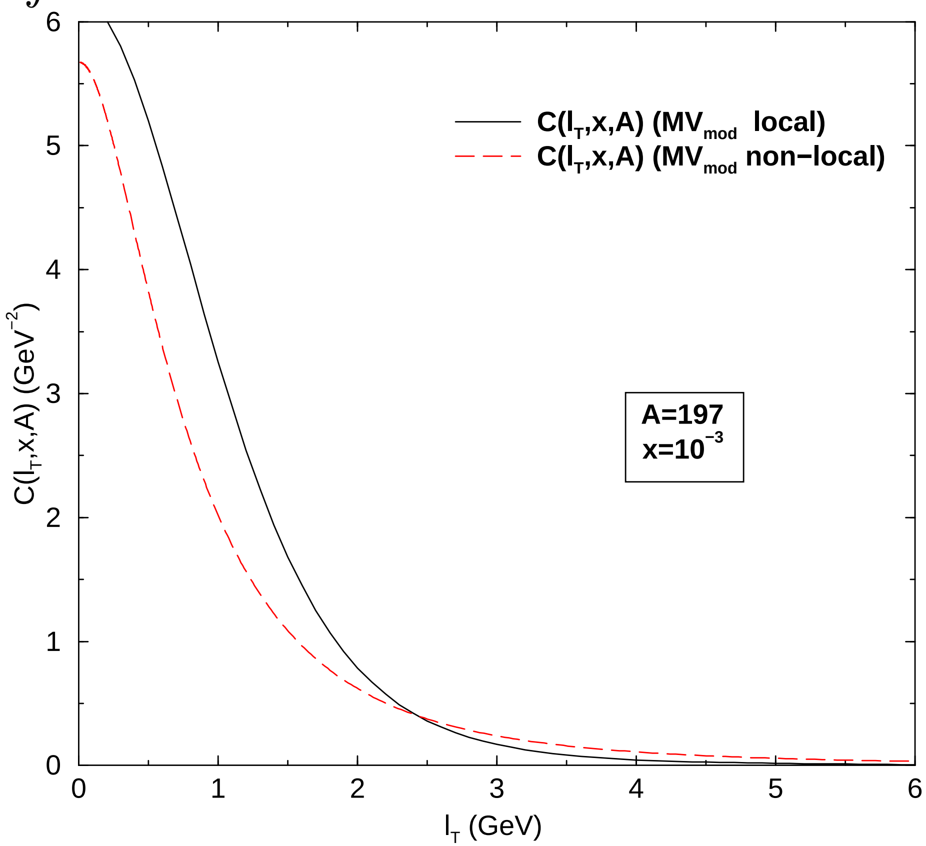
Local × Não-local

- Gaussiana Local

$$C_{MV_{mod}}(l_T, x, A) = \int d^2x_\perp e^{il_T \cdot x_\perp} e^{-\frac{Q_s^2(x,A)}{\pi} \int \frac{dp}{p^3}(1-J_0(px_\perp))}.$$

- Gaussiana Não-local

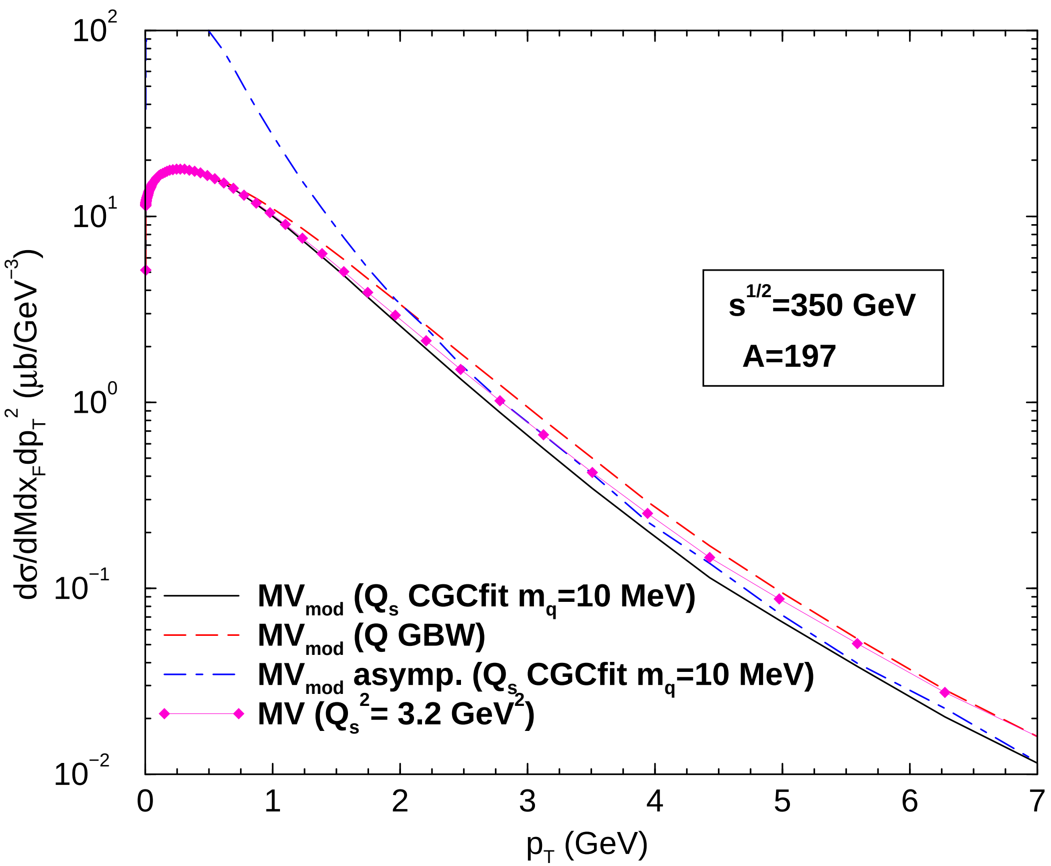
$$C(l_T, x, A) \equiv \int d^2x_\perp e^{il_T \cdot x_\perp} e^{-\frac{2}{\gamma c} \int \frac{dp}{p}(1-J_0(x_\perp p)) \ln\left(1+\left(\frac{Q_2^2(x,A)}{p^2}\right)^\gamma\right)},$$



Espectro p_T para dileptons no CGC

ajustes	Q_s^2 $(x = 10^{-3}, A = 197)$
GBW	4.114 GeV^2
IIM	3.069 GeV^2
$m_q = 10$ MeV	

RHIC com Gaussiana Local



máxima energia para RHIC em pA

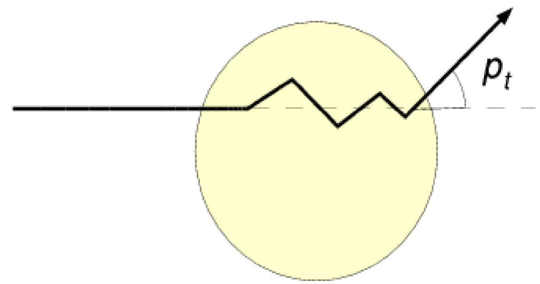
$M = 3$ GeV e $y = 2.2$

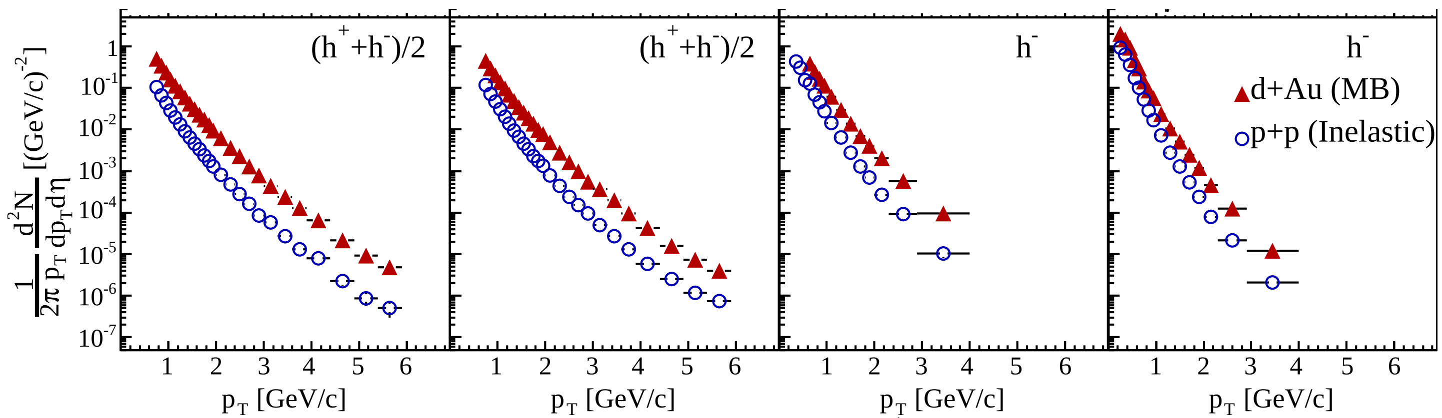
- Grandes efeitos de supressão para pequeno p_T;
- Supressão abaixo da escala de saturação (Q_s);
- Buscar informações mais precisas.

MAB, M.B. Gay Ducati, Phys. Rev. D 70, n. 116005 (2004).

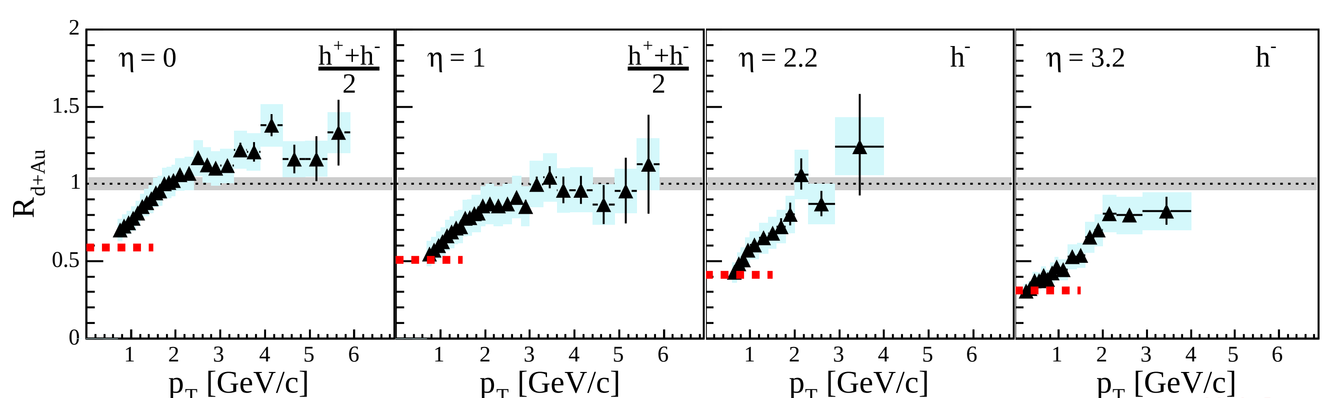
Efeito Cronin

- Múltiplos espalhamentos do quark projétil$\rightarrow$ redistribuição do momentum transverso
- Espera-se um crescimento para p_T intermediário.
- Medida do espectro de momentum transverso dos hádrons



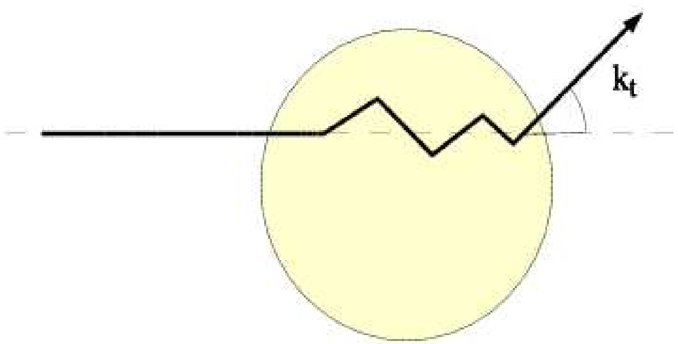


$$R_{dAu} \equiv \frac{1}{\langle N_{coll}\rangle}\,\frac{d^2N^{d+Au}/dp_T d\eta}{d^2N^{pp}_{inel}/dp_T d\eta},$$

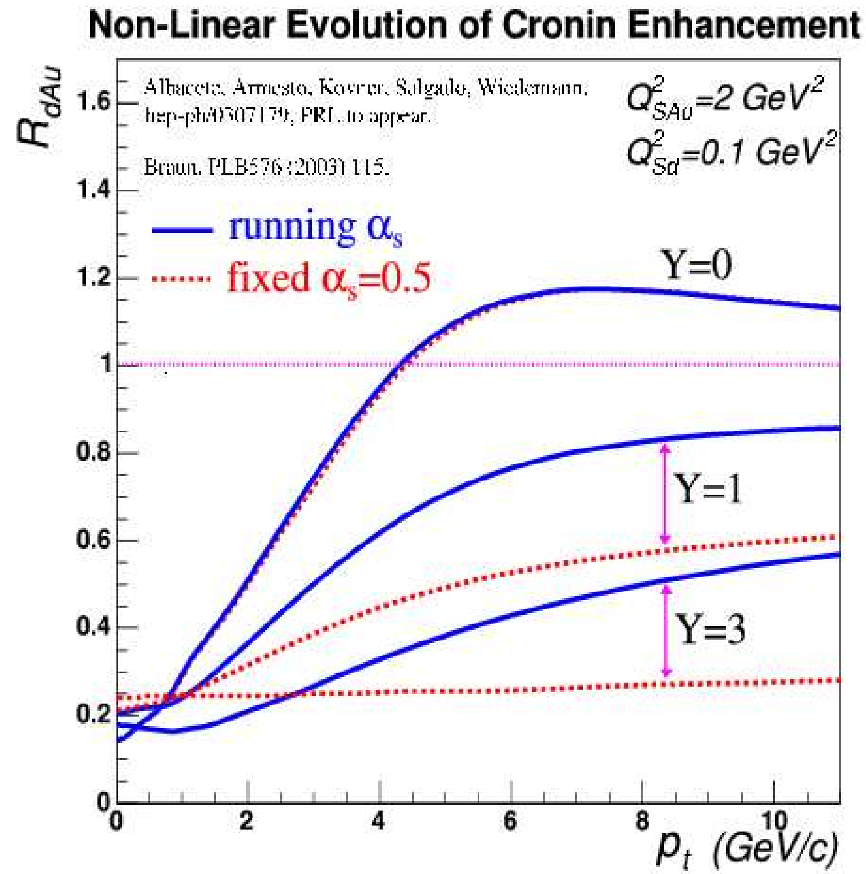


Efeito Cronin no CGC

- ⇒ Multiple scattering produces a redistribution of the transverse momentum → Cronin effect



- ⇒ BK / BFKL Evolution removes the enhancement
- ⇒ Suppression of particles for all p_t at large $1/x$



Ratio of gluons in a nucleus and in a proton

J. Albacete et al. Phys.Rev.Lett.92, n. 082001 (2004).

Efeito Cronin em Dileptons

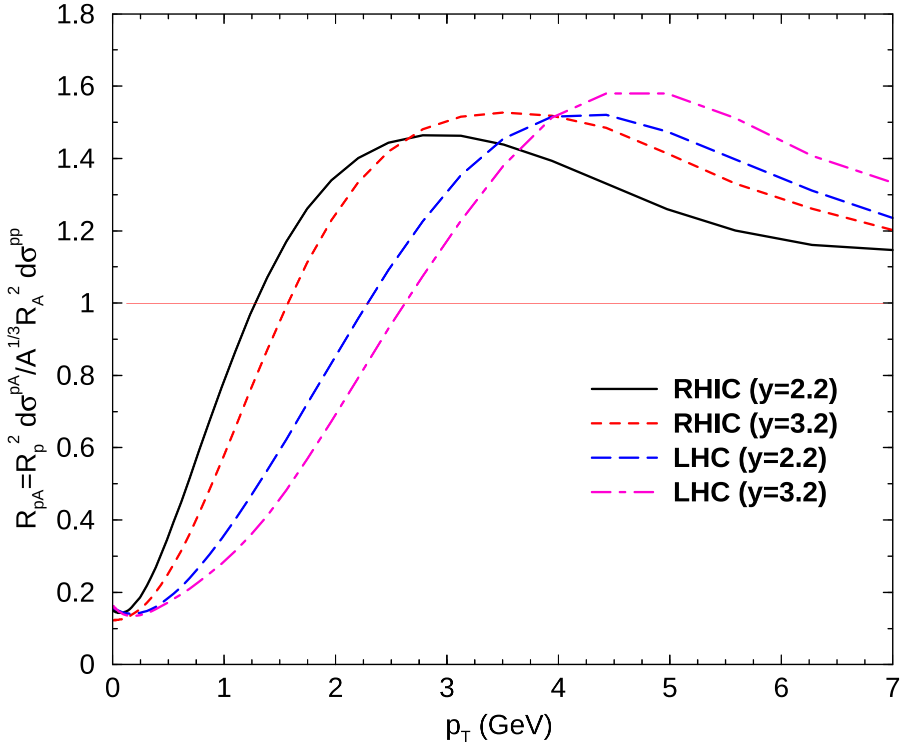
- Fator de modificação nuclear.

$$R_{pA} = \frac{\frac{1}{R_A^2}\frac{d\sigma^{pA\to l^+ l^+ X}}{dp_T^2\, dM\, dy}}{A^{1/3}\frac{1}{R_p^2}\frac{d\sigma^{pp\to l^+ l^+ X}}{dp_T^2\, dM\, dy}}$$

- Razão similar a investigada no efeito Cronin para produção de hádrons no CGC.
- Massa dos dileptons $M = 3$ GeV
- Energias para RHIC $\sqrt{s} = 350$ GeV.
- Energias para LHC $\sqrt{s} = 8.8$ TeV.

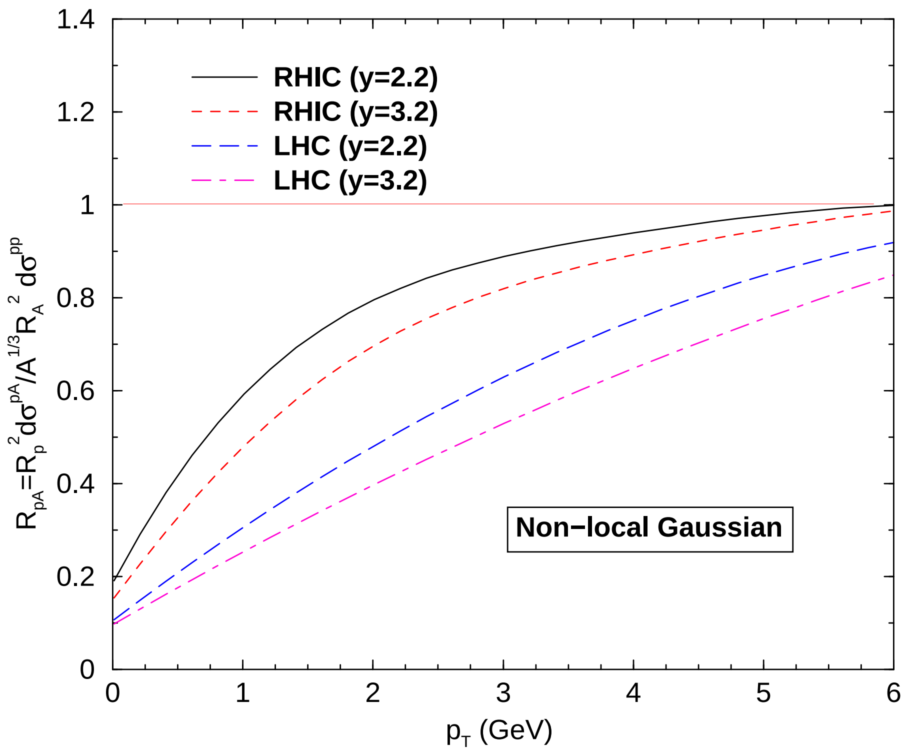
MAB, M.B. Gay Ducati, Phys. Rev. D, 70, n. 116006 (2004)

Gaussiana local



- Supressão para pequeno p_T;
- Pico Cronin aparece para p_T intermediário;
- O pico aumenta e é deslocado para maior p_T com o aumento da rapidez;
- Não concorda com o verificado para hádron em RHIC;
- Massa do par de léptons $M = 3$ GeV.

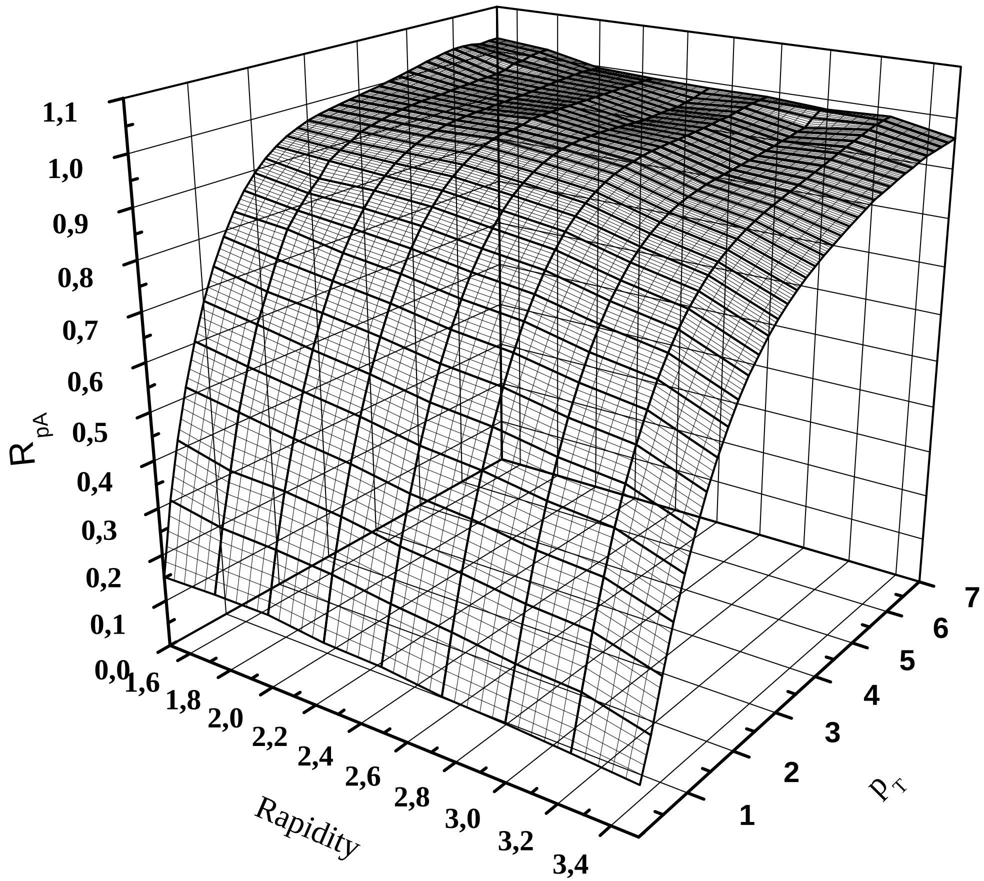
Gaussiana Não-local



- A supressão é intensificada para energias maiores;
- Dinâmica Gaussiana não-local para rapidez positiva;
- Medidas de dileptons são necessárias.
- Analisando agora espectros em rapidez e p_T para RHIC e LHC, considerando $M = 6$ GeV e Gaussiana não-local.

Supressão em rapidez para RHIC

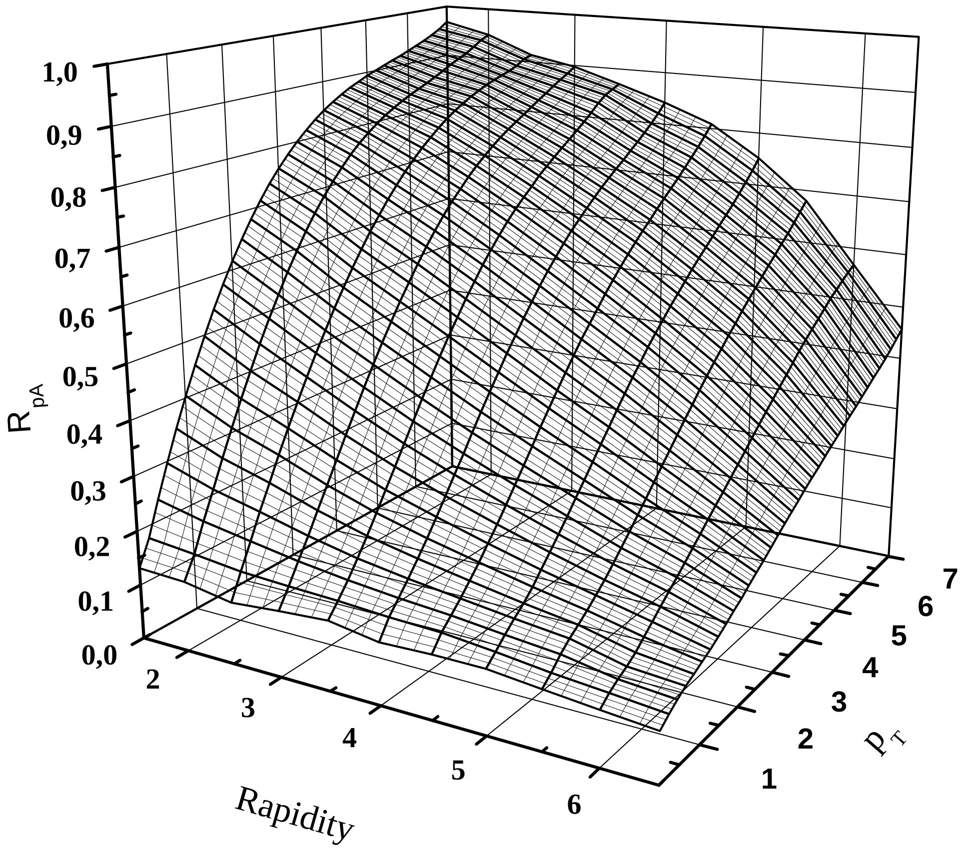
- Investigando o comportamento da razão para y e p_T;
- Massa do par de léptons $M = 6$ GeV



- $\sqrt{s} = 200$ GeV;
- Supressão para pequeno p_T;
- Supressão do pico Cronin;
- Pequeno efeitos em rapidez;
- Região de rapidez;
- Comportamento similar para razão com $M = 3$ GeV.

MAB, M.B. Gay Ducati, Phys. Lett. B, 636, 46 (2006)

Supressão em rapidez para LHC



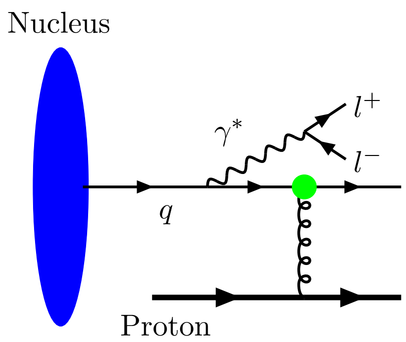
- Supressão para pequeno p_T;
- Supressão do pico Cronin;
- Grandes efeitos em rapidez;
- Supressão em rapidez aumenta para grande p_T;
- Região de rapidez;
- Comportamento similar para razão com $M = 3$ GeV.

Conclusões II

- A supressão para pequeno e moderado p_T é uma evidência dos efeitos de saturação (CGC).
- A razão R_{pA} mostra um pico Cronin com Gaussiana local e apresenta a supressão do pico com Gaussiana não-local para o espectro em p_T.
- Dileptons indicam que o efeito Cronin na região de rapidez positiva é um efeito de estado inicial.
- Não se verifica uma supressão da razão R_{pA} em rapidez para RHIC;
- Supressão da razão R_{pA} em rapidez para LHC é verificada e aumenta para grande p_T;
- Necessitamos considerar agora a produção de dileptons na região de rapidez negativa.

Dileptons em Rapidez negativa

- Formalismo de dipolos com escolha adequada do projétil e alvo



$$\frac{d\sigma^{DY}}{dM^2 dy d^2 p_T} = \frac{\alpha_{em}^2}{6\pi^3 M^2} \int_0^\infty d\rho W(x_2, \rho, p_T) \sigma_{dip}(x_1, \rho),$$

Grande x_2 (núcleo) e pequeno x_1 próton.

$$\begin{aligned} W(x_2, \rho, p_T) &= \int_{x_2}^1 \frac{d\alpha}{\alpha^2} F_2^A\left(\frac{x_2}{\alpha}, M^2\right) \left\{ [m_q^2 \alpha^2 + 2M^2(1-\alpha)^2] \left[\frac{1}{p_T^2 + \eta^2} T_1(\rho) - \frac{1}{4\eta} T_2(\rho) \right] \right. \\ &+ \left. [1 + (1-\alpha)^2] \left[\frac{\eta p_T}{p_T^2 + \eta^2} T_3(\rho) - \frac{1}{2} T_1(\rho) + \frac{\eta}{4} T_2(\rho) \right] \right\}, \end{aligned}$$

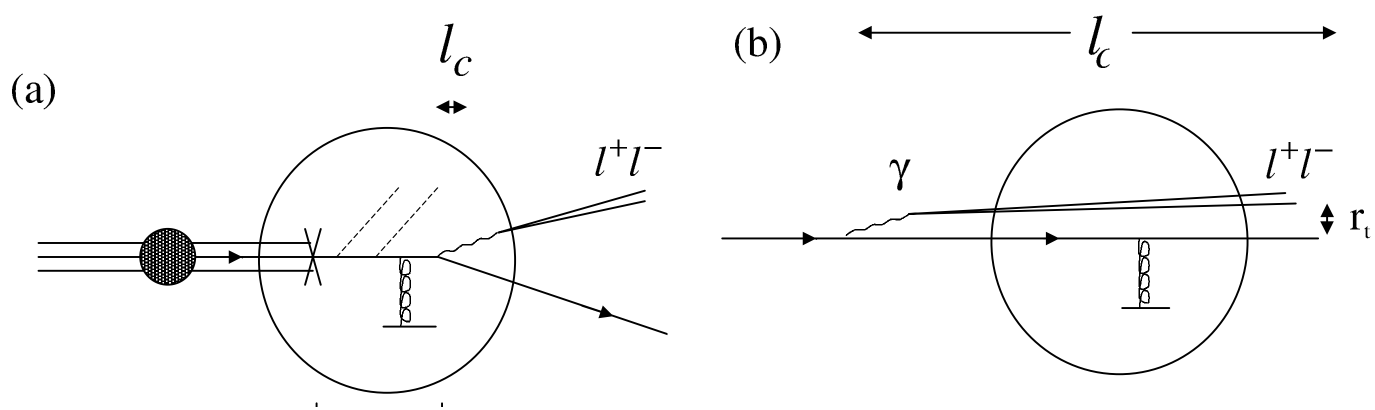
$\alpha \Rightarrow$ fração de momentum do quark do núcleo carregado pelo fóton virtual

$$\begin{aligned} T_1(\rho) &= \frac{\rho}{\alpha} J_0\left(\frac{p_T \rho}{\alpha}\right) K_0\left(\frac{\eta \rho}{\alpha}\right) \\ T_2(\rho) &= \frac{\rho^2}{\alpha^2} J_0\left(\frac{p_T \rho}{\alpha}\right) K_1\left(\frac{\eta \rho}{\alpha}\right) \qquad (\eta^2 = (1-\alpha)M^2 + \alpha^2 m_q^2) \\ T_3(\rho) &= \frac{\rho}{\alpha} J_1\left(\frac{p_T \rho}{\alpha}\right) K_1\left(\frac{\eta \rho}{\alpha}\right). \end{aligned}$$

MAB, M.B. Gay Ducati, E.G. de Oliveira, Phys. Rev. D74, n. 094010 (2006).

Comprimento de coerência (l_c)

- Tempo de vida médio da flutuação $|ql^+l^-\rangle$.
- Importante quantidade controlando efeitos nucleares.
- l_c menor que o alvo (Fig (a)) $\Rightarrow$ perda de energia no alvo.
- l_c maior que o alvo (Fig (b)) $\Rightarrow$ secão de choque escrita na forma fatorizada.



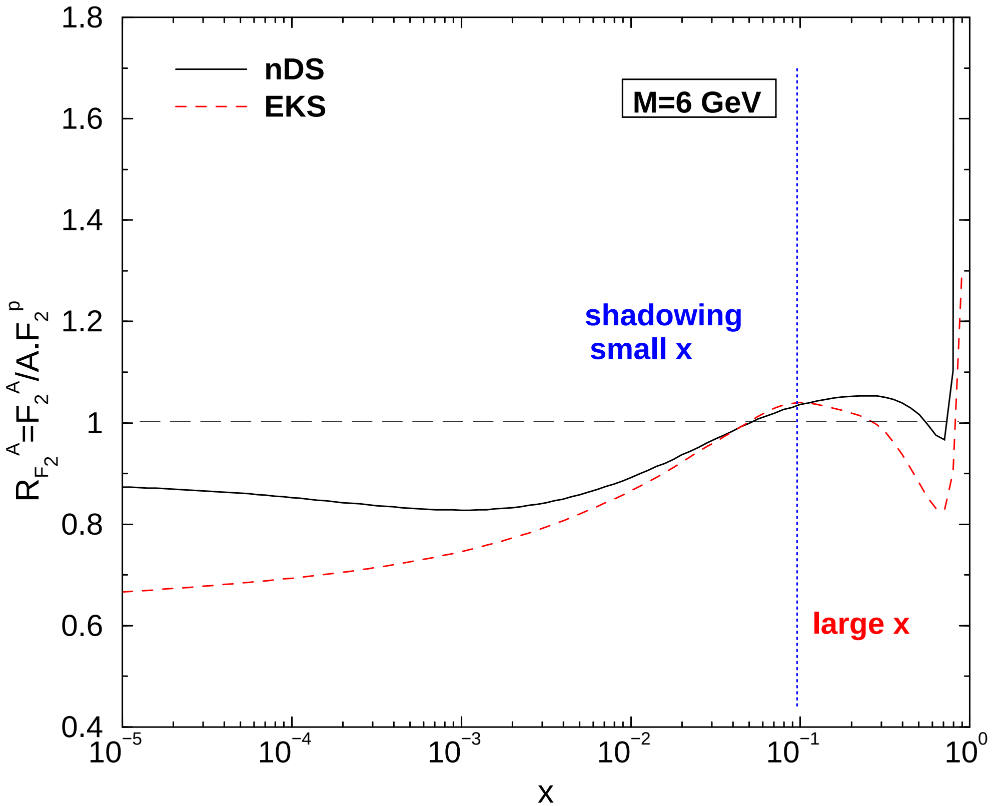
M.B.Johnson, et al. Phys. Rev. Lett. **86**, *4483 (2001).*

l_c em rapidez negativa

- Consideramos aqui grande $l_c \propto \frac{1}{x_1} \Rightarrow x_1$ fração de momentum do alvo próton.
- Proposta aplicável apenas na região de pequeno x_1.
- Necessitamos agora considerar a função de estrutura nuclear $F_2^A(x, Q^2)$

Distribuições partônicas nucleares e σ_{dip}

- Eskola, Kolhinen e Salgado (Parametrização EKS) *Eur. Phys. J. C* **9**, *61 (1999)*
- D. de Florian e R. Sassot (Parametrização nDS) *Phys. Rev. D* **69**, *074028 (2004)*



- $\sigma_{dip} \Rightarrow$ seção de choque de dipolo GBW $\sigma_{dip}(x,r) = \sigma_0(1 - \exp\left\{\left(\frac{r^2 Q_0^2}{4(x/x_0)^\lambda}\right)\right\}$
- Ajuste aos dados de HERA ($\sigma_0 = 23.03$mb, $x_0 = 3.04 \times 10^{-4}$, $\lambda = 0.288$)

K. Golec-Biernat, M. Wusthoff, Phys. Rev. D **59**, *014017 (1999)*

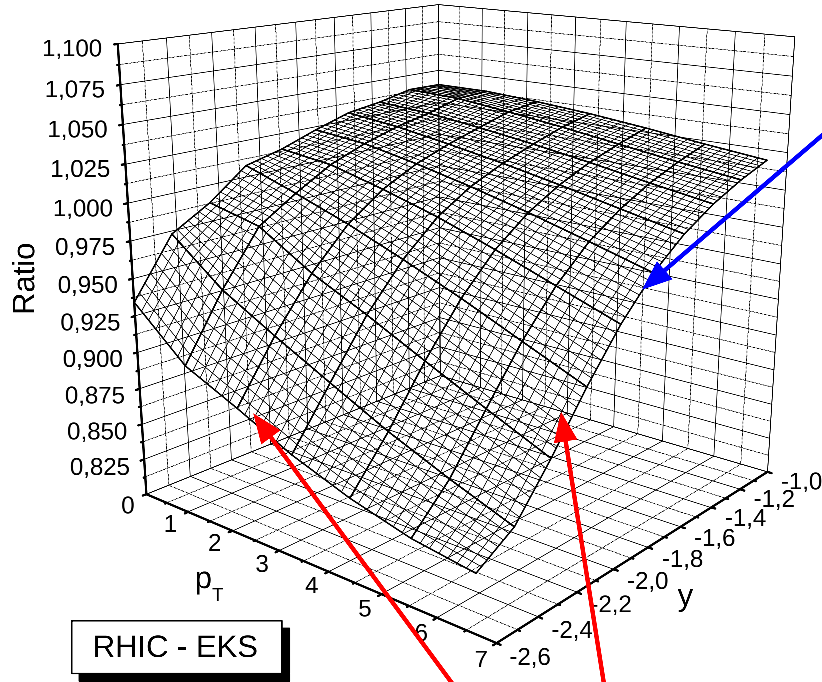
Fator de modificação nuclear

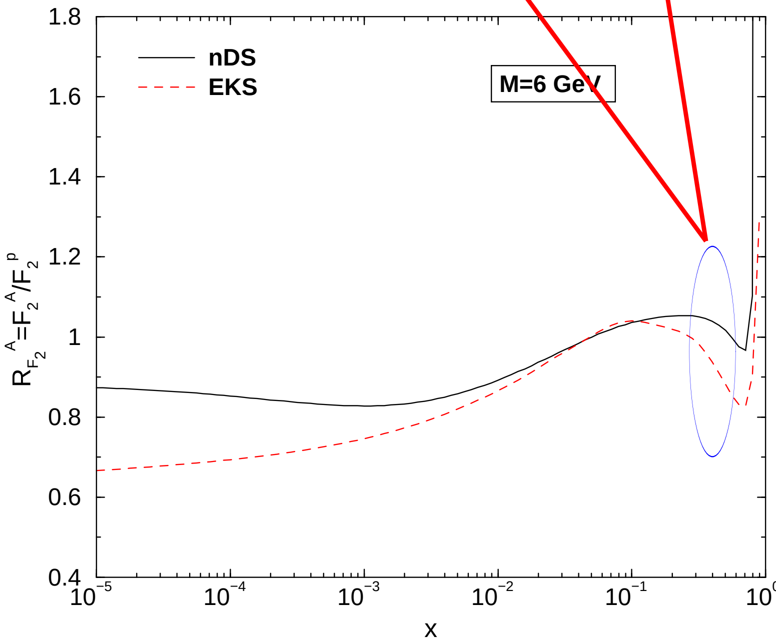
- Investigando efeitos na região de rapidez negativa,

$$R_{pA} = \frac{\frac{d\sigma(pA)}{dp_T^2 dy dM}}{A \frac{d\sigma(pp)}{dp_T^2 dy dM}}.$$

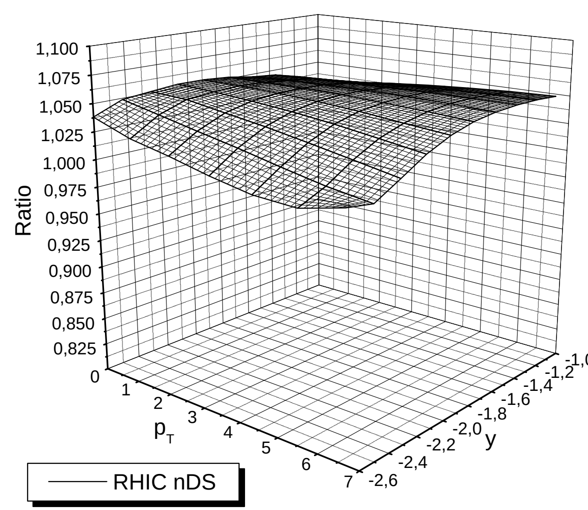
- Massa dos dileptons $M = 6$ GeV.
- Energias de RHIC $\sqrt{s} = 200$GeV.
- Energias de LHC $\sqrt{s} = 8800$ GeV.
- Comportamentos em rapidez e p_T.

R_{pA} em p_T e y para RHIC

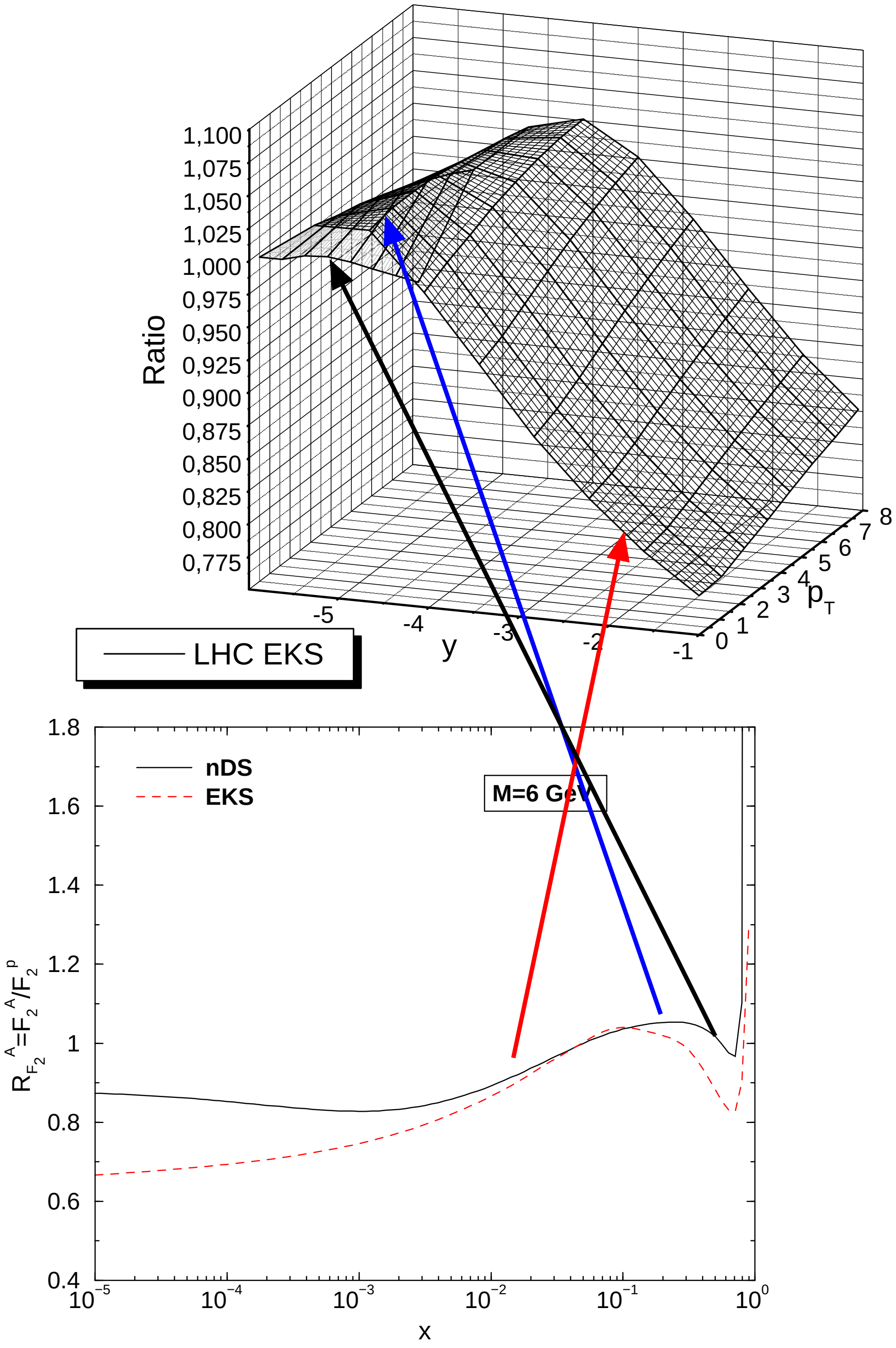




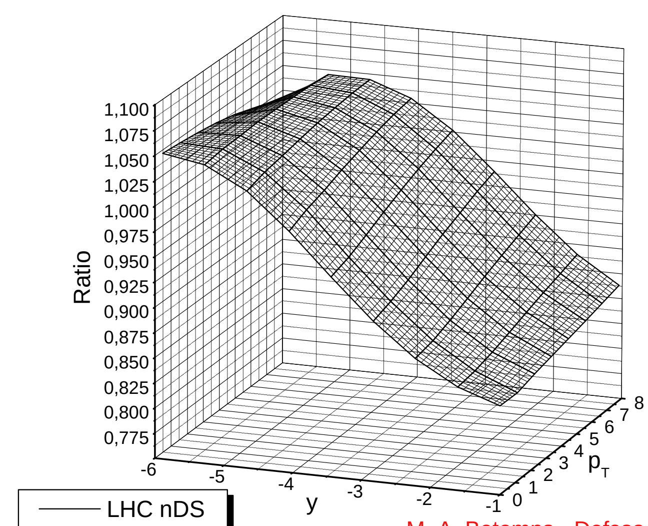
- $0.08 < x_2 < 0.5.$
- Efeitos nucleares de grande x;
- pequeno $y \rightarrow$ grande x_2
- Supressão em $y \rightarrow$ efeito de grande x;
- grande $p_T \rightarrow$ grande x_2;
- Supressão em $p_T \rightarrow$ efeitos de grande $x \rightarrow$ menos intenso;
- Comparação EKS $\times$ nDS (predições para efeitos de grande x).



R_{pA} em p_T e y para LHC

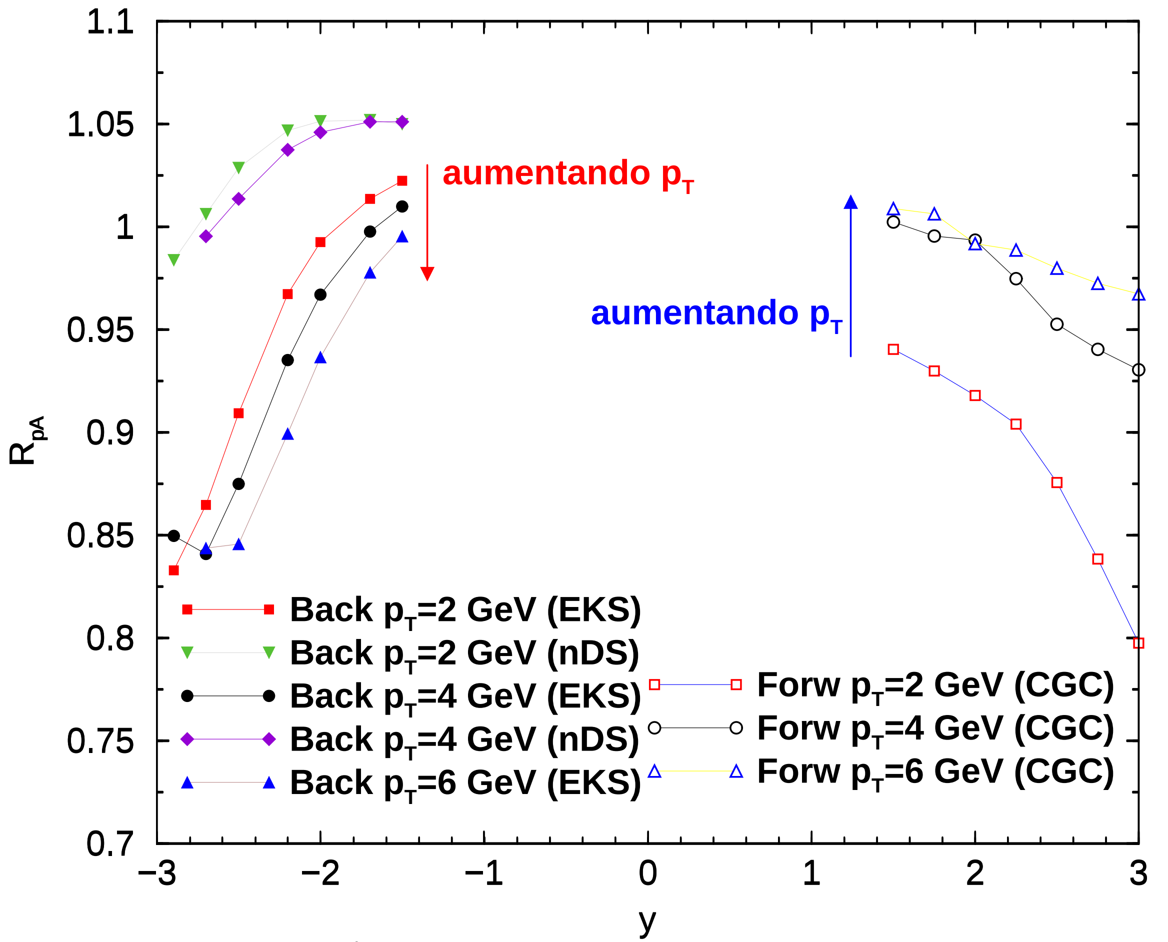


- $0.002 < x_2 < 0.3$.
- Efeitos de antisombreamento e sombreamento;
- Pico em $y \sim -4.5 \rightarrow$ antisombreamento;
- Dois comportamentos em p_T:
  - Supressão em $p_T \rightarrow$ efeito de grande x ($y < 4$);
  - Aumento com $p_T \rightarrow$ sombreamento;
- EKS $\times$ nDS (similares)



Comparando rapidez (+/-) dileptons

- Energias de RHIC.

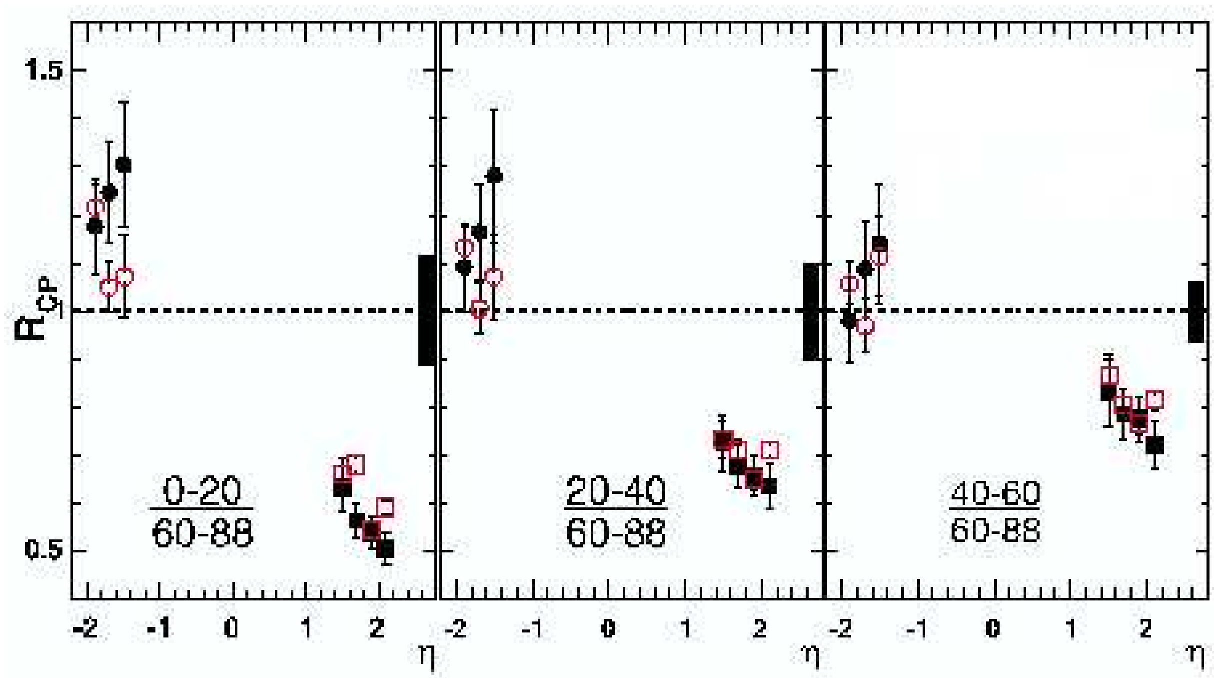


- $R_{pA}(p_T) \Rightarrow \begin{cases} \text{Positiva} \Rightarrow & p_T \text{ aumenta} \Rightarrow R_{pA} \text{ aumenta (saturação)} \\ \text{Negativa} \Rightarrow & p_T \text{ aumenta} \Rightarrow R_{pA} \text{ reduz (efeitos de grande } x \text{)} \end{cases}$

MAB, M.B. Gay Ducati, E.G. de Oliveira, Phys. Rev. D 74, 094010 (2006).

Cronin em Rapidez (+/-)

- Hádrons (0.5 GeV<p_T<4 GeV)



- Pico pronunciado em rapidez negativa ainda requer certo cuidado devido a grande incerteza e discrepância entre métodos de análise.
- Dileptons em rapidez negativa para RHIC não apresentam crescimento tão acentuado.
- Pico Cronin para hádrons em rapidez negativa $\Rightarrow$ efeitos de grande x + efeitos de estado final.

S.S. Adler, et al. PHENIX *Collaboration, Phys. Rev. Lett.* **94***, 082302 (2005).*

Conclusões III

- Rapidez positiva
  - Dileptons
    - Supressão do pico Cronin.
    - Saturação.
  - Hádrons
    - Supressão do pico Cronin.
    - Saturação.
    - Dileptons indicam $\Rightarrow$ Efeito de estado inicial.
- Rapidez Negativa
  - Dileptons
    - Espectro em rapidez $\Rightarrow$ fraco crescimento de R_{pA}.
    - Momentum transverso $\Rightarrow$ comportamento distinto em comparação com rapidez positiva.
    - Efeitos nucleares de grande x em RHIC.
    - Efeitos nucleares de grande e pequeno x em LHC.
  - Hádrons
    - Aumento da razão R_{pA} no espectro de rapidez para região central.
    - Dileptons indicam $\Rightarrow$ efeitos nucleares de grande x + efeitos de estado final (RHIC).

Conclusões

- Analisamos a produção de dileptons em colisões pp e pA.
- Investigamos as regiões cinemáticas de rapidez positiva e negativa para diferentes valores de momentum transverso dos dileptons.
- Os resultados mostram que os dileptons carregam informações sobre efeitos de grande e pequeno x do núcleo e do nucleon, dependendo da região cinemática investigada.
- Podemos investigar propriedades da QCD (interação forte), mais especificamente o Condensado de Vidros de Cor, utilizando provas eletromagnéticas.
- Em colisões pp os dileptons podem evidenciar efeitos de unitariedade nas distribuições partônicas.
- Em colisões pA os dileptons evidenciam a existência do CGC na região de rapidez positiva e mostram claramente a dependência da razão R_{pA} nos efeitos nucleares de grande e pequeno x na região de rapidez negativa.

Poderosa ferramenta de investigação de efeitos de estado inicial em colisões hadrônicas de altas energias.

Importante observável que deve ser medido

Equações de Evolução

- **Evolução linear**
  - DGLAP ($\sim$1977) evolue distribuições de quarks e glúons em Q^2.

$$\frac{dg(x,Q^2)}{d\ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\int_x^1 \frac{dy}{y}\left[P_{gq}\left(\frac{x}{y}\right) q_i^S(y,Q^2) + P_{gg}\left(\frac{x}{y}\right) g(y,Q^2)\right],$$

(Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli, Parisi)

  - BFKL ($\sim$1977) evolue distribuição de glúons não-integrada em x.

$$\frac{\partial\phi(x,k_\perp^2)}{\partial\ln(1/x)} = \frac{3\alpha_s}{\pi}k_\perp^2\int_0^\infty \frac{dk_\perp'^2}{k_\perp'^2}\left\{\frac{\phi(x,k_\perp'^2)+\phi(x,k_\perp^2)}{|k_\perp'^2-k_\perp^2|} + \frac{\phi(x,k_\perp^2)}{\sqrt{4k_\perp'^4+k^4}}\right\},$$

(Balitsky, Fadin, Kuraev, Lipatov)

- **Evolução não-linear**
  - GLR (1983) evolue $xg(x,Q^2)$ em x e Q^2.

$$\frac{\partial^2 xg(x,Q^2)}{\partial\ln Q^2\partial\ln 1/x} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi}xg(x,Q^2) - \frac{\alpha_s^2\gamma}{Q^2R^2}[xg(x,Q^2)]^2$$

(Gribov-Levin-Ryskin)

  - AGL (1997) evolue $\kappa_G(x,Q^2) = \frac{N_c\alpha_s\pi}{2Q^2R^2}xg(x,Q^2)$ em x e Q^2.

$$\frac{\partial^2\kappa_G(x,Q^2)}{\partial(\ln 1/x)\partial(\ln Q^2)} + \frac{\partial\kappa_G(x,Q^2)}{\partial(\ln 1/x)} = \frac{N_c\alpha_s}{\pi}[C + \ln(\kappa_G) + E_1(\kappa_G)]$$

(Ayala-MBGD-Levin)

  - BK (1996-1999) evolue a densidade de dipolos (N) em $Y = \ln(1/x)$.

$$\frac{\partial^2 N(\vec{x}_{01},\vec{b}_0,Y)}{\partial Y\partial\ln(1/x_{01}^2\Lambda_{QCD}^2)} = \frac{\alpha_s C_F}{\pi}[2 - N(\vec{x}_{01},\vec{b}_0,Y)]N(\vec{x}_{01},\vec{b}_0,Y)$$

(Balitsky-1996; Kovchegov-1999)

  - JIMWLK ($\sim$1997-01) evolue correlação entre fontes de carga de cor em Y.

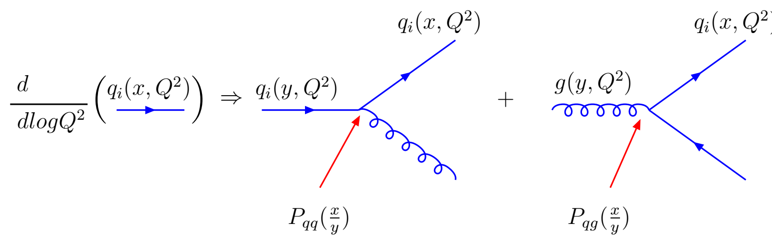
$$\frac{\partial W_Y[\rho]}{\partial Y} = \frac{1}{2}\int\frac{\delta}{\delta\rho_Y^a(x_\perp)}\chi_{ab}(x_\perp,y_\perp)[\rho]\frac{\delta}{\delta\rho_Y^b(y_\perp)}\mathcal{W}_Y[\rho],$$

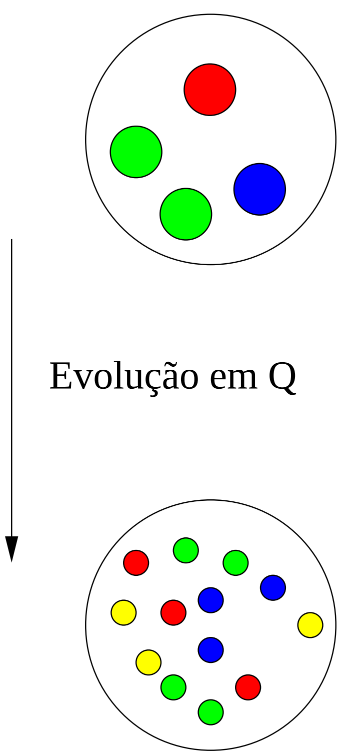
(Jalilian-Marian, Kovner, Leonidov, Weigert, Iancu, McLerran)

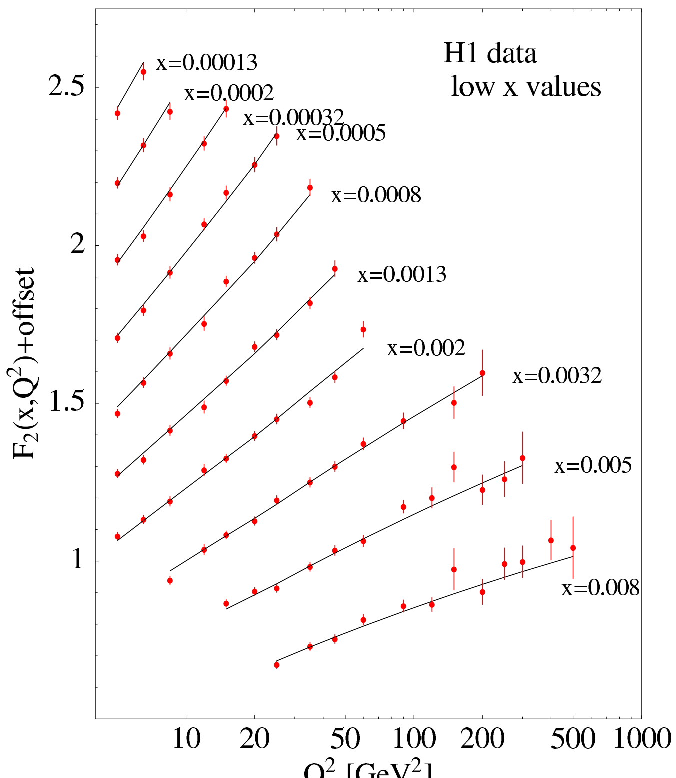
Evolução DGLAP

- Evolução das distribuições de quarks e glúons na variável Q^2

$$\frac{\partial q^i(x,Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\left[\int_x^1 \frac{dx_1}{x_1}\left(P_{qq}(\frac{x}{x_1})q_S^i(x_1,Q^2) + P_{qg}(\frac{x}{x_1})g(x_1,Q^2)\right)\right],$$





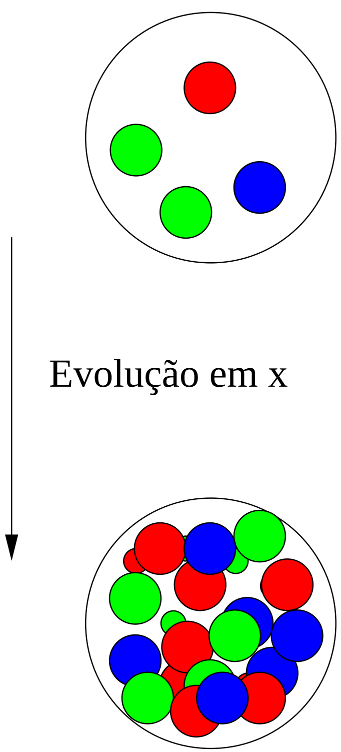


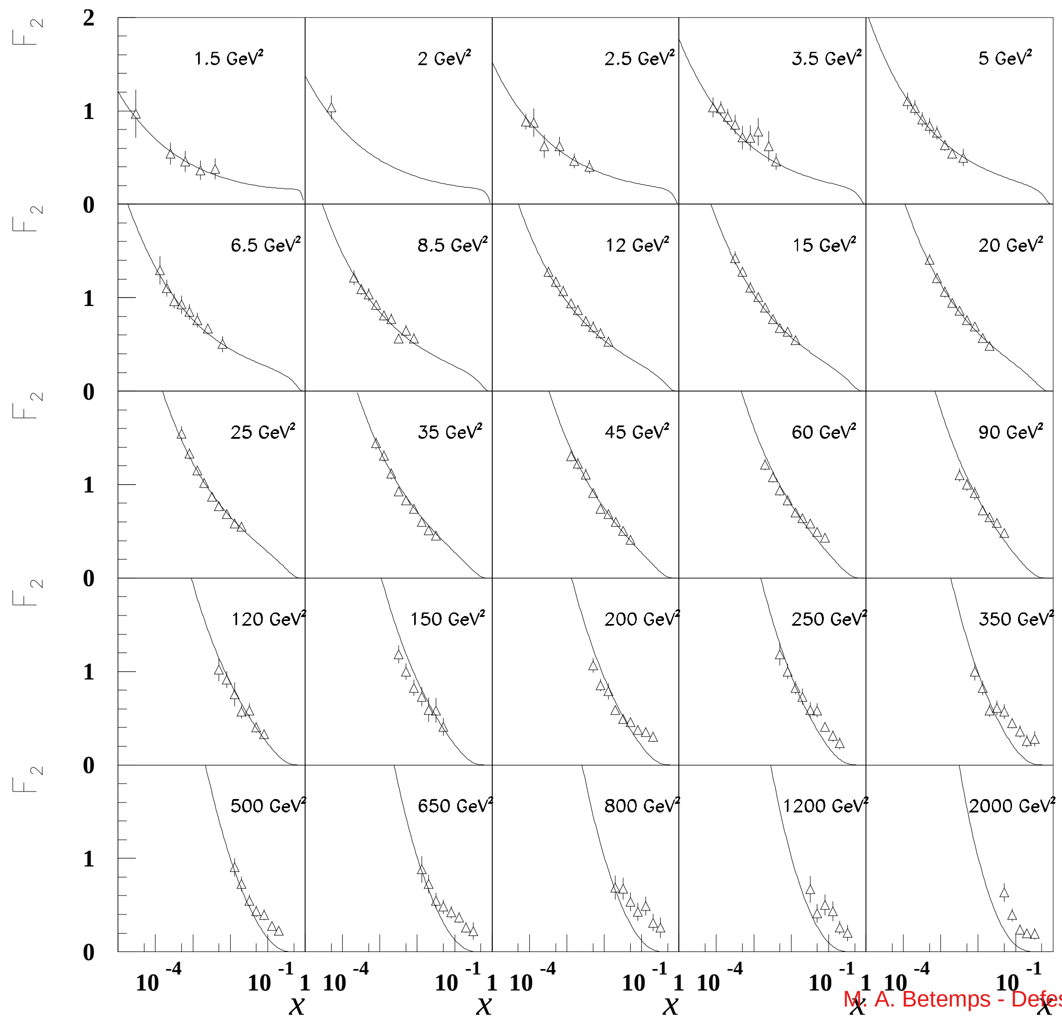
Evolução BFKL

- Evolução da distribuição de glúons não integrada na variável x

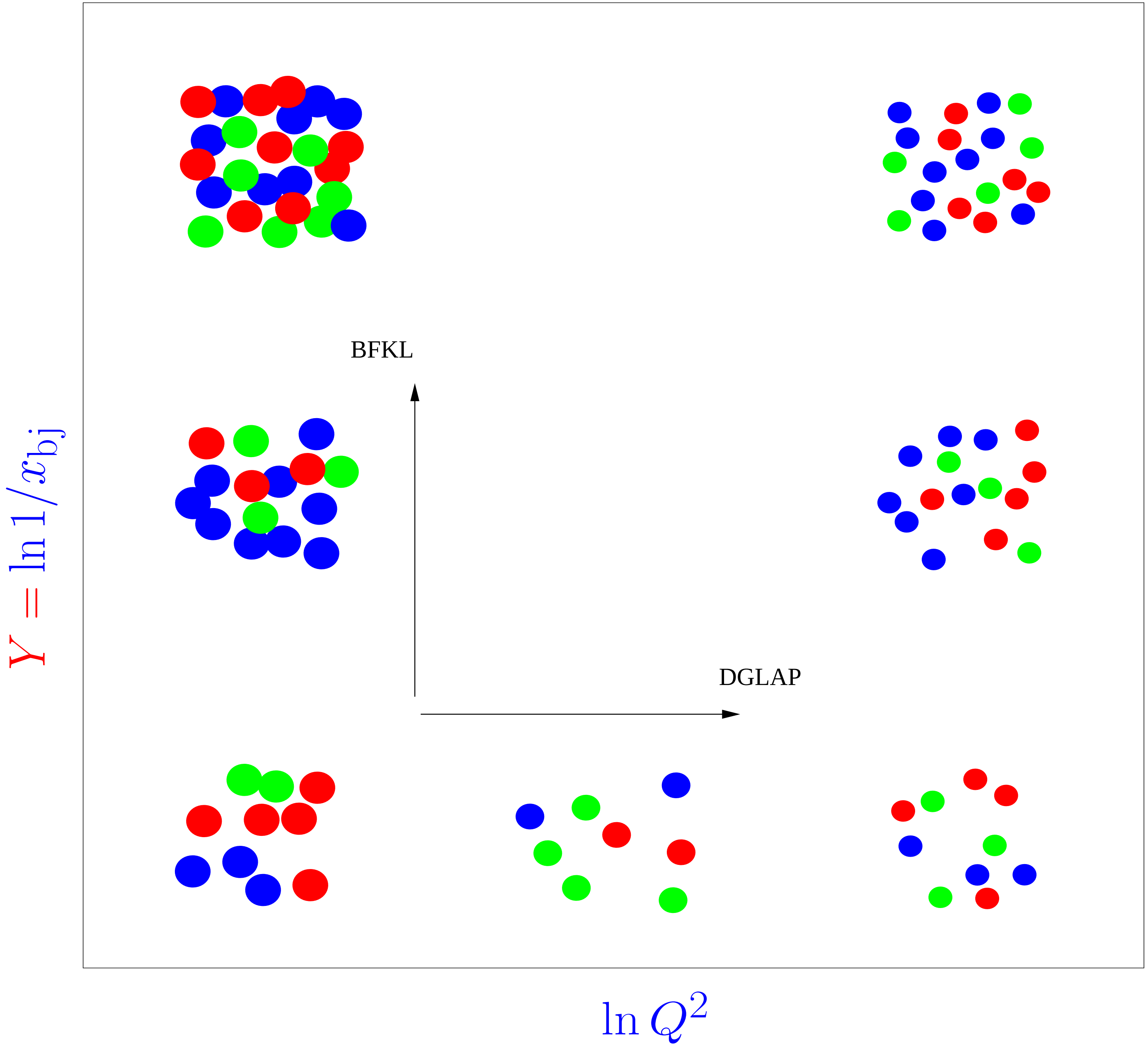
$$\frac{\partial \phi(x,k_\perp^2)}{\partial \ln(1/x)} = \frac{3\alpha_s}{\pi} k_\perp^2 \int_0^\infty \frac{dk_\perp'^2}{k_\perp'^2} \left\{ \frac{\phi(x,k_\perp'^2)+\phi(x,k_\perp^2)}{|k_\perp'^2 - k_\perp^2|} + \frac{\phi(x,k_\perp^2)}{\sqrt{4k_\perp'^4 + k_\perp^4}} \right\},$$

$$g(x,Q^2) = \int_0^{Q^2} \frac{dk_\perp^2}{k_\perp^2} \phi(x,k_\perp^2)$$





Q^2 - x plane



Equações de Evolução