

Equação DGLAP

M. M. Machado

melo.machado@ufrgs.br

High Energy Phenomenology Group

Instituto de Física

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Porto Alegre, Brazil

GFP AE - UFRGS

<http://www.if.ufrgs.br/gfpae>

Seminário baseado na aula apresentada pela Prof
Beatriz na escola JAS - 2007

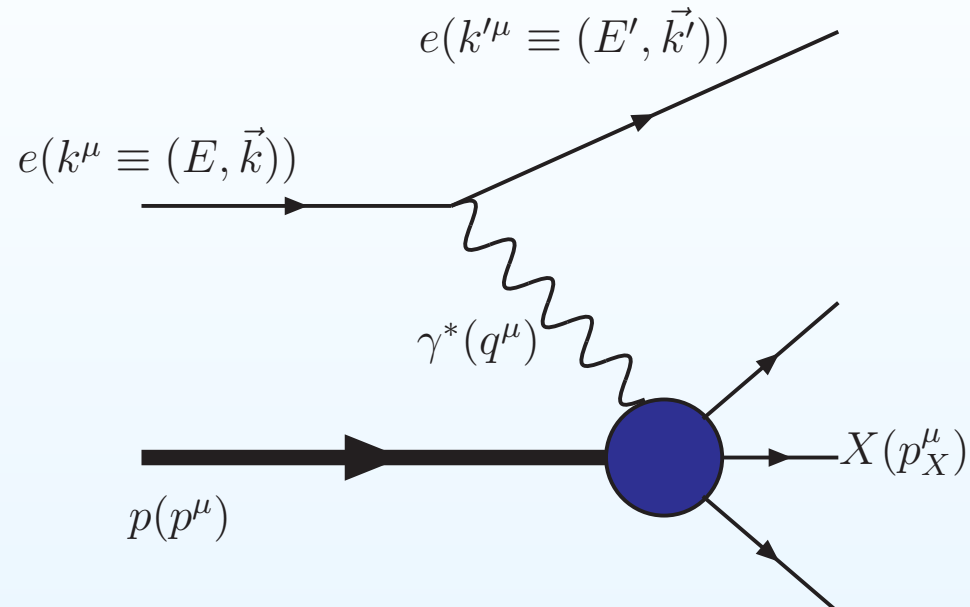


Outline

- Espalhamento profundamente inelástico
- Tensor hadrônico e leptônico
- Espalhamento neutrino-nucleon
- Modelo de pártons
- Equação DGLAP
- Solução da DGLAP
- DGLAP em pequeno- x
- Conclusões

Espalhamento Profundamente Inelástico

- O espalhamento profundamente inelástico (DIS) é um dos processos mais importantes para estudar a estrutura do hádron
- Interação eletromagnética entre um lépton de alta energia (ν, e^+, e^-) e um nucleon (p, \bar{p}, n) ou um núcleo
- Processo ep em ordem dominante $\longrightarrow e + p \rightarrow e + X$
- Quadri-momentum do fóton (q^μ) em QED \longrightarrow escala do processo $q = k - k'$
- Quadrado do momentum transferido \longrightarrow virtualidade do bóson
 $Q^2 \equiv -q^2 = -(k - k')^2$
- Princípio da incerteza $\rightarrow \Delta x \approx \frac{1}{\Delta p} \longrightarrow$ resolução pela qual o hádron é estudado
 $\longrightarrow Q^2 = -q^2.$



- Energia do fóton virtual $\gamma^* \longrightarrow \nu = \frac{p \cdot q}{M}$
- Massa invariante $\longrightarrow W^2 = (p + q)^2 = M^2 - Q^2 + 2M\nu$
- Variável de Bjorken $\longrightarrow x = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{Q^2}{2M\nu}$
- Rapidez $\longrightarrow y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k} = \frac{\nu}{E}$
- Energia de centro de momentum $\longrightarrow s = (p + k)^2$



Interação

- Espalhamento profundamente inelástico elétron-próton $ep \rightarrow eX$
- Próton quebra-se em hádrons \longrightarrow troca de um fóton virtual muito energético
- No centro de massa (CM) do sistema elétron-próton, o momentum do próton (\vec{p}) é grande nas colisões em altas energias
- Momentum do elétron $\longrightarrow (|\vec{p}|, -\vec{p})$
- Momentum do bóson $\longrightarrow (q^0, \vec{q})$
- x representa a fração de momentum do próton carregada pelo párton

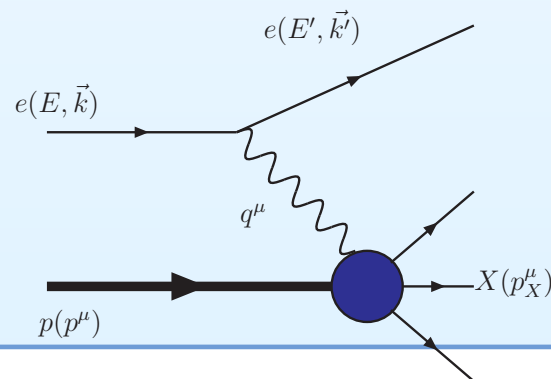
- Considerando que o próton quebra-se em um estado virtual com duas componentes
 - Párton com momentum xp e massa m_1
 - Pártons com momentum total $(1-x)p$ e massa invariante m_2
- Fração de momentum carregada por estes pártons $\rightarrow x$ e $1-x$
- Diferença de energia entre o estado virtual e o próton (ΔE)

$$\Delta E = \sqrt{x^2 p^2 + m_1^2} + \sqrt{(1-x)^2 p^2 + m_2^2} - \sqrt{p^2 + M_{\text{proton}}^2}$$

$$\simeq \frac{1}{|p|} \left[\frac{m_1^2}{2x} + \frac{m_2^2}{2(1-x)} - \frac{M_{\text{proton}}^2}{2} \right].$$

- Inverso desta quantidade (**princípio da incerteza**) \rightarrow meia-vida do estado virtual

$$\tau_{\text{virtual}} \sim 1/\Delta E$$



- Usando a expressão

$$q^0 = \frac{2p \cdot q + q^2}{2(\sqrt{\vec{p}^2 + M_{\text{proton}}^2} + |\vec{p}|)} \sim \frac{2M_{\text{proton}}\nu - Q^2}{4|\vec{p}|},$$

notação dos invariantes de Lorentz foi utilizada

$$\begin{aligned} Q^2 &\equiv -q^2, \\ \nu &\equiv \frac{p \cdot q}{M_{\text{proton}}}, \end{aligned}$$

condição de vínculo para o elétron no estado final

- Aproximação de impulso \rightarrow pártons livres durante a colisão
- Razão entre as escalas de tempo é pequena

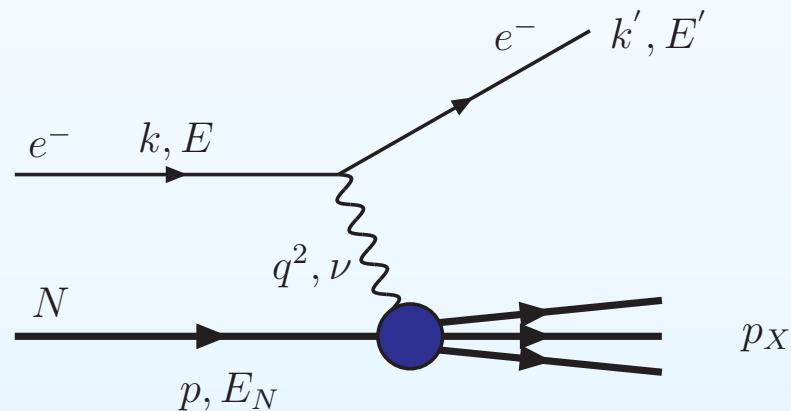
$$\frac{\tau_{\text{collision}}}{\tau_{\text{virtual}}} \sim 2 \frac{\frac{m_1^2}{x} + \frac{m_2^2}{(1-x)} - M_{\text{proton}}^2}{2M_{\text{proton}}\nu - Q^2}$$

- No DIS, $2M_{\text{proton}}\nu$ e Q^2 são maiores que M_{proton}^2
- Processos em que pártons macios são importantes não possuem boa descrição pelo modelo de pártons
- Próton com alto momentum P
- Próton apresenta contração de Lorentz na direção longitudinal
- Seção de choque inclusiva é a média em spin no DIS lépton-hádrón $\longrightarrow \sigma^{lh}$
- Expressa em termos de duas funções invariantes de gauge \longrightarrow caracteriza a estrutura do alvo
- Funções de estrutura F_1 e F_2
- Espalhamento de léptons carregados \longrightarrow processo mediado por um fóton virtual trocado no limite em que $Q^2 \ll M^2$

$$\frac{d^2\sigma^{lh}}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^2} [xy^2 F_1(x, Q^2) + (1-y)F_2(x, Q^2)] ,$$

onde despreza-se a massa do próton

- Constante de acoplamento eletrofacó α e y é a inelasticidade
- Inelasticidade no sistema de repouso do alvo próton $y = 1 - E'/E$ onde E e E' são as energias dos estados inicial e final
- Léptons \longrightarrow estuda a estrutura do hádron



- Transferência de energia $\longrightarrow E' - E$
- Caso covariante geral $\longrightarrow \nu = \frac{(k' - k) \cdot p}{M} = \frac{p \cdot q}{M}$
- Escala de energia de um fóton virtual é maior do que o próton
- Resolução dos constituintes do próton pode ser obtida

Variáveis de Mandelstam

- Canal s : $s = (p + k)^2 = (p' + k')^2$
- Canal t : $t = (p - p')^2 = (k - k')^2$
- Canal u : $u = (k' - p)^2 = (k - p')^2$
- s é o quadrado da energia CM $\longrightarrow p$ e k são os momenta das partículas colidindo
- t é o quadrado da energia CM $\longrightarrow k$ e k' são os momenta das partículas colidindo
- u é o quadrado da energia CM $\longrightarrow k$ e p' são os momenta das partículas colidindo

Tensor Leptônico e Hadrônico

- Momentum hádron $\longrightarrow p_x = p + q$

$$M_X^2 = M^2 + q^2 + 2M\nu = (M + \nu)^2$$

- Caso elástico $\longrightarrow M = M_X$
- Caso inelástico $\longrightarrow M \neq M_X$
- Seção de choque para o processo

$$d\sigma = \frac{1}{|V_e - V_N|} \frac{m}{E} \frac{M}{E_N} |M_{fi}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(k' + p_X - k - p)$$

$$\frac{m}{(2\pi)^3} \frac{d^3 K'}{E'} \prod_X \frac{M_X d^3 p_X}{(2\pi)^3 E_X}$$

- Sistema de repouso do alvo

$$\frac{M}{E_N} = 1; \quad |V_e - V_N| = |V_e| = 1$$

Tensor leptônico e hadrônico

- Usando as variáveis naturais $\rightarrow c = \hbar = 1$

$$d\sigma = \frac{m^2}{EE'} |M_{fi}|^2 2\pi \delta^4(k' + p_X - k - p) d^3k' \prod_X \frac{M_X d^3p_X}{(2\pi)^3 E_X}$$

- Feixe incidente, não existe detecção de spin no estado final

$$d\hat{\sigma} = \frac{\pi}{2} \frac{m^2}{EE'} d^3k' \sum_s \sum_{s'} \sum_{s_N} \sum_X \int \prod_X \frac{M_X d^3p_X}{(2\pi)^3 E_X} \delta^{(4)}(k' - k + p_X - p) |M_{fi}|^2$$

onde $\hat{\sigma}$ é a seção de choque inclusiva e $|M_{fi}|$ é o elemento da matriz de transição dado por

$$M_{fi} = \frac{ie^2}{q^2} \bar{u}(k', s') \gamma^\mu u(k, s) \langle x | \vartheta_u(0) | N \rangle$$

com a corrente hadrônica $\langle x | \vartheta_u(0) | N \rangle = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4x e^{ipx} \langle x | \vartheta_u(0) | N \rangle$

Tensor leptônico e hadrônico

- Assim

$$d\hat{\sigma} = \frac{e^4}{8\pi^2} \frac{m^2}{EE'} d^3 k' \frac{1}{q^4} \mathcal{L}^{\mu\nu} \mathcal{W}_{\mu\nu}$$

- $\mathcal{L}^{\mu\nu}$ \longrightarrow tensor leptônico \longrightarrow QED \longrightarrow vértice primário

$$\mathcal{L}^{\mu\nu} = \sum_s \sum_{s'} [\bar{u}(k', s') \gamma^\mu u(k, s)] [\bar{u}(k', s') \gamma^\nu u(k, s)]^\dagger$$

- $W_{\mu\nu}$ \longrightarrow tensor hadrônico \longrightarrow ignorância sobre a estrutura do próton \longrightarrow vértice secundário

$$W_{\mu\nu} = 4\pi^3 \sum_{s_N} \sum_X \int \prod_X \frac{M_X d^3 p_X}{(2\pi)^3 E_X} \delta^{(4)}(p_X - p - q) \langle N | \vartheta_u^\dagger(0) | X \rangle \langle X | \vartheta_u(0) | N \rangle$$

Tensor leptônico e hadrônico

- Propriedades das γ_s

$$\bar{u} = u^\dagger \gamma^0$$

$$\gamma^{0\dagger} = \gamma^0$$

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0$$

$$(\gamma^0)^2 = \gamma_0$$

$$\not{A} = \gamma^\mu A_\mu$$

$$[\bar{u}(k') \gamma^\nu u(k)]^\dagger = [\bar{u}(k) \gamma^\nu u(k')]$$

$$\gamma_5 = \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$$

- Usando as propriedades, o tensor leptônico é dado por

$$\mathcal{L}^{\mu\nu} = \sum_{spins} [\bar{u}(k') \gamma^\mu u(k)] [\bar{u}(k) \gamma^\nu u(k')]$$

$$= \sum_{s'} u_{\alpha}^{\bar{s}'}(k') \gamma_{(\alpha\beta)}^{\mu} \sum_s u_{\beta}^{(s)}(k) u_{\gamma}^{\bar{(s)}}(k) \gamma^{\nu} (\gamma\xi) u_{\xi}^{(s')}(k')$$

- Usando a relação de completeza dos spinores de Dirac

$$\sum_S u_{\alpha}^{(S)}(p) \bar{u}_{\beta}^{(S)}(p) = \left(\frac{\not{p} + m}{2m} \right)_{\alpha\beta}$$

- Então

$$\sum_s u_{\beta}^{(s)}(k) \bar{u}_{\gamma}^{(s)}(k) = \left(\frac{\not{k} + m}{2m} \right)_{\alpha\beta}$$

$$\sum_{s'} u_{\gamma}^{(s')}(k') \bar{u}_{\alpha}^{(s')}(k') = \left(\frac{\not{k}' + m}{2m} \right)_{\gamma\alpha}$$

- Assim

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\mu\nu} &= \sum_{s'} u_{\xi}^{(s')}(k') \bar{u}_{\alpha}^{(s')}(k') \gamma_{(\alpha\beta)}^{\mu} \sum_S u_{\beta}^{(s)}(k) \bar{u}_{\gamma}^{(s)}(k) \gamma_{(\gamma\xi)}^{\nu} \\ &= \left(\frac{\not{k}' + m}{2m} \right)_{\xi\alpha} \gamma_{(\alpha\beta)}^{\mu} \left(\frac{\not{k} + m}{2m} \right)_{\beta\gamma} \gamma_{(\gamma\xi)}^{\nu} \\ &= \frac{1}{4m^2} (\not{k}' + m)_{(\xi\alpha)} \gamma_{(\alpha\beta)}^{\mu} (\not{k} + m)_{(\beta\gamma)} \gamma_{(\gamma\xi)}^{\nu} \\ &= \left(\frac{\not{k}' + m}{2m} \right)_{(\xi\alpha)} \gamma_{(\alpha\beta)}^{\mu} \left(\frac{\not{k} + m}{2m} \right)_{\beta\gamma} \gamma_{(\gamma\xi)}^{\nu} \end{aligned}$$

- Usando a definição do traço

$$\left(\frac{\not{k}' + m}{2m}\right)_{\xi\alpha} \gamma_{(\alpha\beta)}^{\mu} \left(\frac{\not{k} + m}{2m}\right)_{\beta\gamma} \gamma_{(\gamma\xi)}^{\nu} = \text{Tr}\left(\frac{\not{k}' + m}{2m} \gamma^{\mu} \frac{\not{k} + m}{2m} \gamma^{\nu}\right)$$

temos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\mu\nu} &= \text{Tr}\left(\frac{\not{k}' + m}{2m} \gamma^{\mu} \frac{\not{k} + m}{2m} \gamma^{\nu}\right) \\ &= \frac{1}{4m^2} \text{Tr}[(\not{k}' + m) \gamma^{\mu} (\not{k} + m) \gamma^{\nu}] \\ &= \frac{1}{4m^2} \text{Tr}(\not{k}' \gamma^{\mu} \not{k} \gamma^{\nu} + \not{k}' \gamma^{\mu} m \gamma^{\nu} + m \gamma^{\mu} \not{k} \gamma^{\nu} + m^2 \gamma^{\mu} \gamma^{\nu}) \\ &= \frac{1}{4m^2} [\text{Tr}(\not{k}' \gamma^{\mu} \not{k} \gamma^{\nu}) + \text{Tr}(\not{k}' \gamma^{\mu} m \gamma^{\nu}) + \text{Tr}(m \gamma^{\mu} \not{k} \gamma^{\nu}) + \text{Tr}(m^2 \gamma^{\mu} \gamma^{\nu})] \end{aligned}$$

- Além disso

$$Tr[\not{k} \gamma^\mu \gamma^\nu] = Tr[\gamma^{\beta'} \not{k}_\beta \gamma^\mu \gamma^\nu] = 0$$

$$Tr[\gamma^\beta \not{k}'_\beta \gamma^\mu \gamma^\nu] = k'_\beta Tr[\gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\nu] = 0$$

$$Tr[\gamma^\alpha \gamma^\beta \dots \gamma^\rho \gamma^\xi] = 0(\text{odd} - \gamma)$$

$$Tr(m \gamma^\mu \not{k} \gamma^\nu) = m k_\beta Tr(\gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\nu) = 0$$

$$Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu) = \frac{1}{2} Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu) + \frac{1}{2} (\gamma^\nu \gamma^\mu)$$

- Usando

$$Tr(AB) = Tr(BA)$$

e $\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\}$ sendo o anticomutador da matriz γ^μ, γ^ν

$$2g^{\mu\nu} \equiv \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\}$$

$$\frac{1}{2} Tr\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \frac{1}{2} Tr(2g^{\mu\nu})$$

$$Tr(g^{\mu\nu}) = 4g^{\mu\nu}$$

- Voltando ao tensor leptônico

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}^{\mu\nu} &= \frac{1}{4m^2} \{Tr(\not{k}' \gamma^\mu \not{k} \gamma^\nu) + m^2 Tr(g^{\mu\nu})\} \\
 &= \frac{1}{4m^2} \{Tr(\not{k}' \gamma^\mu \not{k} \gamma^\nu) + 4m^2 g^{\mu\nu}\} \\
 &= \frac{1}{4m^2} \{Tr[\gamma^\alpha k'_\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta k_\beta \gamma^\nu] + 4m^2 g^{\mu\nu}\} \\
 &= \frac{1}{4m^2} \{k'_\alpha k_\beta Tr(\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\nu) + 4m^2 g^{\mu\nu}\}
 \end{aligned}$$

- Usando $Tr(\gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho \gamma^\xi) = 4(g^{\alpha\beta} g^{\rho\xi} - g^{\alpha\rho} g^{\beta\xi} + g^{\alpha\xi} g^{\beta\rho})$, finalmente

$$\mathcal{L}^{\mu\nu} = \frac{1}{4m^2} \{k'_\alpha k_\beta [4(g^{\alpha\mu} g^{\beta\nu} - g^{\alpha\beta} g^{\mu\nu} + g^{\alpha\nu} g^{\mu\beta})] + 4m^2 g^{\mu\nu}\}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{\mu\nu} &= \frac{1}{4m^2} \{4k'_\alpha k_\beta g^{\alpha\mu} g^{\beta\nu} - 4k'_\alpha k_\beta g^{\alpha\beta} g^{\mu\nu} + 4k'_\alpha k_\beta g^{\alpha\nu} g^{\mu\beta} + 4m^2 g^{\mu\nu}\} \\ &= \frac{1}{4m^2} \{4k'^\mu k^\nu - 4k'^\beta k_\beta g^{\mu\nu} + 4k'_\nu k_\mu + 4m^2 g^{\mu\nu}\} \\ &= \frac{1}{m^2} \{k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu - g^{\mu\nu} (k' \cdot k) + m^2 g^{\mu\nu}\} \\ &= \frac{1}{m^2} \{k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu - (k' \cdot k - m^2) g^{\mu\nu}\}\end{aligned}$$

- Desprezando a massa do elétron ($m \rightarrow 0$)

$$\mathcal{L}^{\mu\nu} \approx \frac{1}{m^2} \{k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu - (k' \cdot k) g^{\mu\nu}\}$$

Tensor hadrônico

- Sendo $W_{\mu\nu}$ simétrico e função do vértice hadrônico
- A forma geral é construída por $g^{\mu\nu}$, p^μ e $q^\mu \longrightarrow$ invariantes de Lorentz

$$W_{\mu\nu} = -W_1 g_{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p_\mu p_\nu + W_3 \left(\frac{p_\mu q_\nu + p_\nu q_\mu}{M^2} \right) + \frac{q_\mu q_\nu}{M^2} W_4$$

- W_1, W_2, W_3 e $W_4 \longrightarrow$ funções escalares, dependendo de (q^2, ν)

$$W_i = W_i(q^2, \nu)$$

- Conservação da corrente no vértice hadrônico

$$\begin{aligned} J^\mu J_\mu = 0 &\longrightarrow q^\mu \langle X | J_\mu | N \rangle = 0 \\ q^\mu W_{\mu\nu} &= 0 \end{aligned}$$

- Então

$$-q^\mu g_{\mu\nu} W_1 + \frac{W_2}{M^2} q^\mu p_\mu p_\nu + \frac{W_3}{M^2} (q^\mu p_\mu q_\nu + q^\mu p_\nu q_\mu) + q^\mu q_\mu q_\nu \frac{W_4}{M^2} = 0$$

$$-q_\nu W_1 + \frac{W_2}{M^2} q \cdot p p_\nu + \frac{W_3}{M^2} (q \cdot p q_\nu + q^2 p_\nu) + \frac{q^2 \cdot q_\nu}{M^2} W_4 = 0$$

- Para os coeficientes q_ν

$$-W_1 + \frac{q \cdot p}{M^2} W_3 + \frac{q^2}{M^2} W_4 = 0$$

- Para os coeficientes p_ν

$$\frac{q \cdot p}{M^2} W_2 + \frac{q^2 W_3}{M^2} = 0$$

- Portanto

$$\begin{aligned}W_3 &= \frac{q \cdot p}{M^2} \frac{M^2}{q^2} W_2 = \frac{q \cdot p}{q^2} W_2 = -\frac{p \cdot q}{q^2} W_2 \\W_4 &= \frac{M^2}{q^2} \left(W_1 - \frac{q \cdot p}{M^2} W_3 \right) = \frac{M^2}{q^2} \left[W_1 - \left(-\frac{(p \cdot q)^2}{M^2 q^2} W_2 \right) \right] \\&= \frac{M^2}{q^2} \left[W_1 + \frac{(p \cdot q)^2}{M^2 q^2} W_2 \right] \\W_4 &= \frac{M^2}{q^2} W_1 + \frac{(p \cdot q)^2}{q^4} W_2\end{aligned}$$



Tensor hadrônico

$$\begin{aligned}W_{\mu\nu} &= -g_{\mu\nu}W_1 + \frac{p_\mu p_\nu}{M^2}W_2 + \frac{p_\mu q_\nu + p_\nu q_\mu}{M^2} \left(-\frac{p \cdot q}{q^2}W_2\right) + \frac{q_\mu q_\nu}{M^2} \left(\frac{M^2W_1}{q^2} + \frac{(p \cdot q)^2}{q^4}W_2\right) \\&= \left(-g_{\mu\nu}W_1 + \frac{p_\mu p_\nu}{M^2}W_2 + \frac{p_\mu q_\nu(-q \cdot p)}{M^2q^2}W_2 + \frac{p_\nu q_\mu(-p \cdot q)}{M^2q^2}W_2 + \frac{q_\mu q_\nu}{M^2q^2}M^2W_1 + \frac{q_\mu q_\nu}{M^2} \frac{(p \cdot q)^2}{q^4}W_2\right) \\&= \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right)W_1 + \left[p_\mu p_\nu + \frac{q_\mu q_\nu}{q^4}(p \cdot q)^2 - \frac{(p_\mu q_\nu + p_\nu q_\mu)}{q^2}(p \cdot q)\right] \frac{W_2}{M^2}\end{aligned}$$

- Finalmente

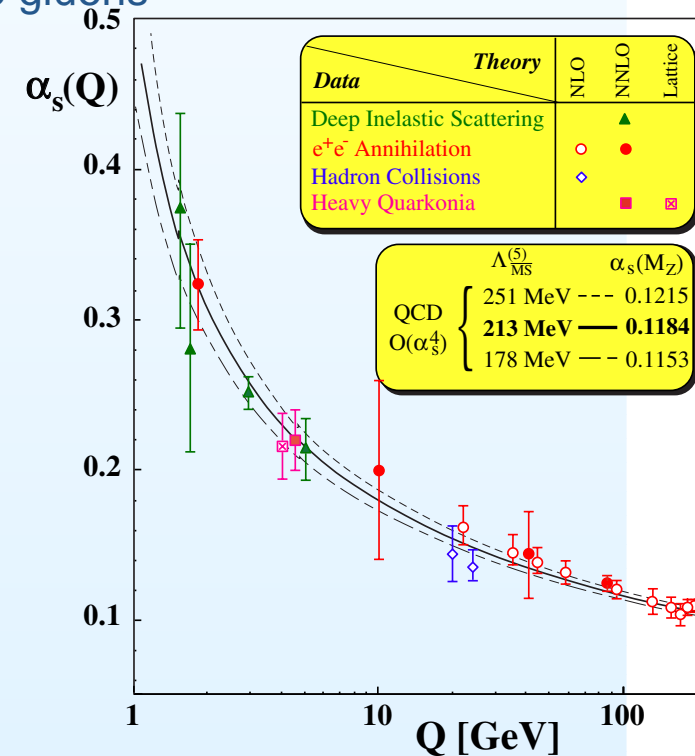
$$= \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}\right)W_1(q^2, \nu) + \left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2}q^\mu\right)\left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2}q^\nu\right) \frac{W_2}{M^2}(q^2, \nu)$$

Propriedades da QCD

- Cromodinâmica Quântica (QCD) → interação forte
- Lagrangiano da QCD

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}F_{\alpha\beta}^A F_A^{\alpha\beta} + \sum_{\text{flavor}} \bar{q}_a (i\hat{D} - m)_{ab} q_b + \mathcal{L}_{fix} + \mathcal{L}_{ghost}$$

- $F_{\alpha\beta}^A = \partial_\alpha G_\beta^A - \partial_\beta G_\alpha^A + gf_{\rho\gamma}^A G_\alpha^\rho G_\beta^\gamma$ → tensor campo de glúons
- $f_{\rho\gamma}^A$ são as constantes de estrutura SU(3)
- Quarks → férmions → carga cor ($q_a q_b$)
- Glúons → cor
- Liberdade assintótica → altas energias
- Confinamento → baixas energias (g)
- \mathcal{L}_{fix} termo fixa-gauge
- \mathcal{L}_{Ghost} introduz os fantasmas de Faddeev-Popov
- Cancelam graus de liberdade não físicos



- QCD é uma Teoria de Gauge que obedece o grupo de cor SU(3)
- Geradores que são descritos nas representações fundamentais (t^a) e adjunta (T^a)
- Propriedades (N_c é o número de cores)

$$[t^a, t^b] = i f^{abc} t^c \quad \rightarrow \quad \text{Tr}(t^a t^b) = \frac{1}{2} \delta^{ab}$$

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c \quad \rightarrow \quad \text{Tr}(T^a T^b) = f^{acd} f^{bcd} = N_c \delta^{ab}$$

- Propriedades das constantes de estrutura f^{abc}
 - Antisimétrica sob uma mudança dois índices quaisquer

$$f^{abc} = -f^{bac}$$

- Satisfazem a Identidade de Jacobi

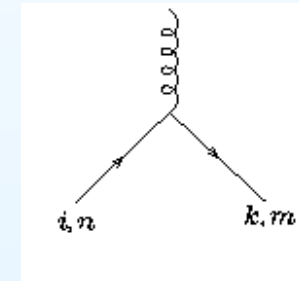
$$f_{abe} f_{ecd} + f_{cbe} f_{aed} + f_{dbe} f_{ace} = 0$$

- Propagador do glúon

$$-i \left(\frac{g_{\mu\nu}}{k^2 + i\epsilon} \right)$$

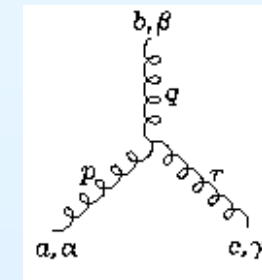
- Vértice quark-glúon

$$g \left(\frac{t^a}{2} \right)_\mu (\gamma_\nu)_{\beta\gamma}$$



- Vértice três-glúon

$$igf_{rst} [(k_1^\tau - k_2^\tau)g^{\rho\sigma} + (k_2^\rho - k_3^\rho)g^{\sigma\tau} + (k_3^\sigma - k_1^\sigma)g^{\tau\rho}]$$



- Seção de choque $\propto |\mathcal{M}|^2 \longrightarrow$ contém o *centro da interação*
- Possíveis interações
 - Corrente carregada (CC) \Rightarrow envolvendo troca do bóson W
 - Corrente neutra (NC) \Rightarrow envolvendo troca do bóson Z
- Caso CC

$$d\sigma |\mathcal{M}|^2 = \frac{2G_F^2}{(1 + Q^2/M_W^2)^2} L_{\alpha\beta} W^{\alpha\beta},$$

onde G_F é a constante de acoplamento de Fermi, $L_{\alpha\beta}$ e $W^{\alpha\beta}$ são dois tensores decrevendo os vértices hadrônico e leptônico M_W é a massa do bóson W.

- Tensor leptônico é dado por

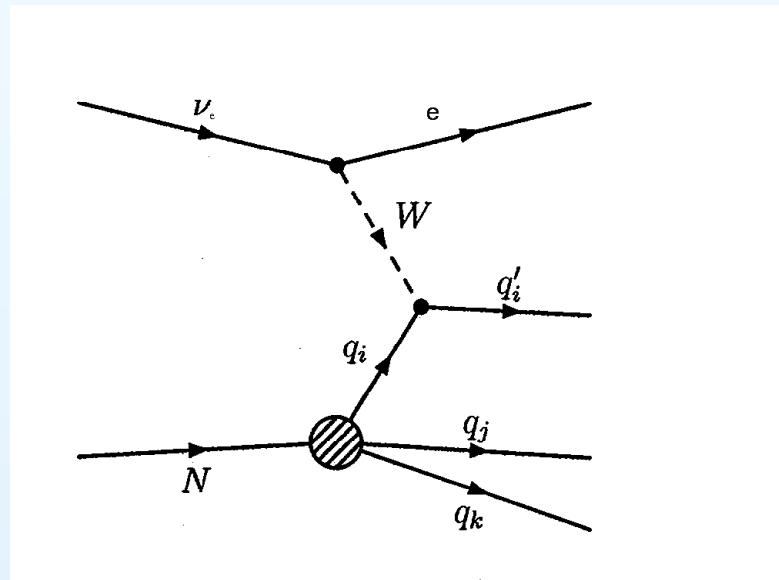
$$L_{\alpha\beta} = [\bar{u}(k)\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)u(k')][\bar{u}(k')\gamma_\beta(1 - \gamma_5)u(k)] = \\ 8[k'_\alpha k_\beta + k'_\beta k_\alpha - (k.k') - m_e^2]g_{\alpha\beta} \mp i\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}k^\gamma k'^\delta,$$

onde $\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}$ é um tensor assimétrico

DIS neutrino-nucleon

- Nucleon com composição desconhecida \longrightarrow construção do tensor hadrônico da mesma forma para DIS ep
- Introdução das funções para descrever as estruturas no interior do nucleon
- Tensor hadrônico possui duas variáveis independentes no vértice hadrônico - p e q
- Introdução da função de estrutura do espalhamento neutrino-nucleon W

$$W^{\alpha\beta} = -g^{\alpha\beta}W_1 + \frac{p^\alpha p^\beta}{M_N^2}W_2 - \frac{i\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}p_\gamma q_\delta}{2M_N^2}W_3.$$



- Função de estrutura W_3 é específica para interações fracas \longrightarrow sem análogo no eletromagnetismo
- Funções de duas variáveis $\longrightarrow \nu$ e Q^2 .
- $W_i \longrightarrow$ funções de estrutura adimensionais

$$MW_1(\nu, Q^2) \rightarrow F_1(x, Q^2)$$

$$\nu W_2(\nu, Q^2) \rightarrow F_2(x, Q^2)$$

$$\nu W_3(\nu, Q^2) \rightarrow F_3(x, Q^2)$$

- Seção de choque diferencial do espalhamento profundamente inelástico CC neutrino-nucleon pode ser escrita em termos x, y e Q^2 como

$$\frac{d^2\sigma^{\nu(\bar{\nu})}}{dxdy} = \frac{G_F^2 M_N E_\nu}{\pi(1 + Q^2/M_W^2)^2} \times \left[\frac{1}{2}y^2 \cdot 2xF_1 + \left(1 - y - \frac{M_N xy}{2E_\nu}\right)F_2 \pm \left(y - \frac{1}{2}y^2\right)x F_3 \right],$$

onde +(-) é a seção de choque do espalhamento neutrino(antineutrino) \longrightarrow helicidade

- Funções de estrutura podem ser medidas em espalhamento em DIS
- Sua compreensão é essencial para compreender a estrutura do nucleon
- F_1, F_2 e $F_3 \longrightarrow$ experimentos (HERA, TEVATRON, LHC, etc.)



Função de estrutura $x F_3^{\nu N}$

- Referencial de momentum infinito \longrightarrow fusão W^\pm -glúon, $W^\pm + g \rightarrow c\bar{s}(\bar{c}s)$
- Contribuição da excitação charm/strange para a seção de choque de absorção (W de mão-esquerda (L), mão-direita (R) e virtualidade Q^2)

$$\sigma_{L,R}(x, Q^2) = \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 dz \sum_{\lambda_1, \lambda_2} |\Psi_{L,R}^{\lambda_1, \lambda_2}(z, \mathbf{r}, Q^2)|^2 \sigma_{dip}(x, \mathbf{r}),$$

onde $\Psi_{L,R}^{\lambda_1, \lambda_2}(z, \mathbf{r}, Q^2)$ é a função de onda do cone de luz para o estado $c\bar{s}$

- Quark c fração de momentum z e \bar{s} com fração de momentum $1 - z$.



Função de estrutura $x F_3^{\nu N}$

- Helicidade de c e $\bar{s} \rightarrow \lambda_1 = \pm 1/2$ e $\lambda_2 = \pm 1/2$
- Elementos diagonais da densidade de matriz

$$\sum_{\lambda_1, \lambda_2} \Psi_L^{\lambda_1, \lambda_2} (\Psi_L^{\lambda_1, \lambda_2})^* = \frac{4N_c}{(2\pi)^2} z^2 [m_q^2 K_0^2(\epsilon r) + \epsilon^2 K_1^2(\epsilon r)],$$

- K_0 e K_1 são as funções de Bessel, z é a fração de momentum de q , $1 - z$ é a fração de momentum de \bar{q} e r é a separação dos quarks (**representação de dipolos**)

$$\sum_{\lambda_1, \lambda_2} \Psi_R^{\lambda_1, \lambda_2} (\Psi_R^{\lambda_1, \lambda_2})^* = \frac{4N_c}{(2\pi)^2} (1 - z)^2 [m_q^2 K_0^2(\epsilon r) + \epsilon^2 K_1^2(\epsilon r)].$$

- $\epsilon^2 = z(1 - z)Q^2 + (1 - z)m_q^2 + zm_{\bar{q}}^2$, onde m_q e $m_{\bar{q}}$ são as massas do quark e antiquark



Função de estrutura $x F_3^{\nu N}$

- Expressões para o bóson W^- são obtidas substituindo $m_q \leftrightarrow m_{\bar{q}}$
- Funções de estrutura de DIS neutrino-nucleon $x F_3$ pode ser escrita em termos de σ_R e σ_L

$$x F_3^{\nu N}(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2} [\sigma_L(x, Q^2) - \sigma_R(x, Q^2)]$$

onde $x F_3$ é interpretada como a componente de quarks mar

- Para valores não muito pequenos de $x \rightarrow x F_3$ importante contribuição dos quarks de valência
- Termo de valência $x q_{val} \rightarrow$ o mesmo para as funções de estrutura νN e $\bar{\nu} N$
- Termos de mar $x q_{sea}$ em $x F_3^{\nu N}$ tem sinais opostos para $x F_3^{\bar{\nu} N}$
- Assim $x F_3^{\nu(\bar{\nu}) N} = x q_{val} \pm x q_{sea}$.

Modelo de pártons

- Seção de choque para DIS \rightarrow proporcional ao tensor leptônico $L^{\mu\nu}$

$$d\sigma \propto L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}$$

onde $L^{\mu\nu}$ é dado pela QED

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{m^2} [k'^{\mu} k^{\nu} + k'^{\nu} k^{\mu} - (k \cdot k') g^{\mu\nu}].$$

e $W_{\mu\nu}$ descreve o vértice hadrônico (estrutura do próton)

- DIS \rightarrow tensor hadrônico pode ser escrito como

$$W_{\mu\nu} = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu} q_{\nu}}{q^2}\right) W_1(\nu, Q^2) + \left(p_{\mu} - \frac{p \cdot q}{q^2} q_{\mu}\right) \left(p_{\nu} - \frac{p \cdot q}{q^2} q_{\nu}\right) \frac{1}{M^2} W_2(\nu, Q^2).$$

- W'_i s são as funções de estrutura \rightarrow estrutura do próton

- Resultados experimentais no SLAC \longrightarrow limite de Bjorken

$$\nu \rightarrow \infty, \quad Q^2 \rightarrow \infty, \quad x \equiv \frac{Q^2}{2M\nu},$$

- Funções de estrutura são independentes de Q^2 e $\nu \longrightarrow$ funções da variável x

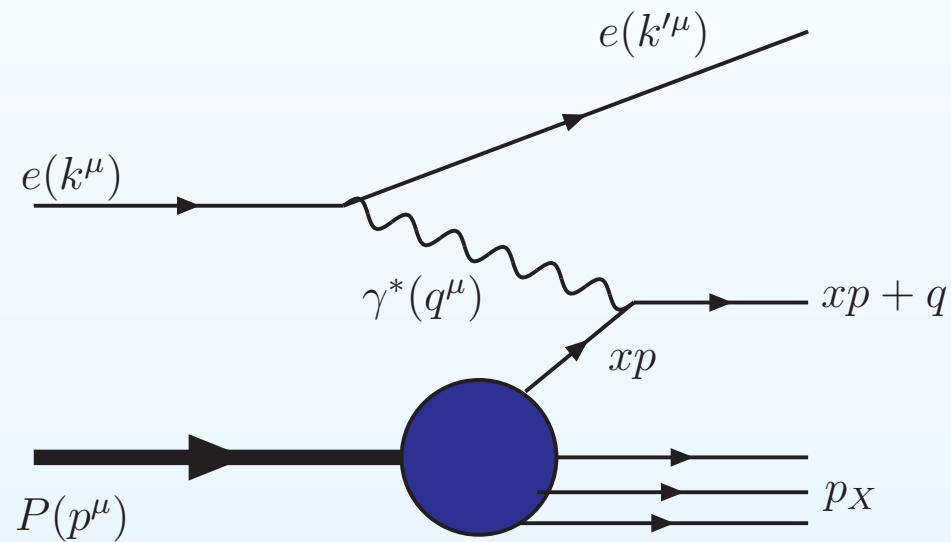
$$\lim_{Q^2, \nu \rightarrow \infty} MW_1(\nu, Q^2) \approx F_1(x),$$

$$\lim_{Q^2, \nu \rightarrow \infty} \nu W_2(\nu, Q^2) \approx F_2(x).$$

- **Escalamento de Bjorken** \longrightarrow espalhamento elástico entre o fóton e partículas pontuais (férmions) dentro do próton
- Esta é a principal idéia do modelo de pártons.

Modelo de pártons

- DIS considerado como um espalhamento elástico entre partículas pontuais (pártons).



- Seção de choque para DIS

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} \Big|_{ep \rightarrow eX} = \sum_i \int_0^1 dx \underbrace{f_i(x)}_{exp.} \underbrace{\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2}}_{QED} \Big|_{eq \rightarrow eq},$$

onde $f_i(x)$ é a função de distribuição partônica

- Número de pártons de sabor i no interior do próton

$$N_i = \int_0^1 f_i(x_i) dx_i.$$

- Conservação do momentum

$$\sum_i \int_0^1 x_i f_i(x_i) dx_i = 1,$$



Modelo de pártons

- Funções de estrutura F_1 e F_2 definidas no limite de Bjorken \longrightarrow

$$F_2 = 2xF_1 = \sum_i e_i^2 x f_i(x).$$

- Experimental

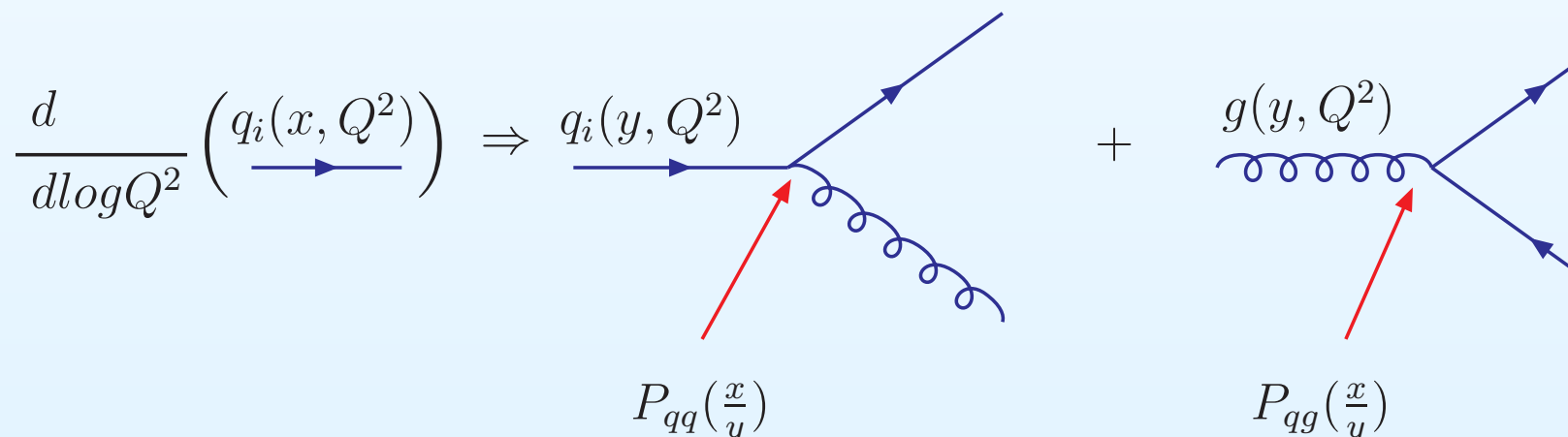
$$\sum_i \int_0^1 x_i f_i(x_i) dx_i \approx 0.5,$$

- Pártons carregam aproximadamente 50% do momentum total
- Glúons \longrightarrow mediadores da interação forte
- Teoria de Gauge \longrightarrow descreve a interação forte na QCD
- Carga \longrightarrow cor (vermelho, azul, verde)
- Constante de acoplamento forte (α_s) \longrightarrow comportamento $Q \propto 1/r$
- r é a separação entre os pártons

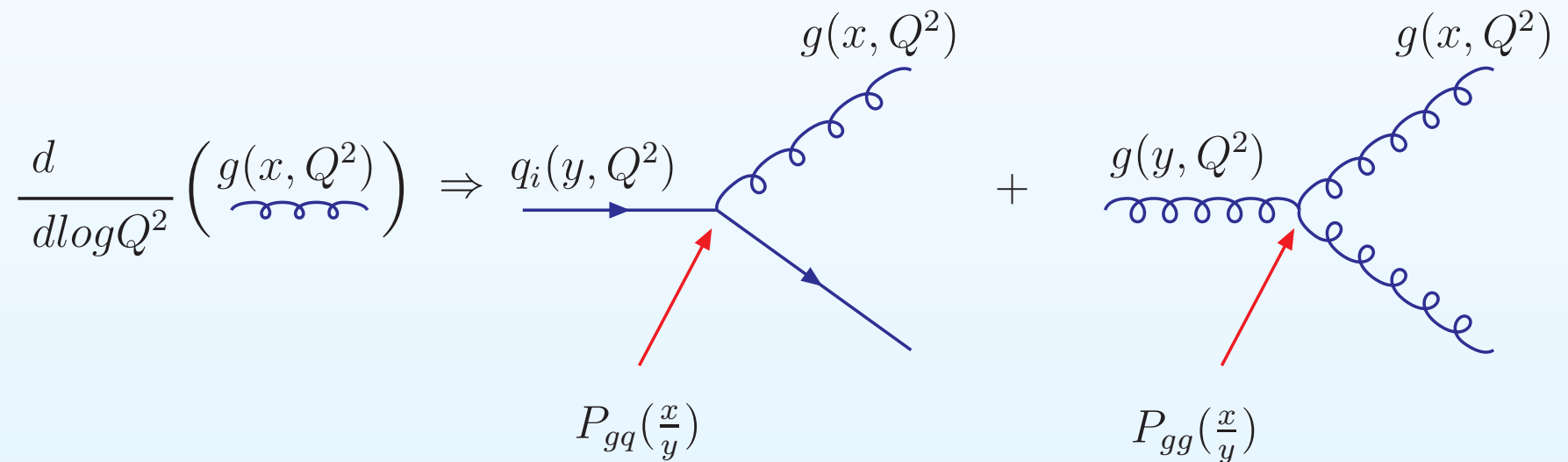
$$f_i(x) \rightarrow f_i(x, Q^2), \quad Q^2 \Rightarrow \begin{cases} \text{Resolução} \\ \text{Variável} \end{cases}$$

- Equações de evolução DGLAP (Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi)

$$\frac{dq_i(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[P_{qq} \left(\frac{x}{y} \right) q_i(y, Q^2) + P_{qg} \left(\frac{x}{y} \right) g(y, Q^2) \right],$$



$$\frac{dg(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[\sum_i P_{gq} \left(\frac{x}{y} \right) q_i(y, Q^2) + P_{gg} \left(\frac{x}{y} \right) g(y, Q^2) \right],$$



onde P_{ij} são as funções desdobramento

Equação DGLAP - Ordem dominante

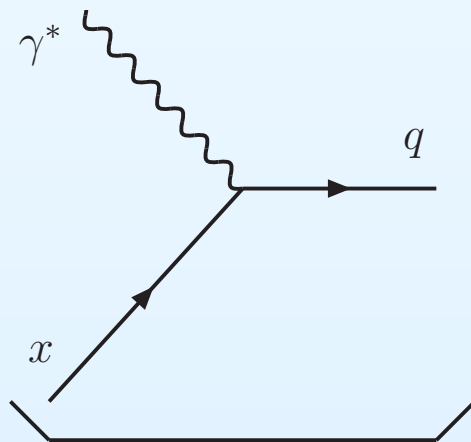
- Em ordem dominante (LO), introduzindo a variável $z = \frac{x}{\omega} = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{Q^2}{\hat{s} + Q^2}$, P_{ij} é dada por

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{(1+z^2)}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right],$$

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2],$$

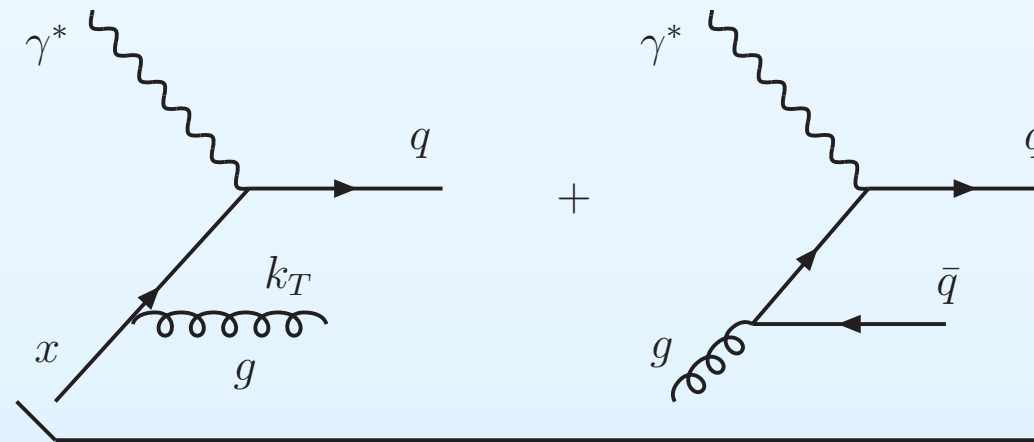
$$P_{gg}(z) = 6 \left[\frac{(1-z)}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z) + \left(\frac{11}{12} - \frac{n_f}{18} \right) \delta(1-z) \right],$$

$$P_{gq}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{1 + (1-z)^2}{z} \right],$$

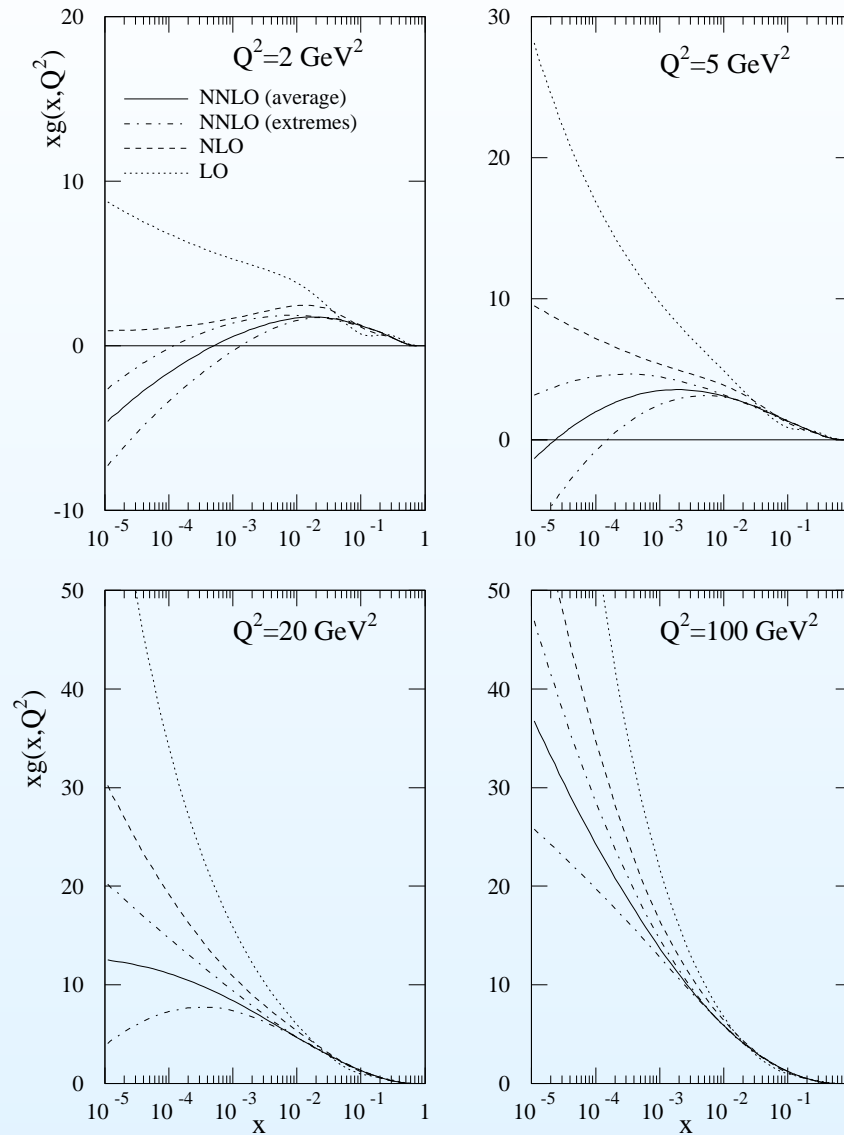


Parton Model

\Rightarrow



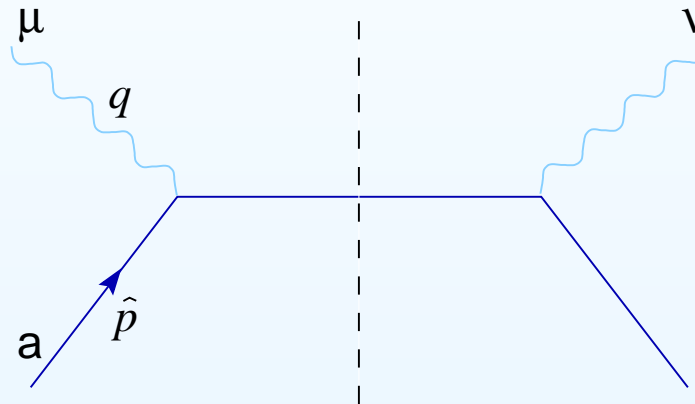
QCD



- LO, NLO and NNLO in QCD ([Eur.Phys.J. C18 \(2000\) 117-126](#))

Equação DGLAP - Funções de estrutura

- Como obter predições para as funções de estrutura de DIS através da QCD?
- Calculando as contribuições para cada ordem no acoplamento \rightarrow regras de Feynman



- LO \rightarrow somente o espalhamento elástico próton-quark contribui $\rightarrow \gamma^* q \rightarrow q'$
- Funções de estrutura

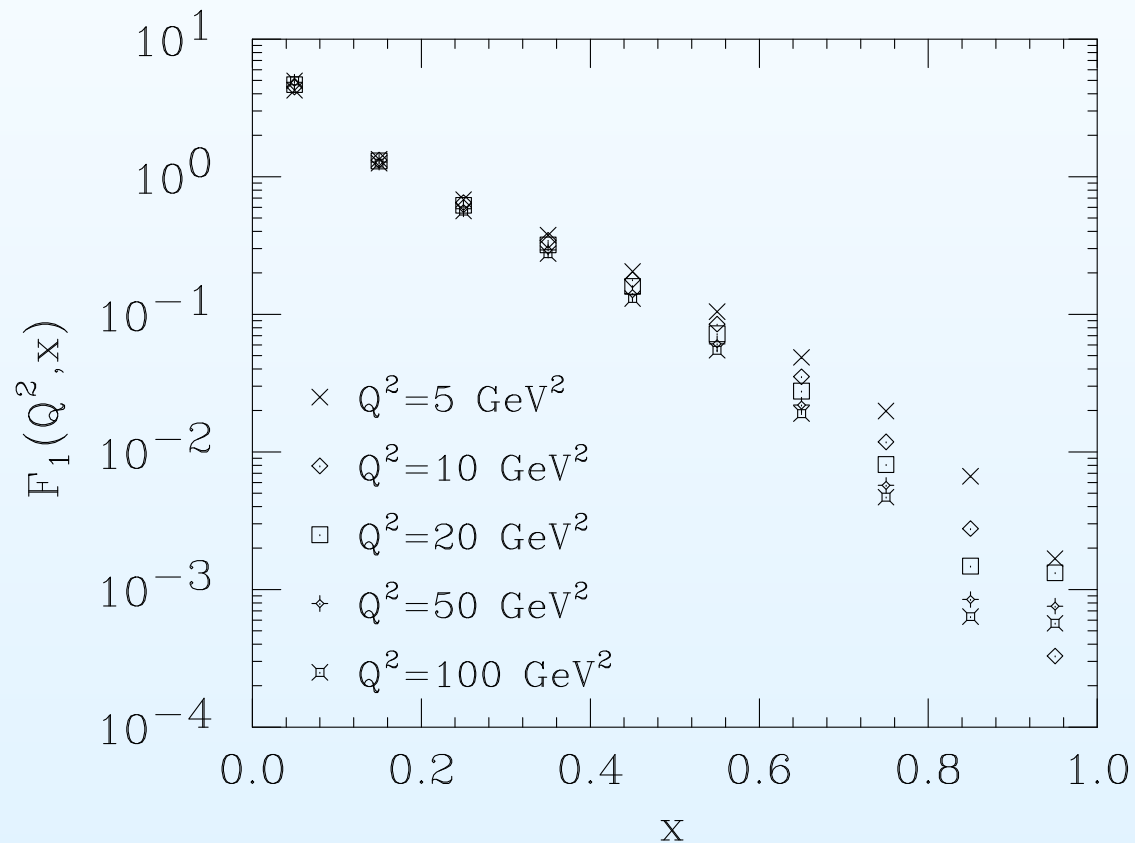
$$2F_1(x, Q^2) = \frac{1}{x} F_2(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 \int d\omega q(\omega) \delta(x - \omega) = \sum_q e_q^2 q(x),$$

onde ω é a fração de momentum carregada pelo pártion espalhado e $q(\omega)$ são as distribuições de quarks

Equação DGLAP - Função de estrutura F_1

- Existe somente dependência em x \longrightarrow escala de Bjorken
- Relação entre as funções de estrutura \longrightarrow Callan-Gross

$$F_2 = 2xF_1$$



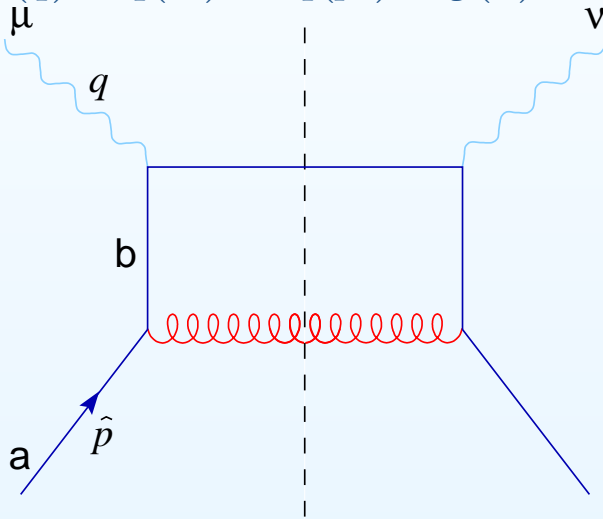
- Função de estrutura F_1 usando as distribuições MRS(A)

Equação DGLAP - radiação de glúons

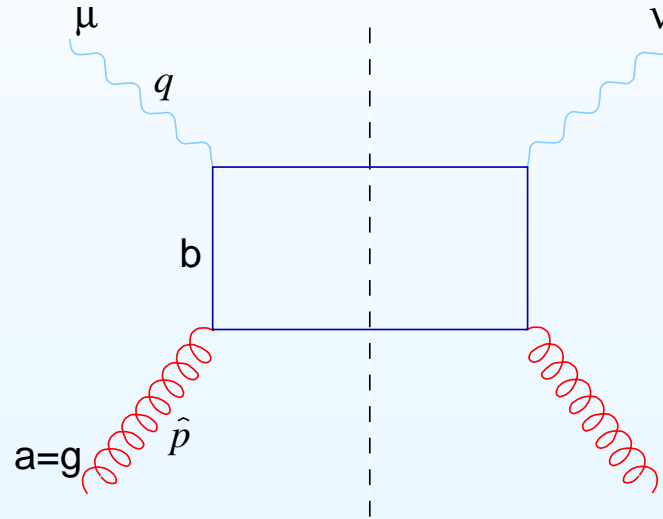
- Como a presença da radiação de glúons determina a violação da escala de Bjorken?

- Próxima ordem em expansão perturbativa \rightarrow emissão de glúons

$$\gamma^*(q) + q(P) \rightarrow q(p') + g(k)$$



(a)



(b)

- Considerando o acoplamento de glúons $\rightarrow SU(3)$
- Quando as funções de estrutura do tensor hadrônico são extraídas, encontra-se uma dependência em Q^2
- Em termos das densidades partônicas dependentes de Q^2 , $q(\omega, Q^2)$:

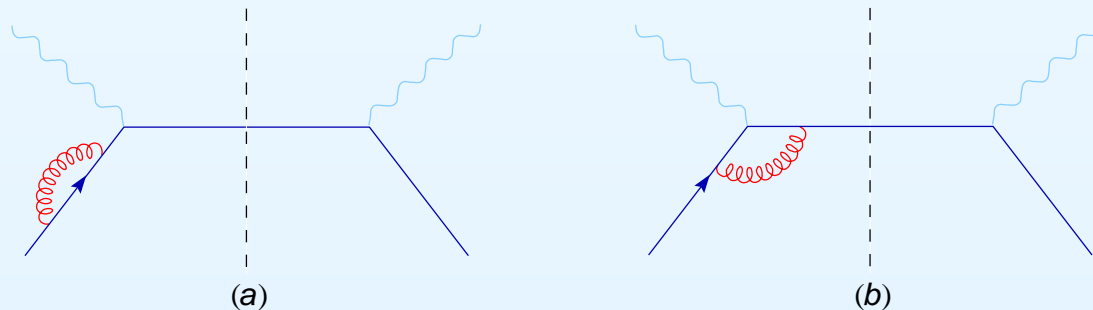
$$\frac{1}{x} F_2(x, Q^2) \equiv \sum_q e_q^2 q(x, Q^2).$$

- $F_2 \neq 2xF_1$

$$\frac{1}{x} F_2(x, Q^2) = \sum_q \frac{e_q^2 \alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} q\left(\frac{x}{z}\right) \int_0^{Q^2/z} d(-\hat{t}) \frac{4}{3} \left[\frac{1}{-\hat{t}} \frac{1+z^2}{1-z} - \frac{z^2(\hat{t} + 2Q^2)}{(1-z)Q^4} \right].$$

- Variáveis de Mandelstam \hat{s} e \hat{t} \longrightarrow processo em nível partônico
- Função desdobramento quark-quark P_{qq} \longrightarrow dependência em z na forma

$$P_{qq} = \frac{4}{3} \left(\frac{1-z^2}{1-z} \right).$$



- Universal para diferentes processos onde o quark aparece com radiações de glúons

Equação DGLAP - função desdobramento

- Introduzindo vértices de baixa ordem com diagramas de glúons virtuais
- Contribuições de glúons virtuais

$$\frac{1}{x} F_2(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 \int_x^1 q\left(\frac{x}{z}\right) \left[\delta(1-z) + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} P_{qq}(z) \left[\ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) - \frac{1}{\varepsilon} \right] + \alpha_s(\mu^2) f(z) \right].$$

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \frac{1-z^2}{(1-z)_+} + 2\delta(1-z),$$

onde $+$ é

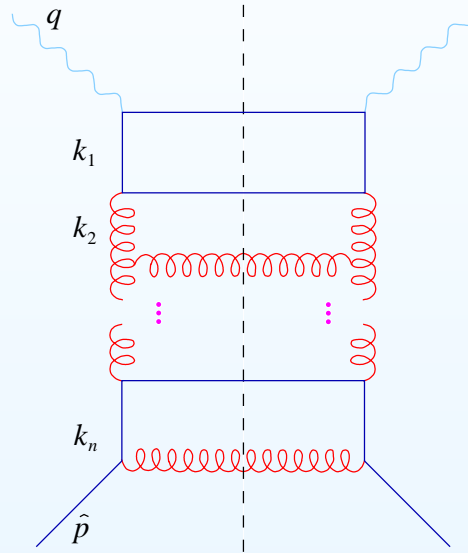
$$\int_0^1 dz \frac{g(z)}{(1-z)_+} \equiv \int_0^1 dz \frac{g(z) - g(1)}{1-z}.$$

$$q(x) + \int_x^1 \frac{dz}{z} q\left(\frac{x}{z}\right) \left[\alpha_s(\mu^2) f(z) - \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} P_{qq}(z) \frac{1}{z} \right].$$

- $g(z)$ é a função de distribuição de glúons

Equação DGLAP - distribuições de quarks

- Combinando os resultados e redefinindo a distribuição de quarks em grande Q^2

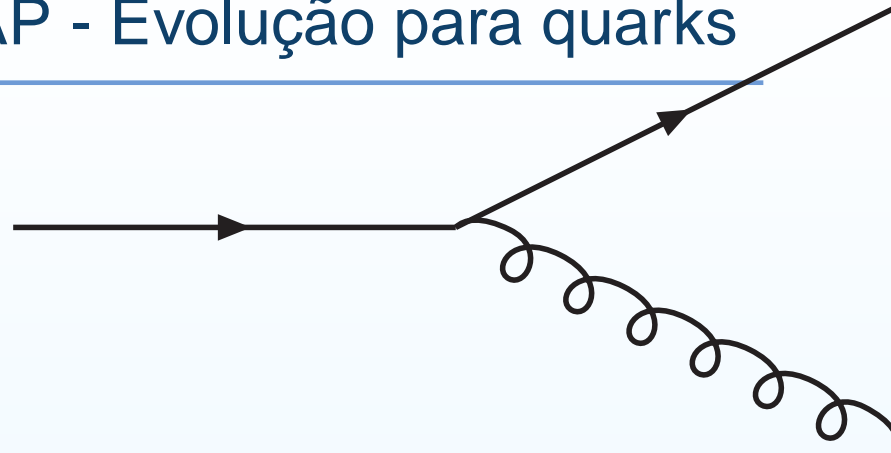


$$\frac{1}{x} F_2(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 q(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 [q(x) + \delta q(x, Q^2)],$$

onde

$$\delta q(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \int \frac{d\omega}{\omega} q(\omega) P_{qq}\left(\frac{x}{\omega}\right).$$

Equação DGLAP - Evolução para quarks



- Evolução para quarks torna-se

$$\frac{\partial q_i(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\omega}{\omega} \left[q_i(\omega, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{\omega} \right) + g(\omega, Q^2) P_{qg} \left(\frac{x}{\omega} \right) \right],$$

- Válida para qualquer quark ou antiquark q_i com massa pequena
- Contribuições adicionais das equações Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (**DGLAP**) \longrightarrow expressão correspondente distribuições de glúons

$$\frac{\partial g(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\omega}{\omega} \left[\sum_i q_i(\omega, Q^2) P_{gq} \left(\frac{x}{\omega} \right) + g(\omega, Q^2) P_{gg} \left(\frac{x}{\omega} \right) \right],$$

soma sobre todos os quarks e antiquarks

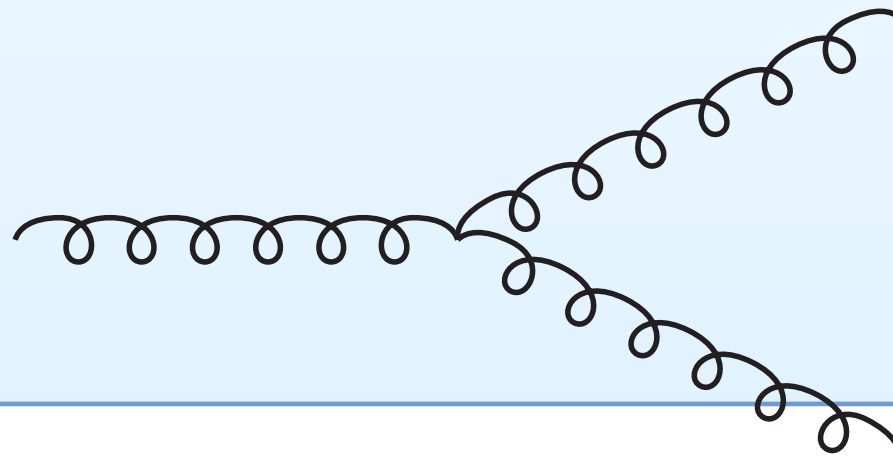
- Funções desdobramento quark-glúon e glúon-glúon

$$P_{gq}(z) = \frac{4}{3} \frac{1 + (1 - z)^2}{z},$$

$$P_{gg}(z) = 6 \left[\frac{z}{(1 - z)_+} + \frac{1 - z}{z} + z(1 - z) + \left(\frac{11}{12} - \frac{n_f}{18} \right) \delta(1 - z) \right],$$

onde n_f é o número de sabores de quarks

- Função desdobramento P_{gq} \longrightarrow probabilidade de um quark inicial emitir um glúon
- Função desdobramento P_{gg} \longrightarrow probabilidade de um glúon no estado inicial emitir um glúon



Equação DGLAP - ordem dominante

- Derivação em ordem dominante (LO) para o formalismo DGLAP
- Funções desdobramento podem ser obtidas como expansão perturbativa em α_s

$$P_{ab}(x, Q^2) = P_{ab}^{LO}(x) + \alpha_s(Q^2)P_{ab}^{NLO}(x) + \dots$$

- Truncada após os dois primeiros termos \longrightarrow evolução DGLAP em próxima ordem dominante (NLO)
- Próxima ordem dominante (NLO) \longrightarrow relação de Callan-Gross inválida \longrightarrow função estrutura longitudinal

$$F_L(x, Q^2) = \left(1 + \frac{4M^2x^2}{Q^2}\right) F_2(x, Q^2) - 2xF_1(x, Q^2),$$

M é a massa do próton

- $F_L = F_2 - 2xF_1 \longrightarrow Q^2 \rightarrow \infty$

- Equações DGLAP

$$\frac{dq_i(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} [P_{qq} \otimes q_i + P_{qg} \otimes g],$$

$$\frac{dg_i(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} [P_{gq} \otimes \sum_i q_i + P_{gg} \otimes g].$$

- Simplificando esta equação \rightarrow combinação de simetria de sabor $SU(n_f)$ singleto e não-singleto das distribuições partônicas
- Singleto $\rightarrow q^S(x, t) = \sum_i [q_i(x, t) + \bar{q}_i(x, t)]$
- Combinações não-singleto $q^{NS}(x, t) \rightarrow u - \bar{u}, d - \bar{d}, d - \bar{d}, \dots$
- Combinações satisfazem as equações

$$\frac{dq^{NS}(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} P_{qq} \otimes q^{NS},$$

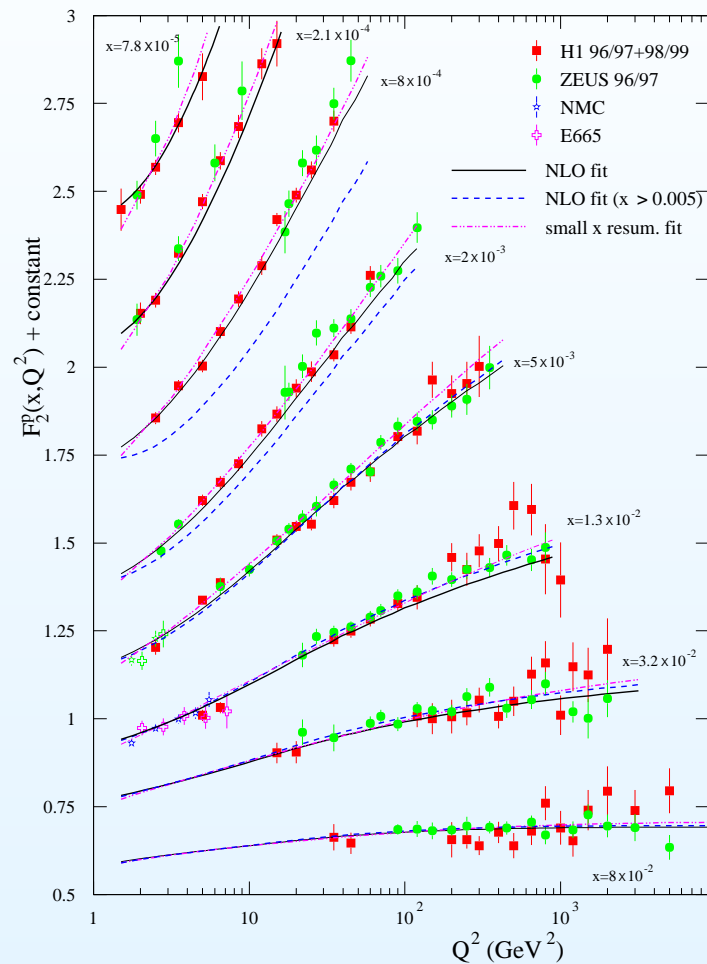
$$\frac{dq^S(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} [P_{qq} \otimes q^S + 2n_f P_{qg} \otimes g],$$

$$\frac{dg(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} [P_{gq} \otimes q^S + P_{gg} \otimes g],$$

- Soluções obtidas \rightarrow comparação com os dados



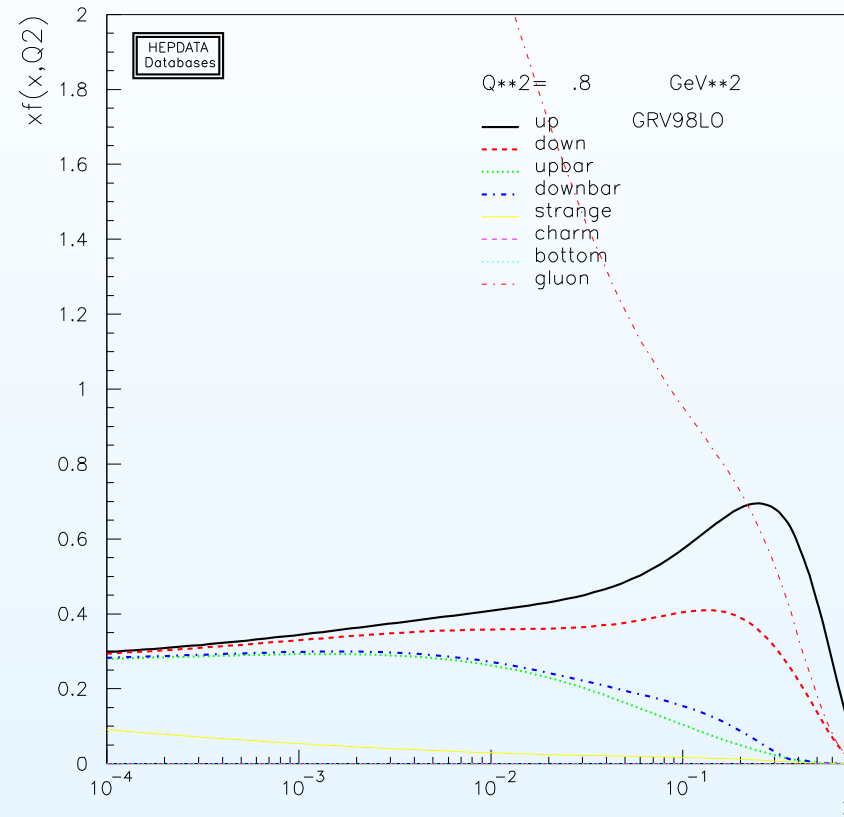
GFPAE $F^2(x, Q^2)$



- F_2 com x fixa, comparada com ajustes globais usando MRST

Solução DGLAP – importância

- Para extrair as distribuições partônicas dos dados \longrightarrow considerar uma parametrização inicial com comportamento da função x variável para diferentes distribuições partônicas em baixo Q_0^2
- Usando DGLAP pode se obter as distribuições partônicas para qualquer Q^2 grande, onde os observáveis são medidos.
- Ajuste (escolha) dos parâmetros usados na parametrização das condições iniciais
- Distribuições partônicas são dadas na escala $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$
- x grande \longrightarrow domínio de quarks u e d
- Contribuição dos quarks de mar (originados por pares quark-antiquark produzidos em um desdobramento gluônico) $g \rightarrow q\bar{q} \longrightarrow$ crescimento em x
- Distribuição dominante \longrightarrow gluônica



- Distribuições partônicas determinadas pelo ajuste com os dados de ZEUS

- Em pequeno $x \longrightarrow$ distribuição de glúons domina
- Divergência na função desdobramento P_{gq} e P_{gg}
- DGLAP no limite de x

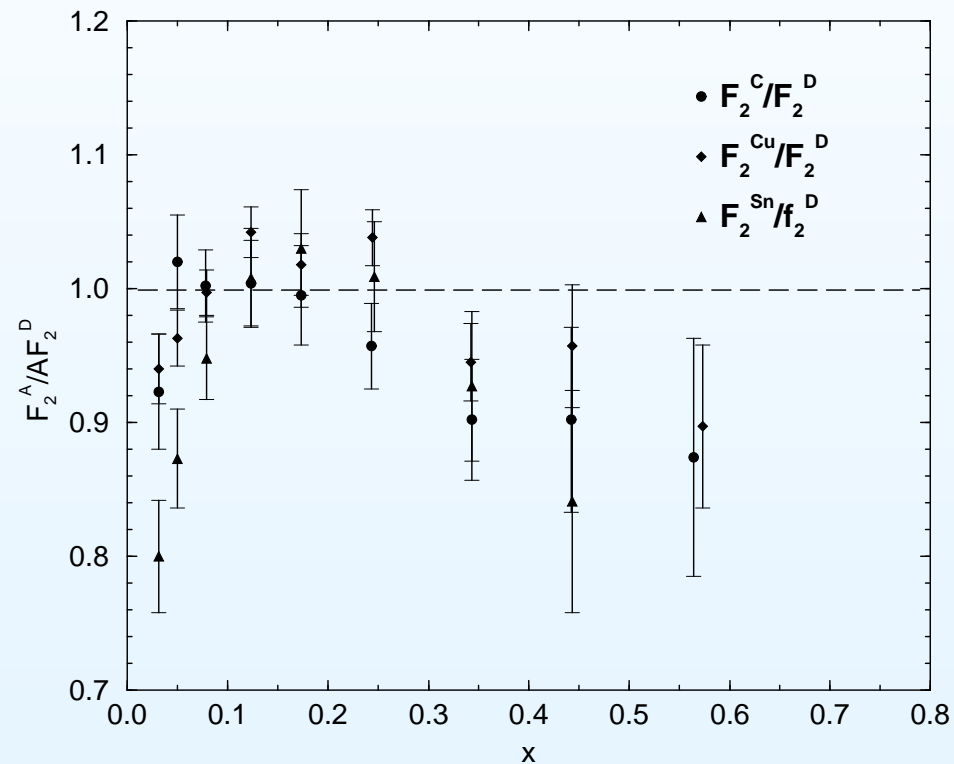
$$\frac{dq_i(x, Q^2)}{d \ln Q^2} \approx \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{qg}(z) g\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \equiv \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} P_{qg} \otimes g$$
$$\frac{dg(x, Q^2)}{d \ln Q^2} \approx \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{gg}(z) g\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \equiv \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} P_{gg} \otimes g$$



DGLAP em pequeno- x

- Existe um aumento nas distribuições de quarks e glúons
- Compreendimento das interações no regime de pequeno $x \longrightarrow$ desafio na QCD
- Funções de estrutura na região de pequeno x e estudo d transição entre regime perturbativo e não-perturbativo \rightarrow DIS
- Equações DGLAP para distribuições partônicas possuem boa descrição na escala de violação
- Algumas questões ainda permanecem
 - Onde começa o regime de pequeno x ?
 - Para quais valores de fração de momentum x o formalismo DGLAP para evolução das funções de estrutura tornam-se apropriados
- Com os dados atuais $\longrightarrow F_2$ crescimento no limite de $x \rightarrow 0$
- Maior com o aumento de Q^2
- Este comportamento pode ser compreendido em termos da QCD?

- Razão entre funções de estrutura nuclear e nucleon normalizada para $A \rightarrow$ modificações da função de estrutura nuclear \rightarrow European Muon Collider (EMC)



- Arneodo PR240, 301 (1994)



DGLAP em pequeno- x

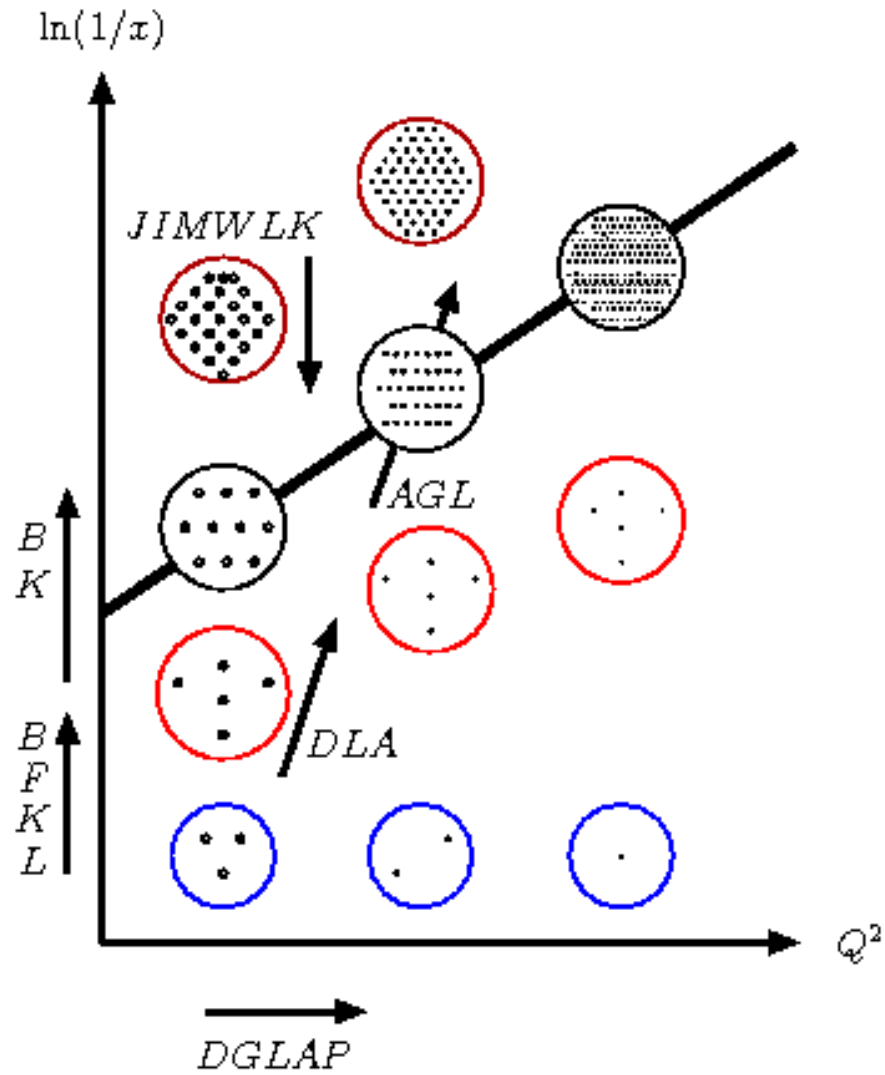
- O que está errado no modelo de pártons?
- Expectativa teórica

$$F_2^A(x, Q^2) = AF_2^p(x, Q^2)$$

- Então

$$R = \frac{F_2^A(x, Q^2)}{AF_2^p(x, Q^2)} = 1$$

- $R \neq 1$, existe dependência em A nos efeitos nucleares





Conclusão

- Espalhamento Profundamente Inelástico
- Cromodinâmica Quântica
- Modelo de Pártons
- DGLAP
- Problemas em pequeno- x
- Efeitos de recombinação
- Novas equações

- GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N. Deep inelastic ep scattering in perturbation theory *Sov. Journ. Of Nucl. Phys.* v 15 438-449 (1971)
- ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic freedom in parton language *Nucl. Phys. B* v 126 298-318 (1977)
- DOKSHITZER, Yu.L.; *Sov. Phys. JETP* 46, 641 (1977)
- MUELLER, A. H. Small- x behavior and parton saturation: a QCD model *Nuclear Physics B* 335 115-137 (1990)
- KWIECINSKI, J.; MARTIN, A. D.; STASTO, A. M. A unified BFKL/DGLAP description of deep inelastic scattering *arXiv:hep-ph/9706455 v1* (1997)
- ESKOLA, K. J.; KOLHINEN, V. J.; RUUSKANEN, P. V. Nuclear parton distributions - a DGLAP analysis *arXiv:hep-ph/9906484 v1* (1999)
- BARTELS, J.; GOLEC-BIERNAT, K.; KOWALSKI, H. DGLAP evolution in the saturation model *arXiv:hep-ph/0207031 v1* (2002) A modification of the saturation model: DGLAP evolution *arXiv:hep-ph/0203258 v2* (2002)
- GRECO, M.; TROYAN, S. I. Synthesis of DGLAP and total resummation of leading logarithms for the non-singlet spin structure function g_1 *arXiv:hep-ph/0506302 v1* (2005)