

Colisões Hádron-Hádron

Processo Drell-Yan

G. G. Silveira

GFPAE - UFRGS

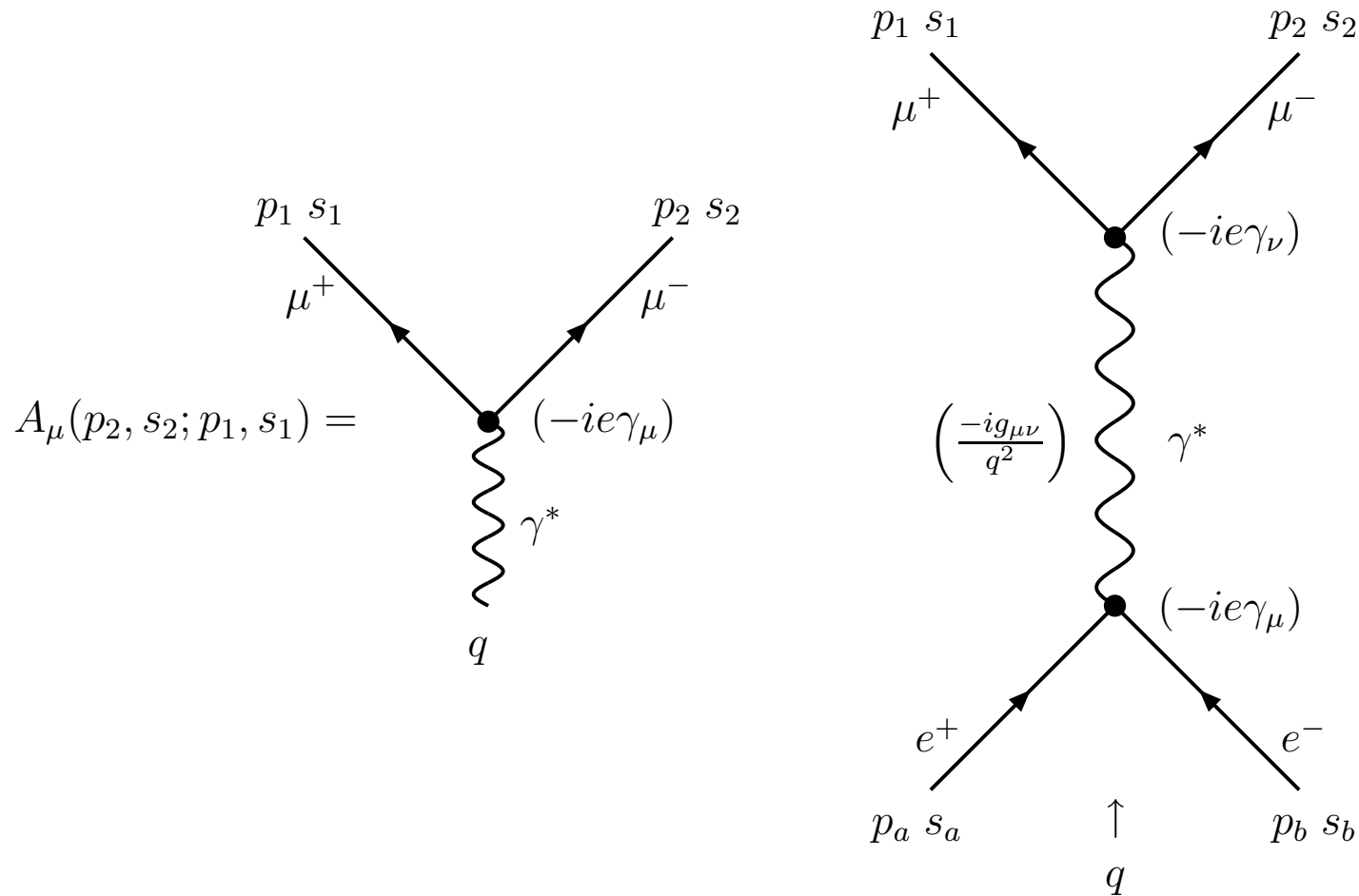
<http://www.if.ufrgs.br/gfpae>



Objetivos

- Decaimento $\gamma^* \rightarrow l^+ + l^-$;
- Colisão Hádron-Hádron;
- Emissão de Glúons e Glúons no Estado Inicial;
- Correções para α_S - *Glúon Massivo e Regularização Dimensional*;
- Correções em ordem $\mathcal{O}(\alpha^2)$;
- O Fator K do Processo Drell-Yan; e
- Conclusões.

Decaimento do Fóton Virtual



Seção de choque $\gamma^* \rightarrow \mu^+ + \mu^-$

- Amplitude para o decaimento: $A_\mu(p_2, s_2; p_1, s_1) = -ie\bar{u}(p_2, s_2)\gamma_\mu v(p_1, s_1)$
- Somando sobre todos os estados finais de spin:

$$L_{\mu\nu}(p_2; p_1) = \sum_{s_1, s_2} A_\mu A_\nu^\dagger = 4e^2[(p_1)_\mu(p_2)_\nu + (p_1)_\nu(p_2)_\mu - g_{\mu\nu}p_1 \cdot p_2]$$

- Então a seção de choque diferencial é dada por:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{cm}} = \frac{1}{64\pi^2 E_{cm}^2} |\overline{\mathcal{M}}_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-}|^2,$$

onde $|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{4} L_{\mu\nu}(p_2; p_1) \frac{1}{q^4} L_{\mu\nu}^\dagger(p_b; p_a) = \frac{1}{4} \frac{e^4}{q^4} 32[p_a \cdot p_1 p_b \cdot p_2 + p_a \cdot p_2 p_b \cdot p_1].$

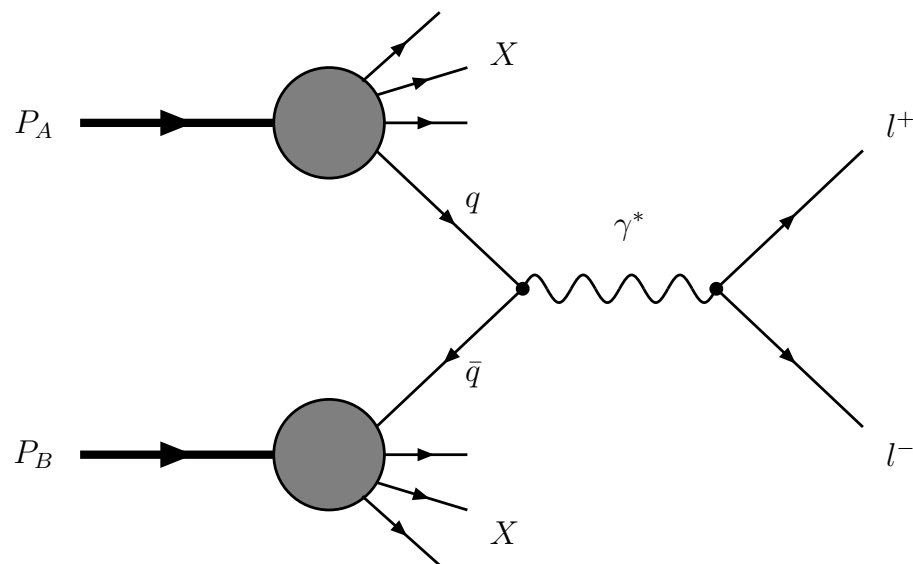
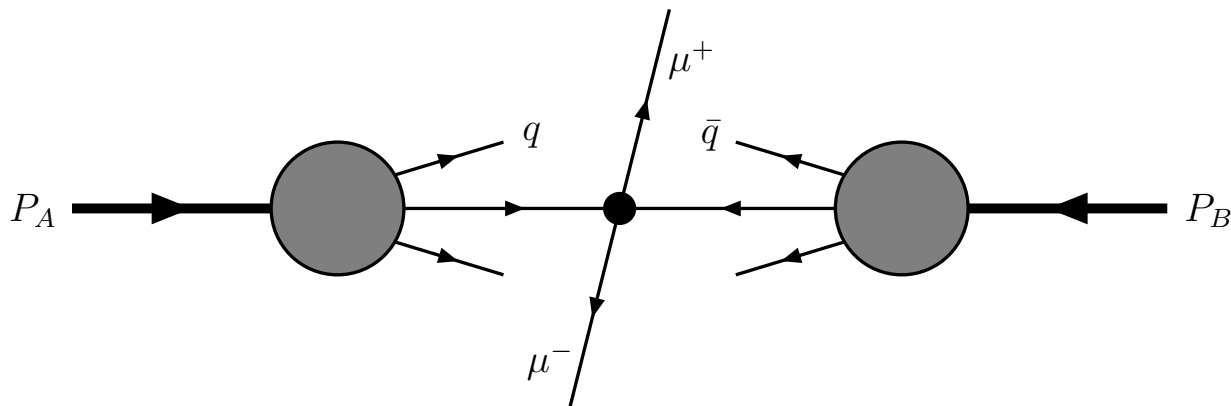
- Através dos invariantes do processo e a conservação de momentum e energia obtemos:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{cm}} = \frac{1}{4} \frac{\alpha^2}{E_{cm}^2} (1 + \cos^2 \theta_{cm}).$$

- Somando todas as contribuições:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2}{E_{cm}^2}$$

O Processo



$$M^2 = (p_{l^+} + p_{l^-})^2 \gg 1 \text{ GeV}^2$$

Seção de Choque $q + \bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+ + \mu^-$

- Na colisão de dois prótons temos:

$$d\sigma = G_{p \rightarrow q}(x_a) dx_a G_{p \rightarrow \bar{q}}(x_b) dx_b \hat{\sigma}_{q + \bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+ \mu^-},$$

onde $G_{p \rightarrow \lambda}(x_\lambda) dx_\lambda = P(p_\lambda = x_\lambda P_\lambda)$.

- Definindo variáveis adimensionais: $\tau = M^2/s$, $\hat{\tau} = M^2/\hat{s}$
- Variáveis de Madelstam: $\hat{s} = (p_q + p_{\bar{q}})^2$, $\hat{t} = (p_{l^+} - p_q)^2$, $\hat{u} = (p_{l^-} - p_q)^2$

$$s = (P_A + P_B)^2 = 2P_{cm}^2 \quad , \quad \hat{s} = (p_q + p_{\bar{q}})^2 = 2p_q \cdot p_{\bar{q}}$$

$$\hat{s} = x_a x_b s \quad , \quad \tau = x_a x_b \hat{\tau}$$

- Desconsiderando momentum transverso:

$$x_L = x_a - x_b \equiv 2P_L/\sqrt{s} \quad x_E = x_L^2 + 4\tau \equiv 2E/\sqrt{s}.$$

- Como já obtido,

$$\hat{\sigma}_{q + \bar{q} \rightarrow \mu^+ \mu^-} \equiv \sigma_0 = \frac{1}{3} \frac{4\pi\alpha^2 e_q^2}{3M^2}$$

onde $\hat{s} = M^2$ e $\hat{\tau} = 1$ para o par de léptons.

Seção de Choque $q + \bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+ + \mu^-$

- Portanto, temos:

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau dx_L}(s, M^2, x_L) = \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} \frac{1}{x_{ab}} \sum_{i=1}^{n_f} e_{q_i}^2 [G_{p \rightarrow q_i}(x_a) G_{p \rightarrow \bar{q}_i}(x_b) + G_{p \rightarrow \bar{q}_i}(x_a) G_{p \rightarrow q_i}(x_b)]$$

- Transformação de variáveis: $x_a = \sqrt{\tau} e^y$, $x_b = \sqrt{\tau} e^{-y}$

$$y \equiv \frac{1}{2} \log \left(\frac{E+p_L}{E-p_L} \right) \equiv \frac{1}{2} \log \left(\frac{x_a}{x_b} \right) \rightarrow \frac{d\sigma}{dy} = x_E \frac{d\sigma}{dx_E} = (x_a + x_b) \frac{d\sigma}{dx_L} \equiv \frac{1}{x_{ab}} \frac{d\sigma}{dx_L}$$

- Obtendo a seção de choque diferencial em relação a nova variável:

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau dy}(s, M^2, y) = \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} P_{q\bar{q}}(x_a, x_b)$$

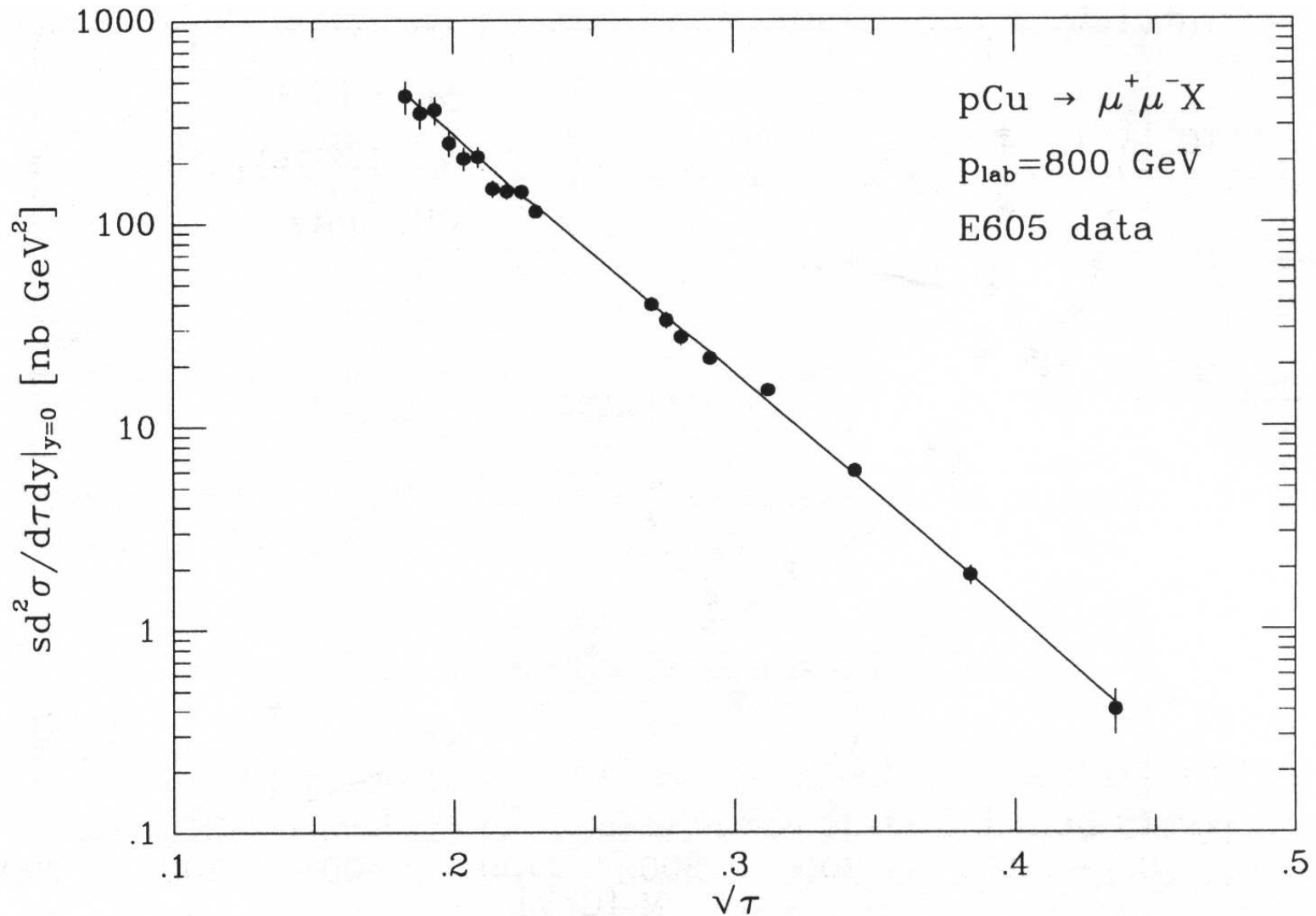
- Efetuada integração em relação a y :

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau}(s, M^2) = \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} \int_{\tau}^1 \frac{dx_a}{x_a} P_{q\bar{q}}(x_a, \tau/x_a).$$

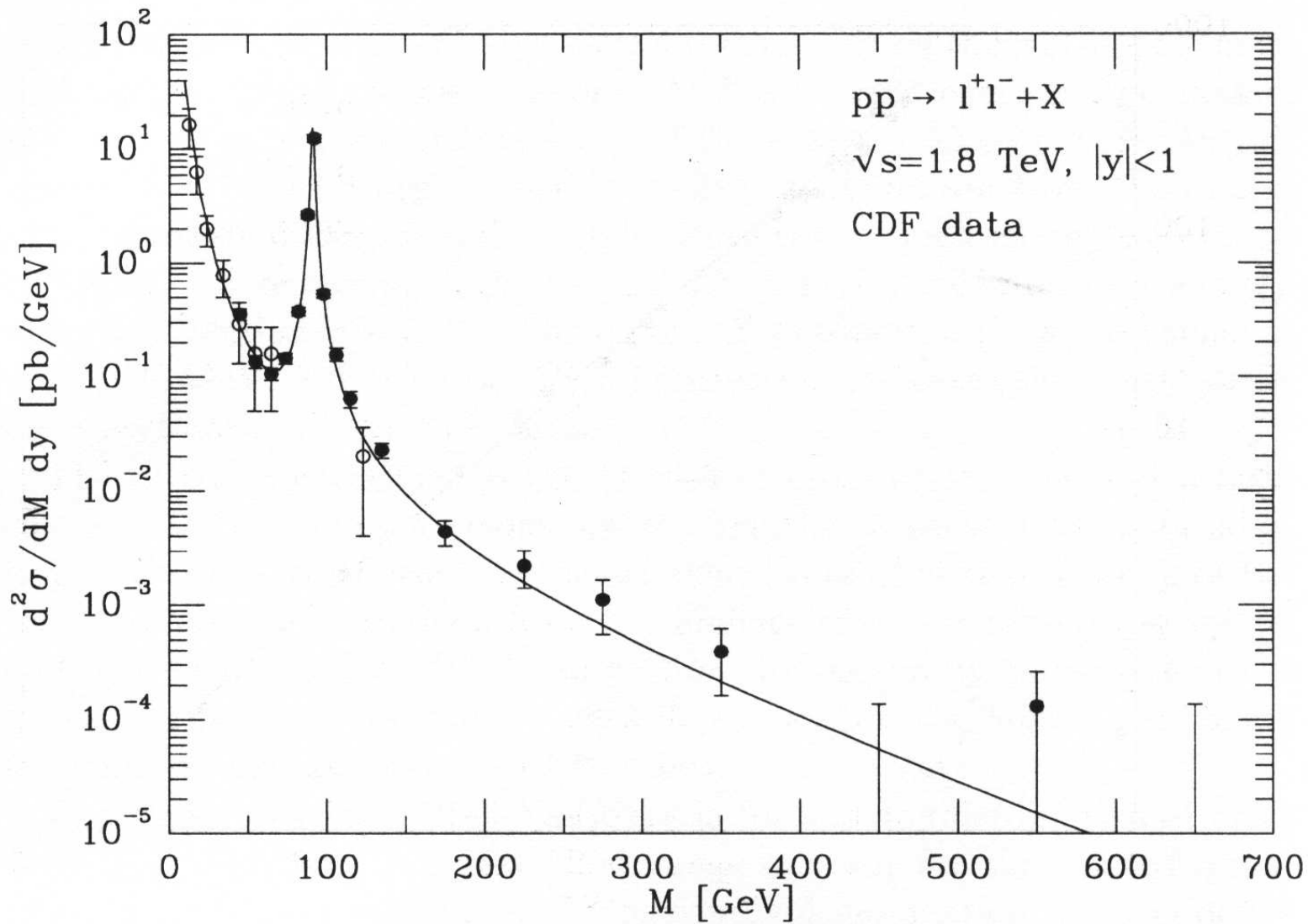
↓

$$M^2 \frac{d\sigma_{DY}}{d\tau}(s, M^2) = F(\tau)$$

Seção de Choque $q + \bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+ + \mu^-$

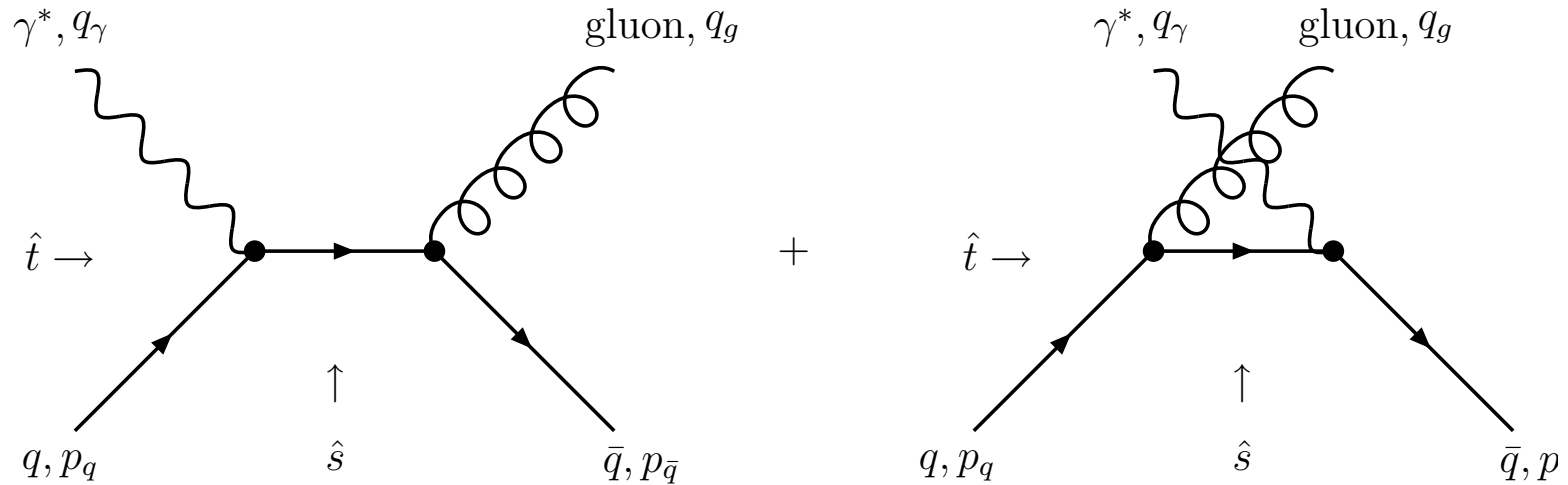


Seção de Choque $q + \bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+ + \mu^-$



Emissão de Glúons

- Irradiação de glúons antes da aniquilação:



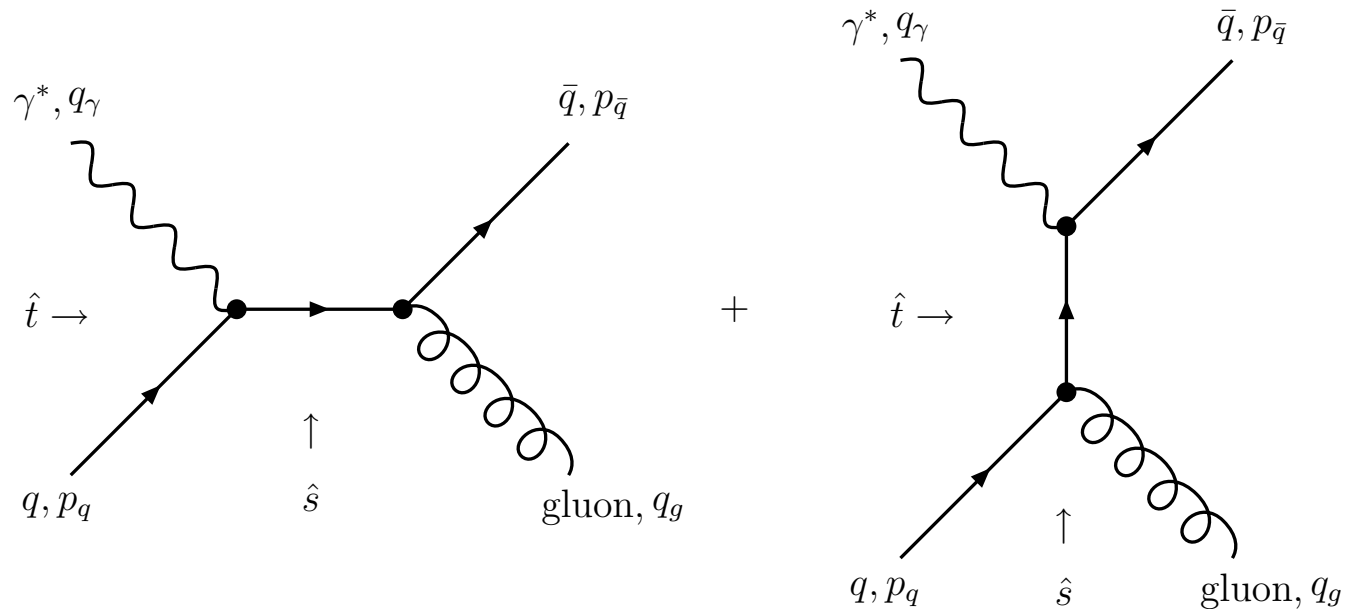
- Temos para a seção de choque diferencial de $q + \bar{q} \rightarrow \gamma^* + g$:

$$\frac{d\hat{\sigma}_{DY}^q}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{\pi\alpha\alpha_s e_q^2}{\hat{s}^2} \frac{8}{9} \left(\frac{\hat{u}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{2M^2(M^2 - \hat{t} - \hat{u})}{\hat{t}\hat{u}} \right)$$

$$\hat{\sigma}_{DY}^q = \int_{-(1-\hat{\tau})\hat{s}}^0 \frac{d\hat{\sigma}_{DY}^q}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}) d\hat{t}$$

Glúons no Estado Inicial

- Subprocesso Compton:



- Temos para a seção de choque diferencial:

$$\frac{d\hat{\sigma}_{DY}^g}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{\pi\alpha_s\alpha_e^2}{\hat{s}^2} \frac{1}{3} \left\{ -\frac{\hat{t}}{\hat{s}} - \frac{\hat{s}}{\hat{t}} + \frac{2M^2(\hat{s} + \hat{t} - M^2)}{\hat{s}\hat{t}} \right\}$$

$$\hat{\sigma}_{DY}^g = \int_{-(1-\hat{\tau})\hat{s}}^0 \frac{d\hat{\sigma}_{DY}^g}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}) d\hat{t}$$

Correções de ordem α_s

Glúon Massivo

- Regularização: $q_g^2 = 0 \rightarrow q_g^2 = m_g^2$

$$\frac{d\hat{\sigma}_{DY}^q}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{\pi\alpha\alpha_s e_q^2}{\hat{s}^2} \frac{8}{9} \left\{ \frac{\hat{u}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{2(M^2 + m_g^2)(M^2 + m_g^2 - \hat{u} - \hat{t})}{\hat{t}\hat{u}} - M^2 m_g^2 \left(\frac{1}{\hat{t}^2} + \frac{1}{\hat{u}^2} \right) \right\}$$

- Efetuada integração sobre \hat{t} :

$$\hat{\sigma}_{DY}^q(\hat{\tau}) = \int_{\hat{t}_{min}}^{\hat{t}_{max}} \frac{d\hat{\sigma}_{DY}^q}{d\hat{t}} d\hat{t} = \frac{\pi\alpha\alpha_s e_q^2}{\hat{s}} \frac{8}{9} \left\{ 2 \frac{1 + \hat{\tau}^2}{1 - \hat{\tau}} \log \left(\frac{\hat{t}_{max}}{\hat{t}_{min}} \right) - 4(1 - \hat{\tau}) \right\},$$

onde

$$\hat{t}_{min,max} = -\frac{M^2}{2\hat{\tau}} \left\{ (1 - \hat{\tau} - \beta\hat{\tau}) \mp [(1 - \hat{\tau})^2 + \beta\hat{\tau}(\beta\hat{\tau} - 2\hat{\tau} - 2)]^{\frac{1}{2}} \right\}, \quad \beta = \frac{m_g^2}{M^2}.$$

- Obtemos a seção de choque para a colisão entre hádrons:

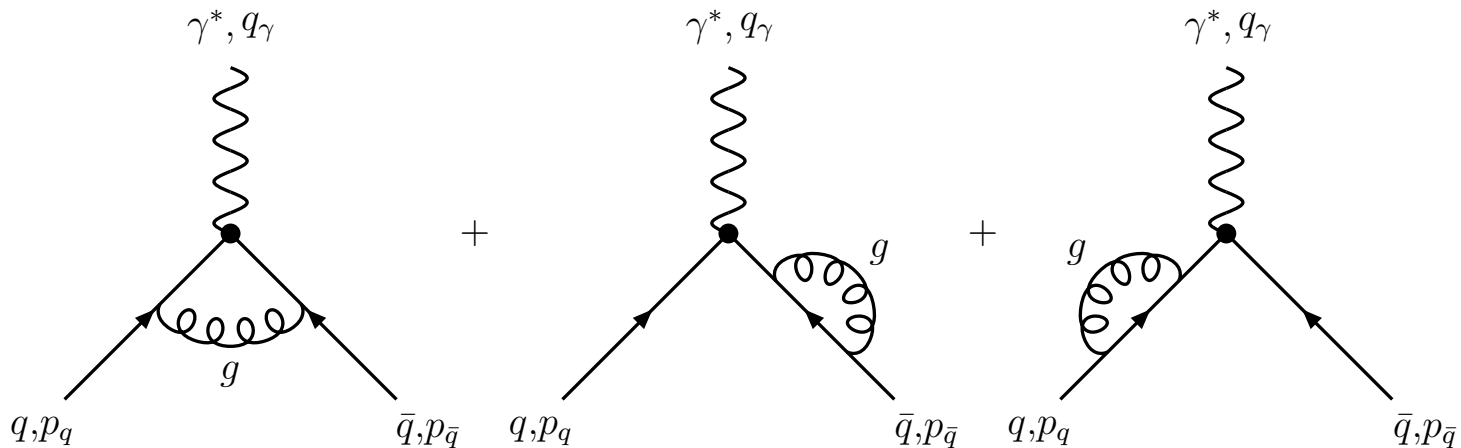
$$\sigma(s, M^2) = G_{p \rightarrow q}^{(0)}(x_a) dx_a G_{p \rightarrow \bar{q}}^{(0)}(x_b) dx_b \left(\frac{d\hat{\sigma}_{DY}^q}{d\hat{\tau}} \right) d\hat{\tau}$$

Correções de ordem α_s

- Logo, encontramos:

$$[\hat{\sigma}_{MG}(real)]_{DY} = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \{ \log^2(\beta) + 3\log(\beta) + \pi^2 \}$$

- Considerando contribuições virtuais do tipo:



- Com isso, obtemos uma seção de choque:

$$[\hat{\sigma}_{MG}(virtual)]_{DY} = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left\{ -\log^2(\beta) - 3\log(\beta) - \frac{7}{2} - \frac{2\pi^2}{3} + \pi^2 \right\}_{timelike}$$

Correções de ordem α_s

- Logo, a seção de choque total é dada por:

$$[\hat{\sigma}_{MG}(real) + \hat{\sigma}_{MG}(virtual)]_{DY} \equiv \alpha_s I_q^{DY} \sigma_0 = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left\{ \pi^2 - \frac{7}{2} - \frac{2\pi^2}{3} + \pi^2 \right\}$$

$$[\hat{\sigma}_{MG}(real) + \hat{\sigma}_{MG}(virtual)]_{DY} = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left\{ \frac{4\pi^2}{3} - \frac{7}{2} \right\} = \alpha_s \sigma_0 \left(\frac{8\pi}{9} - \frac{7}{3\pi} \right)$$

- Neste caso de colisão temos uma série perturbativa da forma:

$$\sigma_{total}^{DY} = \sigma_0 (1 + \alpha_s I_q^{DY} + \dots) = \sigma_0 (1 + 2.05\alpha_s + \dots)$$

- Analogamente,

$$[\hat{\sigma}_{MG}(real) + \hat{\sigma}_{MG}(virtual)]_{DY} \equiv \alpha_s I_q^{DY} \sigma_0 = \alpha_s \sigma_0 \left\{ \frac{2\pi}{9} - \frac{7}{3\pi} + \frac{2\pi}{3} \right\}$$

- A série perturbativa é dada agora por:

$$\sigma_{total}^{DY} = \sigma_0 (1 - 0.045\alpha_s + \frac{2\pi}{3}\alpha_s \dots) \rightarrow \sigma_0 e^{\frac{2\pi}{3}\alpha_s} (1 - 0.045\alpha_s + \dots) \approx 1.98\sigma_0$$

Correções de ordem α_s

Regularização Dimensional

- Considerando um espalhamento ocorrendo em N dimensões, temos como seção de choque para '2-a-2'

$$d\hat{\sigma} = \frac{1}{4(p_1 \cdot p_2)} |\overline{\mathcal{M}}|^2 d^{2N-2} R_2$$

onde podemos escrever o elemento diferencial como:

$$d^{2N-2} R_2 = \frac{d^{N-1} p_3}{(2\pi)^{N-1} (2E_3)} \frac{d^{N-1} p_4}{(2\pi)^{N-1} (2E_4)} (2\pi)^N \delta^N(p_3 + p_4 - p_1 - p_2)$$

- Logo, temos para a seção de choque diferencial

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dy}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{1}{32\pi\hat{s}} \frac{(\hat{p}'_{cm})^{N-3}}{\hat{p}_{cm}} |\overline{\mathcal{M}}|^2 \frac{(1-y^2)^{\frac{N}{2}-2}}{2^{N-4} \pi^{\frac{N}{2}-2} \Gamma(\frac{N}{2}-1)}$$

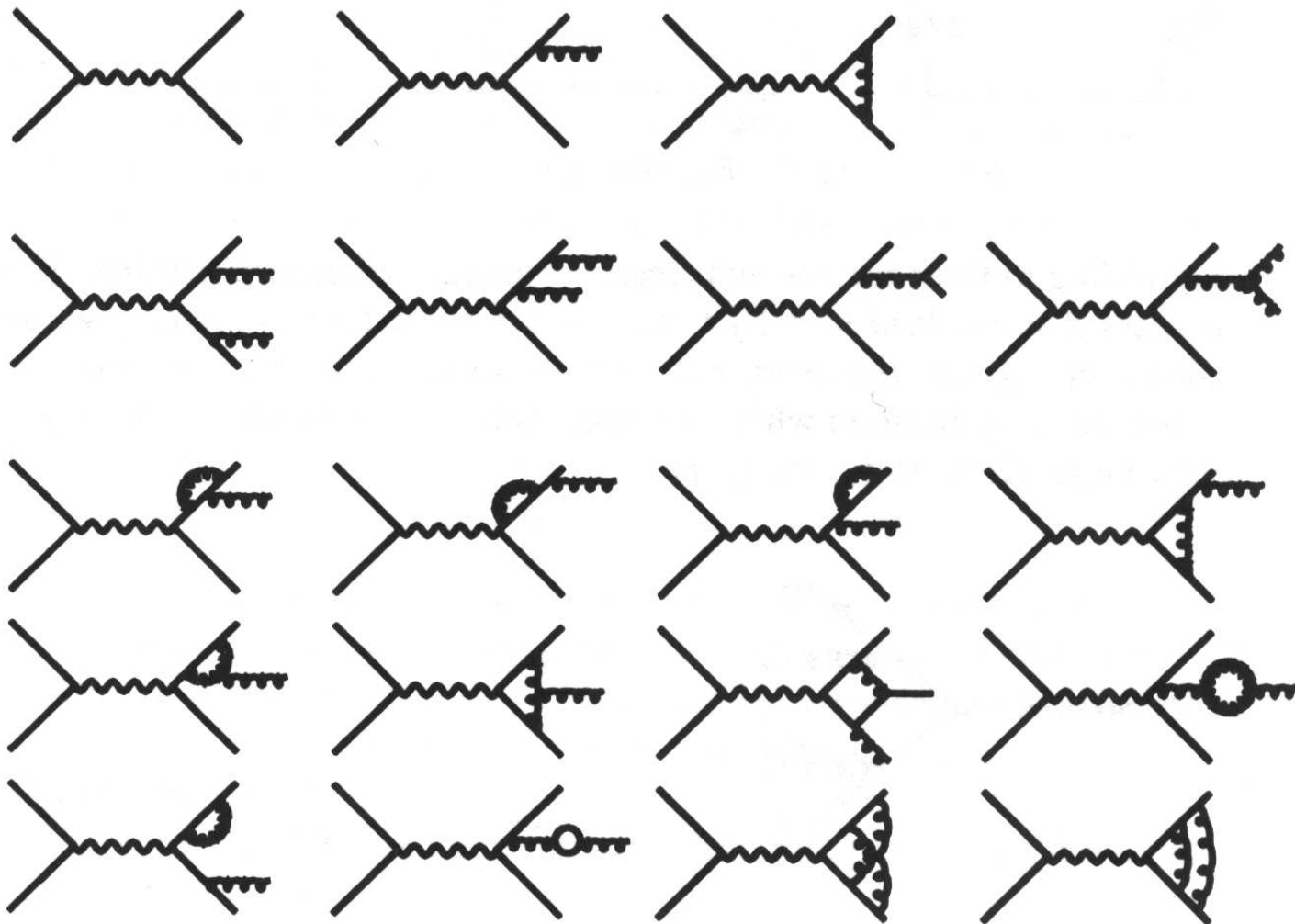
- Em nosso caso temos as quantidade $\hat{p}_{cm} = \frac{1}{2}\sqrt{\hat{s}}$, $\hat{p}'_{cm} = \frac{1}{2}(1-\hat{\tau})\sqrt{\hat{s}}$

- Logo,

$$[\hat{\sigma}_{DR}(real) + \hat{\sigma}_{DR}(virtual)]_{DY} \equiv \alpha_s I_q^{DY} \sigma_0 = \alpha_s \sigma_0 \left\{ \frac{8\pi}{9} - \frac{7}{3\pi} \right\}$$

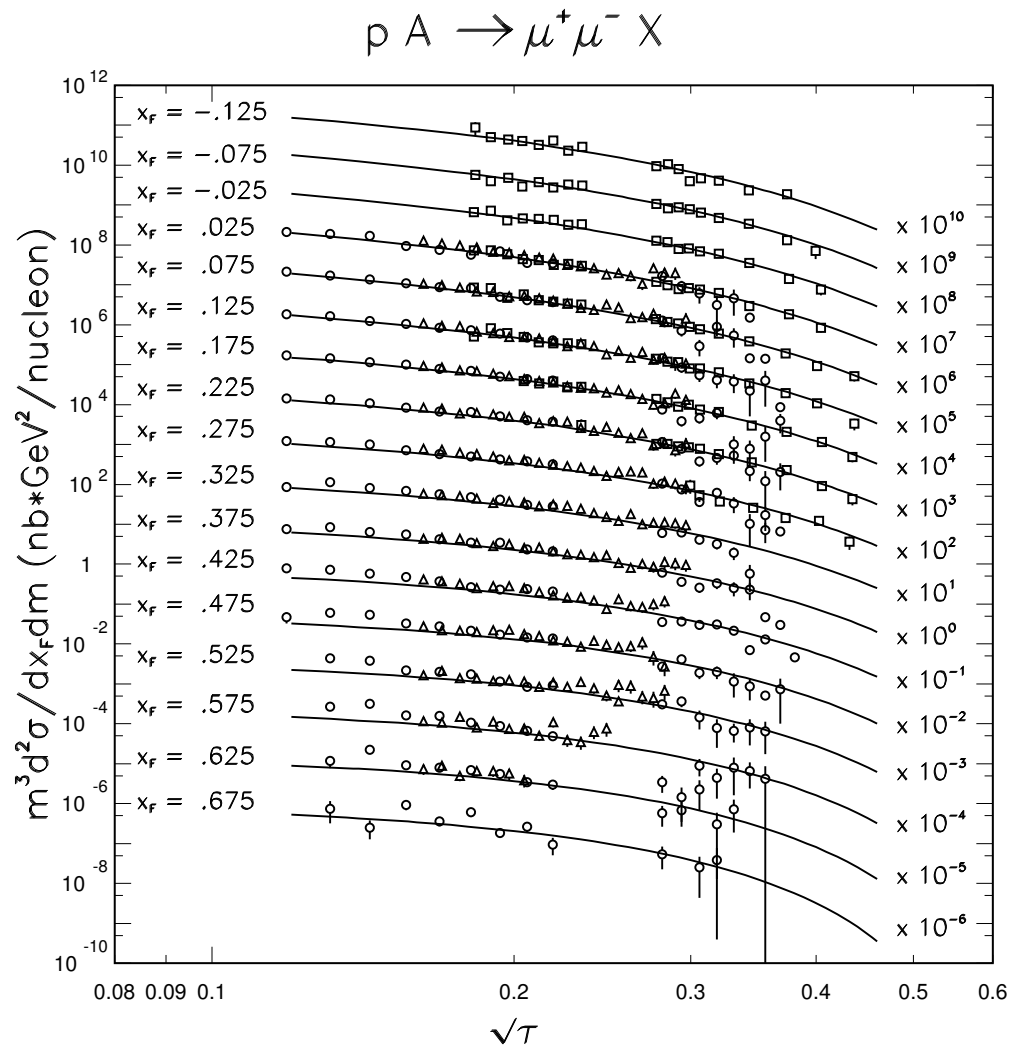
Correções para α_s^2

● Correções após a ordem dominante:



Correções para α_s^2

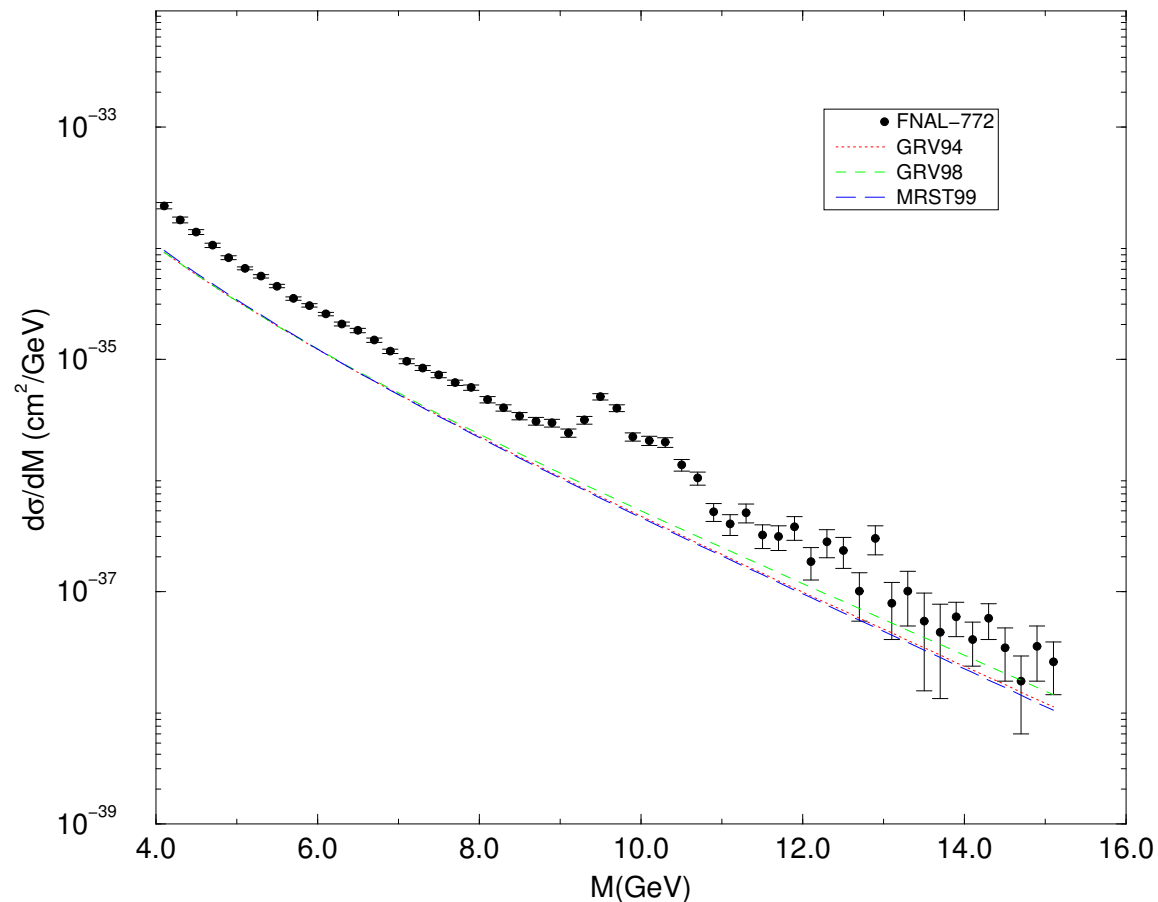
- Correções após a ordem dominante:



Fator K do Processo Drell-Yan

● Seção de choque para a colisão próton-próton:

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{9M^2} \sum_{i=1}^{n_f} e_{q_i}^2 [G_{p \rightarrow q_i}(x_a)G_{p \rightarrow \bar{q}_i}(x_b) + G_{p \rightarrow \bar{q}_i}(x_a)G_{p \rightarrow q_i}(x_b)]$$



Fator K do Processo Drell-Yan

- Define-se o fator K como sendo uma razão do tipo:

$$K_{DY}(s, M^2) = \frac{\left[s \frac{d\sigma_{DY}}{dM^2}(s, M^2) \right]_{ordem \alpha_s}}{\left[s \frac{d\sigma_{DY}}{dM^2}(s, M^2) \right]_{ordem \text{ dominante}}}$$

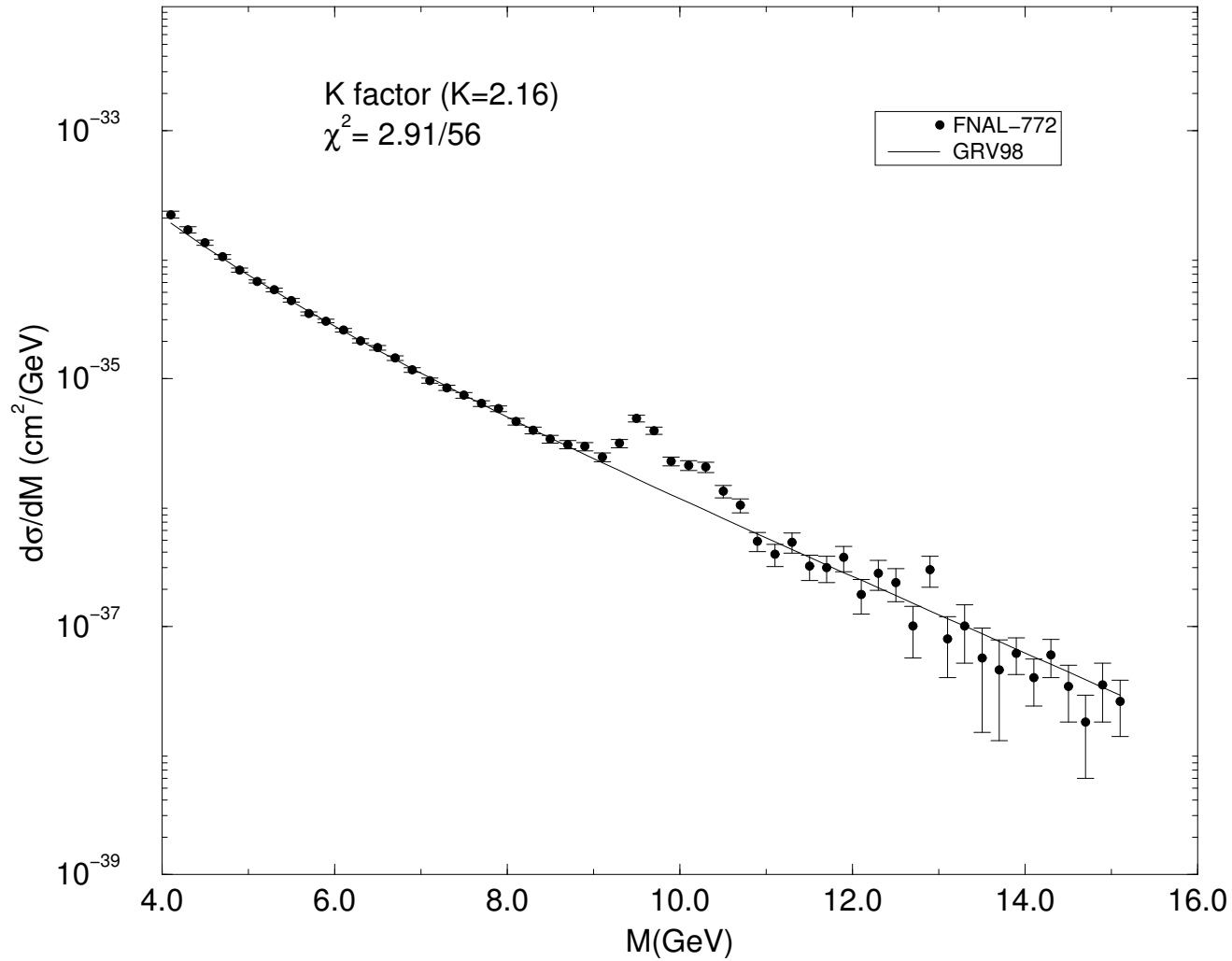
- Pela seção de choque após a ordem dominante, pode-se notar que:

$$K_{DY}(s, M^2) = K_{DY}^{\delta}(M^2) + K_{DY}^q(s, M^2) + K_{DY}^g(s, M^2)$$

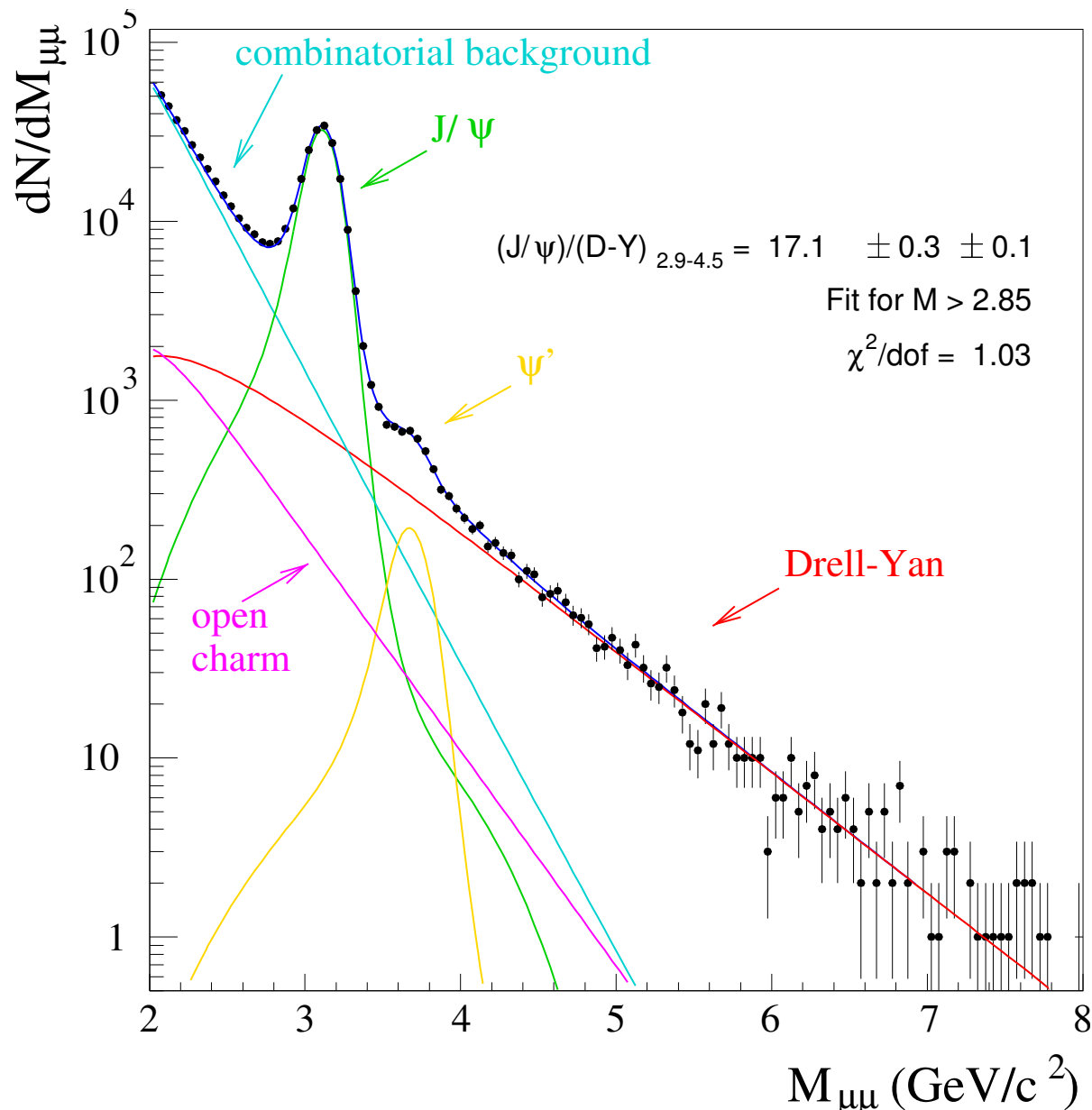
- Valor médio para o fator K da forma:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\tau dx_L} \right)_{exp} = \bar{K} \left(\frac{d\sigma}{d\tau dx_L} \right)_{teorico}$$

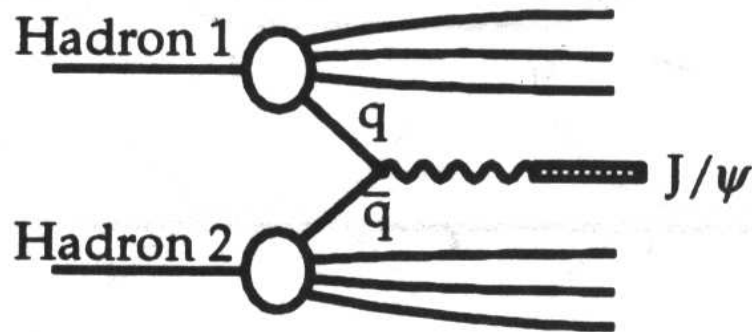
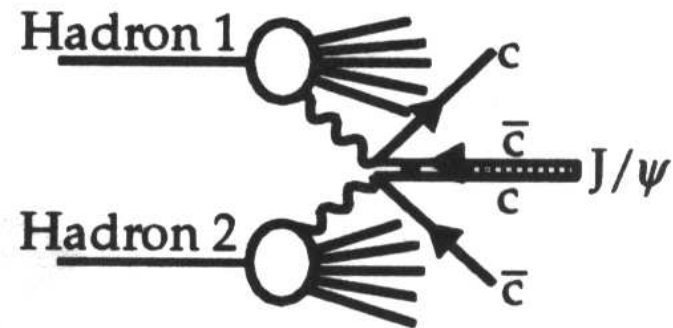
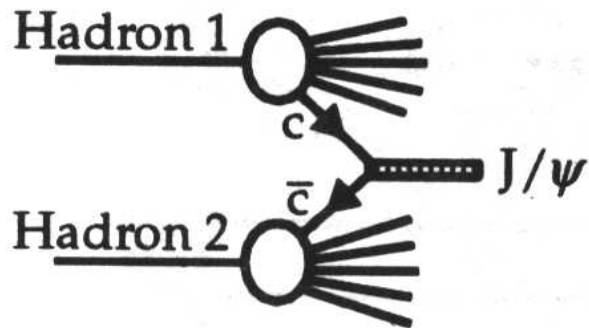
Fator K do Processo Drell-Yan



Processos Intermediários



Processos Intermediários





Conclusões

- Teoria a partir de primeiros princípios para a produção de pares de léptons;
- Boa concordância com boa parte dos dados experimentais existentes;
- Possibilidade de análise de distribuições partônicas; e
- Evidência de outras partículas.

Bibliografia

- R.D. Field, *Applications of Perturbative QCD*, Addison-Wesley, Reading, 1989;
- W. Greiner, A. Schäfer, *Quantum Chromodynamics*, Springer, Berlin, 1994;
- R.K. Ellis, W.J. Stirling, B.R. Webber, *QCD and Collider Physics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
- E605 collaboration, H.L. Lai *et al.*, *Phys. Rev.* **D50** (1994);
- CDF collaboration, F. Abe *et al.*, *Phys. Rev.* **D49** (1994);
- W.J. Stirling, M.R. Whalley, *J. Phys. G* **19** (1993);
- P.L. McGaughey, J.M. Moss, J.C. Peng, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **49** 1999.