Efeitos de flutuações em amplitudes de espalhamento a altas energias

E. Basso, **M. B. Gay Ducati, E. G. de Oliveira, J. T. de Santana Amaral**
andre.basso@if.ufrgs.br

Grupo de Fenomenologia de Partículas de Altas Energias

Instituto de Física

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

http://www.if.ufrgs.br/gfpae

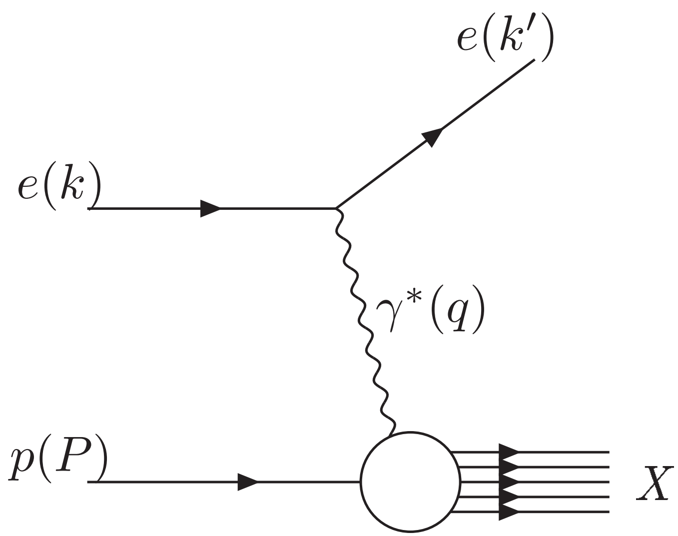
Trabalho financiado pelo CNPq

Sumário

- Espalhamento Profundamente inelástico (DIS) e a QCD em altas energias
- Formalismo de dipolos e a função de estrutura do próton
- Amplitudes de espalhamento em altas energias e o modelo AGBS
- Flutuações no número de partículas e suas consequências para a QCD em altas energias
- Resultados
- Conclusões

DIS

Variáveis cinemáticas



- Energia total ao quadrado do sistema $\gamma^* p$

$$s = (P+q)^2$$

- Virtualidade do fóton

$$q^2 = (k-k') = -Q^2 < 0$$

- Váriavel de Bjorken

$$x \equiv x_{Bj} = \frac{Q^2}{2P\cdot q} = \frac{Q^2}{Q^2+s}$$

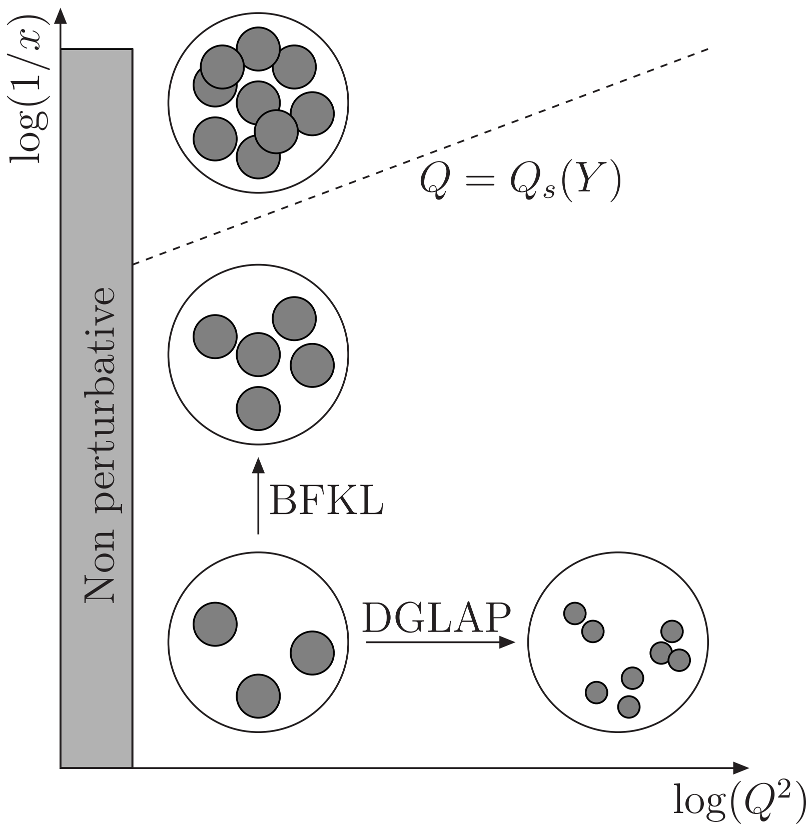
- Rapidez

$$Y \equiv \ln(1/x)$$

- Limite de altas energias:

$$s \to \infty, \quad x \approx \frac{Q^2}{s} \to 0$$

QCD em altas energias



- Fenomenologia: escalonamento geométrico em HERA

$$\sigma^{\gamma^* p}(Q^2, Y) = \sigma^{\gamma^* p}\left(\frac{Q^2}{Q_s^2(Y)}\right)$$

- $Q_s(Y)$ é a escala de saturação
- Efeitos de saturação são importantes para $Q \lesssim Q_s(Y)$, Que define a chamada saturation region
- Nesta região a evolução é não linear, possibilitando a recombinação de glúons e evitar violações de unitariedade

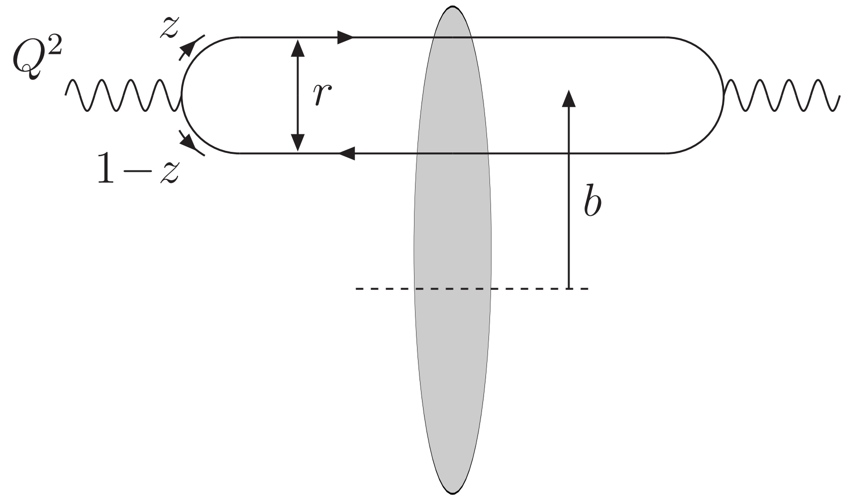
  GLR (Gribov-Levin-Ryskin)

  AGL (Ayala-Gay Ducati-Levin)

  BK (Balistky-Kovchegov)

  JIMWLK (Jalililan Marian-Iancu-Mclerran-Leodinov-Kovner-Weigert)

$\sigma^{\gamma^* p}$: referencial de dipolos



- Neste referencial, o fóton virtual desdobra-se em um par $q\bar{q}$ de tamanho r, o qual interage com o alvo (próton)
- A seção de choque assume a forma fatorizada

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^* p}(Y,Q) = \int d^2r \int_0^1 dz \, \left|\Psi_{T,L}(r,z;Q^2)\right|^2 \sigma_{dip}(r,Y), \tag{1}$$

onde $\sigma_{dip}^{\gamma^* p}(Y,r)$ é a seção de choque dipolo-próton, z é a fração de momentum do fóton portada pelo quark, b é o parâmetro de impacto e $\Psi_{T,L}(r,z;Q^2)$ representa as componentes transversal e longitudinal da função de onda do fóton

A função de estrutura do próton F_2

- Assumindo independência sobre o parâmetro de impacto, a seção de choque dipolo-próton é dada por

$$\sigma_{dip}(r,Y) = 2\pi R_p^2 T(r,Y)$$

onde $T(r,Y)$ é a amplitude de espalhamento dipolo-próton e R_pé o raio do próton

- A função de estrutura do próton F_2 é relacionada com a seção de choque $\gamma^* p$ através da relação

$$\begin{aligned} F_2(x,Q^2) &= \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}}\left[\sigma_T^{\gamma^* p}(x,Q^2) + \sigma_L^{\gamma^* p}(x,Q^2)\right] \\ &= \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{em}}\sigma^{\gamma^* p}(x,Q^2) \end{aligned} \quad (2)$$

F_2 no espaço de momentum

- É possível expressar $\gamma^* p$ em termos da amplitude de espalhamento no espaço de momentum, $\tilde{T}(k,Y)$, através da transformada de Fourier

$$\tilde{T}(k,Y) = \int_0^\infty \frac{dr}{r} J_0(kr)\, T(r,Y) \qquad (3)$$

- Em termos de $\tilde{T}(k,Y)$, F_2 se torna

$$F_2(x,Q^2) = \frac{Q^2 R_p^2 N_c}{4\pi^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \int_0^1 dz\, |\tilde{\Psi}(k,z;Q^2)|^2 \tilde{T}(k,Y) \qquad (4)$$

onde a função de onda do fóton é agora expressa no espaço de momentum

- $\tilde{T}(k,Y)$ é solução da equação de evolução de Balitsky-Kovchegov (BK), representada no espaço de momentum por ($\bar{\alpha} = \alpha_s N_c/\pi$)

$$\partial_Y \tilde{T} = \bar{\alpha}\chi(-\partial_L)\tilde{T} - \bar{\alpha}\tilde{T}^2 \qquad (5)$$

onde

$$\chi(\gamma) = 2\psi(1) - \psi(\gamma) - \psi(1-\gamma) \qquad (6)$$

é a função característica no núcleo da equação de Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov (BFKL) em ordem dominante e $L = \log(k^2/k_0^2)$

Propriedades das amplitudes

- Sob as transformações $t = \bar{\alpha} Y$, $x \propto L$ e $u = \tilde{T}$, e na aproximação difusiva para $\chi(\gamma)$ a equação BK se torna equivalente a equação de Fisher-Kolmogorov-Petrovsky-Piscounov (F-KPP) para processos de reação-difusão
- Esta equação admite as chamadas *soluções de ondas viajantes*, *i.e.*, para rapidezes assintóticas, a amplitude $\tilde{T}(k, Y)$ adquire a forma $\tilde{T}\left(\frac{k^2}{Q_s^2(Y)}\right)$, onde $Q_s^2(Y) = k_0^2 \exp(\lambda Y)$ mede a posição da frente de onda
- A expressão para a cauda da amplitude (regime diluto) é dada por

$$\tilde{T}\,(k, Y) \overset{k \gg Q_s}{\approx} \left(\frac{k^2}{Q_s^2(Y)}\right)^{-\gamma_c} \log\left(\frac{k^2}{Q_s^2(Y)}\right) \exp\left[-\frac{\log^2\left(k^2/Q_s^2(Y)\right)}{2\bar{\alpha}\chi''(\gamma_c) Y}\right] \qquad (7)$$

- Na região de saturação, mostra-se que a amplitude se comporta como

$$\tilde{T}\left(\frac{k}{Q_s(Y)}, Y\right) \overset{k \ll Q_s}{=} c - \log\left(\frac{k}{Q_s(Y)}\right) \qquad (8)$$

onde c é uma constante

O modelo AGBS

- Amaral-Gay Ducati-Betemps-Soyez propuzeram um modelo para $\tilde{T}(k,Y)$, que interpola analiticamente os comportamentos assintóticos para esta amplitude
- A expressão para a amplitude é unitarizada por uma eikonal *i.e.* $T_{\text{unit}} = 1 - \exp(-T_{\text{dil}})$
- A seguinte escolha resulta em bons resultados:

$$\tilde{T}(k,Y) = \left[\log\left(\frac{k}{Q_s} + \frac{Q_s}{k}\right) + 1\right]\left(1 - e^{-T_{\text{dil}}}\right) \tag{9}$$

onde

$$T_{\text{dil}} = \exp\left[-\gamma_c \log\left(\frac{k^2}{Q_s^2(Y)}\right) - \frac{L_{\text{red}}^2 - \log^2(2)}{2\bar{\alpha}\chi''(\gamma_c)Y}\right] \tag{10}$$

e

$$L_{\text{red}} = \log\left[1 + \frac{k^2}{Q_s^2(Y)}\right] \qquad \text{and} \qquad Q_s^2(Y) = k_0^2\, e^{\lambda Y} \tag{11}$$

- Estas equações determinam o modelo para a amplitude de espalhamento, que deve ser inserido na espressão para F_2 , a qual é fitada aos dados de HERA fornecendo bons resultados

E as flutuações?

- A hierarquia de Balitsky $\left(\mathcal{M}_{\mathbf{xyz}} = \frac{(\mathbf{x}-\mathbf{y})^2}{(\mathbf{x}-\mathbf{z})^2(\mathbf{z}-\mathbf{y})^2}\right)$

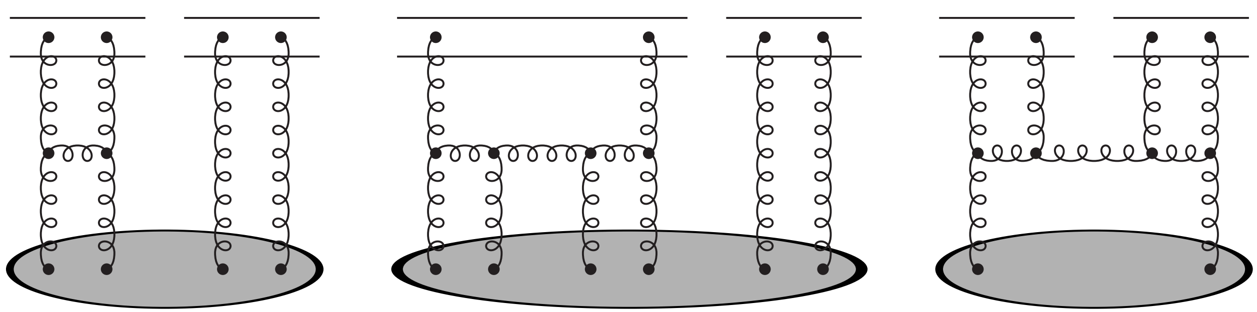
$$\partial_Y \langle T_{\mathbf{xy}} \rangle = \frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \int_z \mathcal{M}_{\mathbf{xyz}} \left(\langle T_{\mathbf{xz}} \rangle + \langle T_{\mathbf{zy}} \rangle - \langle T_{\mathbf{xy}} \rangle - \langle T_{\mathbf{xz}} T_{\mathbf{zy}} \rangle \right) \tag{12}$$

$$\vdots$$

- Na aproximação de campo médio, valida para alvo grande e homogêneo, vale que $\langle T_{\mathbf{xz}} T_{\mathbf{zy}} \rangle = \langle T_{\mathbf{xz}} \rangle \langle T_{\mathbf{zy}} \rangle$ e temos e equação BK

$$\partial_Y \langle T_{\mathbf{xy}} \rangle = \frac{\bar{\alpha}}{2\pi} \int_z \mathcal{M}_{\mathbf{xyz}} \left(\langle T_{\mathbf{xz}} \rangle + \langle T_{\mathbf{zy}} \rangle - \langle T_{\mathbf{xy}} \rangle - \langle T_{\mathbf{xz}} \rangle \langle T_{\mathbf{zy}} \rangle \right) \tag{13}$$

- A hierarquia de Balitsky não leva em conta a possibilidade de múltiplos espalhamentos no projétil, ou, equivalentemente, flutuações no número de partículas (glúons ou dipolos) no alvo



- no diagrama para $\langle T_{\mathbf{xz}} T_{\mathbf{zy}} \rangle \equiv \langle T^2 \rangle$, identificamos
  termo BFKL : $\partial_Y \langle T^2 \rangle \propto \langle T^2 \rangle$
  termo de saturação (fusão de Pomerons): $\partial_Y \langle T^2 \rangle \propto \langle T^3 \rangle$
  termo de flutuação (desdobramento de Pomerons): $\partial_Y \langle T^2 \rangle \propto \langle T \rangle$
- fusão de Pomerons + desdobramento de Pomerons$=$ Equações de laços de Pomerons
- Aproximação: flutuações locais $\rightarrow$ $\langle T_{\mathbf{xy}} \rangle = \kappa \alpha_s^2 |\mathbf{x} - \mathbf{y}|^4 \langle n_{\mathbf{xy}} \rangle$, com $\kappa \approx \mathcal{O}(1)$
- Fazendo a transformada de Fourier ($r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}| \rightarrow k$) e uma aproximação para conseguir independência no parâmetro de impacto, resulta

$$
\begin{aligned}
\partial_Y \langle T_k \rangle =& \bar{\alpha} \chi \left(-\partial_L\right) \langle T_k \rangle - \langle T_{k,k} \rangle \\
\partial_Y \left\langle T^2_{k_1,k_2} \right\rangle =& \bar{\alpha} \chi \left(-\partial_{L_1}\right) \left\langle T^2_{k_1,k_2} \right\rangle - \left\langle T^3_{k_1,k_1,k_2} \right\rangle + (1 \leftrightarrow 2) \\
& + \bar{\alpha} \kappa \alpha_s^2 k_1^2 \delta(k_1^2 - k_2^2) \langle T_{k_1} \rangle \\
& \vdots
\end{aligned}
\tag{14}
$$

onde $L_i = \log(k_i^2/k_0^2)$.

Equação de Langevin

- A hieraquia obtida pode ser escrita com uma equação de Langevin para a amplitude evento-por-evento

$$\partial_Y T(L,Y) = \bar{\alpha}\left[\chi(-\partial_L)T(L,Y) - T^2(L,Y) + \sqrt{\kappa\alpha_s^2 T(L,Y)}\eta(L,Y)\right] \quad (15)$$

onde η é um ruído branco gaussiano que satisfaz:

$$\begin{aligned} \langle\eta(L,Y)\rangle &= 0 \\ \langle\eta(L_1,Y_1)\eta(L_2,Y_2)\rangle &= \frac{4}{\bar{\alpha}}\delta(L_1-L_2)\delta(Y_1-Y_2) \end{aligned} \quad (16)$$

- Equação de Langevin $\equiv$ BK $+$ termo de ruído
- Na aproximação difusiva para $\chi(-\partial_L)$, esta equação se torna equivalente à equação sFKPP $\equiv$ FKPP $+$ ruído
- A cada realização do ruído (cada evento) a amplitude se comporta como onda viajante, *i.e.*, o escalonamento geométrico é preservado

Conseqûencias

- Cada realização do ruído leva a uma amplitude para um único evento
- Diferentes realizações implicam em dispersão nas soluções e em $\rho_s \equiv \ln(Q_s^2/k_0^2)$
- A escala de saturação se torna uma variável randômica, com média

$$\langle Q_s^2(Y) \rangle = \exp[\lambda^* Y] \tag{17}$$

- A dispersão na posição das frentes indivuduais é dada por

$$\sigma^2 = \langle \rho_s^2 \rangle - \langle \rho_s \rangle^2 = D\bar{\alpha}Y \tag{18}$$

  onde D é o coeficiente de difusão
- A distribuição de probabilidade de ρ_s é

$$P_Y(\rho_s) \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(\rho_s - \langle \rho_s \rangle)^2}{\sigma^2}\right] \tag{19}$$

O escalonamento difusivo

- A cada evento $\rightarrow$ escalonamento geométrico é preservado
- Mas a amplitude viaja com uma velocidade (expoente de saturação) menor que a prevista pela equação BK

$$\lambda^* \simeq \lambda - \frac{\pi^2 \gamma_c \chi''(\gamma_c)}{\ln(1/\alpha_s^2)}. \tag{20}$$

- A amplitude média (física) é dada por ($X \equiv \ln(1/r^2 k_0^2)$)

$$\langle T(X, \rho_s) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} d\rho_s \, P_Y(\rho_s) T(X, \rho_s). \tag{21}$$

- Importante! Em energias suficientemente altas, a amplitude física não preserva o escalonamento geométrico.
- Dependências adicionais em Y via σ implicam na substituição do escalonamento geométrico pelo chamado escalonamento difusivo

$$\langle T(X, \rho_s) \rangle = \mathcal{T}\left(\frac{X - \langle \rho_s \rangle}{\sqrt{\bar{\alpha} D Y}} \right). \tag{22}$$

Modelo AGBS e as flutuações

- A amplitude do modelo AGBS entra como um único evento na expressão para a amplitude física ($\rho = \ln(k^2/k_0^2)$)

$$\left\langle T^{AGBS}(\rho, \rho_s) \right\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} d\rho_s \, P_Y(\rho_s) T^{AGBS}(\rho, \rho_s). \tag{23}$$

que é usada na expressão para F_2 e então ajustada aos dado de HERA (H1 e ZEUS)

- D e λ^* são conhecido analiticamente somente no limite $\alpha_s \to 0$. Logo, são deixados livres.
  Parâmetros livres: R_p, χ_c'', k_0^2, λ e D
  Paramêtros fixos: $\gamma_c = 0.6275$ e $\bar{\alpha} = 0.2$
- Regime cinemático:

$$\begin{cases} x \leq 0.01, \\ 0.045 \leq Q^2 \leq 150 \text{ GeV}^2 \end{cases}$$

- somente quarks leves são considerados em dois casos: $m_{u,d,s} = 50$ MeV e $m_{u,d,s} = 140$ MeV
- Incerteza de 5% aos dados de H1

Resultados

- $m_{u,d,s} = 50$ MeV

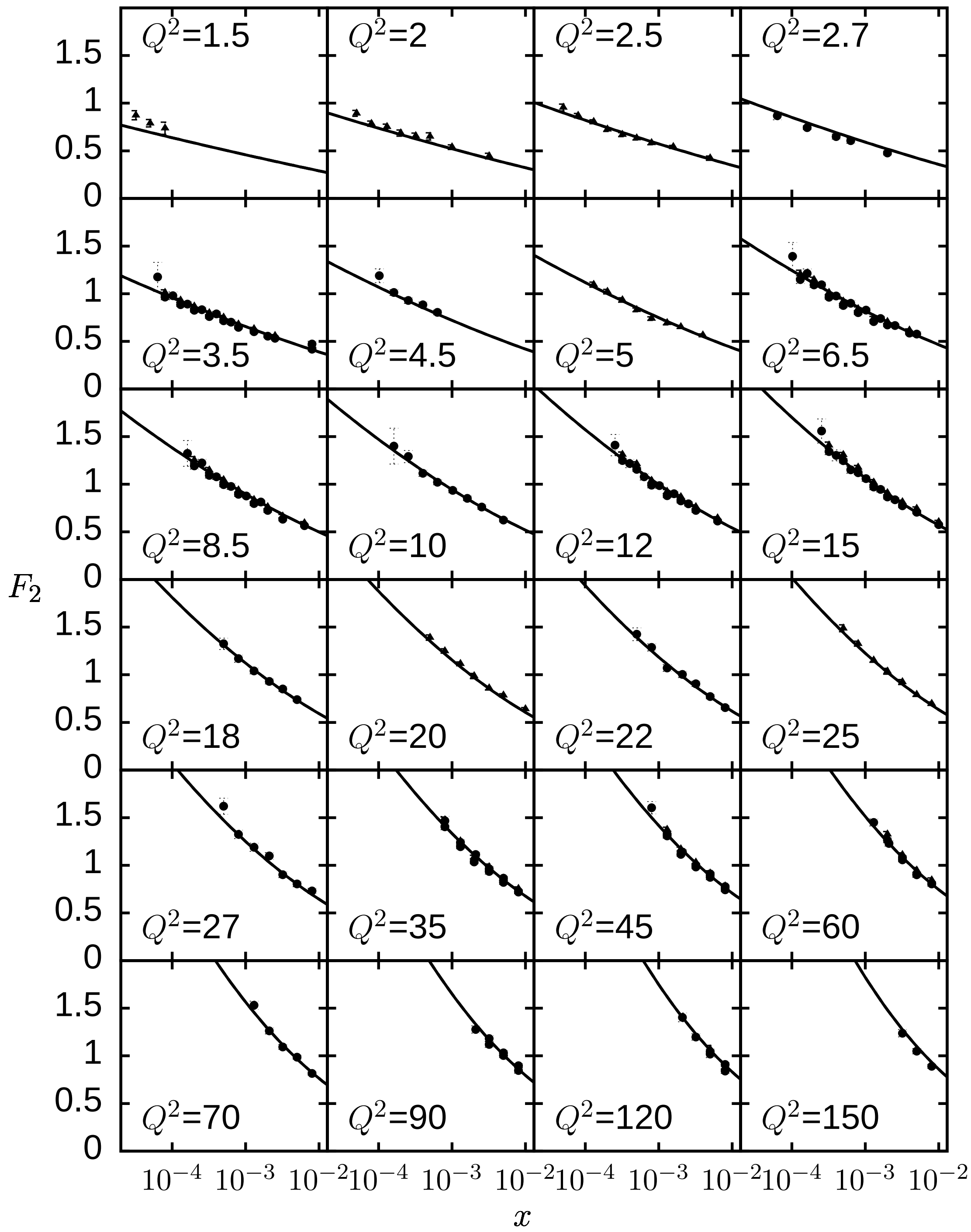
	$\chi^2/$n.o.p	k_0^2 ($\times 10^{-3}$)	λ	R(GeV^{-1})	$\chi''(\gamma_c)$	D ($\times 10^{-2}$)
$\tilde{T}_Y^{\rm AGBS}$	0.949	3.79 ± 0.30	0.213 ± 0.003	3.576 ± 0.059	4.69 ± 0.23	0
$\left\langle \tilde{T}_Y^{\rm AGBS} \right\rangle$	0.949	3.79 ± 0.30	0.213 ± 0.003	3.576 ± 0.059	4.69 ± 0.23	0.0 ± 1.1

- $m_{u,d,s} = 140$ MeV

	$\chi^2/$n.o.p	k_0^2 ($\times 10^{-3}$)	λ	R(GeV^{-1})	$\chi''(\gamma_c)$	D ($\times 10^{-3}$)
$\tilde{T}_Y^{\rm AGBS}$	0.942	1.69 ± 0.16	0.176 ± 0.004	4.83 ± 0.12	6.43 ± 0.29	0
$\left\langle \tilde{T}_Y^{\rm AGBS} \right\rangle$	0.942	1.69 ± 0.16	0.176 ± 0.004	4.83 ± 0.12	6.43 ± 0.29	0.0 ± 9.6

- Só ZEUS com $Q^2 < 50$ GeV^2, $m_{u,d,s} = 140$ MeV

	$\chi^2/$n.o.p	k_0^2 ($\times 10^{-3}$)	λ	R(GeV^{-1})	$\chi''(\gamma_c)$	D
$\tilde{T}_Y^{\rm AGBS}$	0.778	1.97 ± 0.22	0.177 ± 0.006	4.68 ± 0.14	5.95 ± 0.94	0
$\left\langle \tilde{T}_Y^{\rm AGBS} \right\rangle$	0.768	1.38 ± 0.12	0.120 ± 0.010	5.46 ± 0.04	5.46 ± 0.55	1.78 ± 0.38


F_2
x
Q^2=1.5
Q^2=2
Q^2=2.5
Q^2=2.7
Q^2=3.5
Q^2=4.5
Q^2=5
Q^2=6.5
Q^2=8.5
Q^2=10
Q^2=12
Q^2=15
Q^2=18
Q^2=20
Q^2=22
Q^2=25
Q^2=27
Q^2=35
Q^2=45
Q^2=60
Q^2=70
Q^2=90
Q^2=120
Q^2=150
0
0.5
1
1.5
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}

Conclusões

- Para H1 + ZEUS, $D \to 0$:

  AGBS $\to$ Sem flutuações para DIS em HERA

  Campo médio (BK), com α_s fixo é suficiente para descrever os dados
- Em maiores energias (LHC): existem flutuações?
- Acoplamento (α_s) dinâmico suprime efeitos de flutuações?