

# Um modelo unidimensional para a Cromodinâmica Quântica em altas energias

**João Thiago de Santana Amaral**

thiago.amaral@ufrgs.br

Grupo de Fenomenologia de Partículas de Altas Energias

Instituto de Física - UFRGS

**GFPAE - UFRGS**

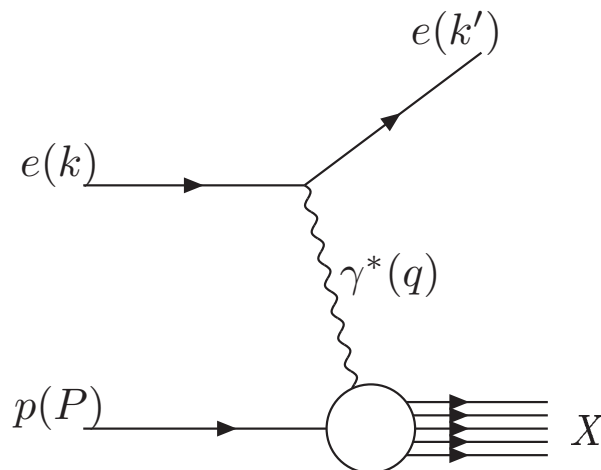
<http://www.if.ufrgs.br/gfpae>

Trabalho realizado em colaboração com E. Iancu, G. Soyez e D. Triantafyllopoulos

Nucl. Phys. A **786**, 131 (2007)

# Cromodinâmica Quântica (QCD)

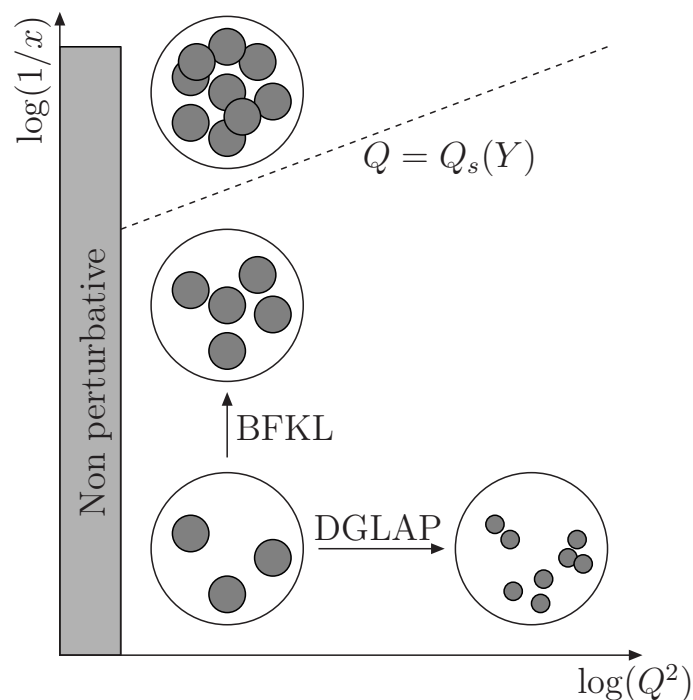
- Teoria que descreve as interações fortes em termos dos **quarks** e **glúons**: **pártons**
- Grupo de gauge:  $SU(N_c)$ , com  $N_c = 3$  número de cores
- A investigação da interação forte e da estrutura hadrônica requer altas energias
  - A evolução em altas energias na QCD é uma evolução na direção de altas densidades partônicas
  - Primeira evidência experimental: **espalhamento profundamente inelástico** elétron-próton (DIS) em HERA



- Energia total:  $s = (P + q)^2$
- Virtualidade do fóton:  
 $q^2 = (k - k')^2 = -Q^2 < 0$
- A variável  $x$  de Bjorken  $x \equiv \frac{Q^2}{Q^2 + s}$
- É usual utilizar a variável **rapidez**

$$Y \equiv \ln(1/x)$$

# QCD em altas energias



- Equações de evolução lineares: BFKL e DGLAP
- Energia cresce  $\rightarrow$  densidade de glúons e seções de choque para interações hadrônicas crescem rapidamente
- A **recombinação gluônica** e os efeitos de **espalhamentos múltiplos** podem ser importantes: **equações não-lineares**

- $Q_s(Y)$  é chamada **escala de saturação**, função crescente da rapidez
- Os efeitos não-lineares são importantes para todo  $Q \lesssim Q_s(Y)$ : **região de saturação**

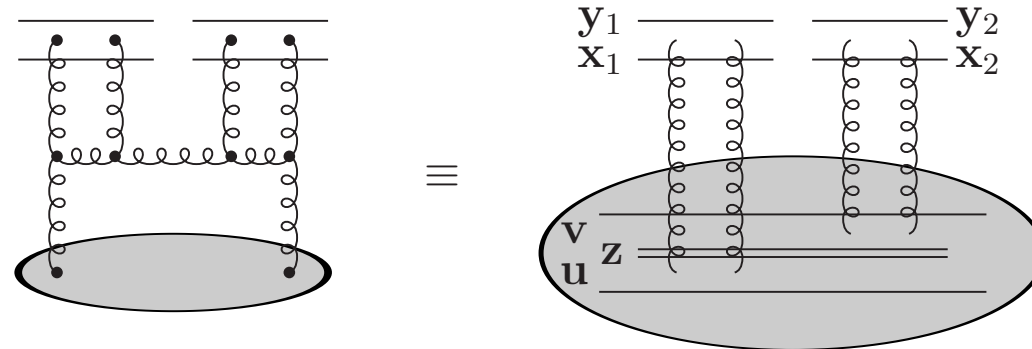
# Saturação e evolução

- Muitos esforços têm sido voltados à descrição e compreensão da QCD no limite de altas energias correspondente à **saturação**
- Equações de evolução não-lineares:
  - **GLR** (Gribov-Levin-Ryskin)
  - **AGL** (Ayala-Gay Ducati-Levin)
  - **BK** (Balitsky-Kovchegov)
  - Teoria efetiva do Condensado de Vidros de Cor (CGC): **equação JIMWLK** (Jalilian-Marian, Iancu, McLerran, Leodinov, Kovner e Weigert)
- Fenomenologia: descoberta do **escalamento geométrico** no DIS em HERA

$$\sigma^{\gamma^* p}(Q, Y) = \sigma^{\gamma^* p} \left( \frac{Q^2}{Q_s^2(Y)} \right)$$

# Além das equações B-JIMWLK

- Correspondência entre QCD e processo reação-difusão: equações B-JIMWLK incompletas, não levam em conta as *flutuações no número de glúons (dipolos)*



- Novas equações: *equações de laços de Pomerons*
- O problema na QCD é muito complexo: investigação de modelos de partículas, dimensões menores
- Modelo estocástico de partículas (1+1)-dimensional:
  - Dimensão temporal: rapidez  $Y$
  - Dimensão espacial: é a posição da partícula ao longo de um eixo unidimensional infinito: em QCD  $\rho \equiv \log(r_0^2/r^2)$

# Construção do Modelo (I)

- Problema de espalhamento: dois *onias* – coleção de dipolos

- Alvo:  $P_R(\{n\}, Y - Y_0)$

- Projétil:  $P_L(\{n\}, Y_0)$

- A matriz- $S$  média

$$\langle S \rangle_Y = \sum_{\{n\}, \{m\}} P_R(\{n\}, Y - Y_0) P_L(\{m\}, Y_0) \mathcal{S}(\{n\}, \{m\}) \quad (1)$$

- Para uma dada configuração

$$\mathcal{S}(\{n\}, \{m\}) = \prod_{i,j} \sigma_{ij}^{n_i m_j} \quad (2)$$

- A matriz- $S$  de espalhamento de duas partículas elementares é

$$\sigma_{ij} = 1 - \tau_{ij} \quad (3)$$

- Espalhamentos múltiplos na **aproximação eikonal**

# Construção do Modelo (II)

- A matriz- $S$  deve ser independente do referencial – invariância de Lorentz (boosts)

$$0 = \frac{d\langle S \rangle}{dY_0} = \sum_{\{n\}, \{m\}} \left( P_R(Y - Y_0) \frac{\partial P_L(Y_0)}{\partial Y_0} + \frac{\partial P_R(Y - Y_0)}{\partial Y_0} P_L(Y_0) \right) \mathcal{S}(\{n\}, \{m\})$$

- Emissão de uma partícula por passo na evolução ( $Y \rightarrow Y + dY$ )
- Após um passo,  $\{n\} \rightarrow \{\dots, n_i + 1, \dots\}$  com  $i$  arbitrário
- A equação mestre

$$\frac{\partial P(\{n\}, Y)}{\partial Y} = \sum_i [f_i(\dots, n_i - 1, \dots) P(\dots, n_i - 1, \dots, Y) - f_i(\{n\}) P(\{n\}, Y)] \quad (4)$$

- $f_i(\{n\})$ : taxa de "depósito"

Solução mais simples: 
$$\frac{f_i(\{n\})}{\Delta} = \frac{1 - \prod_j \sigma_{ij}^{n_j}}{\tau} = \frac{t_i(\{n\})}{\tau} \quad (5)$$

# Construção do Modelo (III)

- O limite contínuo:  $i \rightarrow x_i = i\Delta$  e  $\Delta \rightarrow 0 \Rightarrow x_i \rightarrow x$  com  $x$  sendo uma variável espacial contínua

$$\Delta \sum_i F_i \rightarrow \int dx F(x), \quad \sum_{\{n\}} \rightarrow \int [Dn(x)] \quad (6)$$

- Temos

$$\sigma_{ij} \rightarrow \sigma_{xy} = 1 - \tau_{xy} = 1 - \tau \exp(-|x - z|) = \tau \frac{r_{<}^2}{r_{>}^2} \quad (7)$$

- A taxa de depósito

$$f_z[n(x)] = = \frac{1 - \exp\left[-\int dx n(x) \ln \sigma_{xz}\right]}{\tau} \equiv \frac{t_z[n(x)]}{\tau} \quad (8)$$

- Comportamentos limite

$$f_z[n(x)] = \begin{cases} \int dx \frac{\tau_{xz}}{\tau} n(x) & \text{for } n \ll 1/\tau : \text{ formalismo de dipolos} \\ 1/\tau & \text{for } n \gg 1/\tau : \text{ saturação} \end{cases}$$



# Evolução de observáveis (I)

- Alvo evolui por  $Y$
- Projétil um dipolo:  $m(x_L) = \delta(x - x_L)$
- Equação de evolução para  $\langle s_x \rangle_Y$ 
  - Média sobre todas as configurações do alvo
  - Deriva em relação a  $Y$
  - Usar a equação mestre

$$\frac{\partial \langle s_x \rangle_Y}{\partial Y} = \int_z \frac{\tau_{xz}}{\tau} \langle s_x s_z - s_x \rangle_Y \quad (9)$$

- Análoga à primeira equação de Balitsky: primeira equação de laços de Pomeron
- Em termos das amplitudes e espalhamento  $t_x \equiv 1 - s_x$

$$\frac{\partial \langle t_x \rangle_Y}{\partial Y} = \int_z \frac{\tau_{xz}}{\tau} \langle t_z - t_x t_z \rangle_Y \quad (10)$$

# Evolução de observáveis (II)

- Projétil dois dipolos:  $m(x_L) = \delta(x - x_L) + \delta(y - x_L)$
- Equação de evolução  $\langle s_x s_y \rangle_Y$

$$\frac{\partial \langle s_x s_y \rangle}{\partial Y} = \int_z \frac{\tau_{xz} + \tau_{zy} - \tau_{xz}\tau_{zy}}{\tau} \langle s_x s_y s_z - s_x s_y \rangle \quad (11)$$

- Diferente das equações de Balitsky devido ao termo negativo,  $-\tau_{xz}\tau_{zy}$
- Para a amplitude de espalhamento

$$\frac{\partial \langle t_x t_y \rangle}{\partial Y} = \int_z \left[ \frac{\tau_{xz}}{\tau} \langle (t_z - t_x t_z) t_y \rangle + \frac{\tau_{yz}}{\tau} \langle (t_z - t_y t_z) t_x \rangle + \frac{\tau_{xz}\tau_{yz}}{\tau} \langle t_z (1 - t_x)(1 - t_y) \rangle \right] \quad (12)$$

- O último termo é importante no regime diluído, quando  $\langle t \rangle \lesssim \tau$  and  $\langle n \rangle \lesssim 1$

$$\left. \frac{\partial \langle t_x t_y \rangle}{\partial Y} \right|_{\text{flut}} \simeq \int_z \frac{\tau_{xz}\tau_{yz}}{\tau} \langle t_z \rangle \simeq \int_z \frac{\tau_{xz}\tau_{yz}}{\tau} \int_w \tau_{zw} \langle n_w \rangle \simeq \int_z \tau_{xz}\tau_{yz} \frac{\partial \langle n_z \rangle}{\partial Y} \quad (13)$$

- Correlação de duas partículas é construída a partir de flutuações no alvo

# Aproximação de campo médio

- Assume-se  $\langle t_x t_y \rangle \approx \langle t_x \rangle \langle t_y \rangle \rightarrow$  equação BK

$$\frac{\partial \langle t_x \rangle}{\partial Y} = \int dz \exp(-|x - z|) (\langle t_z \rangle - \langle t_x \rangle \langle t_z \rangle) \quad (14)$$

- Para valores suficientemente grandes de  $Y$ ,  $\langle t_x \rangle_Y$  é uma *onda viajante* que se propaga na direção de valores maiores de  $x$  quando  $Y$  aumenta
- A posição  $x_s(Y)$  desta frente define a *linha de saturação*, inferida a partir da solução da equação linearizada (BFKL)

$$t(x, Y) = \int_c \frac{d\gamma}{2\pi i} \tilde{t}(\gamma, 0) \exp[\chi(\gamma)Y - \gamma x], \quad \text{with} \quad \chi(\gamma) = \frac{1}{1-\gamma} + \frac{1}{1+\gamma} \quad (15)$$

- Obtém-se  $x_s(Y) \approx \lambda_s Y$  e

$$\chi'(\gamma_s) = \frac{\chi(\gamma_s)}{\gamma_s} \Rightarrow \gamma_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{and} \quad \lambda_s = \frac{\chi(\gamma_s)}{\gamma_s} = 3\sqrt{3} \quad (16)$$

- A amplitude

$$\langle t_x \rangle_Y = c_1 \tau(x - x_s + c_2) \exp \left[ -\gamma_s(x - x_s) - \frac{(x - x_s)^2}{2\chi''(\gamma_s)Y} \right] \quad (17)$$

- Escalamento geométrico na região  $x - x_s \ll \sqrt{2\chi''(\gamma_s)Y}$  – dependência em  $x - x_s(Y)$

# Efeitos das flutuações

- $x_s(Y)$  torna-se uma **variável aleatória**: distribuição Gaussiana

$$\langle x_s \rangle = \lambda_s Y \quad \text{e} \quad \sigma^2(Y) = \langle x_s^2 \rangle - \langle x_s \rangle^2 = D_{\text{diff}} Y \quad (18)$$

- O valor assintótico da **velocidade média**  $\lambda_s$

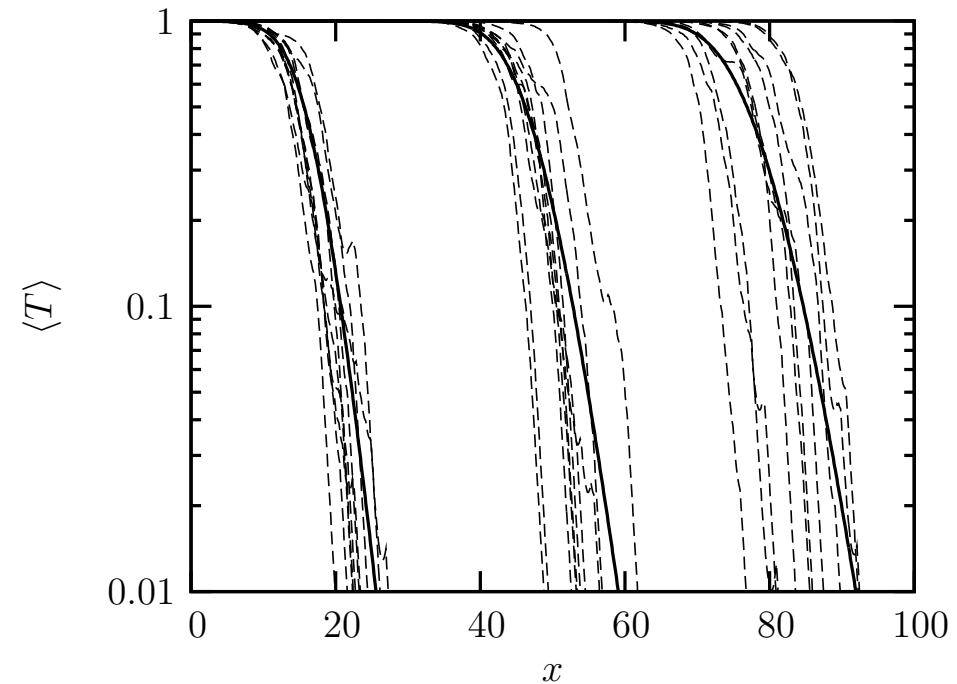
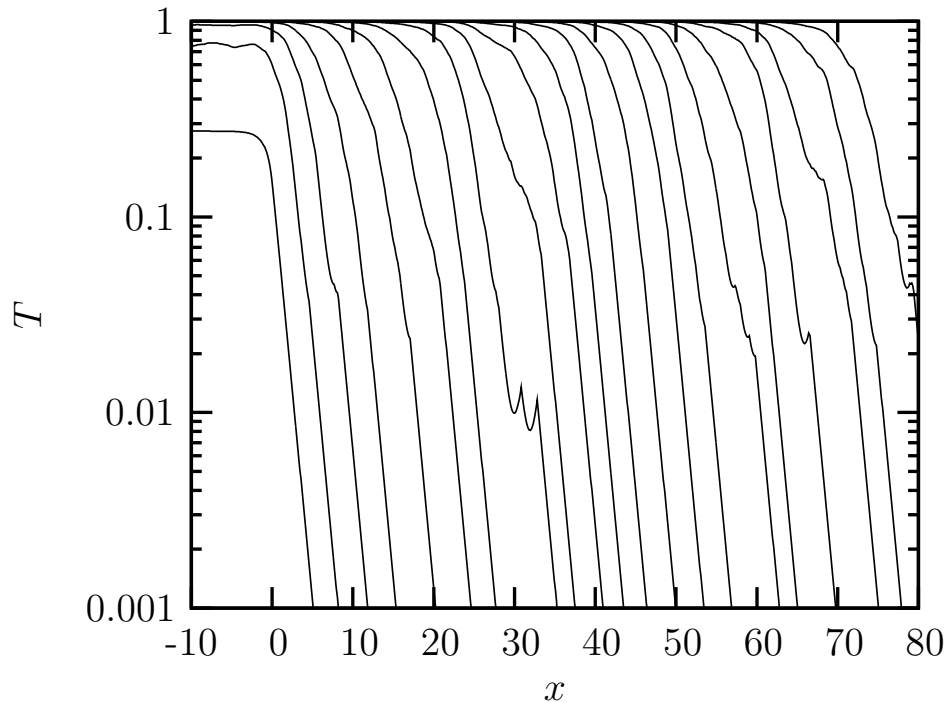
$$\lambda_s \simeq \frac{\chi(\gamma_s)}{\gamma_s} - \frac{\pi^2 \gamma_s \chi''(\gamma_s)}{2 \ln^2 \tau} = 3\sqrt{3} - \frac{9\sqrt{3} \pi^2}{2 \ln^2 \tau} \quad \text{para} \quad \ln^2 \tau \gg 1 \quad (19)$$

- As frentes individuais exibem **escalamento geométrico** em  $\Delta x_g \simeq (1/\gamma_s) \ln(1/\tau)$
- Média  $\langle t(x) \rangle_Y \rightarrow$  escalamento geométrico desaparece e dá lugar, para valores suficientemente grandes de  $Y$ , ao **escalamento difusivo**

$$\langle t(x) \rangle_Y \simeq \frac{1}{2} \text{Erfc} \left[ \frac{x - \langle x_s \rangle}{\sqrt{2 D_{\text{diff}} Y}} \right], \quad (20)$$

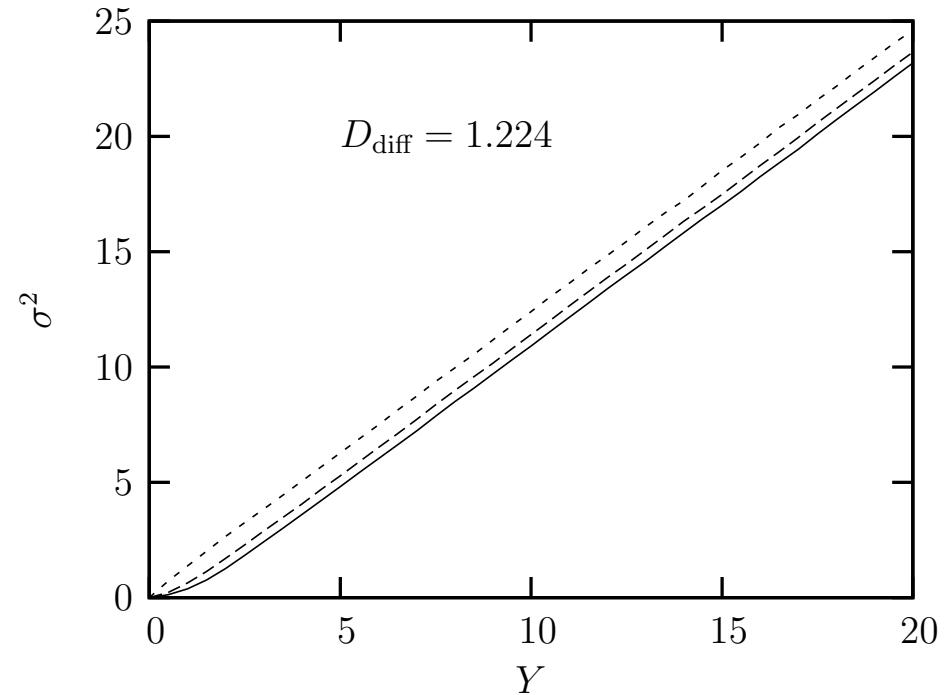
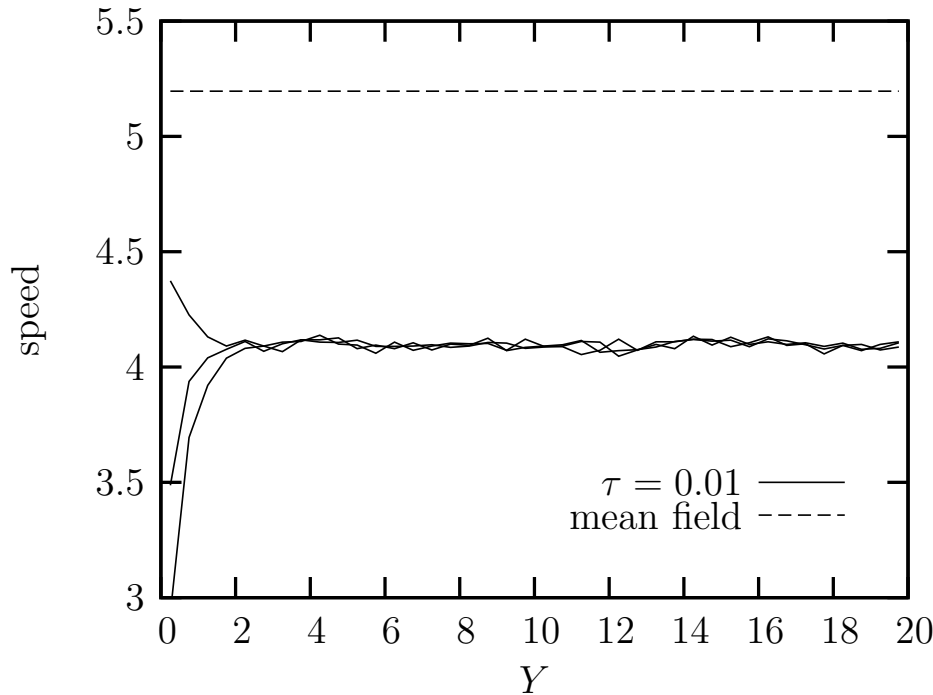
- A aproximação de escalamento difusivo é válida quando  $D_f Y \gg 1$  e em uma região grande em torno da linha de saturação (média),  $|x - \langle x_s \rangle| \ll \gamma_s D_f Y / 2$

# Resultados numéricos (I)



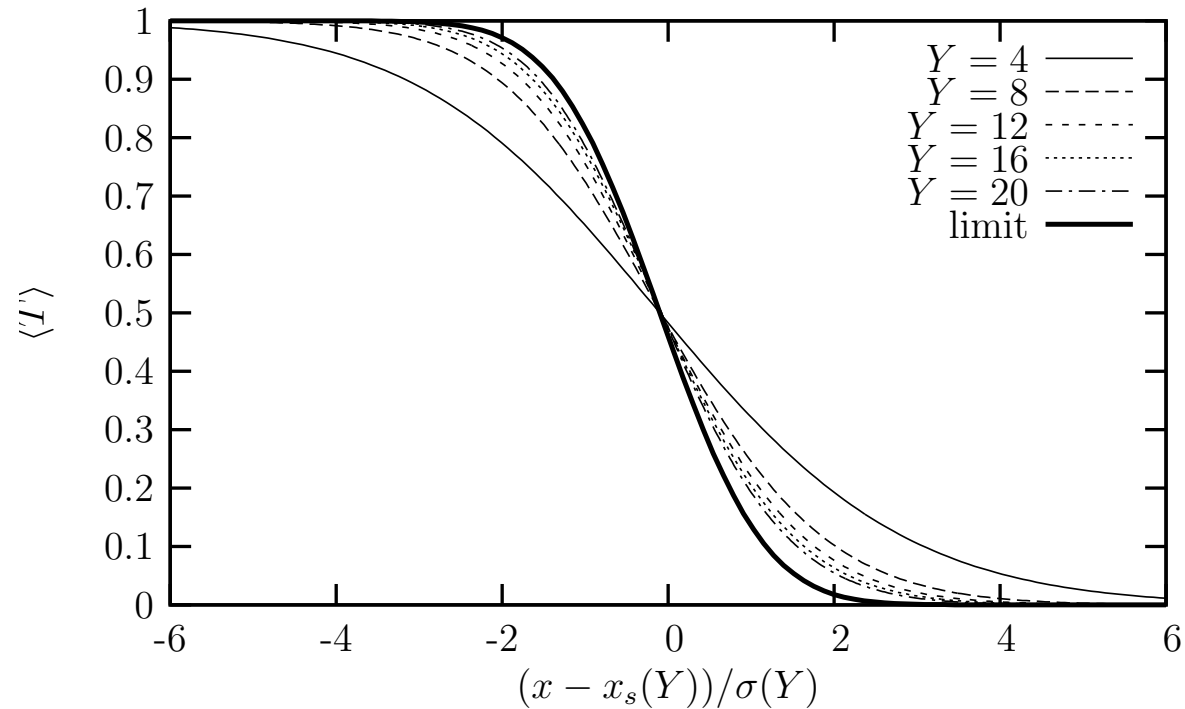
- À esquerda: Evolução da amplitude de espalhamento para um evento: formação de uma frente viajante
- À direita: Amplitude para 10 eventos (linhas tracejadas) e amplitude média (linha sólida) para  $Y = 5, 12.5, 20$ :
  - Flutuações levam a uma dispersão crescente na posição das frentes

# Resultados numéricos (II)



- Estatística da posição da frente (ou 'escala de saturação')  $x_s$ :
- À esquerda: Velocidade média da frente viajante
- À direita: Dispersão na posição das frentes  $\sigma^2 = \langle x_s^2 \rangle - \langle x_s \rangle^2$ 
  - Bom ajuste através de crescimento linear,  $\sigma^2 \simeq D_{\text{diff}} Y$  com  $D_{\text{diff}} = 1.224$

# Resultados numéricos (III)



- Amplitude média como uma função da variável de escalamento difusivo
- Convergência para a curva assintótica esperada quando  $Y$  cresce

$$\langle t(x) \rangle_Y \simeq \frac{1}{2} \operatorname{Erfc} \left[ \frac{x - \langle x_s \rangle}{\sqrt{2D_{\text{diff}}Y}} \right]$$

- Escalamento difusivo satisfeito pelo modelo

# Conclusões e perspectivas

- O modelo é consistente com princípios físicos gerais válidos na QCD: invariância de boosts, espalhamento múltiplo e evolução através da emissão de uma partícula adicional por unidade de rapidez
- Exibe um mecanismo de saturação similar à saturação gluônica
- O modelo parece estar na classe de universalidade do processo de reação-difusão, como também esperado em QCD, e exibe todas as características qualitativas esperadas na QCD em parâmetro de impacto fixo
- O modelo é suficientemente simples para permitir investigações numéricas detalhadas
- As equações de evolução para as amplitudes aparecem como uma generalização natural das equações de Balitsky–JIMWLK, com o projétil e o alvo tratados *simetricamente*
- Os aspectos estruturais do modelo já inspiram novas pesquisas na QCD, tanto na teoria quanto na fenomenologia
- Aplicações do modelo unidimensional para o estudo de processos difrativos, realizada no formalismo da QCD por [\[Hatta et al, 2006\]](#): DDIS
- Trabalho em andamento