Primeira lista de exercícios de Física Experimental I-A, FIS01257

Roberto da Sílva, Agenor Heintz, Magno Machado, Mendeli Vainstein, Mario Baibich
Instituto de Física, UFRGS

April 5, 2016

Questão 1 : Considere que um estudante (incauto) ao tentar estimar o valor de π utilizando um cano de PVC, com uma única medida, encontrou para o diâmetro e o comprimento utilizando respetivamente paquímetro (menor divisão 0.05 mm) e régua (menor divisão 1 mm) os valores $d = 6.3234$ cm e $c = 20.038$ cm

a) Sabendo que os instrumentos não possuem tal precisão, corrija o estudante representando as medidas com o correto número de dígitos significativos;

b) Calcule o valor de π estimado com base nestas duas grandezas com respectiva incerteza

Obs: Para calcular incerteza utilize o método dos valores máximo e mínimo baseados de acordo com as respectivas incertezas dos instrumentos de medida.

c) Calcule o erro relativo da sua medida em percentagem uma vez que neste caso você conhece o valor verdadeiro de π

$$\varepsilon = \frac{\pi_{est} - \pi_{exato}}{\pi_{exato}}$$

obs: Utilize $\pi_{exato} = 3.14159$

Questão 2 : Explique de forma suscinta a diferença entre exatidão e precisão. Dê um exemplo.

Questão 3: Explique com suas próprias palavras a diferença entre incerteza do tipo A e do tipo B. Dê exemplos

Questão 4: Considere que um aluno realizou algumas medições de comprimento, obtendo os seguintes resultados:

(a) $(39,5 \pm 0,5)$ mm
(b) $(1,05 \pm 0,005)$ mm
(c) $(112,0 \pm 0,5)$ mm
(d) $(19,50 \pm 0,5)$mm

Quais não estão expressas com a devida quantidade de algarismos significativos?

Questão 5

No experimento binomial em sala, um professor possui resultado de $N_{pop} = 20000$ jogadas de $n = 8$ dados, anotando os 20000 números de sucessos: i_1, i_2, ...,$i_{N_{pop}}$. O resultado estes experimentos são mostrados na tabela abaixo

i	N_i	F_i	$i \cdot F_i$	$i^2 \cdot F_i$
0	4691			
1	7536			
2	5104			
3	2044			
4	534			
5	83			
6	7			
7	1			
8	0			
Soma	2000	1		

Com estes dados em mãos complete a soma acima e calcule:

a) Faça um histograma destes dados

b) Calcule a média. Para isso lembre-se que ao invés de você fazer

$$\langle i \rangle_{\text{exp}} = \frac{i_1 + i_2 + ... + i_{N_{pop}}}{N_{pop}}$$

você usa os dados agrupados pela tabela acima e então é bastante conveniente calcular utilizando a fórmula:

$$\langle i \rangle_{\text{exp}} = \sum_{i=0}^{n} iF_i$$

onde para o nosso caso $n = 8$.

c) Calcule o desvio padrão experimental dessa imensa amostra. Para isso você poderia calcular:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{(N_{pop} - 1)} \sum_{k=0}^{N_{pop}} (i_k - \langle i \rangle_{\text{exp}})^2}$$

Mas isso é muito complicado para todos os $N_{pop} = 20000$ pontos. A melhor alternativa seria utilizar novamente os dados agrupados. Assim:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{N}{(N_{pop} - 1)} \left(\sum_{i=0}^{n} i^2 F_i - \langle i \rangle_{\text{exp}}^2 \right)}$$

e com os dados da tabela você pode facilmente calcular esse resultado.

d) Contudo este professor obteve estes dados de uma maneira muito peculiar, um conjunto de 1000 alunos, realizaram $N = 20$ vezes o experimento de lançar esses dados e eles tinham então cada um a sua média, que podemos chamar de $\overline{i_1}$, $\overline{i_2}$, ...,$\overline{i_{1000}}$ o professor então calculou o desvio padrão dessas médias, tratando-as como se fossem pontos em uma amostra, isto é:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{(1000-1)}\sum_{k=0}^{1000}(\overline{i_k} - \langle i \rangle_{\text{exp}})^2}$$

onde claro $\langle i \rangle_{\text{exp}} = (\overline{i_1}+ \overline{i_2}+...+\overline{i_{1000}})/1000$ que deve (obviamente) dar o mesmo resultado que você obteve no item b) e ele chegou em: $\sigma_m = 0.2364306328....$ Este resultado é parecido com o que você obteve em d)? Compare este resultado com $\sigma_e/\sqrt{N}$. Justifique o que você está observado.

e) Não contente o professor partiu para fazer os histrogramas destes valores médios. Para isso ele estabeleceu o maior valor médio obtido $\overline{i_{\max}} = 2$ e também o menor $\overline{i_{\min}} = 0.7$. Escolhendo um espaçamento de $\Delta x = 0.12$. Assim partindo ele contou quantos valores médios estavam no intervalo $[0.60, 072)$, representado pelo posição central do intervalo $x_1 = 0.66$, depois ele contou quantos valores médios estavam no intervalo $[0, 72, 0, 84)$, representado pela posição central do intervalo $x_2 = 0.78$ e assim sucessivamente. As contagens proporcionaram a seguinte tabela:

x_i	$N(x_i)$	$f(x_i)$
0.66	3	
0.78	10	
0.90	44	
1.02	86	
1.14	175	
1.26	206	
1.38	149	
1.50	180	
1.62	73	
1.74	38	
1.86	28	
1.98	8	

Complete a tabela acima e faça um histograma com esses dados. Neste caso

$$f(x_i) = \frac{N(x_i)}{N \cdot \Delta x} \tag{1}$$

que é o que se chama de uma função densidade de probabilidade quando imaginamos $f(x)$ como uma distribuição continua. Pensada desta forma podemos dizer que para o experimento dos dados:

$$\int_{y}^{y+\Delta y} f(x)dx$$

representa a probabilidade de que o número médio de sucessos ocorra entre y e $y+\Delta y$, onde o simbolo acima utilizado serve para denotar que a área embaixo da curva $f(x)$ no intervalo entre y e $y+\Delta y$. Naturamente se Δy é muito pequeno $f(y)\Delta y$ é esta probabilidade. Natuaralmente no limite de $\Delta x \to 0$, na eq. 1 temos que $f(x)$ converge para o que se conhece como uma função densidade de probabilidade $P(x)$ tal que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(x)dx = 1$$

Após realizar um histograma compare os seus valores de $f(x_i)$ com os valores da função:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_m^2}} \exp \frac{(x - \langle i \rangle_{\text{exp}})^2}{2\sigma_m^2}$$

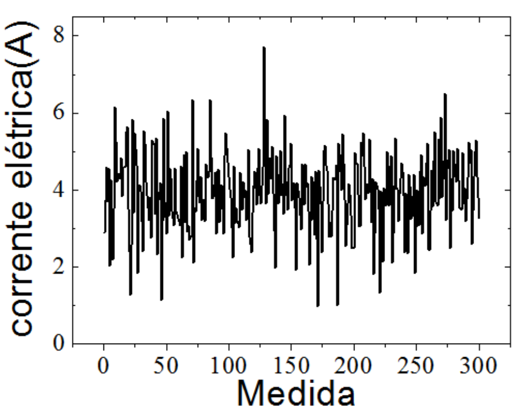
f) Discuta esse resultado.

g) O que aconteceria se N não fosse um número razoavelmente grande?

g) Suponhamos que um aluno gostaria de construir intervalos cuja probabilidade de uma média ao acaso construida com $N = 20$ resultados pertecer a este invervalo fosse de aproximadamente $68,2\%$, $95,5\%$ e $99,7\%$. Você conseguiria descrever tais intervalos, conhecidos como intervalos de confiança?

Questão 5

O gráfico a seguir mostra 300 medidas de corrente elétrica ruidosa de um dispositivo hipotético.



Os 300 resultados foram agrupados da seguinte forma:

Intervalo de classe para as medidas de corrente	Ponto médio para o intervalo de classe (I)	f	$f \cdot I$	$f \cdot I^2$
$[0,75; 2,25]$	1,5	5		
$[2,25; 3,75]$	3,0	43		
$[3,75; 5,25]$	4,5	159		
$[5,25; 6,75]$	6,0	87		
$[6,75; 8,25]$	7,5	5		
$[8,25; 9,75]$	9,0	1		

Desta forma pede-se:

a) (1,25) Construa um histograma com os dados da tabela.

b) (2,25) Calcule o valor médio e o desvio padrão da corrente (para facilitar seus cálculos, preencha as colunas 4 e 5 da tabela acima).

c) (1,00) Determine o desvio padrão da média.

d) (0,50) Calcule os intervalo de confiança que comprende que 68% das medidas aproximadamente deve estar neste intervalo.

Questão 6

Um sujeito deseja obter o periodo de um pêndulo simples no regime de pequenas oscilações e ele mediu o comprimento do fio do pêndulo com uma régua graduada em milimetros executando uma única medida, o que resultou em $l = 50$ mm. Sabemos que a fórmula do periodo de um pêndulo simples é dada por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

O mesmo sujeito possui uma medida da aceleração da gravidade dada por outro experimento de acordo com $g = (9.8 \pm 0.1)m/s^2$. Desta forma pergunta-se

a) (1,0) Qual é a incerteza na medida do comprimento do pêndulo não considerando as aproximações já inerentes ao problema?

b) (1,0) Que tipo de incerteza ela é?

c) (1,0) Dado as incertezas em l e em g que denotamos por δ_l e δ_g, usando o método simplificado para o cálculo do erro propagado, calcule $T_{\max}$ e $T_{\min}$ e determine a incerteza em T, δT.

d) (1,0) Calcule a percentagem de que δT corresponde em relação ao valor calculado de T.

e) (1,0) Uma vez que a fórmula exata para a propagação de erros que usa derivada é dada por:

$$\sigma_T = \pi\sqrt{\frac{1}{l \cdot g}\delta_l^2 + \frac{l}{g^3}\delta_g^2},$$

calcule σ_T e compare com a δT. Você diria que δT é uma medida mais ou menos conservadora do que σ_T.