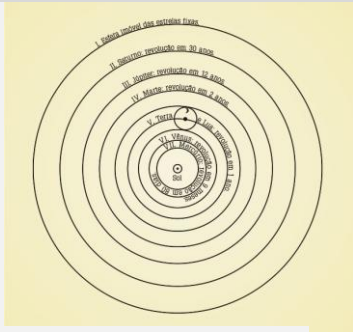


Diagrama mostrando a ordem das "esferas celestes" no modelo heliocêntrico de Copérnico, conforme publicado no seu livro *De revolutionibus* em 1543.

Introdução

Assim como o Sol e a Lua, os planetas parecem se mover entre as constelações do zodíaco. Entretanto, enquanto o Sol e a Lua se movem sempre para leste em relação às estrelas, os planetas de vez em quando reverterem seu movimento, passando a andar para oeste por algum tempo antes de retomar o sentido inicial. A explicação desses "laços" executados pelos planetas constituiu um dos maiores desafios para os astrônomos da antiguidade e da idade média, que consideravam a Terra parada no centro do Universo. A compreensão do fenômeno só foi possível com uma mudança de paradigma, proposta por Copérnico no início do século XVI: o Sol, e não a Terra, ocupa o centro do sistema solar. Nesta aula vamos discutir alguns dos conhecimentos estabelecidos por Copérnico sobre o movimento dos planetas usando o seu modelo heliocêntrico.



Objetivos

- Explicar o que é o movimento retrógrado dos planetas e como ele é justificado nos modelos geocêntricos e heliocêntrico;
- explicar as diferenças e similaridades entre esses dois modelos;
- entender o que é elongação de um planeta e definir as configurações planetárias em termos de elongação;
- entender a diferença entre período sinódico e sideral e usar a relação entre eles na solução de problemas;
- aplicar o método de Copérnico para calcular as distâncias dos planetas.

Por que Copérnico “propôs” o sistema heliocêntrico?

Movimento dos Planetas

Os planetas estão muito mais próximos de nós do que as estrelas, de forma que eles parecem se mover, ao longo do ano, entre as estrelas de fundo. Esse movimento se faz, geralmente, de oeste para leste (não confundir com o movimento diurno, que é sempre de leste para oeste!), mas em certas épocas o movimento muda, passando a ser de leste para oeste. Esse movimento retrógrado (Fig. 05.01) pode durar vários meses (dependendo do planeta), até que fica mais lento e o planeta reverte novamente o sentido do seu movimento, retomando o movimento normal. O movimento observado de cada planeta é uma combinação do movimento do planeta em torno do Sol com o movimento da Terra em torno do Sol, e é simples de explicar quando sabemos que a Terra está em movimento, mas fica muito difícil de descrever num sistema em que a Terra esteja parada.



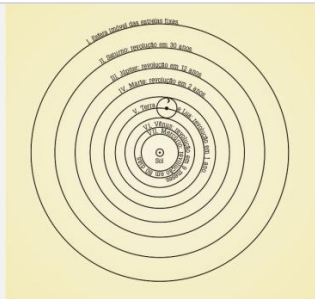
Figura 05.01: Movimento aparente dos planetas simulado em um planetário. Os “laços” formados se devem ao movimento retrógrado.

Movimento anual dos planetas:

Direto: de oeste para leste

Retrógrado: de leste para oeste.

Clique [aqui](#) para ver uma montagem do movimento retrógrado de Marte.



O modelo geocêntrico

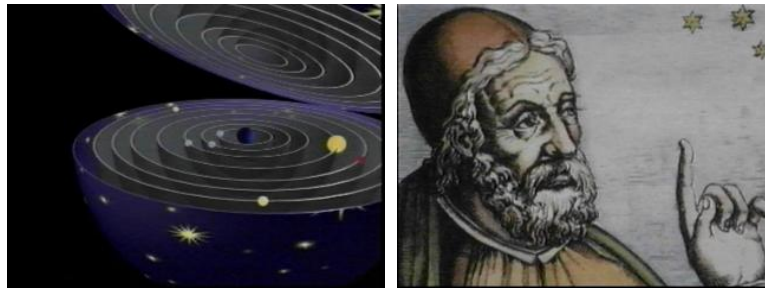


Figura 05.02: À esquerda modelo geocêntrico proposto por Cláudio Ptolomeu (à direita).

Sistema ptolomaico:

Modelo cosmológico geocêntrico aperfeiçoado por Ptolomeu. Tinha como objetivo prever a posição dos planetas.

Apesar da dificuldade de compreender e explicar o movimento observado dos planetas do ponto de vista geocêntrico (a Terra no centro do Universo), o geocentrismo foi uma ideia dominante na Astronomia durante toda a Antiguidade e a Idade Média. O sistema geocêntrico também é conhecido como sistema ptolomaico, pois foi **Cláudio Ptolomeu** (Fig. 05.02), o último dos grandes astrônomos gregos (150 d.C.), quem construiu o modelo geocêntrico mais completo e eficiente. Ptolomeu explicou o movimento dos planetas através de uma combinação de círculos (Figura 05.03): o planeta se move ao longo de um pequeno círculo chamado **epiciclo**, cujo centro se move em um círculo maior chamado **deferente**. A Terra fica numa posição um pouco afastada do centro do deferente (portanto o deferente é um círculo excêntrico em relação à Terra). Para dar conta do movimento não uniforme dos planetas, Ptolomeu introduziu ainda o **equante**, que é um ponto ao lado do centro do deferente oposto à posição da Terra, em relação ao qual o centro do epiciclo se move a uma taxa uniforme.

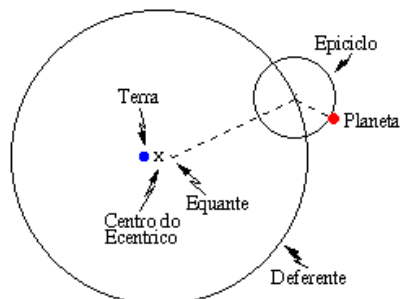


Figura 05.03: Esquema explicativo do sistema ptolomaico, em que o planeta se move ao longo de um pequeno círculo chamado **epiciclo**, cujo centro se move em um círculo maior chamado **deferente**. **Equante** é um ponto ao lado do centro do deferente oposto à posição da Terra, em relação ao qual o centro do epiciclo se move a uma taxa uniforme.

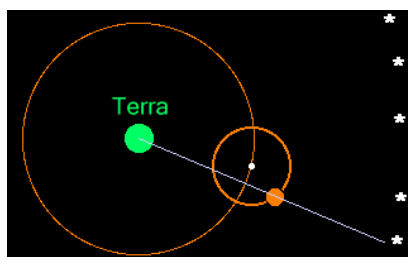
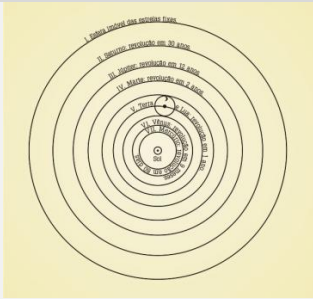


Figura 05.04: Simulação do movimento retrógrado no sistema geocêntrico (coloque o cursor sobre a figura para aparecer o link para a simulação).
Fonte: <http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/retrograde/arisotle.html>.

O objetivo de Ptolomeu era produzir um modelo que permitisse prever a posição dos planetas de forma correta, e nesse ponto ele foi razoavelmente bem sucedido. Por essa razão esse modelo continuou sendo usado sem mudança



Sistema Copernicano:

Sistema heliocêntrico proposto por Copérnico: os planetas orbitam o Sol em órbitas circulares; a velocidade orbital decresce com o aumento do raio da órbita.

substancial por 1300 anos, até o século XV, quando lentamente começou a ser substituído pelo modelo heliocêntrico de Copérnico.

O Modelo Heliocêntrico

A ideia de que a Terra orbita o Sol já havia sido sugerida, embora sem aceitação, pelo astrônomo grego Aristarco em 260 AC. 18 séculos depois, a hipótese heliocêntrica foi reavivada e desenvolvida pelo astrônomo e matemático polonês **Nicolau Copérnico** (1473-1543). Nessa época, as tabelas dos movimentos planetários baseados no modelo ptolomaico já estavam altamente defasadas, o que levou Copérnico a propor um sistema que explicasse de maneira mais simples esses movimentos. A teoria heliocêntrica de Copérnico foi descrita em seu livro **De Revolutionibus**, publicado em 1543, o mesmo ano em que morreu.



Figura 05.05: **Nicolau Copérnico** (1473-1543).

O conceito mais importante da teoria de Copérnico é que a Terra é apenas um dos seis planetas (então conhecidos) girando em torno do Sol. Com isso, ele troca as posições da Terra e do Sol no universo, colocando os planetas nas suas corretas ordens de distância ao Sol: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno (Urano, Netuno e o planeta anão Plutão foram descobertos depois).

Copérnico deduziu que quanto mais perto do Sol está o planeta, maior é sua velocidade orbital. Dessa forma, o movimento retrógrado dos planetas foi facilmente explicado sem necessidade de epiciclos: quando a Terra "ultrapassa" um planeta mais distante, que tem menor velocidade orbital, ele parece "andar para trás". As figuras 05.06 e 05.07 demonstram esse efeito para o caso de um planeta com órbita externa à da Terra, e a Fig. 05.08 mostra o caso de um planeta com órbita interna à da Terra.

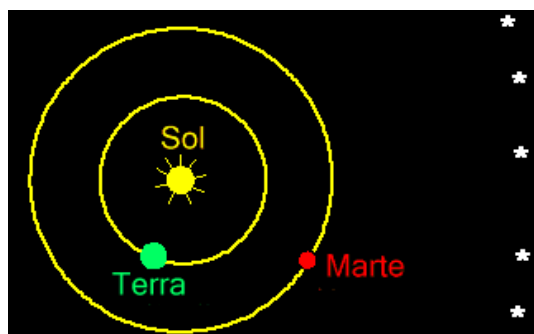


Figura 05.06: Simulação do movimento retrógrado no sistema heliocêntrico (coloque o cursor sobre a figura para aparecer o link para a simulação).

Fonte: <http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/retrograde/copernican.html>

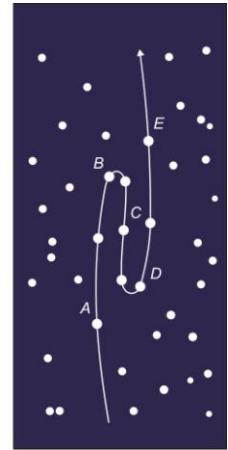
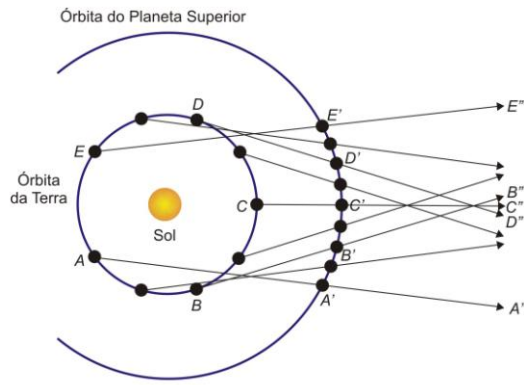
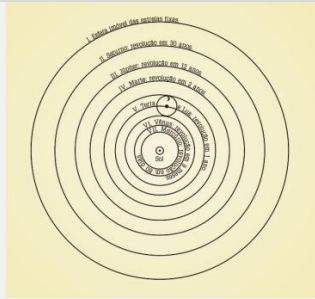


Figura 05.07: Movimento retrógrado de um planeta com órbita externa à da Terra. À esquerda: posições reais do planeta e da Terra nas respectivas órbitas; à direita: posições aparentes do planeta externo como visto da Terra.

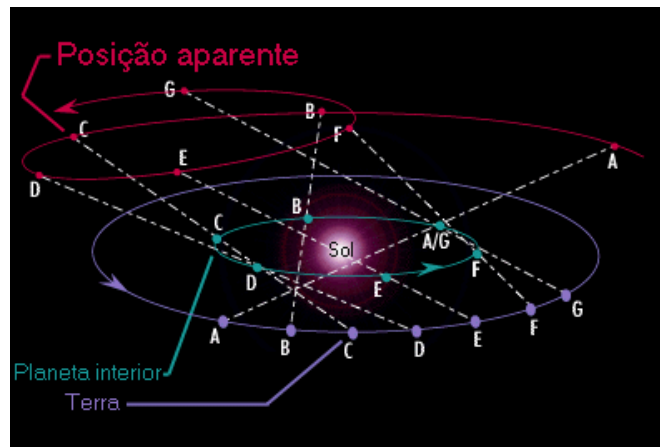


Figura 05.08: Movimento aparente de um planeta com órbita interna à da Terra. Em baixo: posições reais do planeta interior (órbita azul) e da Terra (órbita lilás); em cima, em vermelho: posições aparentes do planeta interior como visto da Terra.

Copérnico manteve a antiga crença de que as órbitas dos planetas eram circulares, o que o impediu de conseguir calcular corretamente as posições futuras dos planetas. No entanto, mesmo apesar da forma levemente incorreta das órbitas, Copérnico conseguiu resultados muito importantes com seu modelo, como a *determinação dos períodos dos planetas* e a *determinação de suas distâncias ao Sol relativas à distância Terra-Sol*. Os conceitos que vemos a seguir são necessários para entender como essas determinações foram feitas.

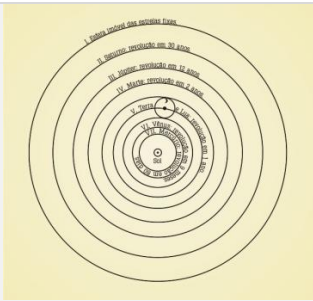
Classificação dos planetas em ordem de distância ao Sol

Planetas inferiores:

São os planetas que estão mais próximos do Sol do que a Terra, ou seja, Mercúrio e Vênus. Esses planetas, tendo órbitas menores do que a órbita da Terra, estão sempre muito próximos do Sol, alcançando o máximo afastamento angular em relação ao Sol de 28° , no caso de Mercúrio, e 48° , no caso de Vênus. Por essa razão eles só são visíveis ao anoitecer, logo após o pôr do Sol (astro vespertino), ou ao amanhecer, logo antes do nascer do Sol (astro matutino).

Planetas inferiores:

Apresentam órbitas menores que a da Terra:
Mercúrio e Vênus.



Planetas superiores:

Apresentam órbitas maiores que a da Terra:
Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Netuno e Plutão (o planeta anão).

Planetas superiores:

São os planetas que têm órbitas maiores do que a da Terra (Fig. 05.09), pois estão mais distantes do Sol. Vistos da Terra, sua distância angular ao Sol varia entre 0° e 180° , podendo ser observados no meio da noite.

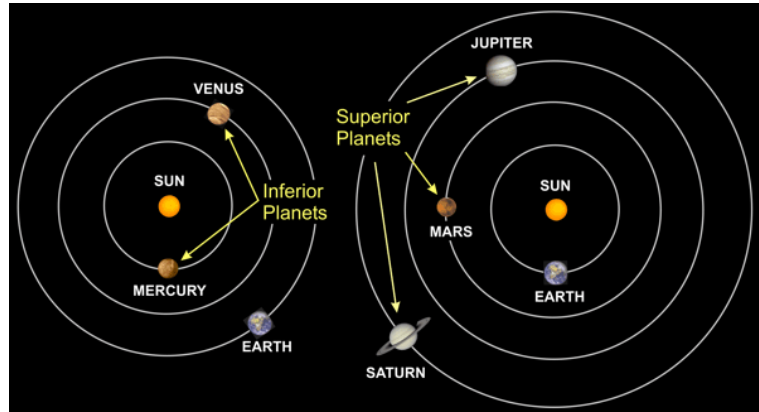


Figura 05.09: Planetas inferiores e planetas superiores.
Fonte: <http://astro.unl.edu/naap/ssm/modeling2.html>

Configurações planetárias

Para definir as configurações dos planetas, que são as posições características dos planetas em suas órbitas, vistas da Terra, vamos antes definir elongação:

elongação (e): distância angular do planeta ao Sol, vista da Terra.

Elongação:

distância angular entre o planeta e o Sol como vista da Terra.

ou

ângulo entre as linhas de visada ao Sol e ao planeta.

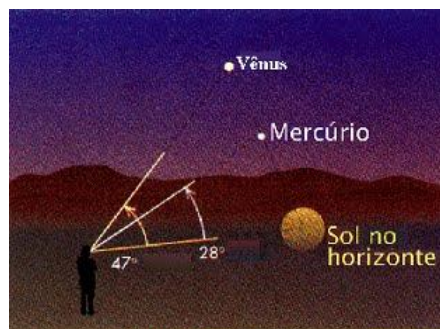
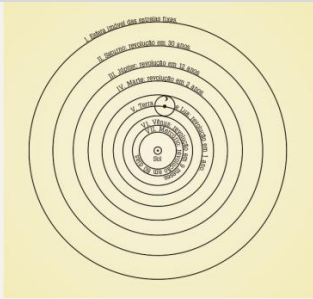


Figura 05.10: Representação artística de Mercúrio e Vênus vistos ao pôr do Sol, com elongações de 28° e 47° , respectivamente.
(Fonte: <http://astro.if.ufrgs.br/pl/node4.htm>).

Configurações de um planeta inferior

- conjunção inferior: o planeta está na mesma direção do Sol ($e = 0$), e entre a Terra e o Sol. O planeta nasce e se põe junto com o Sol.
- conjunção superior: o planeta está na mesma direção do Sol ($e = 0$), e mais longe da Terra do que o Sol. O planeta nasce e se põe junto com o Sol.
- máxima elongação ocidental: o planeta está a oeste do Sol, nascendo e se pondo antes do Sol. É visível antes do sol nascer, no lado leste.
- máxima elongação oriental: planeta está a leste do Sol, nascendo e se pondo depois do Sol. É visível ao anoitecer, no lado oeste.



A Fig. 05.11 ilustra as principais configurações de um planeta inferior.

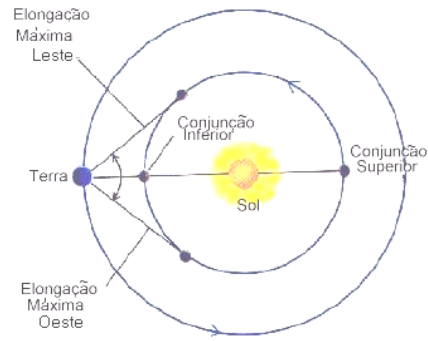


Figura 05.11: Posições relativas Sol-Terra-planeta nas quatro configurações principais de um planeta inferior.

As elongações máximas (e_m) de Mercúrio e de Vênus são:

$$e_m (\text{Mercúrio}) = 28^\circ; e_m (\text{Vênus}) = 48^\circ;$$

Configurações de um planeta superior

- conjunção: o planeta está na mesma direção do Sol ($e = 0$), e mais longe da Terra do que o Sol.
- oposição: o planeta está na direção oposta ao Sol ($e = 180^\circ$). O planeta está no céu durante toda a noite.
- quadratura ocidental: ($e = 90^\circ$). O planeta está 6 h a oeste do Sol.
- quadratura oriental: ($e = 90^\circ$). O planeta está 6 h a leste do Sol.

A Fig. 05.12 ilustra as principais configurações de um planeta superior.

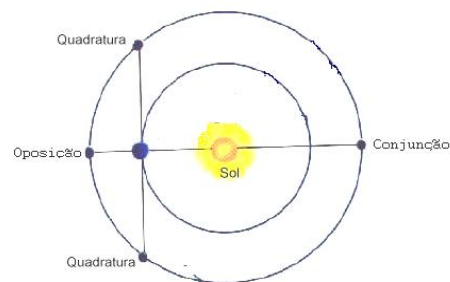


Figura 05.12: Posições relativas Sol-Terra-planeta nas quatro configurações principais de um planeta superior.

Período sinódico (S):

Período orbital aparente do planeta, tomando como referência a Terra: é o tempo entre duas configurações iguais consecutivas.

Período sideral (P):

Período orbital verdadeiro do planeta, tomando como referência uma estrela fixa: é o tempo para dar uma volta de 360° em torno do Sol.

Período Sinódico e Sideral dos Planetas

Período sinódico (S)

É o intervalo de tempo decorrido entre duas configurações iguais consecutivas. É o período de translação aparente do planeta, em relação à Terra.

Período sideral (P)

É o período real de translação do planeta em torno do Sol, em relação a uma estrela fixa.

Uma simulação de movimento orbital de dois planetas é referida na Fig. 05.13.

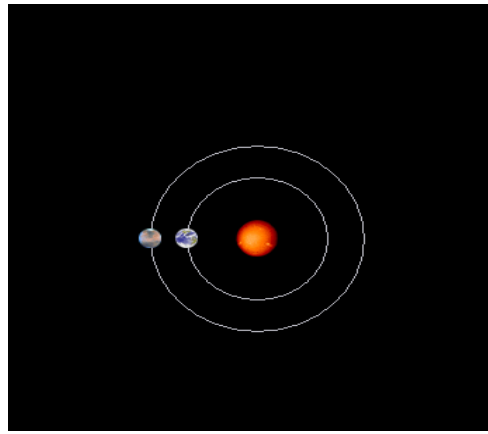
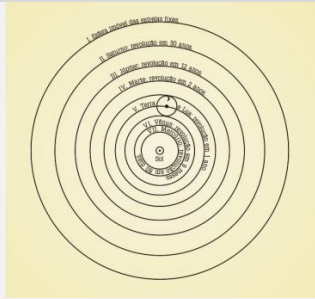


Figura 05.13: Representação artística das órbitas da Terra e de Marte, fora de escala. Coloque o cursor sobre a figura para mostrar o link para uma simulação do movimento orbital dos dois planetas, permitindo ver a diferença entre período sinódico e sideral.

Relação entre os dois períodos

Para achar a relação entre o período sinódico e o período sideral de dois planetas, vamos chamar de P_i o período sideral do planeta com órbita interna, e de P_e o período sideral do planeta com órbita externa. S é o período sinódico, que é o mesmo para os dois.

O planeta mais interno, movendo-se $\frac{360^\circ}{P_i}$ por dia, viaja mais rápido do que o planeta externo, que se move a $\frac{360^\circ}{P_e}$ por dia. Após um dia, o planeta interno terá feito um avanço de $\frac{360^\circ}{P_i} - \frac{360^\circ}{P_e}$ em relação ao planeta externo. Em

um período sinódico (S), esse avanço será igual a $\frac{360^\circ}{S}$

O esquema apresentado na Fig. 05.14 explica porque isso acontece.

Em um período sinódico de dois planetas, o planeta mais interno sempre dá **uma volta a mais** em torno do Sol do que o planeta mais externo.

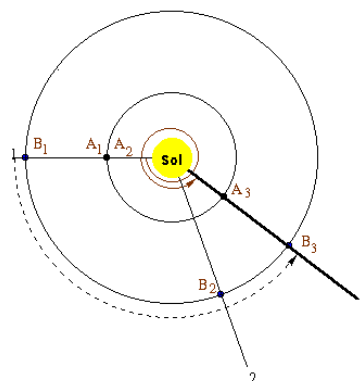
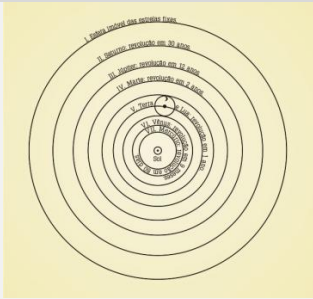


Figura 05.14. Dois planetas, A e B, com A movendo-se mais rápido por estar numa órbita menor. Nas posições A1 e B1, o planeta A passa entre o planeta B e o Sol, logo o planeta B está em oposição visto do planeta A e o planeta A está em conjunção inferior se visto do planeta B. Quando A completou uma revolução em torno do Sol e retornou à mesma posição (A2), B se moveu para a posição B2, e A só alcançará B novamente quando os planetas estão nas posições A3 e B3. Nesse ponto, completou-se um período sinódico entre os planetas, com o planeta A tendo dado uma volta completa (360 graus) a mais do que o planeta B.



Portanto:

$$\frac{360^\circ}{S} = \left(\frac{360^\circ}{P_i} - \frac{360^\circ}{P_e} \right),$$

ou:

$$\frac{1}{S} = \left(\frac{1}{P_i} - \frac{1}{P_e} \right).$$

Exemplos:

1. Marte leva 780 dias para ficar em oposição duas vezes consecutivas (período sinódico $S=780$ dias), qual é o período sideral orbital (P_e) de Marte?

Usamos a relação :

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P_i} - \frac{1}{P_e},$$

identificando que, neste caso, a Terra é o planeta interno, Marte é o planeta externo, temos:

$$P_i = 1 \text{ ano};$$

$$S = 780 \text{ dias} / 365,25 (\text{dias} / \text{ano}) = 2,14 \text{ anos},$$

substituindo esses valores na relação:

$$\frac{1}{P_e} = \frac{1}{P_i} - \frac{1}{S},$$

obtém-se, $P_e = 1,87 \text{ anos} = 687 \text{ dias}$.

2. Sabendo-se que Vênus leva 583,93 dias para aparecer duas vezes seguidas em máxima elongação leste (quando se põe 3 h depois do Sol), qual seu período sideral orbital?

Usamos a relação:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P_i} - \frac{1}{P_e},$$

identificando que, neste caso, a Terra é o planeta externo, e Vênus o planeta interno, e que o tempo entre duas elongações máximas a leste é o período sinódico de Vênus, temos:

$$P_e = 365,25 \text{ dias e } S = 583,93 \text{ dias},$$

o período sideral de Vênus é calculado substituindo esses valores na relação:

$$\frac{1}{P_i} = \frac{1}{P_e} + \frac{1}{S},$$

obtendo-se $P_i = 224,7 \text{ dias}$.

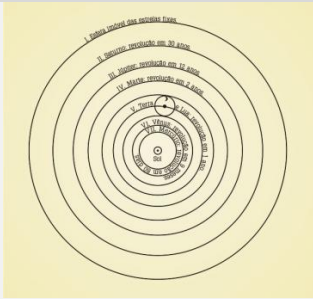
Distâncias dentro do Sistema Solar

Copérnico determinou as distâncias dentro do sistema solar em termos da distância Terra-Sol, ou seja, em unidades astronômicas (UA).

Lembre-se:

O **período sinódico (S)** é o tempo entre as duas configurações iguais consecutivas.

O **período sideral (P)** é o tempo que o planeta leva para completar uma órbita, tomando como referência uma estrela fixa.



1 UA (unidade astronômica):

1 UA = Distância média Terra-Sol
 $\approx 150\,000\,000\text{ km}$.

Distâncias dos planetas inferiores

Quando o planeta inferior está em máxima elongação (e_m), a linha que une a Terra ao planeta tangencia a órbita do planeta, de maneira que o ângulo com vértice no planeta, será 90° . Então nessa situação Sol, Terra e planeta formam um triângulo retângulo (Fig. 05.15).

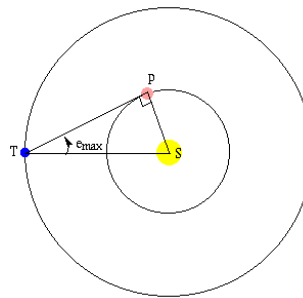


Figura 05.15: Geometria do sistema Terra (T) - Sol (S) - planeta (P) para a máxima elongação do planeta. O ângulo com vértice no planeta é 90° .

A distância (d) do planeta ao Sol será:

$$\text{sen } e_m = \frac{d_{(\text{Planeta-Sol})}}{d_{(\text{Terra-Sol})}}$$

Portanto:

$$d_{(\text{Planeta-Sol})} = \text{sen } e_m \times 1\text{UA.}$$

No caso de Mercúrio,

$$d(\text{Sol-Mercúrio}) = \text{sen } 28^\circ \times 1\text{ UA} = 0,46\text{ UA.}$$

Devido à alta excentricidade da órbita de Mercúrio (0,206), a elongação máxima varia de 23° a 28° , e a distância de 0,39 UA a 0,46 UA.

Distâncias dos planetas superiores

Observando Marte, Copérnico viu que o intervalo de tempo decorrido entre uma oposição e uma quadratura (Fig. 05.16) é de 106 dias. Nesse período de 106 dias, a Terra percorre uma distância angular de $ESE'=104^\circ$ (pois em 365 dias ela percorre 360° , em 106 dias ela percorre $106/365 \times 360^\circ$).

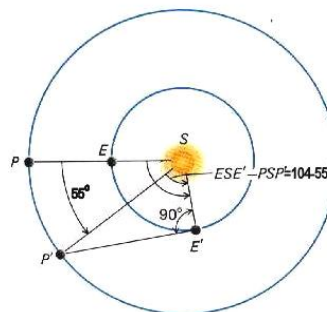
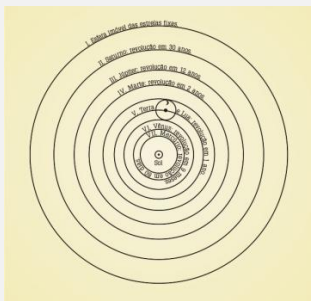


Figura 05.16: Ilustração da medida da distância dos planetas superiores.

Como o período sideral de Marte é de 687 dias, então a distância angular percorrida por Marte nesse mesmo período de 106 dias será: $PSP'=55^\circ$ (pois em 687 dias ele percorre $106/687 \times 360^\circ$).



Agora, considerando o triângulo formado pelo Sol (S), Terra (E) e Marte (P') na quadratura (SE'P' na figura 01.05.17), o ângulo entre o Sol e o planeta, visto da Terra, é 90° , e o ângulo entre Terra e Marte, visto do Sol, é $ESE'-PSP' = 104^\circ - 55^\circ = 49^\circ$.

Então a distância (d) entre Marte e Sol é:

$$d_{(\text{Sol-Marte})} = \frac{1UA}{\cos 49^\circ} = 1,52UA.$$

Tabela 05.01: Comparação entre os valores das distâncias dos planetas ao Sol, em unidades astronômicas, determinadas por Copérnico e os valores atuais.

Planeta	Copérnico	Moderno
Mercúrio	0,38	0,387
Vênus	0,72	0,723
Terra	1	1
Marte	1,52	1,52
Júpiter	5,22	5,2
Saturno	9,17	9,54

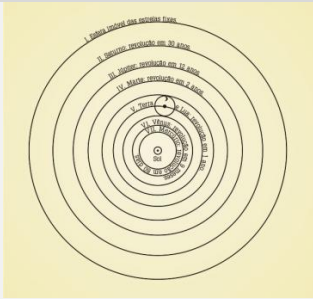
Uma relação empírica para a distância média dos planetas em torno do Sol foi proposta em 1770 por Johann Elert Bode (1747-1826) e Johann Daniel Titius (1729-1796).

$$a = \frac{n+4}{10}, \text{ com } n = 0; 3; 6; 12; 24; 48; 96; 192 \text{ e } 384.$$

Chamando de a a distância média do planeta ao Sol em UA obtemos os dados indicados na tabela 01.05.02.

Tabela 05.02.: Comparação entre as distâncias dos planetas ao Sol, em unidades astronômicas, como previstos pela Relação de Titus-Bode e os valores atuais.

Planeta	n	Lei de Titius-Bode(a)	Semi-eixo Maior
Mercúrio	0	0,40	0,39
Vênus	3	0,70	0,72
Terra	6	1,00	1,00
Marte	12	1,60	1,52
Cinturão De Asteroides	24	2,80	2,8
Júpiter	48	5,20	5,20
Saturno	96	10,0	9,54
Urano	192	19,6	19,2
Netuno	-	-	30,1
Plutão	384	38,8	39,4



Resumo

O movimento aparente de cada planeta é uma combinação do movimento do planeta em torno do Sol com o movimento da Terra em torno do Sol; o movimento direto é de oeste para leste; o **movimento retrógrado** ocorre quando o movimento passa a ser de leste para oeste).

No **modelo geocêntrico** o movimento retrógrado dos planetas superiores era explicado pela inversão do sentido do movimento do planeta ao percorrer a parte do epiciclo interior ao deferente; no **modelo heliocêntrico** essa aparente mudança de sentido do movimento do planeta é explicada pela maior velocidade orbital da Terra em relação aos planetas externos: quando a Terra "ultrapassa" um planeta externo, ele parece "andar para trás".

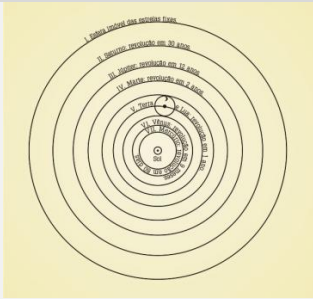
Copérnico inverteu as posições ocupadas pela Terra e pelo Sol no modelo ptolomaico, destronando a **Terra** de sua posição central no universo para colocá-la como um simples **planeta** orbitando o Sol. No entanto, manteve a ideia de que as órbitas planetárias são **círculos** perfeitos.

À medida que os planetas orbitam o Sol, da Terra vemos variar as separações angulares entre os planetas e o Sol.

Chamamos a separação angular entre um planeta e o Sol de **elongação** do planeta. Diferentes valores de elongação definem as diferentes configurações planetárias.

O período orbital de um planeta tal como observado da Terra é o período entre duas configurações iguais consecutivas, e se chama **período sinódico (S)**; o período orbital real do planeta, que é medindo tomando como referência uma estrela fixa, se chama **período sideral (P)**.

Copérnico determinou as **distâncias relativas** (em UA) dos planetas ao Sol usando relações trigonométricas simples aplicadas a configurações adequadas.



Questões de fixação

1. Sobre o movimento retrógrado dos planetas:

- a) O que é?
- b) Como Ptolomeu o explicava?
- c) Como Copérnico o explicou?

2. Em que aspectos de seu modelo Copérnico foi bem sucedido? Em que aspectos ele não teve sucesso?

3. O que é elongação e quanto vale.

a) na oposição? b) na conjunção inferior? c) na conjunção superior? d) na quadratura?

4. Quantas horas fica visível, quando está na máxima elongação:

- a) Vênus? b) Mercúrio? c) Marte? d) Júpiter?

5. Por que os planetas inferiores só são visíveis ao anoitecer ou ao amanhecer?

6. Qual a diferença entre período sinódico e sideral dos planetas?

7. Sobre a determinação das distâncias dos planetas:

a) que unidades Copérnico usava para medir as distâncias dos planetas?

b) como Copérnico determinou as distâncias de Mercúrio e de Vênus?

c) as distâncias dos planetas medidas por Copérnico foram próximas ou muito diferentes dos valores atuais?

d) você esperaria isso sabendo que ele tratava as órbitas dos planetas como circulares? Comente.

8. O intervalo entre duas oposições de um planeta foi 398,9 dias. Encontre o período sideral do planeta.

9. Em uma certa data Vênus esteve em máxima elongação a oeste do Sol, com elongação de $46,5^\circ$.

a) Nas condições desse dia, Vênus foi visível como astro matutino ou vespertino?

b) Sabendo que essa condição se repete a cada 584 dias, qual o período orbital do planeta?

c) Qual a distância de Vênus ao Sol (em UA), quando tem essa elongação?

