

**Universidade Federal do Rio Grande do Sul**  
Departamento de Física

Estudo de Gráficos da Cinemática com o *Modellus*

**ATIVIDADES<sup>1</sup>**

**Ives Solano Araújo**

**Eliane Angela Veit**

2002

---

<sup>1</sup> Trabalho parcialmente financiado pelo CNPq, FAPERGS e PROPESQ-UFRGS. Este material faz parte do trabalho de mestrado de Ives Solano Araújo, sob orientação dos professores Marco Antonio Moreira e Eliane Angela Veit.

## Aula 1 - Atividades Exploratórias<sup>2</sup>

### 1) Gposhv.mdl

Movimente horizontalmente a esfera vermelha e observe o gráfico de  $x$  versus tempo.

- a) Que tipo de trajetória a esfera vermelha descreve?
- b) Em que circunstância o gráfico  $x$  versus tempo apresenta uma reta horizontal?
- c) Descreva o movimento executado pela esfera vermelha, analisando o gráfico  $x$  versus tempo.

Movimente verticalmente a esfera azul e observe o gráfico de  $y$  em função do tempo.

- d) Observe que a trajetória da esfera azul é retilínea. Por que o gráfico  $y$  x  $t$  não é uma linha reta?
- e) Descreva o movimento executado pela esfera azul, analisando o gráfico  $y$  versus tempo.

### 2) Espiral.mdl

- a) Imagine que o Papai Noel percorre a trilha branca, mantendo o mesmo valor para o módulo da velocidade. Esboce o gráfico de  $x$  versus  $t$  e  $y$  versus  $t$ .

---

<sup>2</sup> Os modelos utilizados nestas atividades encontram-se na pasta gráficos deste CD.

- b) Execute o modelo e conduza o Papai Noel para a Saída, movendo-o sobre a trilha branca.
- c) O gráfico produzido na janela Animação se assemelha ao que você esboçou anteriormente? Como você pode obter um gráfico que reproduza a forma espiral da trilha?
  
- d) Desproteja<sup>3</sup> o modelo e crie uma nova animação (Janela => Nova animação) que possibilite a visualização da trilha seguida pelo Papai Noel.

### 3) Mov\_h1.mdl

- a) Execute o modelo e observe com atenção as grandezas e o gráfico.
- b) Descreva o movimento.
  
- c) Como varia a velocidade ao longo do tempo?
  
- d) Estenda a janela Animação para baixo com o *mouse* para observar o movimento do carrinho.
  
- e) Esboce o gráfico da velocidade em função do tempo.
  
- f) Desproteja o modelo e crie um gráfico da velocidade versus tempo (Janela => Novo Gráfico). Compare com seu esboço.

### 4) Noel\_bar.mdl

- a) Execute o modelo e observe com atenção as grandezas e o gráfico.
  
- b) Que tipo de trajetória tem o Papai Noel, quando se move com o carro? E quando está a pé?

---

<sup>3</sup> Para desproteger o modelo: Arquivo => Senha => m

- c) Qual a distância percorrida pelo Papai Noel 10 segundos após deixar o carro?
- d) Qual é o valor da velocidade do Papai Noel, quando ele está no carro? E a pé?

Esboce os gráficos de  $x$  versus  $t$  para o caso em que o Papai Noel:

- e) anda a pé e de carro com a mesma velocidade;
- f) anda a pé com velocidade maior do que de carro.
- g) Na janela **Animação 1** acione os botões verde e rosa (ao lado de “casos:”) e compare os gráficos com os seus esboços.
- h) É possível, apenas observando o gráfico da posição versus tempo, determinar em qual trecho o Papai Noel foi mais veloz? Como?

#### 5) Incl\_xt.mdl

A inclinação da reta tangente em um determinado ponto da curva de um gráfico  $x$  versus  $t$  fornece a velocidade naquele instante. Observe a animação apresentada.

- a) Em qual(is) instantes de tempo o módulo da velocidade é máximo?
- b) Em qual(is) instante(s) de tempo a variação da posição com o tempo é máxima?

#### 6) Vl\_area1.mdl

- a) Execute o modelo e observe com atenção as grandezas e os gráficos. Qual é o valor numérico da área azul e da área vermelha ao final de 20s?
- b) Qual a relação existente entre a área do gráfico velocidade versus tempo e a posição do corpo?
- c) Adicione um caso em que os valores da velocidade  $v_1$  e  $v_2$  sejam respectivamente 7 m/s e 3.5 m/s. Compare com o caso anterior. O que acontece com a inclinação das curvas azul e vermelha no gráfico posição versus tempo? O que esta inclinação representa?
- d) Ajuste os tempos máximos  $t_{1max}$  e  $t_{2max}$  de modo que as áreas tenham o mesmo valor. Qual a relação existente entre a variação da posição produzida nos dois corpos?

### Atividade de Criação – Uma bola que se move<sup>4</sup>

Esta experiência tem como objetivo sua familiarização com algumas das principais características do *Modellus*, por exemplo, como se constrói uma simulação simples – a simulação do movimento retilíneo de uma bola (considerada como uma partícula), a partir de uma função matemática que descreve a posição da bola ao longo de um eixo, em função do tempo.

#### Criar o modelo

- 1) Escreva na janela **Modelo** a seguinte função, em que  $x$  é a variável dependente e  $t$  é a variável independente (para escreveres o sinal de multiplicação é necessário utilizar o sinal “\*” ou a barra de espaço).



- 2) Esta função  $x=10 \times t$  nos diz que:

- para  $t= 0$ ,  $x= 10 \times 0 = 0$ ;
- para  $t= 1$ ,  $x= 10 \times 1 = 10$ ;
- para  $t= 2$ ,  $x= 10 \times 2 = 20$ ;
- etc.

Se  $t$  representar o *tempo* (em segundos) decorrido desde o início da contagem do tempo e 10 corresponder a 10 metros por segundo (m/s), o valor de  $x$  vem sempre em metros (m). Por exemplo:

$$\text{para } t= 1 \text{ s, } x= 10 \text{ (m/s)} \times 1 \text{ (s)} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 1 \text{ s} = 10 \text{ m}$$

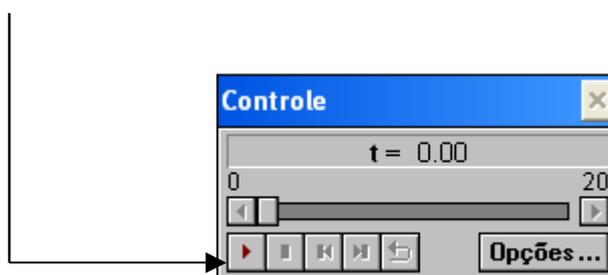
<sup>4</sup> Extraído de Funções e descrição de movimentos no espaço: uma breve introdução com o *Modellus*; Atividades Interdisciplinares para Matemática e Física do Ensino Secundário. V. D. Teodoro. Publicação interna da Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

## Interpretar o modelo

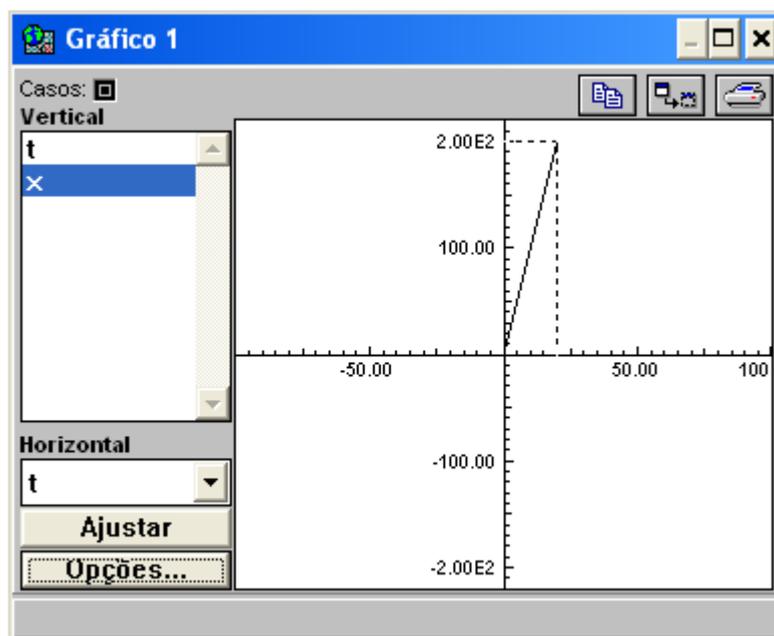
Sempre que se escreve ou altera o modelo, é necessário *clique* no botão **Interpretar** para que o *Modellus* verifique se não há qualquer erro e possa efetuar cálculos.

## Criar um gráfico numa janela de gráficos

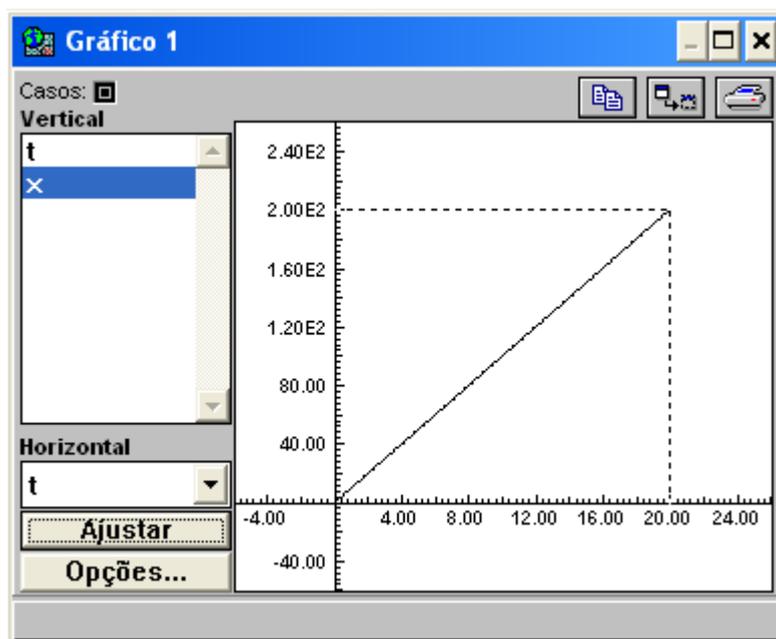
- 1) Vamos agora criar um gráfico numa janela. Selecione no menu **Janelas** a opção **Novo Gráfico**.
- 2) Execute o modelo, no botão *começar* da janela **Controle**.



- 3) Obteremos um gráfico como o seguinte:



- 4) Para ajustar o gráfico, clique no botão Ajustar:

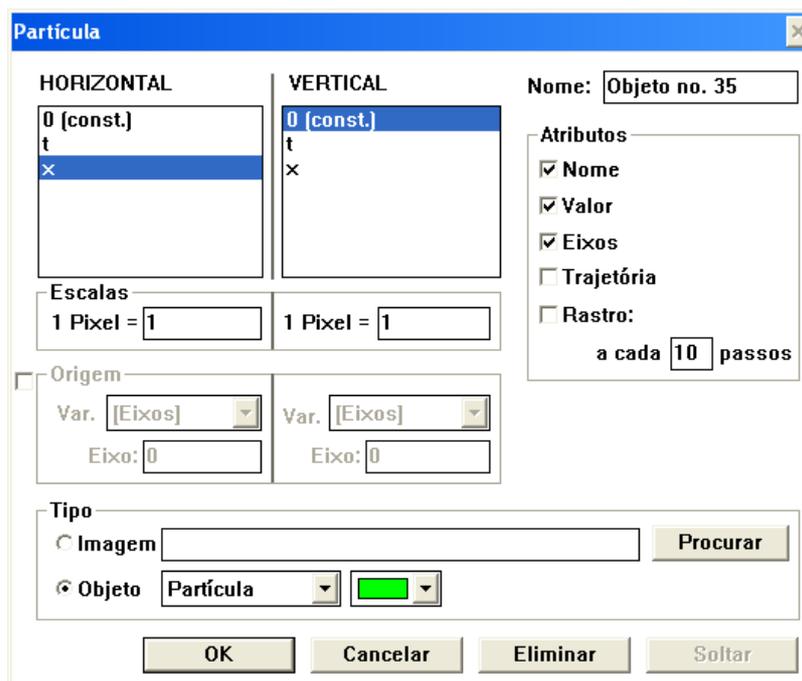


- 5) A escala dos eixos pode ser modificada. Por exemplo, clique no botão **Opções** da janela **Gráfico** e altere os valores mínimos e máximos de  $x$  e  $y$ :

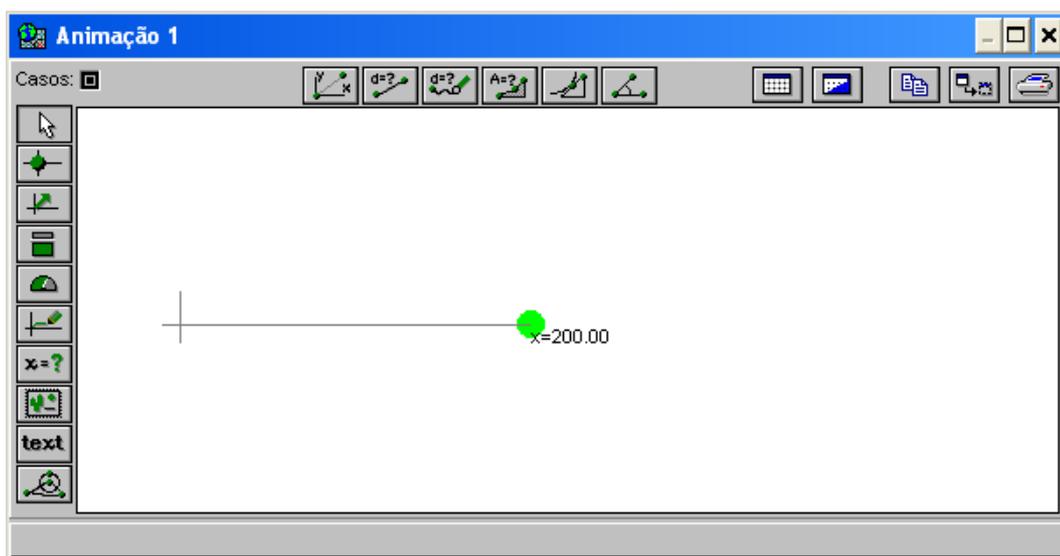
The screenshot shows a dialog box titled "Opções". It has a section labeled "Limites:" with two rows. The first row is for "HORIZONTAL" with "Mín:" set to "-50" and "Máx:" set to "50". The second row is for "VERTICAL" with "Mín:" set to "-50" and "Máx:" set to "250". Below this are five checkboxes: "Escala Automática" (checked), "Linhas de Chamada" (checked), "Tangentes (Quando se repete)" (unchecked), "Escalas Iguais" (unchecked), and "Pontos" (unchecked). At the bottom are two buttons: "OK" and "Cancelar".



- 2) Selecione o primeiro botão do lado superior esquerdo da janela, . Clique em algum lugar do espaço destinado a animação, na janela **Animação 1**. Surgirá então a seguinte caixa de diálogo, solicitando informação sobre como a partícula deve se mover e o que será visto na tela:



- 3) Observe esta caixa de diálogo. Selecione a variável  $x$  na lista de variáveis para a opção Horizontal (isso indica que a coordenada horizontal do objeto vai ser calculada utilizando os valores de  $x$ ). Clique em OK.
- 4) Clique no botão *começar*, na janela **Controle**, e observe como varia a posição da partícula. (Uma bola pode ser considerada uma partícula).



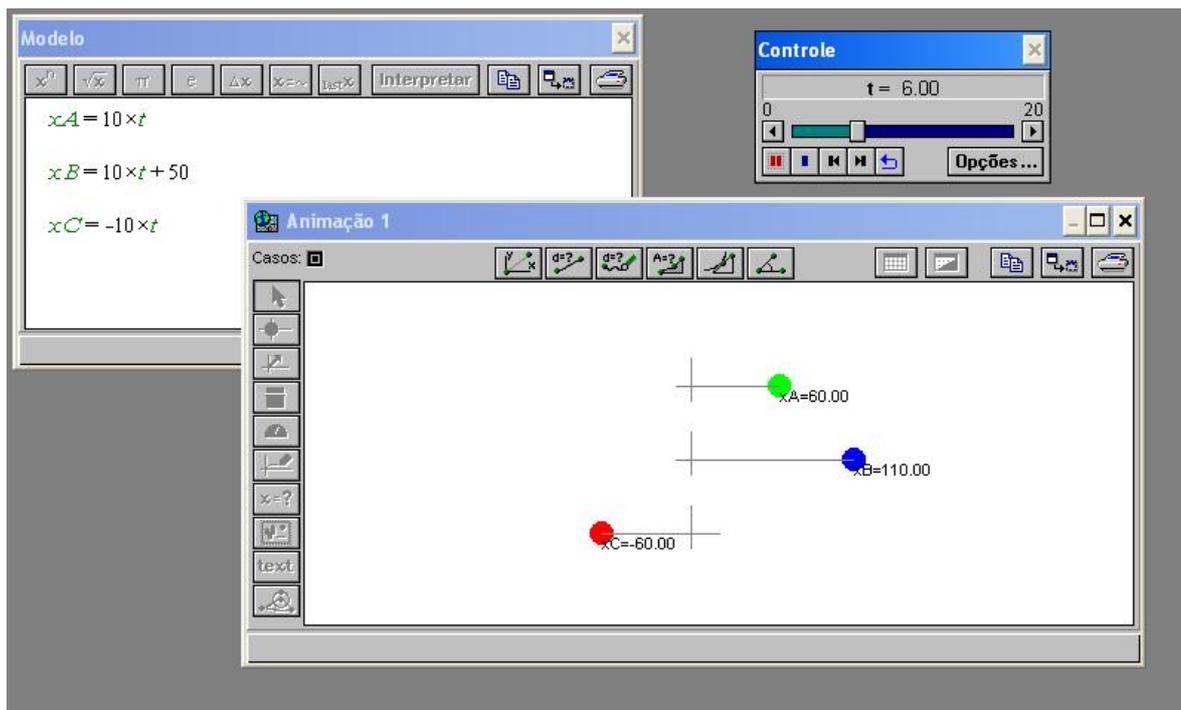
- 5) Se a partícula sair da parte visível da janela, redimensione a janela de modo a ficar visível todo o percurso ou mude a posição da origem.

## Experimente

- 1) Altere a função para  $x = 5 \times t$ . Observe a animação.
- 2) Altere a função para  $x = -5 \times t$ . Observe a animação. Se necessário, modifique a posição onde a partícula se encontra, deslocando-a com o botão esquerdo do “mouse” para outro lado.
- 3) Altere a função para  $x = 2 \times t$ . Observe a animação.
- 4) Utilize o menu **Janelas** para criar um gráfico (opção **Novo Gráfico**). Observe o gráfico de  $x$  em função de  $t$  para as várias funções.
- 5) Altere a função para  $x = 10 \times t + 20$ . Observe a animação e explique o que acontece. Observe um gráfico de  $x$  em função de  $t$ .
- 6) Altere a função para  $x = 10 \times t - 20$ . Observe a animação e explique o que acontece. Observe um gráfico de  $x$  em função de  $t$ .
- 7) Altere a função para  $x = -10 \times t - 20$ . Observe a animação e explique o que acontece. Observe um gráfico de  $x$  em função de  $t$ .

### Uma sugestão útil...

Uma forma simples de comparar vários movimentos consiste em designar a abscissa dos diferentes objetos por nomes diferentes (note que os nomes das variáveis têm de começar por uma letra e só podem utilizar letras, números ou o caractere «underscore», «\_».) A figura seguinte mostra um exemplo em que se estuda o movimento de três partículas diferentes:



## Aula 2 - Atividades Exploratórias

### 7) Mov\_h2.mdl

- a) Execute o modelo e observe com atenção as grandezas e o gráfico. Descreva o movimento.
- b) Esboce o gráfico da aceleração em função do tempo.
- c) Desproteja<sup>5</sup> o modelo e crie um gráfico da aceleração versus tempo (Janela => Novo Gráfico). Compare com seu esboço.
- d) Crie um gráfico da posição versus tempo. Clique no botão Opções da janela Gráfico 1 e marque “Tangentes (quando se repete)”. Repita o modelo e descreva o que se passa.

### 8) Areas.mdl

- a) Execute o modelo e observe qual é a relação existente entre a área do gráfico aceleração versus tempo e a velocidade do corpo.
- b) Adicione um caso em que o valor da aceleração seja  $3.5 \text{ m/s}^2$ . O que acontece com a inclinação da curva azul no gráfico velocidade versus tempo? O que esta inclinação representa?
- c) Adicione outro caso em que o valor da aceleração seja de  $-2 \text{ m/s}^2$  e  $V_o = 80 \text{ m/s}$ . O que acontece com a inclinação da curva azul no gráfico velocidade versus tempo? Qual a relação existente entre a área compreendida entre a curva azul e o eixo do tempo e a posição do corpo?

---

<sup>5</sup> Para desproteger o modelo: Arquivo => Senha => m

**9) Acelera.mdl**

Esboce os seguintes gráficos comparativos:

- a) aceleração versus tempo para ambos os carrinhos;
- b) velocidade versus tempo para ambos os carrinhos;
- c) posição versus tempo para ambos os carrinhos;

Crie no *Modellus* (Janela => Novo gráfico) os seguintes gráficos:

- d) posição versus tempo para os dois móveis;
- e) velocidade versus tempo para os dois móveis;
- f) Adicione um caso em que os móveis estejam inicialmente em repouso, separados por uma distância  $d$ , e em seguida movem-se com uma mesma aceleração para a direita. O que se pode prever para a curva  $v \times t$  destes dois móveis? Confira sua resposta no gráfico.

### Aula 3 - Atividades Exploratórias

#### 10) Ac\_incl.mdl

Um objeto está na origem do sistema de coordenadas com velocidade nula e aceleração de  $-1 \text{ m/s}^2$  no sentido positivo do eixo. Varie na barra vertical sua aceleração e **identifique** qual é o correspondente gráfico para a posição, velocidade e aceleração em função do tempo.

Em particular, procure produzir semi-retas nos gráficos:

- velocidade versus tempo;
- posição versus tempo;
- uma variação de velocidade positiva;
- uma variação de velocidade negativa;
- uma variação de velocidade nula.
- Que conclusões você extrai de suas tentativas ?

#### 11) Quant.mdl

- Se o gráfico representa a velocidade (em cm/s) versus tempo (em s) para um determinado móvel, determine a aceleração em  $t = 36 \text{ s}$ .
- Se o gráfico representa a aceleração (em  $\text{cm/s}^2$ ) versus tempo (em s) para um determinado móvel, obtenha a variação de velocidade entre o instante  $t_1 = 30 \text{ s}$  e  $t_2 = 40 \text{ s}$ . )? (Dica: estenda a janela para a direita, execute o modelo e coloque a barra na posição “ON”)
- Um outro objeto é submetido à aceleração constante de  $55 \text{ cm/s}^2$  no intervalo entre  $t_1 = 30 \text{ s}$  e  $t_2 = 40 \text{ s}$ . A maior variação na velocidade será produzida no móvel do item b) ou c) ?

**12)** Revesam.mdl

**Observe o gráfico** (a animação está inicialmente desabilitada) da posição versus tempo para um Papai Noel que se move sobre um carro amarelo e depois sobre um carro vermelho.

- a) A partir do gráfico posição versus tempo descreva detalhadamente o movimento do Papai Noel.
- b) Estime quanto tempo o Papai Noel se move com velocidade constante no carro amarelo? E no carro vermelho?
- c) Arbitre o valor 1 para a variável “on” nas condições iniciais e execute o modelo. Compare com a sua descrição do movimento.

### Atividades de Criação - Equações Paramétricas dos Movimentos<sup>6</sup>

O seguinte modelo mostra como se pode traçar um segmento de reta entre os pontos de coordenadas (20, 20) e (120, 20):

$$y = 20$$

$$x = 20 + 5 \times t$$

Criando uma animação de uma bola (tratada aqui como uma partícula) que se move de acordo com estas equações, obtém-se, na janela **Animação**:



onde assinalou-se **Trajetória** na janela de propriedades bola verde.

Em termos físicos, este modelo corresponde a um movimento com velocidade constante, de módulo 5 unidades, segundo uma direção paralela ao eixo dos  $xx$ , e dirigida no sentido positivo de  $Ox$ , a partir do ponto de coordenadas  $x = 20$  e  $y = 20$ , durante 20 unidades de tempo. As equações paramétricas utilizadas neste modelo são de grau 1.

Vejamos o que acontece se utilizarmos uma equação paramétrica de grau 2.

#### Um movimento acelerado numa direção paralela ao eixo dos $xx$

Escreva o seguinte modelo:

$$y = 20$$

$$x = 20 + 0.5 \times t^2$$

Crie uma animação semelhante à anterior. Após a execução do modelo teremos:

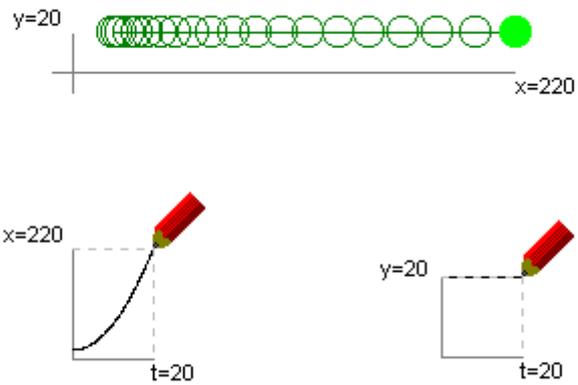


Observando o movimento com atenção, podemos verificar que a bola vai cada vez mais depressa. Para visualizar esse aumento de rapidez, pode-se fazer um clique no campo **Rastro** na janela de propriedades da partícula:

<sup>6</sup> Extraído de Funções e descrição de movimentos no espaço: uma breve introdução com o *Modellus*; Atividades Interdisciplinares para Matemática e Física do Ensino Secundário. V. D. Teodoro. Publicação interna da Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.



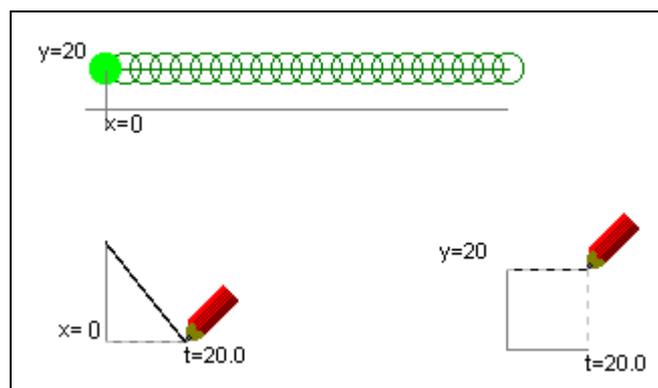
É muito importante não confundir a trajetória da bola com os gráficos das equações paramétricas. Na figura seguinte, estão representados esses gráficos, numa escala adequada (construa esta animação):



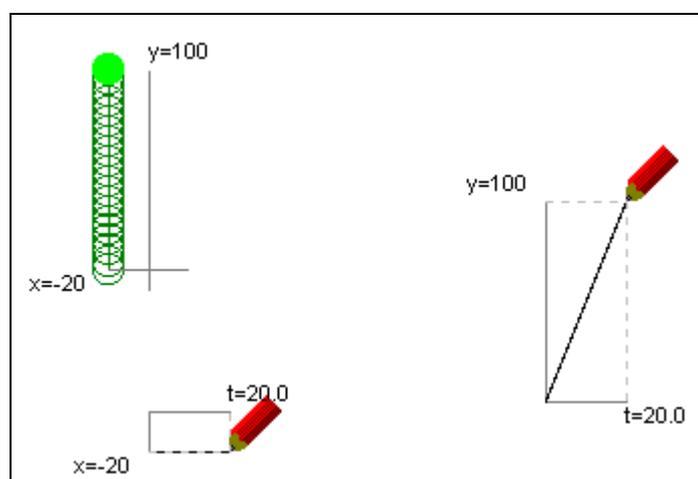
## Experimente

Construa modelos que permitam obter as seguintes animações (em alguns casos é necessário *estimar* alguns valores...):

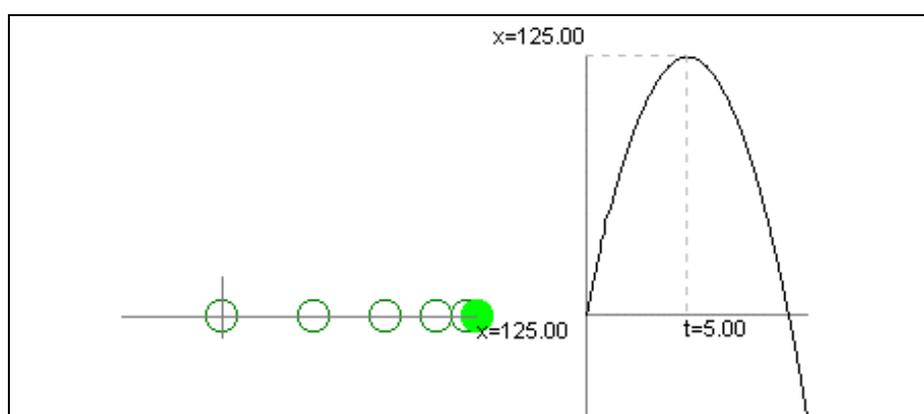
1)



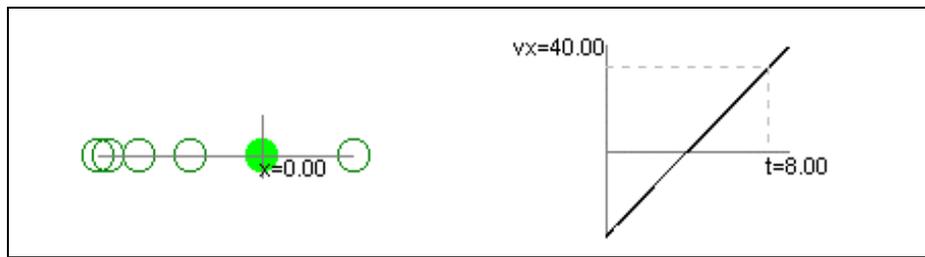
2)



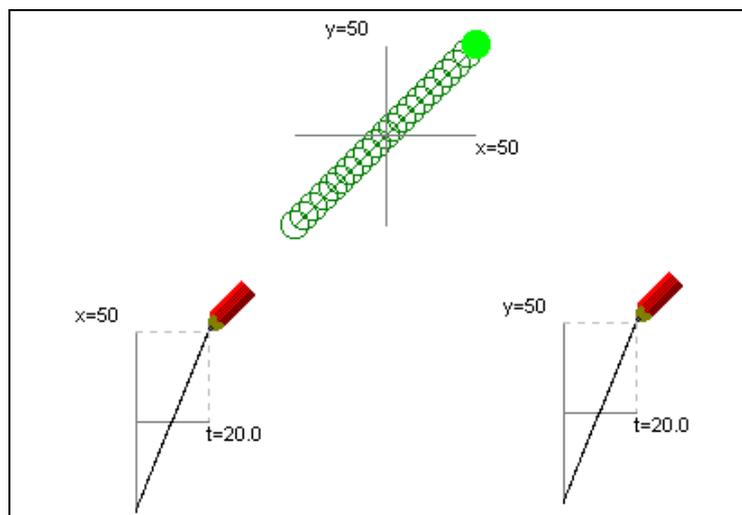
3)



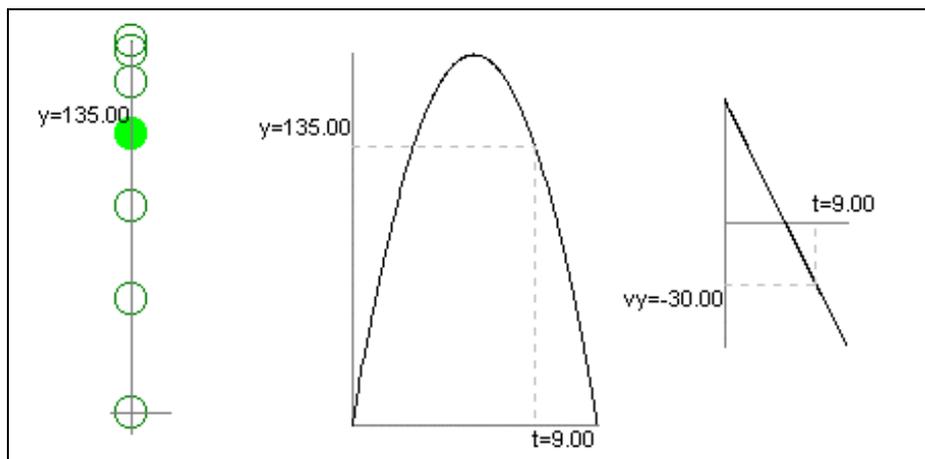
4)



5)

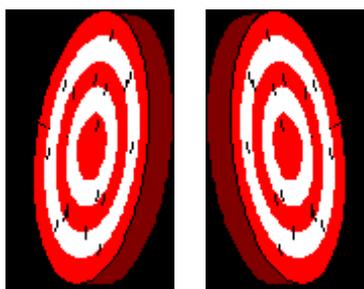
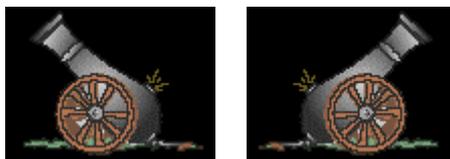
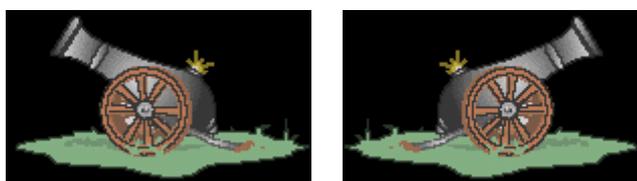


6)



### Atividades de Criação – Movimento de Projéteis

- 1) Você dispõe das seguintes figuras de canhão (canhao30\_d.bmp, canhao30\_e.bmp, canhao45\_d.bmp, canhao45\_e.bmp, canhao\_Hd.bmp) e de alvo (alvo.bmp e alvo\_inv.bmp):



Escolha um canhão e um alvo e coloque-os em dois pontos distantes um do outro na janela Animação. Admitindo  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  faça a animação da bala do canhão (use uma **partícula** como projétil) até atingir o alvo.

- 2) Dispondo da figura abaixo (chafariz.gif), crie uma partícula e faça com que ela reproduza a trajetória do jato d'água.



**Observações Gerais:**

- Os enunciados das atividades também podem ser encontrados na Janela **Notas** de cada modelo.
- A senha para todos os Modelos protegidos é a letra “m”.