

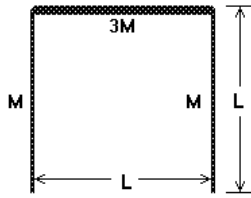
1. As massas e as coordenadas de quatro partículas são as seguintes: 50 g, $x = 2,0$ cm, $y = 2,0$ cm; 25 g, $x = 0$ cm, $y = 4,0$ cm; 25 g, $x = -3,0$ cm, $y = -3,0$ cm; 30 g, $x = -2,0$ cm, $y = 4,0$ cm. Qual é o momento de inércia deste conjunto em relação ao (a) eixo x; (b) eixo y e (c) eixo z?

Resp.: (a) 1305 g cm²; (b) 545 g cm²; (c) 1850 g cm².

2. Determine o momento de inércia de uma régua de um metro de comprimento e massa de 0,56 kg, em torno de um eixo perpendicular à régua e passando pela marca de 20 cm.

Resp.: $9,7 \times 10^{-2}$ kg m².

3. Três barras finas de mesmo comprimento L estão dispostas em forma de um "U" invertido, como mostra a figura. As massas das barras verticais são iguais, enquanto que a terceira barra (horizontal) possui uma massa três vezes maior. **Despreze as espessuras das barras** e calcule o momento de inércia do sistema em relação aos seguintes eixos: (a) contendo cada uma das barras; (b) paralelos ao plano da página e perpendiculares às barras, passando pelos centros de massa destas; (c) perpendicular ao plano da página, passando pelo centro de massa de cada uma das barras; (d) perpendicular ao plano da página, passando pelo centro de massa do sistema: $x_{CM} = L/2$ e $y_{CM} = 4L/5$ considerando a origem localizada no ponto inferior da barra vertical esquerda).



Resp.: (a) $2 ML^2$, $(2/3) ML^2$ e $2 ML^2$; (b) $(11/12) ML^2$ e $(3/4) ML^2$; (c) $(35/12) ML^2$, $(17/12) ML^2$ e $(35/12) ML^2$; (d) $(73/60) ML^2$.

4. Suponha que o sistema do problema anterior seja posto em movimento de rotação em relação aos eixos ali considerados. Tome $M = 1,0$ kg e $L = 1,0$ m. (a) Sabendo que a energia cinética de rotação desse sistema vale 1,0 kJ, escolha os eixos em relação aos quais a velocidade angular será mínima ou máxima, e calcule essas velocidades. (b) Sabendo que a velocidade angular desse sistema vale 50,0 rad/s, escolha os eixos em relação aos quais a energia cinética de rotação será mínima ou máxima, e calcule essas energias cinéticas.

Resp.: (a) 26 rad/s e 55 rad/s; (b) 0,83 kJ e 3,6 kJ.

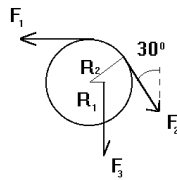
5. (a) Mostre que, para rotação em torno de um eixo central, um cilindro maciço de massa M e raio R é equivalente a um aro delgado de massa M e raio $R/\sqrt{2}$. (b) A distância radial a um dado eixo, para a qual toda a massa de um corpo poderia ser considerada concentrada, sem alterar a sua inércia rotacional em relação a este eixo, é denominada *raio de giração*. Represente por k o raio de giração, e mostre que $k = \sqrt{I/M}$. Esta equação fornece o raio do chamado *aro equivalente* no caso geral.

6. O comprimento do braço do pedal de uma bicicleta é de 0,152 m e o pé aplica uma força para baixo de 111 N. Qual é o torque em torno do eixo quando o braço faz um ângulo de (a) 30°; (b) 90° e (c) 180° com a vertical? Resp.: (a) 8,5 N.m; (b) 17 N.m (c) zero.

7. Um ciclista cuja massa é de 70 kg coloca todo seu peso sobre os pedais ao subir uma estrada íngreme. Cada pedal descreve um círculo de diâmetro 0,40 m. Determine o torque máximo exercido no processo.

Resp.: 137 N m.

8. Três forças estão aplicadas em um cilindro que pode girar em torno de um eixo fixo passando pelo seu centro, como mostra a figura. Sabendo que $R_1 = 5,0$ cm, $R_2 = 12$ cm, $F_1 = 6,0$ N e $F_2 = 4,0$ N, (a) qual deve ser o módulo de F_3 de forma que o cilindro não gire? Agora, suponha que a massa do cilindro é de 2,0 kg e que $F_3 = 2,0$ N. (b) Determine o módulo, a direção e o sentido do vetor aceleração do cilindro.



Resp.: (a) 4,8 N; (b) 9,72 rad/s², perpendicular à página e saindo dela.

9. Uma casca esférica fina tem raio igual a 1,9 m. Um torque aplicado de 960 N m imprime uma aceleração angular de 6,2 rad/s² em torno de um eixo que passa pelo centro da casca. (a) Qual é o momento de inércia da casca em torno do eixo de rotação? (b) Calcule a massa da casca esférica.

Resp.: (a) 155 kg m²; (b) 64,3 kg.

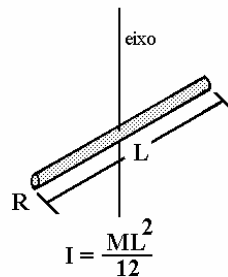
10. No ato de saltar de um trampolim, um mergulhador leva 220 ms para variar sua velocidade angular de zero até 6,2 rad/s. O momento de inércia do mergulhador é 12 kg m². (a) Qual é a aceleração angular durante o salto? (b) Que torque externo atuou sobre o mergulhador durante o salto?

Resp.: (a) 28,2 rad/s²; (b) $3,4 \times 10^2$ N m.

11. Um pequeno objeto, cuja massa é de 1,3 kg, está preso a uma das extremidades de uma barra leve de 0,78 m de comprimento. O sistema gira num círculo horizontal em torno da outra extremidade da barra, a 5000 rev/min. (a) Determine o momento de inércia do sistema em torno do eixo de rotação. (b) A resistência do ar exerce uma força de $2,3 \times 10^{-2}$ N sobre o objeto, em direção oposta a do seu movimento. Que torque deve ser aplicado ao sistema para mantê-lo girando com velocidade constante?

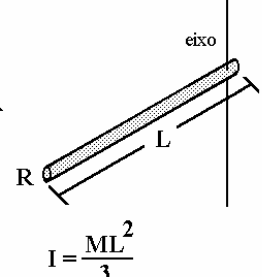
Resp.: (a) 0,79 kg m²; (b) $1,8 \times 10^{-2}$ N m.

Momento de Inércia de Alguns Corpos



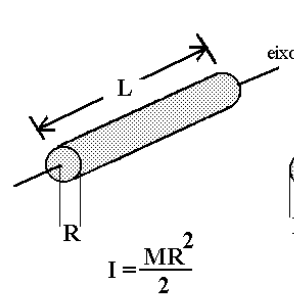
$$I = \frac{ML^2}{12}$$

Vareta delgada em torno do eixo indicado



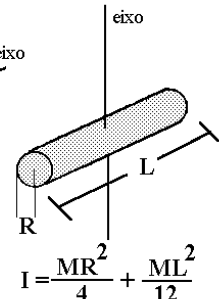
$$I = \frac{ML^2}{3}$$

Vareta delgada em torno de um eixo que passa por um extremidade



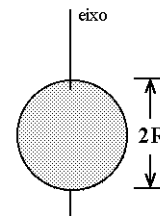
$$I = \frac{MR^2}{2}$$

Cilindro sólido em torno do eixo do cilindro



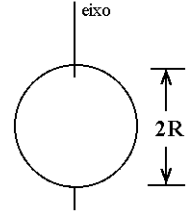
$$I = \frac{MR^2}{4} + \frac{ML^2}{12}$$

Cilindro sólido (ou disco) em torno de um diâmetro central



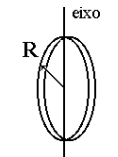
$$I = \frac{2MR^2}{5}$$

Esfera sólida em torno de qualquer diâmetro



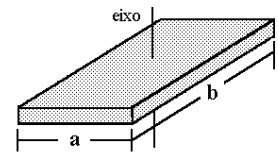
$$I = \frac{2MR^2}{3}$$

Casca esférica delgada em torno de qualquer diâmetro



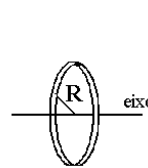
$$I = \frac{MR^2}{2}$$

Aro em torno de qualquer diâmetro



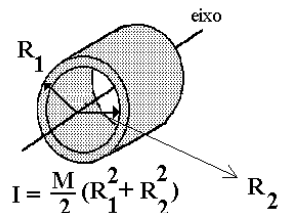
$$I = \frac{M(a^2 + b^2)}{12}$$

Placa em torno do eixo \perp que passa pelo seu centro



$$I = MR^2$$

Aro em torno do eixo central



$$I = \frac{M}{2}(R_1^2 + R_2^2)$$

Cilindro anular ou anel em torno do eixo central

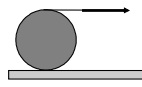
12. Uma roda de 32 kg e de raio igual a 1,2 m está girando a 280 rev/min. Ela deve parar em 15 s. (a) Que trabalho deve ser realizado sobre ela? (b) Qual é a potência necessária? Considere a roda um aro fino.

Resp.: 19,8 kJ; (b) 1,3 kW.

13. O motor de um automóvel desenvolve 100 cv (= 74,6 kW) quando gira a 1800 rev/min. Que torque ele comunica?

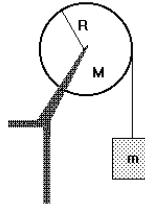
Resp.: 396 N m.

14. Um rolo de papel é desenrolado sobre uma superfície horizontal, puxando-se a ponta do papel paralelamente à superfície (veja figura). Despreze a espessura do papel e admita que o rolo não deslize sobre a superfície. Qual é a distância percorrida pelo centro de massa do rolo para cada metro de papel desenrolado?



Resp.: 0,50 m.

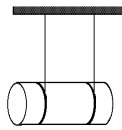
15. Um objeto de momento de inércia I , raio R , e massa M , está montado em um eixo, como mostra a figura. Não existe atrito. Uma corda leve é enrolada em torno da borda do objeto, com um corpo de massa m suspenso em sua outra extremidade. Obtenha uma relação para a aceleração do sistema, (a) usando os princípios da Conservação da Energia, e (b) usando os princípios da Dinâmica. (c) Mostre que, se o objeto for um disco uniforme, e se $m = M$, a energia cinética de translação do corpo suspenso será o dobro da energia cinética de rotação do disco. (d) Se o objeto for um disco uniforme de raio $R = 12$ cm e $M = 400$ g, e se a massa suspensa for de 50 g, determine a velocidade de m após ela ter descido 50 cm a partir do repouso.



16. Numa máquina de Atwood, a polia é montada em mancais horizontais, sem atrito, e tem um raio de 5,0 cm. A massa de um dos blocos é de 500 g e a do outro é igual a 460 g. Quando abandonamos o bloco mais pesado, observamos que ele cai 75 cm em 5,0 s. (a) Qual é a aceleração de cada bloco? (b) Qual é a tensão na parte da corda que suporta cada bloco? (c) Qual é a aceleração angular da roldana? (d) Determine o momento de inércia da roldana.

Resp.: (a) 0,06 m/s²; (b) 4,54 N e 4,88 N; (c) 1,2 rad/s²; (d) 0,014 kg m².

17. Um cilindro de comprimento L e raio R tem peso P . Dois cordões são enrolados em volta do cilindro, próximos das extremidades, e suas pontas estão presas a ganchos fixos no teto. O cilindro é mantido horizontalmente com os cordões exatamente na vertical e em seguida é abandonado, a partir do repouso (veja a figura). Determine: (a) a tensão de cada cordão enquanto eles estão se desenrolando; (b) a aceleração linear do cilindro durante a queda.



Resp.: (a) $P/6$; (b) $2g/3$.

18. Um ioiô possui momento de inércia igual a 950 g cm² e massa igual a 120 g. O raio do seu eixo é igual a 3,2 mm e o comprimento do fio é igual a 120 cm. O ioiô parte do repouso e se desenrola até terminar o comprimento do fio. (a) Qual é a sua aceleração? (b) Quanto tempo ele leva para chegar até a extremidade do fio? (c) Qual será a velocidade angular do ioiô quando o fio está completamente desenrolado? (Dica: Neste instante, o movimento do ioiô é puramente rotatório.)

Resp.: (a) 12,5 cm/s²; (b) 4,38 s; (c) 172,5 rad/s.

19. Uma fita de massa desprezível é enrolada em volta de um cilindro de massa M e de raio R . A fita é puxada verticalmente para cima, a uma velocidade que evita que o centro de massa se desloque, enquanto o cilindro está sendo desenrolado. (a) Qual é a tensão na fita? (b) Qual é o trabalho realizado sobre o cilindro quando ele atinge uma velocidade angular ω ? (c) Qual é o comprimento da fita desenrolada durante este período? Resp.: (a) mg ; (b) $M R^2 \omega^2 / 4$; (c) $R^2 \omega^2 / 4g$.

20. Uma esfera sólida de 3,6 kg rola para cima de um plano inclinado de 30° em relação à horizontal. Na base do plano, o centro de massa da esfera possui uma velocidade igual a 4,8 m/s. (a) Calcule a energia cinética da esfera na base do plano. (b) Até que distância ao longo do plano a esfera sobe? Esta resposta depende do peso da esfera?

Resp.: (a) 58,1 J; (b) 3,3 m, não.

21. Dois blocos idênticos, cada um de massa M , são ligados por uma corda leve que passa por uma roldana, sem atrito, de raio R e momento de inércia I (veja figura). A corda não desliza sobre a roldana, e não se sabe se há ou não atrito entre o plano e o bloco deslizante. Quando o sistema é abandonado a partir do repouso, observa-se que a roldana gira num ângulo θ durante o intervalo de tempo t , e que a aceleração dos blocos é constante. (a) Qual é a aceleração angular da roldana? (b) Qual são as acelerações dos dois blocos? (c) Quais são as tensões nas seções superior e inferior da corda? (d) Existe atrito entre o plano e o bloco deslizante? Caso afirmativo, calcule a força de atrito cinético entre o plano e o bloco deslizante. **Todas as respostas devem ser expressas em termos de M , I , R , θ , g e t .**

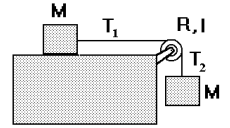
Resp.: (a) $2\theta/t^2$;

(b) $(2\theta/t^2)R$;

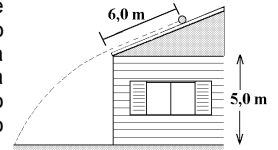
(c) $T_1 = Mg - [M + (I/R^2)](2\theta/t^2)R$;

$T_2 = Mg - M(2\theta/t^2)R$;

(d) $Mg - [2M + (I/R^2)](2\theta/t^2)R$.



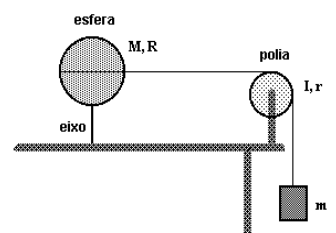
22. Um cilindro maciço de raio igual a 10 cm e massa de 12 kg parte do repouso e desce rolando, sem deslizar, uma distância de 6,0 m ao longo do telhado de uma casa, que possui uma inclinação de 30° com a horizontal, como mostra a figura. (a) Calcule a velocidade angular do cilindro no momento em que ele abandona o telhado da casa. (b) A altura da parede externa da casa é igual a 5,0 m. A que distância da parede o cilindro atinge o solo?



Resp.: (a) 62,6 rad/s; (b) 4,01 m

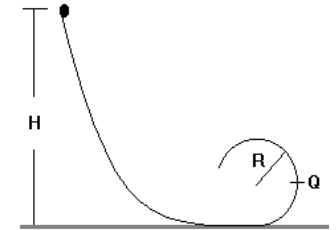
23. Uma esfera uniforme rola para baixo de um plano inclinado. (a) Qual deve ser o ângulo de inclinação do plano, em relação à horizontal, para que a aceleração do centro de massa da esfera seja igual a um décimo da aceleração da gravidade? (b) Para este ângulo, qual seria a aceleração de um bloco deslizando ao longo do plano? Resp.: (a) 8,0°; (b) 1,37 m/s².

24. Uma esfera gira em torno de um eixo vertical sem atrito. Uma corda leve, que passa em torno do equador da esfera e por uma polia tem, pendente à outra extremidade, um objeto pendurado, como mostra a figura. Qual é a velocidade do objeto suspenso, inicialmente em repouso, após ele ter descido uma distância h ?



Resp.: $v = \{2mgh/[m + (I/r^2) + 2/5M]\}^{1/2}$.

25. Uma bola de gude de massa m e raio r rola, sem deslizar, ao longo do trilho curvo mostrado na figura, tendo sido abandonada, do repouso, em algum lugar sobre a seção reta do trilho. (a) De que altura mínima acima da base do trilho deve ser solta a bola a fim de que esta se mantenha no trilho no topo da circunferência? (O raio da circunferência é R , e $R \gg r$.) (b) Se a bola é abandonada da altura $6R$ acima da base do trilho, qual será a componente horizontal da força atuante sobre ela no ponto Q ?



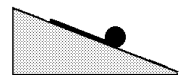
Resp.: (a) 2,7 R; (b) 7,1 mg.

26. Uma chaminé alta, de altura L , racha próximo à base e cai. Expresse as acelerações: (a) angular e (b) tangencial do topo da chaminé como função do ângulo θ formado pela chaminé com a vertical. (c) A aceleração linear pode exceder a g ? (d) A chaminé quebra durante a queda. Explique como isto pode acontecer.

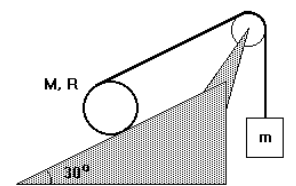
Resp.: (a) $a = (3g \sin \theta) / 2L$; (b) $(3g \sin \theta) / 2$; (c) sim, para os pontos tais que $3 \sin \theta d \geq 2L$, sendo d a distância ao eixo de rotação.

27. Um pedaço de uma fita flexível de comprimento L é firmemente enrolado. Permite-se, em seguida, que ele se desenrole enquanto desce um declive que forma um ângulo θ com a horizontal, conforme é ilustrado na figura, sendo que a parte superior da fita fica presa por um prego. Mostre que a fita se desenrola completamente em um tempo:

$t = [3L / (g \sin \theta)]^{1/2}$.



28. Um cilindro maciço de 15 cm de raio e 2,0 kg de massa possui uma fita leve e fina enrolada em sua periferia. A fita passa por uma polia de massa desprezível e sem atrito. Na outra extremidade da fita, está preso um corpo de peso igual a 150 N, que pende verticalmente. O cilindro sobe o plano inclinado que forma 30° com a horizontal, sem deslizar. Determine:



(a) a aceleração linear do centro de massa do cilindro, e (b) a aceleração angular do cilindro. (c) Qual é a relação entre a aceleração do centro de massa do cilindro e a aceleração do bloco? (d) Calcule a tensão na fita. (e) Qual seria a resposta do item (a) supondo que a massa do cilindro fosse de 8 kg, e que a massa do bloco fosse igual a 1 kg? Resp.: (a) $a_{CM} = 4,5$ m/s²; (b) 30,1 rad/s²; (c) $a = 2a_{CM}$; (d) 11,7 N; (e) 1,2 m/s².