MOMENTO DE INÉRCIA

Teorema de Steiner dos Eixos Paralelos

Objetivo

Determinar o momento de inércia de algumas distribuições de massa, e comparar os momentos de inércia de um corpo em relação a um eixo que passa por seu centro de massa e em relação a um eixo qualquer paralelo a este.

Equipamento

- Dispositivo com mola de torção e acessórios
- Haste, massas M e disco perfurado
- Cronômetro digital com fotossensor
- Etiquetas adesivas
- Balança
- Papel milimetrado

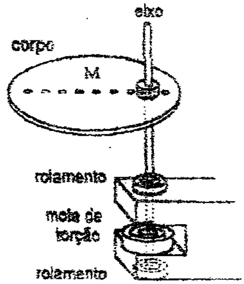

Figura 1: Montagem do experimento.

O equipamento experimental básico utilizado nesta atividade, esquematizado na figura 1, consiste em um eixo vertical que pode girar com pouco atrito, preso a rolamentos. O eixo está ligado a uma mola de torção. Quando um corpo rígido é fixado ao eixo, o sistema mola-eixo-corpo pode ser posto em oscilação.

Obtenção do momento de inércia a partir da medida do período de oscilação

Pode-se mostrar que o período T do movimento harmônico simples, descrito por um corpo preso a uma mola de torção como aquela ilustrada na figura 1, é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_P}{\kappa}} \qquad (1)$$

onde I_P é o momento de inércia do corpo em relação ao eixo qualquer P em torno do qual ocorre a oscilação, e κ é uma constante característica da mola denominada constante de torção. Portanto,

$$I_P = \frac{\kappa T^2}{4\pi^2} \qquad (2)$$

Sendo fácil medir T, esta é uma relação apropriada para determinar experimentalmente o momento de inércia de um corpo em relação a um dado eixo P.

Medida de T com o cronômetro digital com fotossensor

O cronômetro digital com fotossensor dispõe de uma opção para medidas de períodos. Quando ajustado para operar nesta condição (modo PEND), a contagem de tempo é iniciada assim que o sensor ótico é obstruído pela primeira vez. A segunda passagem do interruptor pelo sensor é rejeitada e o término da contagem de tempo acontece quando ocorre a terceira interrupção. (Pense, por exemplo, na medida do período de um pêndulo.)

Procedimentos Experimentais e Análise dos Dados

Inicialmente, obtenha o momento de inércia em relação ao CM de cada um dos sistemas que serão utilizados nesta atividade, ilustrados na figura 2:

- disco
- haste
- conjunto formado pela haste e massas M em suas extremidades

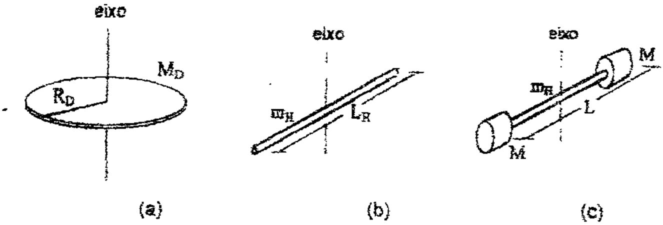

Figura 2: (a) Disco homogêneo, (b) haste homogênea e (c) haste homogênea com duas massas acopladas.

Momento de inércia do disco

- Meça a massa e o raio do disco (figura 2a) e use estes valores para determinar o momento de inércia do disco em relação ao seu CM (não esqueça as unidades).

$M_D =$ $R_D =$ $I_D^{CM} =$

Momento de inércia da haste

- Meça a massa e o comprimento da haste (figura 2b) e use estes valores para determinar o momento de inércia da haste em relação ao seu CM (não esqueça as unidades).

$m_H =$ $L_H =$ $I_H^{CM} =$

Momento de inércia da haste com as massas M nas extremidades

A massa da haste (m_H) já foi determinada acima e o valor da massa M é 1,0 kg. Prenda as duas massas M nas extremidades da haste (veja a figura 2c). Note que as massas M não são puntuais! Entretanto, neste cálculo, considere M concentrada no ponto onde é apertado o parafuso de fixação.

- Meça a distância L entre os parafusos e calcule o momento de inércia do conjunto formado pela haste e as duas massas M ilustrado na figura 2c (não esqueça as unidades).

$M = 1{,}0$ kg $L =$ $I_{H+2M}^{CM} =$

Determinação da constante de torção κ da mola

No início desta seção, você determinou os momentos de inércia do disco e da haste em relação a um eixo que passe por seus CM, conhecendo as suas massas e as suas dimensões.

Portanto, uma vez conhecidos os valores de I_D^{CM} e I_H^{CM} (a partir de suas massas e dimensões), e medindo-se os períodos de oscilação destes corpos em relação ao eixo que passa pelo CM, a relação 1 pode ser utilizada para obter κ.

- Ajuste o cronômetro para operar no modo PEND com precisão de 1 ms.
- Fixe uma etiqueta adesiva junto à borda do disco, na posição indicada na figura 3, que servirá como interruptor do fotossensor nas medidas do período de oscilação.
- Acople o disco à mola de torção através do eixo que passa pelo seu CM. (Você dispõe de uma pequena haste que, inserida no orifício localizado no eixo do aparelho, permite segurar este eixo a fim de fixar o disco na posição desejada.)
- Com o sistema em repouso, posicione o fotossensor junto à etiqueta, como mostrado na figura 3.

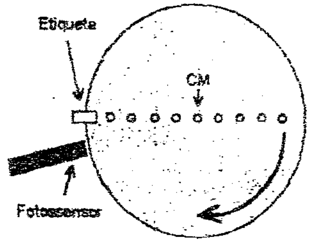

Figura 3: Fixação do interruptor ótico (etiqueta) ao disco de alumínio.

ATENÇÃO. Evite quebrar a mola: Não a torça mais do que uma volta!

- Gire o disco no sentido indicado pela seta na figura 3 em quase uma volta, até que o interruptor (etiqueta) alcance o fotossensor, mas não o ultrapasse, e solte o disco.
- Faça três determinações do período de oscilação e calcule o valor médio destes períodos.

$T_1 =$ $\qquad$ $T_2 =$ $\qquad$ $T_3 =$ $\qquad$ $\bar{T} =$

- Use a relação 1 e o valor calculado de I_D^{CM} para determinar o valor da constante de torção da mola a partir das medidas do período de oscilação do disco (não esqueça as unidades).

$\kappa_D =$

- Agora, fixe uma etiqueta adesiva junto a uma das extremidade da haste, a fim de que a etiqueta possa servir como interruptor ótico para o fotossensor nas medidas do período de oscilação da haste.
- Acople a haste à mola de torção através do eixo que passa pelo seu CM e, analogamente aos procedimentos indicados acima para o disco, posicione o fotossensor de forma que seja possível medir o seu período de oscilação.
- Gire a haste no mesmo sentido em que você girou o disco, até que o interruptor (etiqueta) alcance o fotossensor, mas não o ultrapasse.
- Faça três determinações do período de oscilação e calcule o valor médio destes períodos.

$T_1 =$ $\qquad$ $T_2 =$ $\qquad$ $T_3 =$ $\qquad$ $\bar{T} =$

- Determine o valor da constante de torção da mola a partir das medidas do período de oscilação da haste (não esqueça as unidades).

$\kappa_H =$

- Calcule a média dos dois valores de κ obtidos acima. $\kappa =$

Determinação do momento de inércia da haste com as massas M nas extremidades através do período de oscilação do conjunto

- Prenda as duas massas M nas extremidades da haste (veja a figura 2c).

- Determine três vezes o período de oscilação do conjunto.

$T_1 =$ $T_2 =$ $T_3 =$ $\overline{T} =$

- Agora, com o auxílio da equação 2, obtenha o momento de inércia a partir da medida do período de oscilação.

$I_T =$

- Compare os resultados obtidos anteriormente (I^{CM}_{H+2M}) e agora (I_T).

Teorema de Steiner dos eixos paralelos

- O disco tem diversos furos (eixos) situados a distâncias x do CM. Coloque-o em oscilação, preso a cada um desses eixos paralelos ao CM e determine (três vezes) os correspondentes períodos de oscilação T. Organize os seus resultados preenchendo a tabela 1.

- Calcule a média dos períodos obtidos em cada caso.

Tabela 1: Dados para a obtenção do momento de inércia de um disco em função da distância do eixo de rotação ao seu centro de massa.

x (m)	T_1 (s)	T_2 (s)	T_3 (s)	$\overline{T}$ (s)	I (kg m²)	x² (m²)
0						
0,03						
0,06						
0,09						
0,12						

- Utilize a relação 2 e o valor medido de κ para completar a penúltima coluna da tabela 1. Preencha também a última coluna.

- Construa um gráfico de $I \times x^2$. Determine a equação da reta obtida.

- Interprete fisicamente os parâmetros da equação da reta que você determinou, comparando-os com o **TEOREMA DE STEINER DOS EIXOS PARALELOS**, que estabelece que:

$$I_P = I_{CM} + M x^2$$

onde I_{CM} é o valor do momento de inércia do disco em relação ao seu centro de massa, M é a massa do disco, e x é a distância do eixo de rotação P ao centro de massa.