

COMPOSIÇÃO DE DOIS MOVIMENTOS: Trajetória de um projétil

Objetivo

Estudar a composição dos movimentos horizontal e vertical de um projétil lançado horizontalmente.

Equipamento

- Lançador de projéteis com suporte e grampo de fixação
- Esfera de aço e bastão plástico
- Cronômetro digital com dois fotossensores
- Anteparo vertical com suporte
- Papel branco, papel carbono e fita adesiva
- Fio de prumo
- Régua e trena
- Folha de instruções

Na primeira parte desta atividade (itens a e b), você utilizará a montagem ilustrada na figura 1 para determinar a **trajetória de um projétil lançado horizontalmente**. Consulte a folha de instruções sobre o funcionamento do lançador de projéteis (esferas de aço).

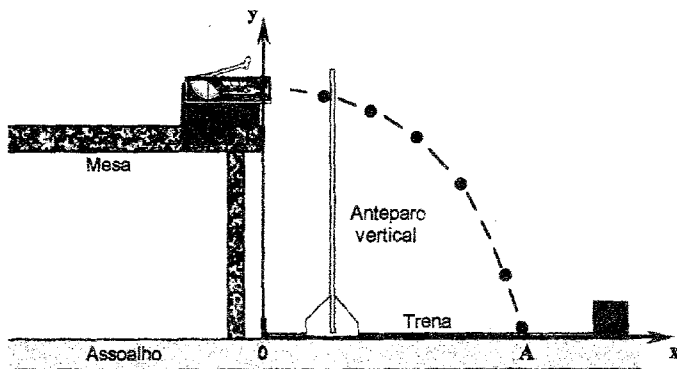


Figura 1: Montagem experimental para a determinação da trajetória do projétil.

Na segunda parte da atividade (item c), você irá medir a **velocidade de lançamento do projétil**, com o auxílio de dois fotossensores colocados junto à boca do lançador (figura 2).

Consulte as instruções sobre o funcionamento do cronômetro e dos sensores na folha de instruções.

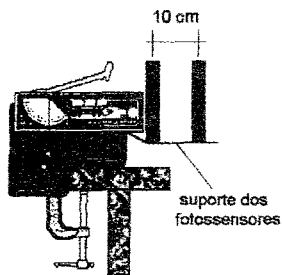


Figura 2: Montagem dos fotossensores.

Procedimentos experimentais

Atenção!

Em toda esta atividade, o lançador deve estar orientado de forma que os lançamentos sejam horizontais. Confira frequentemente esta condição.

Use somente o bastão plástico para engatilhar o sistema.

Use a menor velocidade de lançamento para disparar a esfera (um único estalo no engatilhamento).

- Adotando o sistema de referência sugerido na figura 1, use um fio de prumo para marcar, sobre o chão, a origem desse sistema de referência.

a) Medida do alcance do projétil

- Faça um lançamento e observe o ponto de impacto da esfera com o chão. Nesse ponto, fixe uma folha de papel branco sobre o chão com fita adesiva e recubra-a com papel carbono a fim de registrar o impacto da esfera.
- Faça vários arremessos e escolha um ponto "médio" de impacto da esfera com o chão.
- Estenda a trena no chão. Determine a distância entre a origem ($x = 0$) e o ponto "médio" de impacto da esfera com o chão. Esse valor medido é o **alcance** $x = A$ do projétil:

$$A = \dots\dots\dots \text{ m}$$

- Deixe a trena presa ao chão nessa posição.

b) Dados sobre a trajetória do projétil

Como está esquematizado na figura 1, pontos da trajetória do projétil podem ser determinados registrando-se impactos da esfera contra um anteparo vertical colocado em diferentes coordenadas x da trajetória.

- Cole folhas de papel sobre o anteparo vertical e recubra-as com papel carbono.
- Encoste o anteparo vertical na boca do lançador e realize o disparo a fim de registrar as coordenadas iniciais $y = y_0$ e $x = x_0 = 0$ do projétil no momento do lançamento ($t = 0$).

- Afaste o anteparo vertical da boca do lançador para a posição correspondente a $x = 20$ cm. Dispare a esfera várias vezes.
- Repita esse procedimento para as posições correspondentes a $x = 40$ cm, 60 cm, etc.
- Retire o papel carbono do anteparo e escolha um ponto médio de impacto da esfera para cada posição. Complete a tabela 1 com os valores das alturas y , medidas entre esses pontos e o chão.

Tabela 1: Coordenadas de alguns pontos da trajetória do projétil.

x (m)	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	A =
y (m)							0

c) Determinação da velocidade inicial do projétil

- Fixe o suporte com os dois fotossensores junto à boca do lançador de projéteis, como indicado na figura 2, e conecte o cabo do fotossensor secundário à base do cronômetro. Ajuste o cronômetro no modo **PULSE** com precisão de **0,1 ms**.
- Realize três lançamentos e meça o intervalo de tempo transcorrido durante a passagem da esfera entre os dois fotossensores. Calcule o valor médio desses intervalos.

$$\Delta t_1 = \quad \Delta t_2 = \quad \Delta t_3 = \quad \overline{\Delta t} =$$

- Determine a velocidade inicial do projétil sabendo que a distância entre os fotossensores é $d = 0,10$ m.

$v_0 = \dots \dots \dots \text{ m/s}$

Análise dos resultados

As equações

$$x(t) = x_0 + v_{0x} t \quad (1)$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

fornecem as coordenadas da posição de um projétil em qualquer instante de tempo, desde que as **condições iniciais** - x_0 e y_0 , v_{0x} e v_{0y} - sejam conhecidas no momento do lançamento ($t = 0$).

- 1- Escreva as equações 1 e 2 para o projétil utilizando os dados obtidos no experimento.
- 2- Faça um gráfico representando $y(t)$ no eixo vertical e $x(t)$ no eixo horizontal usando valores arbitrários para t (por exemplo, $t = 0; 0,1 \text{ s}; 0,2 \text{ s}$; etc).
- 3- Trace uma linha suave unindo esses pontos e prolongue-a até cortar o eixo horizontal. Compare o valor desta intersecção com o alcance A medido no experimento.
- 4- Sobre este mesmo gráfico, represente os pontos medidos da trajetória do projétil (tabela 1). O que você conclui?
- 5- Discuta os possíveis fatores experimentais que poderiam explicar as discrepâncias observadas.

MOVIMENTO DE UM PROJÉTIL

Introdução

Qualquer objeto lançado oblíquo ou horizontalmente próximo à superfície da Terra pode ser considerado um projétil. Descreve-se o movimento do projétil pela *composição vetorial* de um movimento retilíneo uniforme, na direção horizontal, e de um movimento retilíneo uniformemente variado, na direção vertical. Se for desprezada a força da resistência do ar, a trajetória do projétil tem a forma de uma parábola cujos pontos têm coordenadas

$$x = x_0 + v_{0x}t \quad (1)$$

$$e \quad y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

onde x_0 e y_0 são as coordenadas do ponto de lançamento, v_{0x} e v_{0y} são as projeções do *vetor* velocidade inicial sobre os eixos coordenados, g é a aceleração da gravidade, e t é o tempo de movimento transcorrido. A figura 1 representa a trajetória de um projétil lançado oblíquo a partir da origem do sistema de coordenadas.

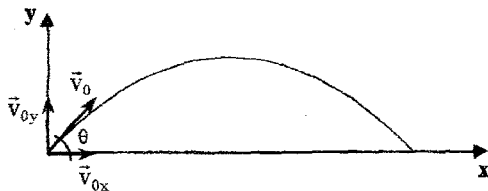


Figura 1: Trajetória de um projétil para $x_0 = y_0 = 0$.

Eliminando-se a variável tempo nas equações 1 e 2 obtém-se a equação da trajetória parabólica do projétil. Se o projétil for lançado horizontalmente ($v_{0x} = v_0$ e $v_{0y} = 0$), partindo do ponto de coordenadas $x_0 = 0$ e $y_0 = H$, como esquematizado na figura 2, a equação da parábola que descreve sua trajetória é:

$$y = H - \frac{g}{2v_0^2}x^2. \quad (3)$$

A partir dessa equação, você pode facilmente demonstrar que, quando o projétil atinge a cota $y = 0$, seu alcance $x = A$ é dado por:

$$A = \sqrt{\frac{2H}{g}} v_0. \quad (4)$$

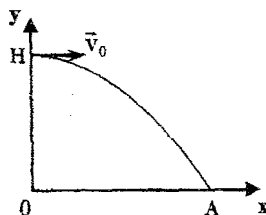


Figura 2: Trajetória de um projétil lançado horizontalmente.

Exercício

- (a) Um projétil é lançado horizontalmente, como esquematizado na figura 2. Considere $v_0 = 2,40 \text{ m/s}$, $H = 0,850 \text{ m}$ e $g = 9,80 \text{ m/s}^2$. Utilizando as equações 1 e 2, calcule as coordenadas da trajetória parabólica do projétil e preencha as colunas 2 e 3 da tabela 1. Complete também a coluna x^2 para referência posterior.

Tabela 1: Dados para a análise do movimento de um projétil.

t (s)	x (m)	y (m)	$x^2 \text{ (m}^2\text{)}$
0	0	0,850	0
0,10			
0,20			
0,30			
0,40			

- (b) Construa a trajetória parabólica do projétil (*Gráfico 1: Trajetória do projétil*) fazendo o gráfico da função $y(x)$ (colunas 2 e 3 da tabela 1) unindo os pontos com uma linha suave, isto é, sem mudanças bruscas no traçado.
- (c) Linearize este gráfico lançando y no eixo vertical e x^2 no eixo horizontal (*Gráfico 2: Linearização do Gráfico 1*). A partir desse gráfico, determine os parâmetros da reta obtida e escreva sua equação. Compare essa equação com a equação 3.
- (d) Use a relação 4 para calcular o alcance (A) e compare o valor obtido com o registrado no gráfico 1.