



## Aula 2: Análise de dados experimentais

Visão epistemológica  
Analisando dados experimentais  
Exemplos  
Comentários finais

**Análise de dados experimentais**  
Segunda aula

Profa. Eliane Veit  
Prof. Ives Araujo  
Tutor-autor: Leonardo Albuquerque Heidemann

Instituto de Física  
UFRGS

Veit, Araujo & Heidemann (eav@if.ufrgs.br) Análise de dados experimentais

Boa noite. Vamos dar início a nossa segunda aula da disciplina Laboratório didático de Física. Nesta aula vamos nos concentrar na análise de dados experimentais, discutindo a relevância dos pressupostos teóricos na determinação de uma curva que melhor descreva os dados.

### *Visão epistemológica: O realismo ingênuo*

Começamos discutindo alguns aspectos epistemológicos. Uma das questões epistemológicas fundamentais quando se discutem resultados experimentais diz respeito à existência ou não de uma realidade objetiva, ou seja, uma realidade independente da cognição humana. Em havendo essa realidade, é possível descrevê-la exatamente como ela é? Considera-se uma posição realista ingênua acreditar que sim, que a ciência é capaz de descrever exatamente a natureza. Conforme amplamente discutimos na disciplina Modelos científicos e fenômenos físicos, a descrição dos sistemas e fenômenos físicos por meio de modelos sempre apresenta certo grau de imprecisão.

Visão epistemológica  
Analisando dados experimentais  
Exemplos  
Comentários finais

**Realismo ingênuo**  
Empirismo-indutivismo ingênuo  
Realismo crítico

**Realismo ingênuo**

**Questões essenciais:**

- Existe uma realidade objetiva, independente da cognição humana?
- É possível descrever exatamente a natureza?

Veit, Araujo & Heidemann (eav@if.ufrgs.br) Análise de dados experimentais



*Visão epistemológica: O empirismo indutivismo ingênuo*

Visão epistemológica  
 Analisando dados experimentais  
 Exemplos  
 Comentários finais

Realismo ingênuo  
 Empirismo-indutivismo ingênuo  
 Realismo crítico

**Empirismo-indutivismo ingênuo**

Questões essenciais:

- Todo o conhecimento tem origem na observação e experimentação?
- As teorias podem ser provadas de forma definitiva através da observação e experimentação?

Veit, Araujo & Heidemann (eav@if.ufrgs.br)      Análise de dados experimentais

Outras questões importantes são: todo conhecimento tem origem na observação e experimentação? E, as teorias podem ser provadas de forma definitiva através da observação e experimentação? Na posição empirista-indutivista ingênuo sim, seria possível a partir da simples observação e experimentação, sem levar em conta qualquer pressuposto teórico, atingir generalizações indutivas e conclusões certas e indubitáveis. Essa visão não é endossada por nenhuma das epistemologias contemporâneas, porém é a que ainda predomina no laboratório didático, levando

o aluno a pensar que poderá através das medidas experimentais provar as leis físicas apresentadas nas aulas teóricas. Temos a expectativa que com os exemplos que trabalharemos na presente aula ficará claro para vocês que os pressupostos teóricos são indispensáveis na análise dos dados.

*Visão epistemológica: O realismo crítico*

Qual pode ser, então, considerada uma visão epistemologicamente adequada? Consideramos que é o realismo crítico, no qual entende-se que há uma realidade objetiva, independente da cognição humana, mas que tal realidade não é passível de descrição exata e indubitável. É com essa visão que pretendemos discutir a análise de dados experimentais.

Visão epistemológica  
 Analisando dados experimentais  
 Exemplos  
 Comentários finais

Realismo ingênuo  
 Empirismo-indutivismo ingênuo  
 Realismo crítico

**Realismo crítico**

Pontos essenciais:

- Existe uma realidade objetiva, independente da cognição humana.
- Tal realidade não é passível de descrição exata e indubitável.

Veit, Araujo & Heidemann (eav@if.ufrgs.br)      Análise de dados experimentais

Visão epistemológica  
 Analisando dados experimentais  
 Exemplos  
 Comentários finais

Ajustamento de curvas  
 Critério para o ajustamento de curvas  
 Importância dos pressupostos teóricos

**Analisando dados experimentais**

X (m)	t (s)
0	0
0,4	0,28
0,8	0,41
1,2	0,48
1,6	0,55
1,8	0,63
2	0,65

Veit, Araujo & Heidemann (eav@if.ufrgs.br)      Análise de dados experimentais

*Analisando dados experimentais: Ajuste de curvas a dados experimentais*

As experiências realizadas para a investigação de fenômenos físicos são projetadas de modo que possibilitem a medida das grandezas físicas de interesse. Por exemplo, medidas de posição e velocidade em função do tempo em uma experiência de cinemática; ou medidas da pressão, volume e temperatura em uma experiência com gases. Os dados coletados, ou seja, os valores medidos para essas grandezas são, então, organizados em tabelas e/ou gráficos,



e a partir da análise desses dados espera-se poder estabelecer relações entre as grandezas medidas. Uma maneira de estabelecer essas relações entre as variáveis é construir uma curva que melhor se ajuste aos dados. Vamos discutir essa questão através de um exemplo.

*Aulas experimentais: Critério para o ajustamento de curvas*

Digamos que nosso objetivo seja obter uma curva para descrever o comprimento de um atilho em função da força aplicada, numa montagem experimental simples como esta dessa figura.

Dependurando-se objetos de diferentes pesos à extremidade do atilho e medindo-se o seu comprimento, pode-se construir uma tabela como essa, em que para cada valor da força aplicada vê-se o comprimento  $L$  do atilho.

Visão epistemológica  
Analisando dados experimentais  
Exemplos  
Comentários finais

Ajustamento de curvas  
Critério para o ajustamento de curvas  
Importância dos pressupostos teóricos

**Montagem experimental e dados<sup>1</sup>**

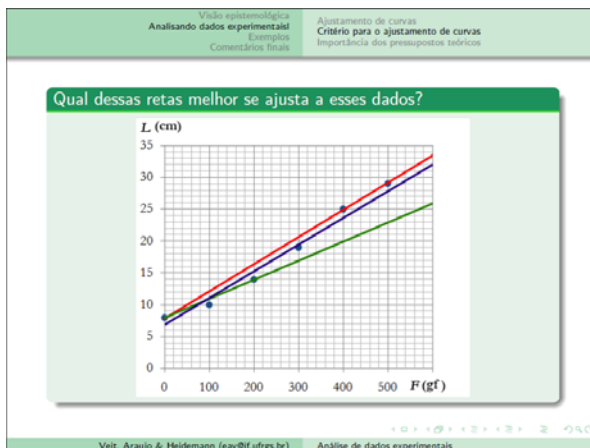
$F$ (gf)	$L_{exp}$ (cm)
0	8,0
100	10,0
200	14,0
300	19,0
400	25,0
500	29,0

<sup>1</sup>Steffens, 2008.  
Veit, Araujo & Heidemann (eav@if.ufrgs.br) Análise de dados experimentais

A partir desses dados pode-se construir o gráfico de  $L$ , comprimento do atilho, contra a força aplicada.

A questão agora é: qual a melhor curva que se ajusta a esses dados?

Nesta figura há três retas traçadas e perguntamos: qual delas melhor representa os dados?



Não podemos decidir apenas com uma avaliação visual. Precisamos de um método confiável. Existem vários métodos, mas um dos mais usados é o chamado método dos mínimos quadrados. Vamos descrever a ideia geral desse método, usando os dados experimentais e a curva vermelha dessa figura.

Nesta tabela colocamos na primeira coluna, os diferentes valores da força aplicada, em gf. Na segunda coluna, para cada uma das forças aplicadas, indicamos o comprimento medido em cm para o atilho, e representamos essa grandeza por  $L_{exp}$ . Na terceira coluna, colocamos o comprimento previsto pela curva, que chamamos de valor teórico. Para obter esse valor, simplesmente lemos no gráfico, para cada valor da força aplicada, o valor do comprimento fornecido

Visão epistemológica  
Analisando dados experimentais  
Exemplos  
Comentários finais

Ajustamento de curvas  
Critério para o ajustamento de curvas  
Importância dos pressupostos teóricos

**Método dos mínimos quadrados**

$F$ (gf)	$L_{exp}$ (cm)	$L_{teórico}$ (cm)	$r$ (cm)	$r^2$ (cm <sup>2</sup> )
0	8,0	8,0	0,0	0,00
100	10,0	12,2	-2,2	4,84
200	14,0	16,4	-2,4	5,76
300	19,0	20,6	-1,6	2,56
400	25,0	25,0	0,0	0,00
500	29,0	29,0	0,0	0,00
Soma dos quadrados dos resíduos =				13,20

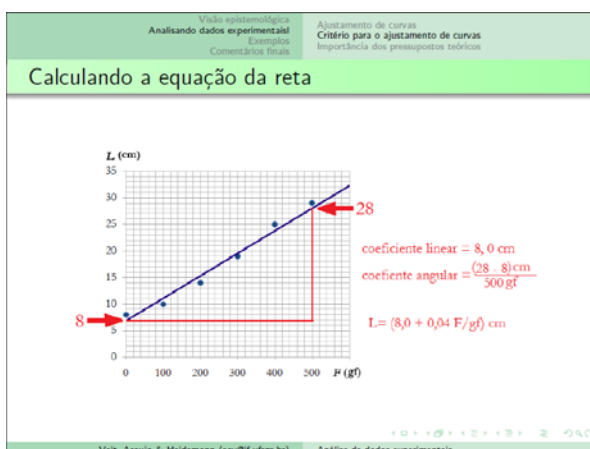
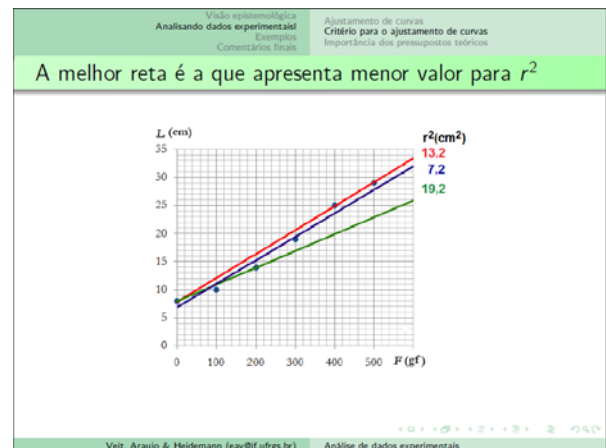
Veit, Araujo & Heidemann (eav@if.ufrgs.br) Análise de dados experimentais



pela curva vermelha. Por exemplo, para a força aplicada de 400 gf, lemos do gráfico que o comprimento previsto pela curva vermelha é 25 cm. Procedendo desse modo construímos a terceira coluna da tabela. Na quarta, calculamos a diferença entre o valor experimental e o teórico, medido no presente em centímetros. A diferença entre o valor experimental e o teórico, que definimos por  $r$ , é o que se chama de resíduo. Na última coluna calculamos o quadrado de cada um dos resíduos, que representamos por  $r^2$ , e finalmente somamos esses quadrados, obtendo o valor de 13,2 cm<sup>2</sup>. Essa grandeza, a soma dos quadrados dos resíduos, é fundamental no método dos mínimos quadrados, pois é ela que serve como critério de qualidade do ajuste. Quanto menor o valor dessa grandeza, considera-se que melhor é o ajuste.

Note que se tivéssemos uma curva que passasse exatamente nos dados experimentais, a diferença entre os valores teóricos e experimentais seria nula, ou seja, todos os resíduos seriam zero. Logo, a soma dos seus quadrados também seria zero e o ajuste seria perfeito.

Voltemos às três curvas da figura inicial. Com um procedimento semelhante ao exemplificado, obtemos os seguintes valores para os mínimos quadrados: 13,2 cm<sup>2</sup> para a curva vermelha, 7,2 cm<sup>2</sup> para a azul e 19,2 cm<sup>2</sup> para a verde. A curva verde é das três a que apresenta maior valor para a soma dos resíduos ao quadrado e, claramente, a curva verde é a que representa o ajuste de menor qualidade. Pelo método dos mínimos quadrados, a curva azul corresponde ao melhor ajuste e notem que a curva não passa exatamente por nenhum dos pontos experimentais. É muito comum isso ocorrer. O que é relevante e faz com que a soma dos quadrados dos resíduos seja menor no caso da curva azul é que alguns valores experimentais são menores que os teóricos e outros são maiores.



Ainda do gráfico, podemos obter o coeficiente linear observando que a reta corta o eixo das ordenadas em 8 cm e calculando a inclinação da reta como  $(28-8)/500$  obtemos 0,04 cm/gf para o coeficiente angular e podemos escrever a equação da reta azul como:

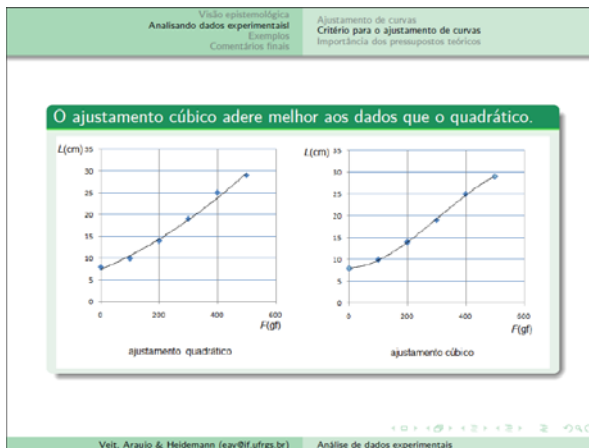
$$L_{\text{teórico}} = (0,04/\text{gf} * F + 8,0) \text{ cm}$$

Ok, já temos uma maneira para escolher qual a melhor reta, ou seja, qual a melhor relação linear que descreve os dados experimentais: precisamos minimizar a soma dos resíduos ao quadrado. Mas se em vez de descrever os dados por relações lineares (ou seja, por retas), tentássemos relações quadrática (do tipo parábolas) ou cúbicas?



Nesta tabela mostramos o valor mínimo obtido para a soma dos quadrados dos resíduos para diferentes tipos de curva. Com o ajuste linear o menor valor obtido foi 6,3; com o ajuste quadrático 3,1 e com o cúbico 1,6.

Tipo de ajuste	Valor mínimo da soma dos quadrados dos resíduos (cm <sup>2</sup> )
linear: $y = ax + b$	6,3
quadrático: $y = ax^2 + bx + c$	3,1
cúbico: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$	1,6



Nesta figura comparamos o ajuste quadrático com o cúbico. Claramente o ajustamento cúbico adere melhor aos dados. E se aumentarmos ainda mais o grau do polinômio da curva melhor ainda será o ajustamento. Mas isso significa que devemos ir aumentando o grau do polinômio indefinidamente para obter cada vez um ajustamento de melhor qualidade? A situação não é bem essa.

### Aulas experimentais: A importância de pressupostos teóricos

Aqui chegamos no ponto crucial. Até agora tratamos esse problema do ponto de vista matemático. E estaríamos na posição empirista-indutivista ingênua, se continuássemos a tratá-lo assim, Se disséssemos que somente a partir dos dados experimentais podemos deduzir as equações que regem os fenômenos. Numa posição realista crítica, precisamos levar em conta os pressupostos teóricos, ou seja, os conhecimentos que temos sobre o problema em estudo. E esses conhecimentos dependem basicamente da questão foco, que definirá a luz de que teoria física pretendemos olhar o fenômeno, e das idealizações assumidas. Vamos discutir essas questões através de exemplos.

**Importância dos pressupostos teóricos**

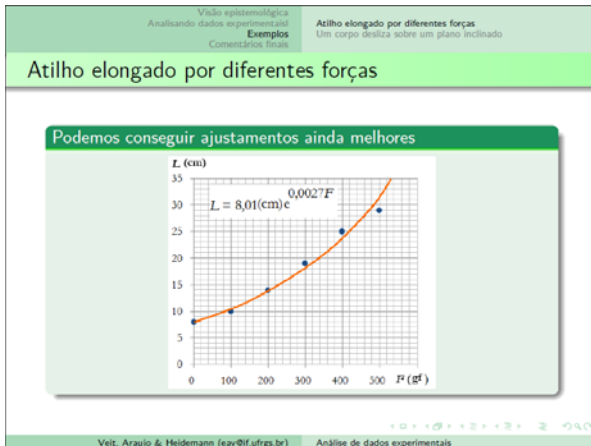
Até quando ...

- ...podemos ir em frente sem levar em conta conhecimentos teóricos?





*Exemplos: Elongação de um atilho por diferentes forças*



ajustamento melhor do que o linear. Porém, que informação relevante retirariamos desses ajustamentos?

Se não queremos ser empiristas-indutivistas ingênuos, se não somos defensores da crença que “podemos descobrir as leis a partir unicamente dos dados experimentais”, precisamos levar em conta conhecimentos teóricos. E quais seriam esses conhecimentos no presente exemplo?

No caso do atilho, sabemos que as massas dos corpos que dependuramos nele são bem maiores do que a massa do atilho, e por isso vamos desconsiderar a massa do atilho. Também sabemos que sempre poderemos nos limitar a uma região em que somente efeitos lineares são importantes. Interpretamos, então, a inclinação da reta como sendo a constante de alongação do atilho, ou seja, assumimos válida a lei de Hooke. A experiência servirá para testar a suposição sobre a linearidade e determinar a constante de alongação do atilho.

**Pressupostos teóricos**

- Deve haver uma região em que somente efeitos lineares são importantes.
- A massa do atilho é muito menor do que a dos corpos dependurados nele, ou seja, vale a lei de Hooke.

Esse exemplo é discutido em detalhes no capítulo 9 do texto de Steffens et al., listado nas referências.



*Exemplos: Movimento retilíneo uniforme*

Suponha que tenhamos medido a posição de um corpo que desliza por um plano inclinado para diferentes instantes de tempo e queremos obter uma equação para esse movimento usando o ajustamento de curvas e o critério dos mínimos quadrados para obter a aceleração do movimento.

Por onde começar?

Antes de mais nada precisamos pensar nas idealizações que faremos. Por exemplo, vamos considerar:

- que o corpo se move ao longo de uma linha reta

e

- que a resistência do ar e também a devida ao atrito com a superfície sobre a qual o corpo desliza são desprezíveis, de modo que a sua aceleração pode ser considerada constante.

Estamos supondo, então, que o movimento é retilíneo e uniforme. E para descrever um movimento desse tipo, sabemos que deveremos considerar uma equação parabólica, do tipo:

$$x = x_0 + v_0 t + a t^2 / 2$$

*Eq. 1*

Usamos então o método dos mínimos quadrados para obter o melhor ajustamento parabólico. Com isso teremos o valor numérico para a aceleração linear ( $a$ ). Podemos identificar cada um dos parâmetros que aparecem na eq. 1, com grandezas físicas:  $x_0$  – posição inicial;  $v_0$  – velocidade inicial e  $a$  – aceleração linear.

Essa associação entre parâmetros que aparecem nas equações matemáticas e grandezas físicas é indispensável se queremos dar uma interpretação física à equação. Não tem sentido sob o ponto de vista físico, uma equação que contenha uma variável ou parâmetro que não saibamos, indefinidamente, o que representam.

Não tentamos um ajuste linear, pois estávamos interessados na aceleração, que não aparece na equação linear e não tentamos um ajuste com polinômio de grau superior cúbico (ou maior) porque não saberíamos, dentro do escopo de nossa análise teórica, que grandeza física associar ao termo de terceira ordem em  $t$  (e de ordens superiores).



### Comentários finais:

Estamos chegando ao final da aula e faremos ainda apenas alguns comentários finais. No capítulo 9 do texto de apoio de Steffens et al. vocês podem ver com mais detalhe o exemplo do atilho discutido nessa aula, assim como outros exemplos. No capítulo 8 desse mesmo texto vocês têm sugestões sobre outras relações entre grandezas físicas de um mesmo fenômeno físico.

O ajustamento de curvas a dados experimentais pode ser feito com diversos *softwares*, por exemplo, o *Lab fit* que é gratuito e destinado especificamente para esse fim; outra possibilidade é o *BrOffice calc*, que vocês já utilizaram na disciplina de métodos computacionais. O *BrOffice calc* permite que se insira no gráfico junto aos dados a chamada “linha de tendência”. Uma vez que escolhamos o tipo de linha de tendência que queremos (linear, logarítmica, exponencial ou geométrica) o *BrOffice calc* automaticamente usa o método dos mínimos quadrados para obter a curva com maior aderência aos dados. (Também o *Excel* fornece a possibilidade de inserção de linhas de tendência.)

Decidimos não sugerir que vocês trabalhem com ajuste de curvas com esses *softwares*, pois não cremos que eles seriam atrativos para os alunos de nível médio. Por outro lado, entretanto, o *Tracker* é um *software* livre que permite análise de vídeos e ajuste de curvas que já vimos ser utilizado com entusiasmo por alunos de ensino médio. Então, decidimos que exigiremos de vocês somente o uso do *Tracker*. O tutor Leonardo Heidemann fez um pequeno tutorial sobre o *Tracker* e na tarefa da semana vocês vão utilizá-lo para descrever o movimento de projéteis.

Os principais aspectos que esperamos tenham ficado claros são:

Visão epistemológica  
Analisando dados experimentais  
Exemplos  
Comentários finais

### Comentários finais

**Pontos essenciais:**

- Não tem sentido tentar descrever dados experimentais sem informações teóricas.
- São as informações teóricas que orientam a escolha sobre o tipo de curva a ser utilizada.
- O método dos mínimos quadrados pode ser usado para definir a curva que melhor se adequa aos dados.
- O laboratório possibilita o teste de hipóteses.

Veit, Araujo & Heidemann (eav@if.ufrgs.br) Análise de dados experimentais

Visão epistemológica  
Analisando dados experimentais  
Exemplos  
Comentários finais

### Comentários finais

- Voltaremos a discutir precisão de resultados experimentais e sua confrontação com resultados teóricos.
- Referência fortemente recomendada: Steffens et al. Texto de apoio ao professor de Física, v.18, n.2, 2008.
- Há *softwares* para ajustamento de dados: *Lab fit* e *BrOffice*.

Veit, Araujo & Heidemann (eav@if.ufrgs.br) Análise de dados experimentais

- não tem sentido descrever dados experimentais sem informações teóricas. É a teoria que orienta a escolha da função matemática que deverá ser utilizada na descrição dos dados. É por meio da teoria, também, que somos capazes de interpretar o significado físico das variáveis e parâmetros das funções de ajuste;

- precisamos de um critério para definir qual a curva que fornece melhor ajustamento dos dados. O critério que escolhemos esta baseado no método dos mínimos quadrados,

que nos diz que, dentre várias curvas de um mesmo tipo, a curva que fornece melhor ajustamento é aquela para a qual a soma dos resíduos ao quadrado é nula;





- o laboratório pode ser utilizado para testar hipóteses. Por ex., no exemplo do atilho fizemos a hipótese que a relação entre a força e a elongação era linear. Com medidas no laboratório pode-se testar se essa hipótese é razoável.

Nessa aula nos concentramos na descrição de dados experimentais através do ajustamento de curvas. Voltaremos a discutir a precisão de dados experimentais e sua comparação com resultados teóricos em aulas futuras.

No Moodle já consta a tarefa dessa semana. Desejamos um bom trabalho!

Visão epistemológica  
Analisando dados experimentais  
Exemplos  
Comentários finais

### Referências

- MEDEIROS. A.; BEZERRA Filho, S. A natureza da ciências e a instrumentação para o ensino da Física **Ciência & Educação** v. 6, n. 2, p. 107-117, 2000.
- SILVEIRA, F. L.; OSTERMANN, F. A Insustentabilidade da Proposta Indutivista de “Descobrir a Lei a Partir dos Resultados Experimentais”. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v.19, . especial, p. 7-27, 2002.
- SILVEIRA, F. L. da; PEDUZZI, L. O. Q. Três episódios de descoberta científica: da caricatura empirista a uma outra história. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 23, n. 1, p- 26-52, 2006.
- STEFFENS, C. A., VEIT, E. A. e SILVEIRA, F. L. da, **Textos de Apoio ao Professor de Física**, v. 19, n.2 , 2008. 86 p.

Veit, Araujo & Heidemann (eav@if.ufrgs.br) Análise de dados experimentais

Visão epistemológica  
Analisando dados experimentais  
Exemplos  
Comentários finais

### Referências

- KOHNLEIN, J. F. K. ; PEDUZZI, L. O. Q. Sobre a concepção empirista-indutivista no ensino de ciências. Editora UFSC,v. 2002.

Veit, Araujo & Heidemann (eav@if.ufrgs.br) Análise de dados experimentais