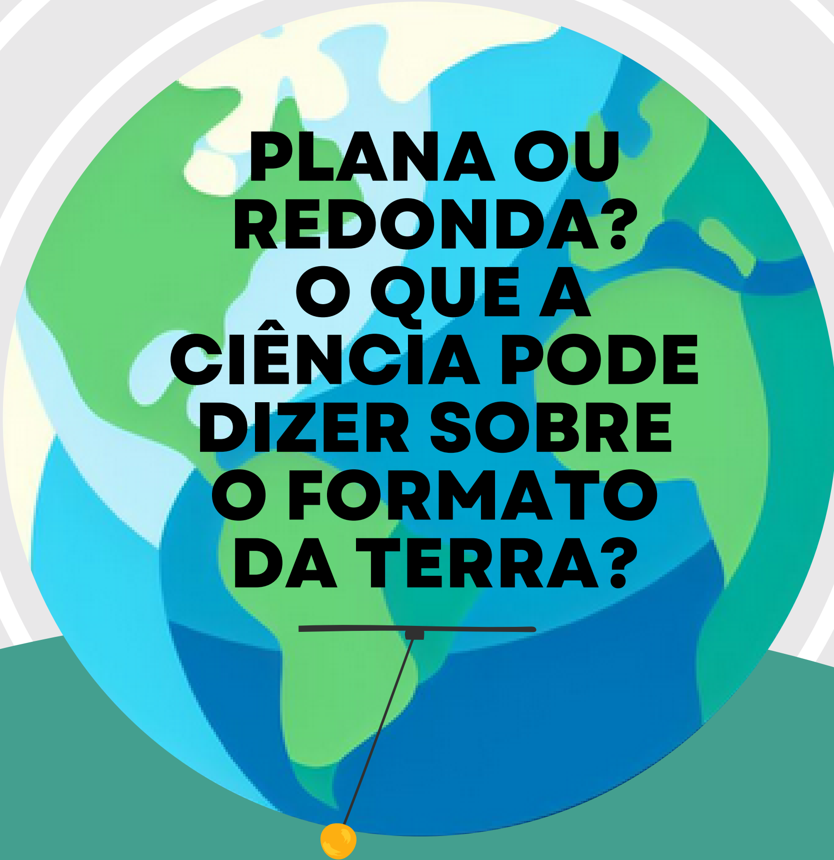


PLANA OU REDONDA? O QUE A CIÊNCIA PODE DIZER SOBRE O FORMATO DA TERRA?

Uma investigação com pêndulos em diversos lugares do mundo

Ingrid Weber Calsing
Leonardo Albuquerque Heidemann

UFRGS CREF iF UnB

PiLab Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union FINATEC

CAPÍTULO I

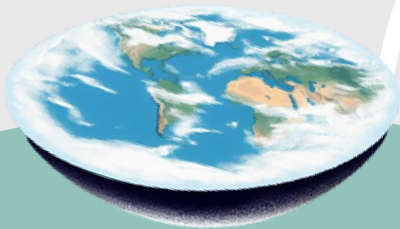
Desmistificando o Terraplanismo: Evidências de que a Terra não é Plana

Notícias falsas inundam nossos celulares todos os dias! Os problemas decorrentes disso são cada vez mais investigados por centros de pesquisa. Frequentemente relacionadas com pseudociências, ou seja, com conhecimentos supostamente científicos, mas que não são legitimados pela comunidade científica, essas notícias podem favorecer a difusão de crenças prejudiciais à população, sobretudo nos casos relacionados com saúde pública.

Comumente fundamentadas em falsos argumentos relacionados com supostas controvérsias entre cientistas, essas crenças criam correntes de desinformação que podem ser confundidas com Ciência.

As diversas pseudociências que amparam muitas das notícias falsas não são independentes. Indivíduos que acreditam em uma delas podem passar a vida inteira sendo reféns desse tipo de desinformação nos seus mais diversos campos de atuação. Por exemplo, alguém que é adepto das ideias do Terraplanismo, uma pseudociência que reúne milhares de pessoas que advogam que o nosso planeta é plano, é mais suscetível a corroborar a proliferação de ideias conspiratórias de movimentos antivacina.

Não é fácil combater essas desinformações, principalmente porque não é simples separar o que é Ciência do que não é. Afetividade e conhecimento se misturam na construção dos nossos posicionamentos.



Nesta atividade, vamos investigar argumentos especialmente vinculados com uma pseudociência particularmente pertinente para o campo da Física: o Terraplanismo. Que evidências temos de que a Terra não é plana? Quais argumentos podem ser usados para fundamentar a noção de que a Terra, de fato, possui um formato aproximadamente esférico?

QUAIS SÃO AS IMPLICAÇÕES DA TERRA SER REDONDA?

Quando falamos em Ciência, costumamos ter uma concepção de que as suas teorias são provadas por meio da observação direta e imparcial da natureza. Desse modo, poderia se pensar que, para termos uma "prova" de que a Terra é esférica, precisaríamos nos afastar da Terra a bordo de um foguete espacial, por exemplo, e ver objetivamente que ela é redonda.

No entanto, não é assim que a Ciência se desenvolve. Grande parte dos nossos conhecimentos são construídos a partir da análise de consequências de características da natureza!

UM POUCO DE HISTÓRIA

Sabemos que a Terra é aproximadamente esférica desde muito tempo antes de conseguirmos voar pela atmosfera. As primeiras ideias a respeito da forma do nosso planeta eram estruturadas a partir de observações de eventos cotidianos que só aconteciam por causa do seu formato.

Tales de Mileto (625-547 a.C.) fundamentava sua hipótese sobre a forma da Terra afirmando que, se ela fosse um disco plano flutuando numa vasta extensão de água, ela se moveria da mesma forma que um navio se move sobre a água, com trepidações, o que não era constatado nas experiências cotidianas.

Pitágoras (570-495 a.C.), considerando que esferas perfeitas sintetizam a harmonia do Universo, sendo uma manifestação divina, argumentava que a Terra é esférica e gira em torno do Sol.

Figura 1. Imagem gerada por Inteligência Artificial (IA) de Pitágoras[1].

[1]As imagens deste trabalho geradas por IA foram produzidas pela plataforma *Bing Image Creator.*

Observando que a sombra da Terra na Lua durante um eclipse lunar possuía sempre um formato arredondado, Aristóteles (384-322 a.C.) defendeu a esfericidade da Terra.

Figura 2. Durante um eclipse lunar, a lua pode adquirir uma cor avermelhada porque, quando a lua está na sombra da Terra , ela é iluminada pela luz solar que se curva ao redor da atmosfera.

A concepção de que a Terra é redonda foi se tornando cada vez mais bem estabelecida com o passar da história, mesmo quando ainda não se podia voar para se observar a Terra de um local distante dela!

Já Eratóstenes (276 -197 a.C), observando que a sombra de um bastão em locais diferentes do globo tinha um tamanho diferente em função dos feixes de luz do Sol incidirem com ângulos distintos, realizou a primeira medição da circunferência da Terra, encontrando um valor de 39.250 km, pouco diferente do valor de 40.075 km aceito atualmente.

A partir disso, as concepções sobre a forma da Terra continuaram as mesmas entre os cientistas, com avanços em detalhes sobre o relevo do planeta, mas sem importantes oposições à concepção de que a Terra é aproximadamente esférica.

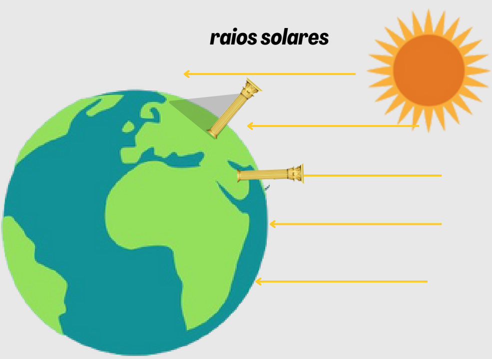


Figura 3. Representação fora de escala de como a sombra projetada no mesmo horário do dia é distinta em diferentes cidades, conforme observado por Eratóstenes.

Figura 4. Imagem gerada por IA de Eratóstenes observando o comportamento da sua sombra ao longo do dia.

No final do século XVII, iniciaram-se novas discussões entre aqueles que estudavam o formato do nosso planeta. Isaac Newton (1642 - 1727) e Christian Huygens (1629 - 1695) previam que a Terra é um esferóide oblato, ou seja, que o seu diâmetro equatorial é levemente maior do que o diâmetro polar. Por outro lado, René Descartes (1596-1650) previa que o diâmetro polar era um pouco mais alongado do que o equatorial, chamando-a de um esferóide prolato.

Posteriormente, em 1736, expedições marítimas mostraram, por fim, que a Terra é achatada no seu eixo polar em relação ao equatorial.

Esferóide Prolato

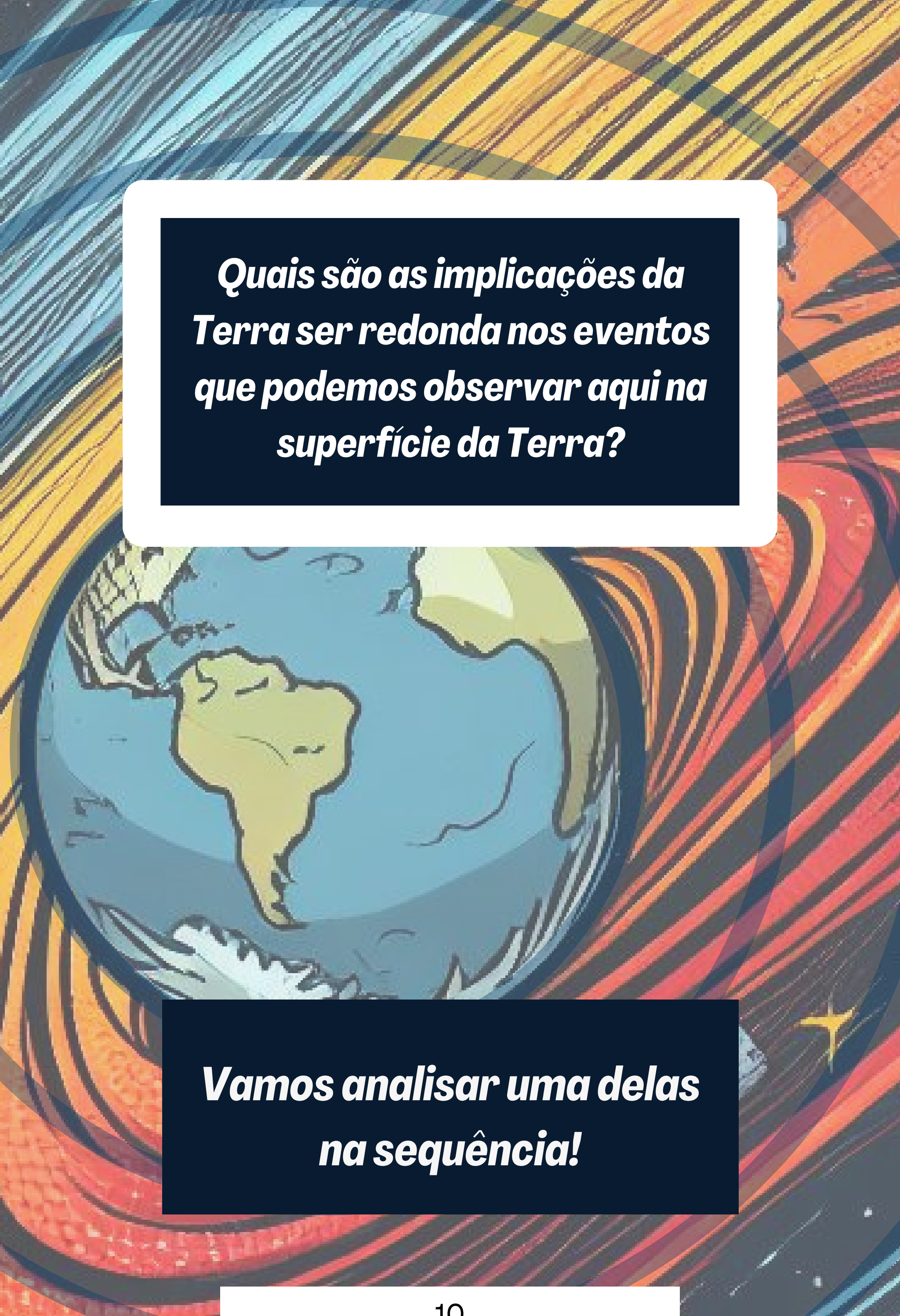
Esferóide Oblato

Como o raio polar difere muito pouco do raio equatorial, considerar a Terra perfeitamente esférica é uma excelente aproximação, já que ela, inclusive, está mais próxima de possuir uma forma esférica do que uma bola de futebol.

Figura 5. Atualmente, sabe-se que a forma da Terra é próxima de um esferóide oblato.

Vimos aqui que a aceitação da concepção de que a Terra é esférica se desenvolveu historicamente a partir da construção de argumentos fundamentados em observações cotidianas que só aconteciam por causa da esfericidade da Terra, o que aconteceu muito antes de termos acesso a aviões ou foguetes espaciais para olharmos a Terra afastados da sua superfície.

Na atividade que propomos a seguir, faremos algo muito semelhante: Quais são as implicações da Terra ser redonda nos eventos que podemos observar aqui na superfície da Terra? Vamos analisar uma delas na sequência.



Quais são as implicações da Terra ser redonda nos eventos que podemos observar aqui na superfície da Terra?

Vamos analisar uma delas na sequência!

CAPÍTULO II

Como a aceleração gravitacional varia na superfície da Terra?

Imagine-se em um carrossel. Se você está na borda desse carrossel girando, não sentirá que está sendo jogada para fora? A Terra é parecida com isso, certo? Ela é redonda e gira em torno de si. Então por que não somos jogados para longe da sua superfície? Assim como o atrito com o chão nos mantém presos no carrossel, a força da gravidade é suficientemente intensa para nos manter na superfície da Terra.

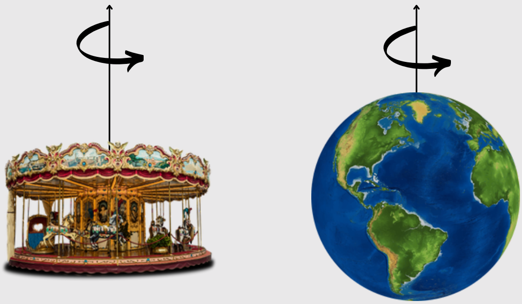


Figura 6. Os efeitos centrífugos na Terra são semelhantes aos efeitos que ocorrem em um carrossel.

Mas o fato de ela girar em torno de si não implicaria termos diferentes acelerações da gravidade dependendo do ponto em que estamos na Terra?

Sim! E é isso que vamos investigar aqui.

Para entendermos os efeitos da rotação da Terra na aceleração gravitacional², podemos recordar como os movimentos circulares funcionam. Vamos imaginar a Terra como representada na Figura 7, ou seja, como uma superposição de vários discos posicionados um acima do outro que rotacionam em torno de um mesmo eixo de forma sincronizada.

Quando nos posicionamos no disco menor, neste caso, na região dos polos, giramos em torno de um eixo que passa pelo nosso próprio corpo e coincide com o eixo de rotação da Terra.

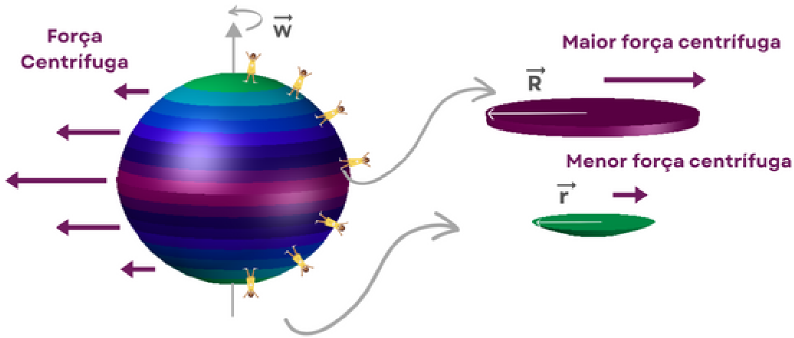
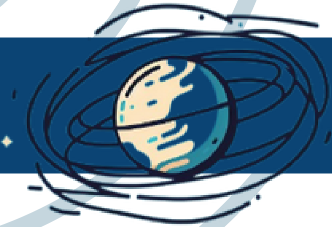


Figura 7. Representação da Terra como a superposição de discos de tamanhos variados. A figura dos sujeitos e da intensidade da força centrífuga na superfície da Terra está fora de escala.

² Foge do escopo deste material expor discussões sobre detalhes relacionados com as diferenças entre a intensidade do campo gravitacional, a aceleração gravitacional e a aceleração de queda livre. Adotaremos o termo "aceleração gravitacional" para nos referirmos à aceleração dos corpos medida em relação à superfície da Terra

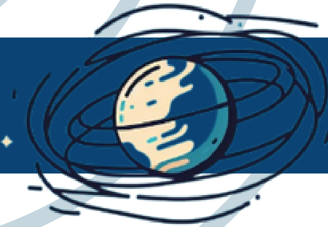


Conforme nos afastamos dos polos e nos direcionamos para o equador terrestre, ficando na extremidade do maior disco (Figura 7), sentimos que estamos sendo "jogados" para fora do disco com uma força com intensidade cada vez maior. Chamamos essa força de força centrífuga.

Quando estamos em rotação posicionados no equador terrestre (Figura 7), estamos em uma situação análoga a estarmos na borda de um disco em uma posição mais distante do eixo de rotação, ou seja, no equador, aumentamos a nossa distância em relação ao eixo de rotação.

Como no caso do carrossel, sentimos então uma força centrífuga agindo sobre nós cada vez mais intensa na medida em que nos afastamos dos polos, nos aproximando do equador terrestre.

Assim como a força centrífuga é nula quando estamos no centro de um carrossel, também é nula quando estamos exatamente nos polos da Terra. Nesse caso, estamos apenas girando em torno de nós mesmos.



A força centrífuga, contudo, é uma força fictícia (também chamada de força não inercial); ela não decorre da ação de algum corpo. Ela é apenas um efeito proveniente do movimento de rotação. Você lembra da lei da inércia? Os corpos tendem a manter o estado de movimento retilíneo uniforme ou de repouso.

Então, se estamos na superfície da Terra, assim como na borda de um carrossel, tendemos a manter nossa velocidade, sendo jogados para fora, o que não ocorre em função de uma força gravitacional, ou da força de atrito, no caso do carrossel.

A força que mantém os corpos na superfície da Terra é, portanto, de origem gravitacional. A presença de um corpo massivo, como a Terra ou qualquer outro planeta, origina ao seu redor (e no seu interior) um **campo gravitacional**. Uma vez que a Terra não tem a distribuição de massa homogênea, ou seja, tem densidades diferentes nos distintos pontos no seu interior, o campo gravitacional também irá acompanhar essas variações e haverá pontos na superfície da Terra, de acordo com a densidade no interior dela, em que o campo gravitacional será maior ou menor.

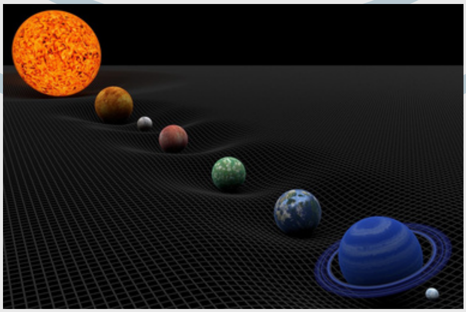


Figura 8. Representação do tecido espaço-tempo no Sistema Solar.

Variações sutis na aceleração gravitacional podem ocorrer em decorrência dessa distribuição de massa e os pontos de maior densidade terrestre, por exemplo, podem provocar variações muitíssimo pequenas, e a identificação delas requer medições com alta precisão.

Qualquer corpo massivo que se encontra imerso no campo gravitacional fica sujeito a uma aceleração gravitacional dirigida para o centro da Terra. Essa aceleração, no entanto, não é sempre a mesma e também varia conforme o lugar em que é analisada.

Diferentemente da força centrífuga, a força gravitacional é uma força decorrente da interação entre dois corpos massivos, ou seja, um corpo massivo realiza uma força em outro corpo massivo.

Por exemplo, a Terra realiza uma força gravitacional em todos nós e todos nós realizamos uma força sobre ela.

A força gravitacional que atrai um objeto em direção à Terra é proporcional à massa da Terra e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre o objeto e o centro da Terra (Figura 9).

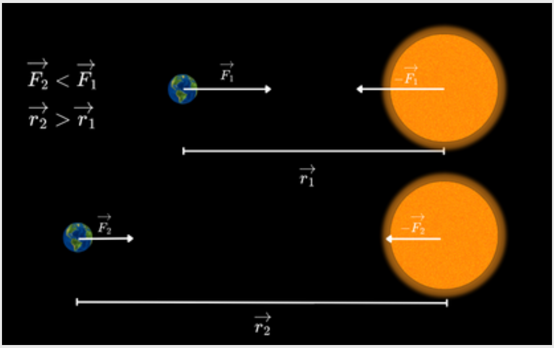


Figura 9. Representação da variação da força gravitacional com a distância entre os objetos. As imagens estão fora de escala.

Neste sentido, à medida que subimos na altitude, a distância entre o corpo e o centro da Terra aumenta, resultando em uma força gravitacional de menor intensidade e, portanto, uma aceleração gravitacional menor em relação à superfície da Terra. Pelo mesmo motivo, em função do achatamento dos polos, a força gravitacional é maior nos polos do que no equador terrestre.

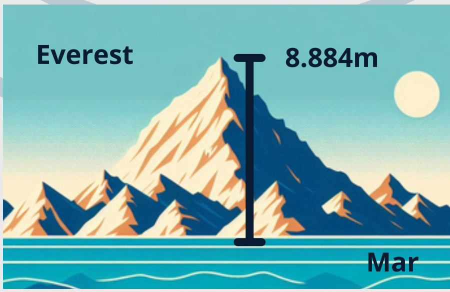


Figura 10. Se você estivesse no topo do Everest, estaria sujeito a uma força gravitacional menor em relação aos outros pontos da Terra.

Você sabia que existe uma expressão para predizer a aceleração gravitacional *g* em qualquer lugar da superfície da Terra? Ela prediz *g* em metros por segundo do seguinte modo:

$$g = 9,780327.(1 + 0,0053024.sen^2\lambda - 0,0000058.sen^2 2\lambda) - 3,086.10^{-6}h$$

Nessa equação, λ é a latitude e h, a altitude do local em metros. Destaca-se que a expressão acima, no entanto, não leva em conta os efeitos da não-homogeneidade da Terra, sendo que aproximadamente 40% da variação da aceleração gravitacional é decorrente do achatamento dos polos, enquanto que os outros 60% da variação decorre de efeitos centrífugos.

COLOCANDO NA PRÁTICA I

Explorando a Variação da Aceleração Gravitacional

A gente viu que existe uma equação que nos possibilita predizer o valor da aceleração gravitacional em qualquer lugar da Terra.

Vamos colocar ela na prática?

Utilize a equação internacional da gravidade para determinar a aceleração gravitacional em duas cidades diferentes: Porto Alegre e Brasília. Considere que a latitude da cidade de Porto Alegre é 30,07 graus e a de Brasília é 16 graus, e que a altitude de Porto Alegre seja de 69 m e a de Brasília 1000 m.

Para te ajudar a encontrar o valor de *g*, utilize esta **tabela** e posicione os valores de latitude e altitude em cada coluna de acordo com as informações que você já tem!

Perguntas

1. *Qual é o valor da aceleração gravitacional em Porto Alegre? E em Brasília?*
2. *Compare os valores obtidos nas duas cidades. Qual é a diferença entre os dois valores? Você encontrou um valor menor para a aceleração em Brasília? Isso faz sentido? Por quê?*

Uma forma de analisarmos a expressão para predizer a aceleração gravitacional na superfície da Terra é avaliando como ela varia quando calculada para diferentes latitudes. Nós vimos que, devido à ação de uma força fictícia, essa aceleração é menor na linha do equador e maior nos polos. O mesmo deve ser constatado quando calculamos a aceleração gravitacional utilizando a equação.

A Figura 11 mostra como a latitude muda na superfície terrestre; na Linha do Equador, ela vale 0°, aumentando até chegar em 90°, no polos. Para controlar a influência da latitude na aceleração gravitacional, vamos calcular aqui a aceleração gravitacional mantendo a altitude no nível do mar (ou seja, vamos considerar h = 0 m) para regiões com diferentes valores de latitude. Os resultados estão na Figura 12.

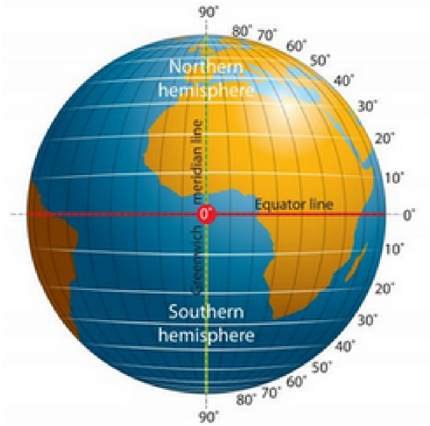


Figura 11. Variação da latitude terrestre.

Como prevíamos, a aceleração gravitacional predita atinge seu menor valor no Equador e aumenta conforme nos aproximamos dos polos.

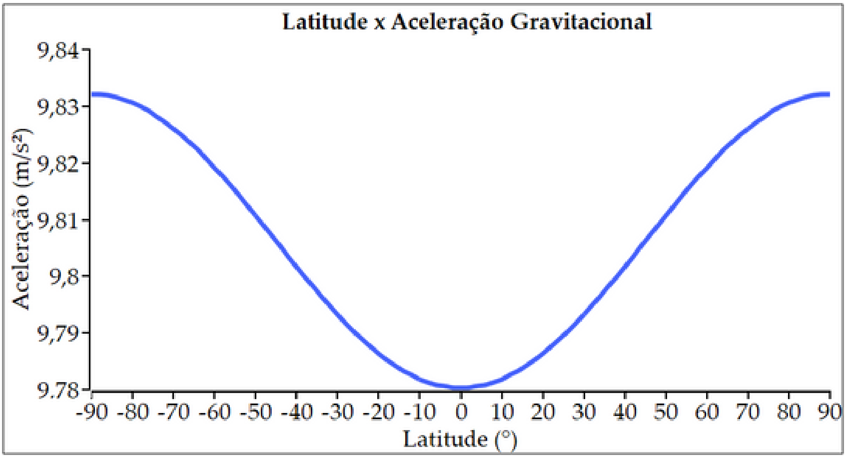
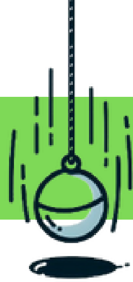


Figura 12. Comportamento da aceleração gravitacional com a variação da latitude terrestre.

Após constatarmos que os valores fornecidos pela expressão para predizer a aceleração gravitacional na superfície da Terra possuem consistência lógica, podemos contrastar suas previsões por meio de análises experimentais. Isso implica na coleta de dados sobre a aceleração gravitacional em diversas regiões do globo terrestre, a fim de verificar se os resultados corroboram com os valores estabelecidos pela equação.

CAPÍTULO III

Medindo o valor de aceleração gravitacional em diferentes lugares do Brasil



COMO MEDIR G? UM POUCO DE HISTÓRIA

Hoje existem métodos experimentais muito precisos para se medir a aceleração gravitacional. No entanto, historicamente, o pêndulo foi fundamental para a determinação experimental da aceleração gravitacional, já que, até o início do século XX, as medições de gravidade costumavam ser feitas com o uso de dispositivos baseados em pêndulos.

O estudo do movimento de queda dos corpos teve importantes contribuições de Galileu, Descartes e Newton. Embora Galileu não tenha conseguido determinar com precisão o valor desta aceleração, suas estimativas apontaram para um valor próximo a 4 m/s^2.

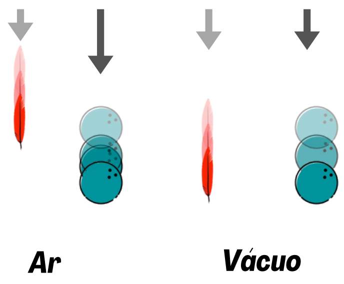


Figura 13. Ambos os corpos estão submetidos a mesma aceleração gravitacional, no entanto, a pena, por ser mais leve, é mais impactada pela força de arrasto do ar, o que implica que a bola de boliche chegue antes no solo

Segundo Galileu (1564-1642), em um espaço completamente vazio de ar e outros corpos, ou seja, sem nenhum tipo de resistência, o movimento de queda dos corpos é uniformemente acelerado, com a mesma aceleração para todos eles.

O padre Mersenne (1588-1648) empreendeu tentativas de inferir a aceleração gravitacional através da medição do tempo de queda e seus resultados levaram a valores maiores do que os identificados por Galileu, em torno de 8 m/s^2.

No entanto, tais tentativas para obter uma medida razoavelmente precisa da aceleração gravitacional foram frustradas pela falta de um método confiável para medir intervalos de tempo na época, quando relógios precisos ainda não estavam disponíveis.

Figura 14. Imagem gerada por IA do padre Mersenne estudando pêndulos

Figura 15. Imagem gerada por IA de Galileu em seu escritório.

Enquanto Galileu empregava a determinação do volume de água que fluía de um tanque para medir o tempo, Mersenne usou pêndulos.

Huygens (1629-1695) repetiu o experimento de Mersenne em 1659 e encontrou valores entre 9 e 10 m/s^2, observando que não seria possível medir com precisão o tempo de queda sem um cronômetro confiável. Para resolver esse problema, ele percebeu que o intervalo de tempo que transcorre para que um pêndulo realize um movimento completo, até ele voltar a se repetir, chamado de período do pêndulo, e a aceleração gravitacional estavam relacionados.

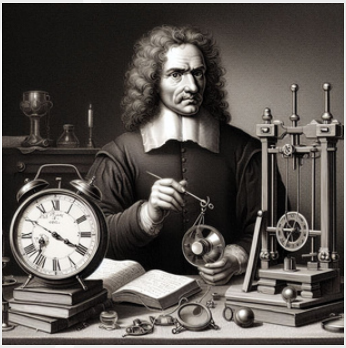


Figura 16. Imagem gerada por IA de Huygens realizando experimentos.

Isso abriu um novo caminho para determinar a aceleração gravitacional sem a necessidade de medir tempos de queda. Huygens utilizou um pêndulo com cerca de 15,7 cm, que realizava 4464 pequenas oscilações em uma hora, e determinou a aceleração gravitacional como sendo aproximadamente 9,5 m/s^2.

Newton (1642-1727) estudou o movimento de um pêndulo cônico: um pêndulo preso no teto por um fio, mas que, ao invés de balançar para frente e para trás, ele gira ao redor de um ponto fixo. Newton viu que a força que puxa esse pêndulo para o centro do círculo formado pela sua trajetória, ou seja, a força conhecida como força centrípeta, está relacionada com a aceleração gravitacional. Ele mediu quanto tempo o pêndulo levou para dar uma volta completa, chamado de "período de rotação".

A partir desse tempo, Newton calculou a força centrípeta e o valor da aceleração gravitacional, de aproximadamente 10,2 m/s^2. Com base nisso, ele estimou que a razão entre a aceleração centrípeta no equador da Terra e a aceleração gravitacional era ligeiramente maior do que 1/350.

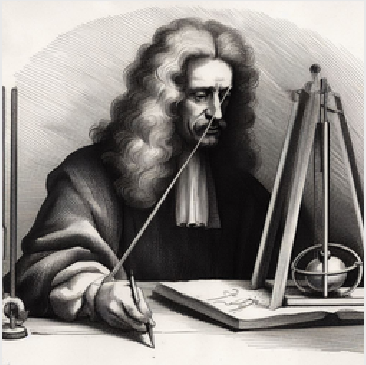
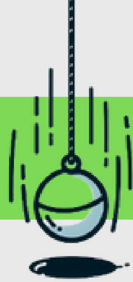


Figura 17. Imagem gerada por IA de Isaac Newton estudando o pêndulo cônico.

Nesta atividade, nosso objetivo é tentar reproduzir o que notáveis cientistas fizeram e explorar esse aspecto histórico do pêndulo. Vamos, utilizando pêndulos oscilantes em diversos lugares do mundo, investigar experimentalmente uma consequência da esfericidade da Terra: a variação da aceleração gravitacional em diferentes latitudes.

É isso mesmo!
Vamos usar dados de experimentos que estão a muitos quilômetros de nós!

Além disso, ao explorarmos o experimento, poderemos descobrir as dificuldades práticas envolvidas na medição do movimento de um pêndulo, bem como as fontes de incerteza que afetam a medição.

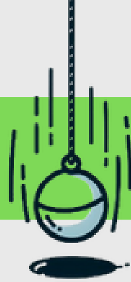


Mas como isso? De que modo a aceleração gravitacional se relaciona com o movimento de um pêndulo? Existe um modelo científico que mostra como o tempo que um pêndulo demora para realizar uma oscilação completa se relaciona com a aceleração gravitacional no local em que ele se move. Esse modelo, chamado de pêndulo simples, é útil para representar casos em que:

i) o corpo suspenso é muito pequeno quando comparado com o comprimento do fio do pêndulo;
ii) a massa do fio do pêndulo é muito pequena quando comparada com a do corpo suspenso;
iii) o fio de sustentação do pêndulo é praticamente inextensível;
iv) a força de resistência do ar é muito menos intensa do que a força peso do corpo suspenso.

Quando essas condições são aproximadamente verdadeiras, o modelo de pêndulo simples prediz que o período de oscilação *T* desse pêndulo (intervalo de tempo transcorrido em cada oscilação), com pequenas oscilações, é:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



Nessa equação, *l* é o comprimento do fio e *g* é o valor da aceleração gravitacional local. Uma vez conhecido o comprimento *l* do fio e o período de oscilação *T* do pêndulo, podemos inferir o valor da aceleração gravitacional daquele local pela relação:

$$g = \frac{4\pi^2 . l}{T^2}$$

Portanto, tendo acesso ao período de pêndulos em diferentes pontos da Terra, podemos comparar os valores da aceleração gravitacional entre esses lugares!

No entanto, se medirmos o período de um mesmo pêndulo mais de uma vez, dificilmente mediremos valores exatamente iguais. Como podemos avaliar se os valores medidos são confiáveis então?

COLOCANDO NA PRÁTICA II

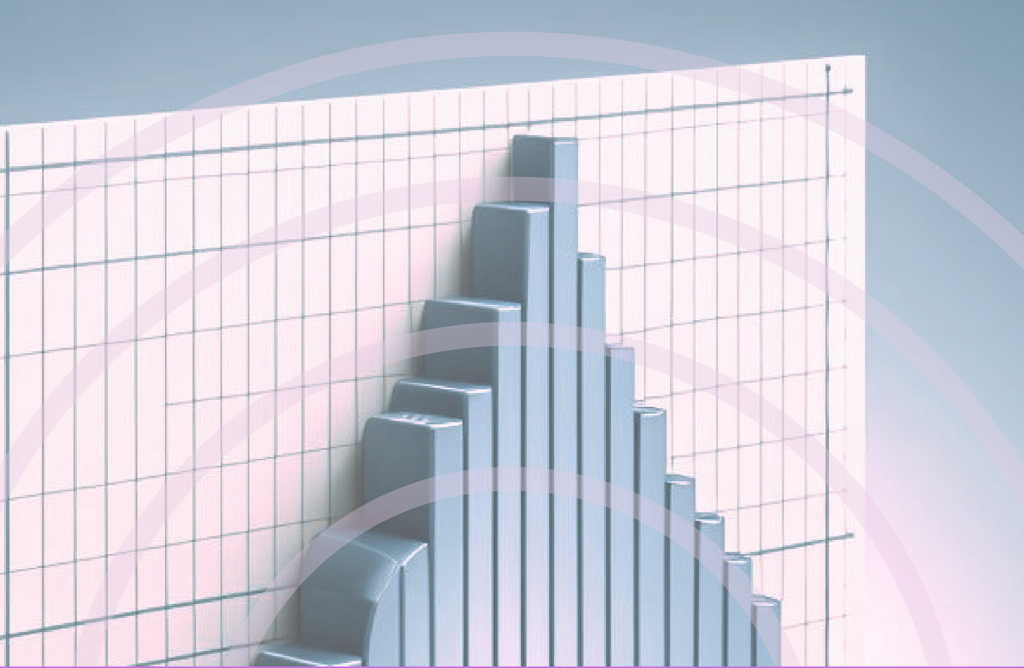
Explorando a Aceleração Gravitacional com os Pêndulos

Vamos agora embarcar em uma atividade intrigante, na qual mergulharemos na relação entre o período de oscilação de um pêndulo e a constante aceleração gravitacional! Nossa ferramenta será um pêndulo real do qual podemos coletar dados remotamente.

O objetivo é medir o **período de oscilação do pêndulo**, pavimentando o caminho para o cálculo da aceleração gravitacional no local em que ele está instalado. Acompanhe os passos abaixo para fazer essa medição **aqui**.

Perguntas

1. *Colete dados com os pêndulos de Brasília e de Porto Alegre. Quais são as diferenças nos valores da aceleração gravitacional que você calculou para os dois lugares diferentes?*
2. *Como podemos avaliar se as medidas são coerentes?*
3. *Quais fatores podem influenciar as diferenças entre os valores calculados e os valores medidos?*



CAPÍTULO IV

Discutindo a importância de realizar um conjunto de medidas

QUAL A MEDIDA MAIS CONFIÁVEL DE UM CONJUNTO DE MEDIDAS DE PERÍODO? QUE VALOR DEVEMOS ATRIBUIR AO PERÍODO DO PÊNDULO INVESTIGADO?

Quando analisamos os resultados de qualquer conjunto de medidas, é perceptível que os valores obtidos não são idênticos. Como todo experimento sofre perturbações, como variações de temperatura ou alterações nos instrumentos, sempre há uma incerteza associada a qualquer medida que fazemos.

O comprimento do fio de um pêndulo, por exemplo, pode ser afetado por variações de temperatura de várias maneiras, dependendo do tipo de material do qual ele é feito. Se for um fio metálico, como o cobre, ele expande conforme a temperatura aumenta, mesmo que essa variação seja muito pequena.

É devido a essas pequenas variações no ambiente e, por consequência, nas características do fio, que os valores coletados em um conjunto de medidas não são iguais, mesmo em um cenário hipotético em que tivéssemos um instrumento de medida absolutamente preciso.

Sabemos, portanto, que, em um conjunto de medidas com um pêndulo real, não encontramos um período constante. Então como podemos saber qual medida, entre todas do conjunto, é a mais confiável?

Que valor devo atribuir ao período do pêndulo investigado?

Para respondermos a essa pergunta, precisamos entender o conceito de valor médio.

Vamos imaginar a seguinte situação.

Se coletarmos uma medida do período de um pêndulo e, logo após, coletarmos outra medida, essas medidas não serão exatamente iguais, certo? Por conta das perturbações discutidas anteriormente, sabemos que, a menos de uma coincidência, as medidas não serão iguais.

No entanto, conhecendo o valor médio desse conjunto de medidas, temos uma estimativa de qual o valor mais provável a ser encontrado para novas medidas realizadas com o mesmo pêndulo.

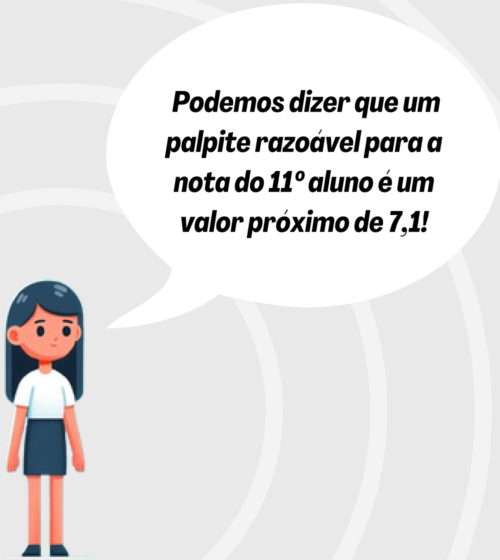
A **média** (m) e a **dispersão** são medidas estatísticas utilizadas para analisar um conjunto de dados. Vamos tomar como exemplo uma situação muito próxima do nosso cotidiano: as notas das avaliações de um grupo de 10 colegas.

Suponhamos que, em uma avaliação, o professor atribuísse uma nota de 0 a 10 e, para o grupo de 10 alunos, as notas sejam 7, 8, 6, 9, 7, 7, 6, 8, 7 e 6. A média das notas é definida como a soma de todas as notas dividida pelo número de colegas. Ao fazermos isso, encontramos que:

$$m = \frac{7+8+6+9+7+7+6+8+7+6}{10} = \frac{71}{10} = 7,1$$

A média das notas, portanto, é 7,1. Digamos que um 11º aluno faça a prova em outro momento e vamos supor que eu queira prever um valor para a nota da avaliação desse aluno sem conhecê-lo, qual seria um bom palpite para a nota dele?

O valor médio não prevê com precisão absoluta o desempenho desse aluno, mas acaba sendo o valor adequado para estimar os próximos resultados.



Um dado complementar que nos indica quão confiável é o nosso palpite da média como sendo a previsão da nota do 11º aluno é a dispersão das notas, que indica o quão distantes as notas estão da média. O aluno que tirou 9 na prova, por exemplo, está mais distante da média do que o aluno que obteve 7.

Quando analisamos todas as notas, e os valores, no geral, estão próximos da média, dizemos que os dados têm uma baixa dispersão.

No exemplo citado, como as notas não variam muito, o nosso palpite da média para a nota do 11º aluno é ainda melhor, já que há mais chances desse valor estar mais próximo do valor médio do que se a dispersão fosse alta.

Se a dispersão fosse alta, as notas estariam mais distantes em relação à média, apontando para uma maior variabilidade no desempenho dos colegas e, se tivéssemos que dar um palpite para a nota de um aluno aleatório, pior seria esse palpite.

COLOCANDO NA PRÁTICA III

Explorando a Média de Períodos de Pêndulos

Nessa tarefa, você vai poder calcular a média de um grupo de valores de períodos de oscilação de um pêndulo. Isso vai te ajudar a entender de forma mais clara como a média funciona para representar um conjunto de dados. Para isso, podemos realizar o mesmo procedimento na atividade anterior, só que agora selecionando uma amostra maior de períodos coletados.

Vamos por em prática?

*Tente coletar pelo menos 10 valores de períodos no pêndulo localizado em Porto Alegre e, através da **tabela**, calcule o valor médio dessas medidas.*

O QUANTO PODEMOS CONFIAR NA MÉDIA DAS MEDIDAS DOS PERÍODOS PARA REPRESENTAR O PERÍODO DE UM PÊNDULO?

Vamos voltar agora à análise dos dados coletados do período de um suposto pêndulo. Nesse contexto, a dispersão de medidas, relacionada com a forma como os valores coletados estão distribuídos no conjunto de dados, desempenha um papel crucial na determinação da confiabilidade e na atribuição de um valor ao período de um pêndulo investigado.

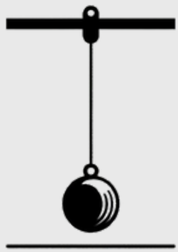
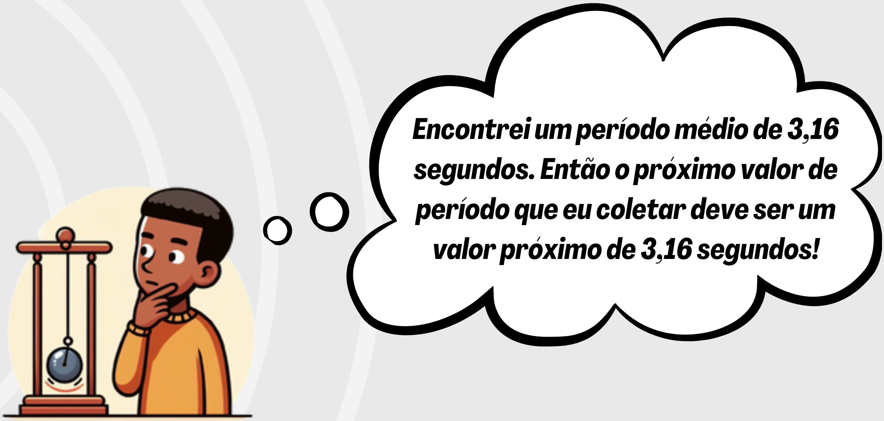


Figura 18. A variação das diferentes medidas de período impõe o desafio de identificar um valor confiável

Vimos que uma medida do período nunca será exatamente igual à anterior. Pensando nisso, ao analisarmos o quanto os valores coletados estão distantes uns dos outros, ou seja, se estão mais ou menos dispersos, podemos avaliar a consistência das medidas.

Se fizermos 50 medidas de períodos e coletarmos um 51º valor, não podemos ter certeza sobre qual será o valor específico dessa próxima medida. Apesar disso, podemos utilizar a média das 50 medidas anteriores como uma referência para estimar o valor mais provável do 51º período!



Se os valores das medidas anteriores variaram muito em relação à média, ou seja, se há valores muitos dispersos, é menos confiável atribuir a média das 50 medidas anteriores ao valor mais provável da 51º medida, e é provável que a incerteza em torno do valor do 51º período seja maior.

Por outro lado, se os valores anteriores foram consistentemente próximos à média e, por consequência, menos dispersos, podemos esperar uma menor incerteza em relação ao novo valor.

Podemos entender melhor essa dispersão analisando um recurso gráfico muito importante: o **histograma**. Nele, os dados são organizados em intervalos, que mostram a frequência de ocorrência de medidas em cada intervalo. Ele possibilita a visualização da distribuição dos dados e pode ser usado para identificar padrões e tendências. No contexto das medidas de períodos, um histograma das 50 medidas pode nos mostrar como os valores estão distribuídos ao redor da média.

Um histograma é composto por um eixo horizontal, que representa as faixas ou intervalos dos valores, e um eixo vertical, que indica a frequência ou a contagem de ocorrências dos valores dentro de cada intervalo (Figura 19).

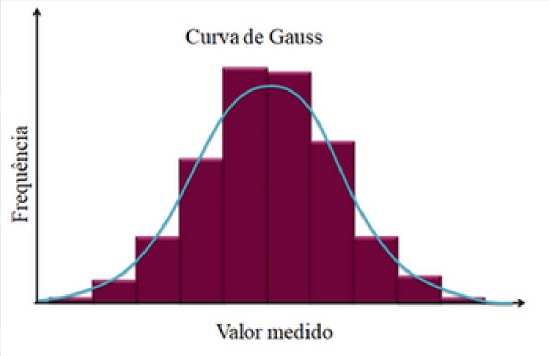


Figura 19. Padrão formado por um conjunto de dados em um gráfico de frequência em função do valor medido.

Se os **valores variaram** muito em relação à média, ou seja, se houve uma **grande dispersão dos dados**, o histograma apresentará uma distribuição **bastante dispersa**, com intervalos abrangendo uma faixa maior de valores.

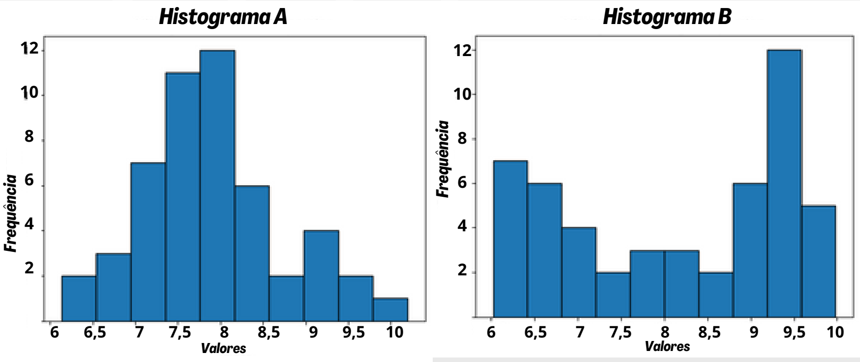


Figura 20. Podemos constatar que o Histograma B tem dispersão maior do que A.

Isso indica que os valores medidos estão amplamente espalhados ao redor da média, resultando em maior variabilidade. Portanto, será **maior a incerteza** na previsão do 51º valor a ser medido, sugerindo que a estimativa do valor mais provável pode ser menos confiável.

Em muitos casos é bastante razoável representar um conjunto de dados em um histograma por uma curva chamada de **curva normal** (Figura 19). Não vamos nos aprofundar sobre características dessa curva, mas um aspecto muito interessante dela é que existe uma grandeza que quantifica o quanto os dados são dispersos nessa curva: **o desvio padrão**.

Você pode ter ouvido esse termo em algum outro contexto, como, por exemplo, no anúncio do desempenho dos candidatos do vestibular da UFRGS. Sabendo o desvio padrão, podemos ter uma ideia do quão variável é o desempenho dos candidatos em uma prova do vestibular.

O que é menos conhecido é que, por exemplo, quando são anunciados os resultados de pesquisas eleitorais, os valores das incertezas divulgadas têm tudo a ver com essa grandeza também.

A equação utilizada para calcular o desvio padrão de um conjunto de dados pode ser muito complicada para estudantes de Ensino Médio. Por isso, optamos por não nos aprofundarmos nesse cálculo e apresentamos uma **tabela** em que você pode inserir o seu conjunto de dados e ele fornecerá o valor relacionado com a variação da média de um conjunto de dados, o **desvio padrão da média**.

O importante para nós é que, no caso em que os dados podem ser representados por um curva normal, sabemos que, em um histograma das médias de conjunto de dados, englobamos 68% dessas médias no intervalo entre a média e 1 desvio padrão da média e a média menos 1 desvio padrão da média (Figura 21).

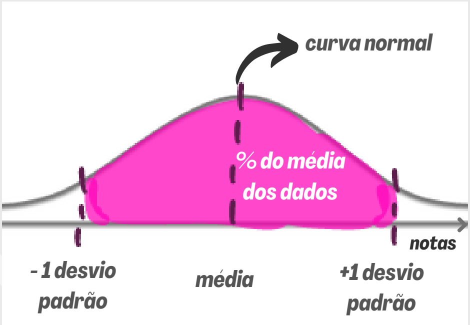


Figura 21. Distribuição dos dados na curva normal considerando um desvio padrão.

Analisando novamente as notas das provas dos estudantes, vimos que a média das notas das avaliações foi de 7,1; o desvio padrão desses dados vale 0,9 (existem diferenças entre o desvio padrão dos dados e das médias, mas não vamos nos aprofundar nisso nesta atividade). Podemos dizer então que 68% das notas desse conjunto estão contidos no intervalo 7,1 ± 0,9, ou seja, entre 6,2 e 8,0, porque 7,1 - 0,9 = 6,2 e 7,1 + 0,9 = 8,0 (Figura 22).

Para verificarmos isso, vamos pensar da seguinte maneira: 68% de 10 notas vale 6,8; sabemos então que pelo menos 6 notas estão entre 6,2 e 8,0. Vale lembrar que as notas, em ordem crescente são: 6, 6, 6, **7, 7, 7, 7, 8, 8** e 9; das 10 notas, pelo menos 6 estão contidas no intervalo.

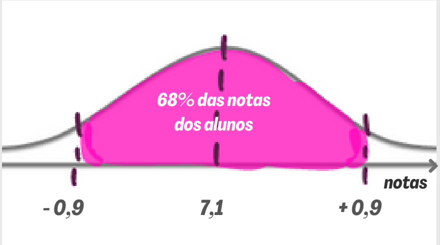


Figura 22. Distribuição das notas dos alunos considerando um desvio padrão.

Se ampliarmos o intervalo, considerando dois desvios padrões amostrais somados, vamos encontrar notas entre 7,1 ± 1,8. Isso nos fornece valores situados entre 5,3 e 8,9 (Figura 23). Aproximadamente 95% dos dados estão dentro de 2 desvios padrões amostrais; 95% de 10 notas correponde a 9,5 notas. Isso quer dizer que 95% das notas, ou seja, pelo menos 9 das 10 notas dos alunos devem estar contidas entre 5,3 e 8,9, o que é verificado quando retomamos os valores: **6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8** e 9.

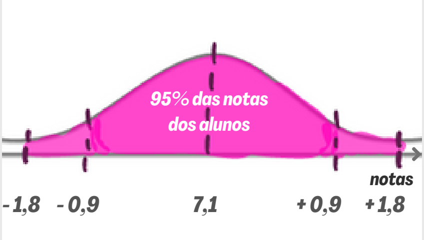


Figura 23. Distribuição das notas dos alunos considerando dois desvios padrões

Se em um conjunto de medidas de períodos de um pêndulo a média foi de 2,0 segundos com desvio padrão amostral de 0,1 segundo, 68% dos dados desse conjunto estão englobados em um intervalo entre 1,9 segundos e 2,1 segundos (Figura 24). Esse valor aumenta para 95% dos dados se a gente usa dois desvios padrões.

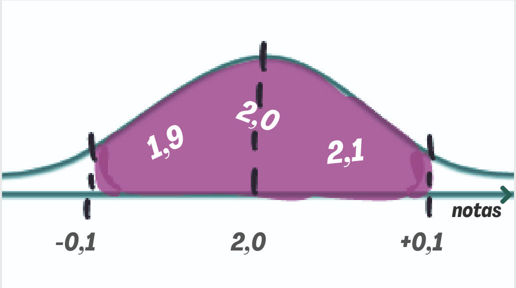


Figura 24. Distribuição dos períodos do pêndulo considerando um desvio padrão.

Com isso, o desvio padrão é uma ótima maneira de medir a dispersão de um conjunto de dados. Por isso, para se estimar a incerteza de uma grandeza que é inferida da média de um conjunto de dados, costuma-se usar o desvio padrão da média, pois ele indica o quanto aquela média varia em conjuntos de dados equivalentes ao coletado.

COLOCANDO NA PRÁTICA IV

Calculando o desvio padrão da média

É hora de dar um passo adiante! Depois de calcularmos a média dos valores dos períodos de oscilação do pêndulo, vamos analisar mais um elemento: queremos avaliar o quão razoável é tomarmos o valor médio dos períodos como o valor do período do pêndulo.

Para isso, vamos medir o desvio padrão da média dos valores medidos. Isso vai nos mostrar quão dispersos ou próximos os dados estão em relação à média.

*Use os períodos que já usamos anteriormente e calcule o desvio padrão da média dos valores usando essa **tabela**. Agora que você encontrou o desvio padrão da média, vamos discutir: **O que podemos dizer sobre esse valor?** Se necessário, retome as discussões feitas anteriormente.*

Ao longo desta atividade, discutimos como a compreensão de que a Terra é esférica se desenvolveu historicamente a partir de argumentos baseados em observações cotidianas, não necessariamente dependendo de observações diretas do espaço.

Além disso, abordamos a variação da aceleração gravitacional em diferentes latitudes como uma consequência da esfericidade da Terra, e sobre como isso pode ser um argumento para combater as pseudociências, como o Terraplanismo, que desafiam a distinção entre Ciência e não Ciência.

A expressão para predizer a aceleração gravitacional na superfície da Terra nos permite calcular essa aceleração em diferentes pontos da Terra e os dados experimentais se tornam importantes para corroborar teorias científicas e contrastar modelos que descrevem como a aceleração gravitacional varia em torno do globo.

Também exploramos as incertezas associadas às medições, como variações de temperatura e instrumentos, enfatizando a inevitabilidade das variações nas medições e a necessidade de compreender a dispersão de medidas e calcular o valor médio para termos confiabilidade em uma grandeza inferida de um conjunto de dados.

COMO PODEMOS COMPARAR DADOS SE ELES NÃO SÃO ESTABELECIDOS POR UM VALOR ÚNICO, MAS POR UM INTERVALO DE VALORES?

Já constatamos que, quando medimos o período de um pêndulo, o valor atribuído para a grandeza é dado pela média dos valores coletados e pela sua incerteza (desvio padrão da média), nos fornecendo um intervalo de valores.

Se medirmos o valor da aceleração gravitacional, teremos algo semelhante: um intervalo para a grandeza medida. Então como poderíamos comparar esse valor com o calculado a partir da expressão para predizer a aceleração gravitacional na superfície da Terra, já que tal expressão nos fornece um valor único, e não um intervalo?

Aqui é importante notarmos que toda medição tem uma incerteza. Portanto, os valores que usamos na expressão para predizer a aceleração gravitacional na superfície da Terra também possuem uma incerteza. Por exemplo, qual é o valor da altitude do lugar onde queremos calcular a aceleração gravitacional?

É natural que essa grandeza, quando for medida, tenha uma incerteza também, implicando em uma incerteza no valor da aceleração calculada. Existem métodos complicados de se calcular a propagação de incertezas, ou seja, de se calcular, por exemplo, a incerteza da aceleração gravitacional quando conhecemos a incerteza da altitude.

Nesta atividade, vamos usar uma forma de fazer uma estimativa da incerteza dessa aceleração muito mais simples do que o que cientistas fazem, mas que será suficiente para entendermos a lógica desse processo.

Na expressão para predizer a aceleração gravitacional na superfície da Terra, duas grandezas são necessárias: a **altitude** e a **latitude** local. Em uma cidade, essas duas grandezas variam. Confira na equação que, se usarmos o **maior valor de latitude** e a **menor altitude**, vamos encontrar o **valor máximo para a aceleração gravitacional** no local investigado. Por outro lado, se utilizarmos o **menor valor para latitude** e **maior valor para altitude**, vamos encontrar o **valor mínimo para a aceleração gravitacional**.

Desse modo, mesmo que a expressão para predizer a aceleração gravitacional na superfície da Terra nos forneça apenas um valor, podemos estimar a variação da aceleração calculada pegando valores limites, nos dando uma estimativa da incerteza do valor calculado para uma cidade, por exemplo. Por isso, esse método de calcular propagação de incerteza é chamado de "**método dos limites**".

Nesse caso, a incerteza da grandeza mensurada é metade da diferença entre o valor máximo e o valor mínimo calculado.

Vamos a um exemplo: suponhamos que um pêndulo tenha um comprimento de 10,0 metros. Quando a medida desse comprimento foi feita, concluiu-se que a incerteza desse comprimento é 0,1 metro. Desse modo, pode-se estimar que o comprimento do fio do pêndulo tem entre 9,9 e 10,1 metros.

Usando a equação que prediz o período do pêndulo que já vimos, isso nos possibilita concluir que o período desse pêndulo varia entre 6,29 (com comprimento de 9,9 metros) e 6,37 segundos (com 10,1 metros). Podemos estimar a incerteza do período predito como sendo:

$$\frac{6,37 - 6,29}{2} = 0,04$$

O período do pêndulo será então 6,33 ± 0,04 segundos.

Mas como posso comparar esse valor com o de um conjunto de medidas de um pêndulo real? Já estamos convencidos de que a predição pela equação e a medição inferida dos dados serão intervalos. Podemos pensar que, se os dois intervalos se sobrepõem, é possível que os valores predito e medido sejam iguais.

Por exemplo, se o valor do período predito no exemplo tratado varia entre 6,29 e 6,37 segundos e uma suposta medição do período desse pêndulo nos forneça um intervalo entre 6,1 e 6,4 segundos, podemos dizer que os dados medidos se sobrepõem aos valores preditos (Figura 25).

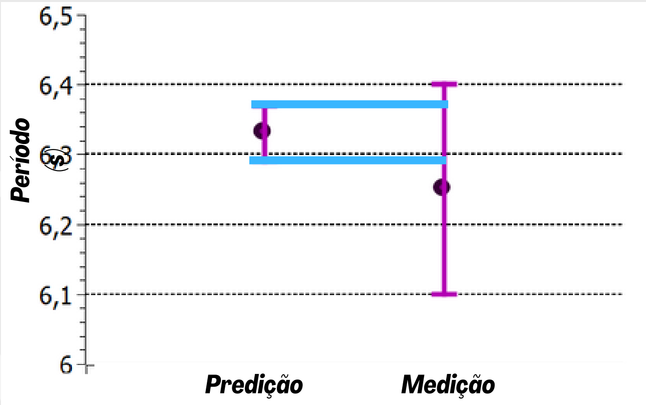


Figura 25. Os valores, quando expandidos nos seus respectivos intervalos, se sobrepõem.

Com isso, concluímos que os dados são indícios de que a teoria possibilita a predição do período do pêndulo é válida!

Agora, vamos voltar ao problema da expressão para predizer a aceleração gravitacional na superfície da Terra? Vamos comparar as acelerações coletadas com o pêndulo remoto com a fornecida pela expressão para predizer a aceleração gravitacional na superfície da Terra?

COLOCANDO NA PRÁTICA V

Parte I

Avaliando a consistência entre dados experimentais e predições teóricas na aceleração gravitacional em Porto Alegre

Sabendo dessas discussões, ainda podemos afirmar que a aceleração calculada com a expressão para predizer a aceleração gravitacional na superfície da Terra é diferente do valor experimental?

Vamos descobrir?!

O nosso próximo objetivo aqui será encontrar a aceleração gravitacional de duas formas diferentes! Para começar, vamos coletar uma amostra de valores de aceleração medida em Porto Alegre através do site da WPA. Você já sabe como fazer isso (se ainda estiver com dúvidas, retome o nosso guia).

*Tendo acesso aos valores para a aceleração disponibilizados pelo site da WPA, vamos encontrar o valor médio e o desvio padrão da média para esse conjunto de dados. Isso nos dará uma estimativa da aceleração gravitacional em m/s^2 (lembre que temos uma **tabela** que calcula a média e outra **tabela** que nos fornece o desvio padrão da média).*

Com isso, você deverá encontrar um valor médio para a aceleração gravitacional acompanhado de um desvio padrão da média.

COLOCANDO NA PRÁTICA V

Parte II

A segunda parte da atividade também consiste em encontrar a aceleração gravitacional do mesmo lugar em que o pêndulo foi analisado, só que agora vamos por outro caminho! Para isso, precisamos relembrar da expressão para predizer a aceleração gravitacional na superfície da Terra, apresentada no início dessa unidade. Assim como fazemos com os dados coletados, precisamos estimar a incerteza associada às predições que calculamos com essa equação.

*Primeiro, devemos calcular aceleração gravitacional com valores de altitude e latitude do local, mas você já fez isso no "**Colocando em Prática I**".*

Os valores de 30,0729º para latitude e de 69,0 m para a altitude representam os valores centrais dos intervalos (medições com suas incertezas) que definem a localização do pêndulo em Porto Alegre (um intervalo para a latitude e outro para a altitude). Esses dados foram medidos com o GPS de um celular! Neste mesmo aparelho, é informado que tais dados possuem incertezas de 0,0003º e 4,6 m, respectivamente. Por isso, com as incertezas, o intervalo da altitude medida varia, portanto, entre 64,4 e 73,6 metros; já a latitude do pêndulo varia entre 30,0697º e 30,0703º .

Uma das formas de encontrarmos a incerteza associada à expressão que prediz a aceleração gravitacional na superfície da Terra é através do método dos limites. Sabendo disso, o valor da aceleração predita é calculada com os valores centrais de altitude e latitude, acompanhado da incerteza encontrada pela diferença entre a aceleração gravitacional máxima e a aceleração gravitacional mínima.

COLOCANDO NA PRÁTICA V

Parte II

Você pode realizar o mesmo procedimento escolhendo qualquer lugar que desejar! Basta você pesquisar quais são as altitudes e latitudes máximas e mínimas daquele lugar!

Neste sentido, ao final desta atividade, você deverá encontrar dois valores de aceleração gravitacional com a incerteza associada:

O primeiro *calculado através do valor médio e desvio padrão da média dos dados coletados com um pêndulo;*

O segundo *a partir da expressão para predizer a aceleração gravitacional na superfície da Terra, estimando a incerteza dessa aceleração pelo método dos limites, calculando o valor máximo e mínimo dessa grandeza utilizando os valores máximos e mínimos de altitude e latitude.*

E aí? Quais valores você obteve para a aceleração gravitacional nos dois casos? Os resultados que você encontrou, considerando os intervalos que eles englobam, são iguais? O valor de aceleração gravitacional pode ser considerado o mesmo com os dois métodos?