Atividades exploratórias e de criação com o *software* Modellus

Atividades exploratórias[1]

1) Gposhv.mdl

Movimente horizontalmente a esfera vermelha e observe o gráfico de x versus tempo.

a) Que tipo de trajetória a esfera vermelha descreve?
b) Em que circunstância o gráfico x versus tempo apresenta uma reta horizontal?
c) Descreva o movimento executado pela esfera vermelha, analisando o gráfico x versus tempo.

Movimente verticalmente a esfera azul e observe o gráfico de y em função do tempo.

d) Observe que a trajetória da esfera azul é retilínea. Por que o gráfico y x t não é uma linha reta?
e) Descreva o movimento executado pela esfera azul, analisando o gráfico y versus tempo.

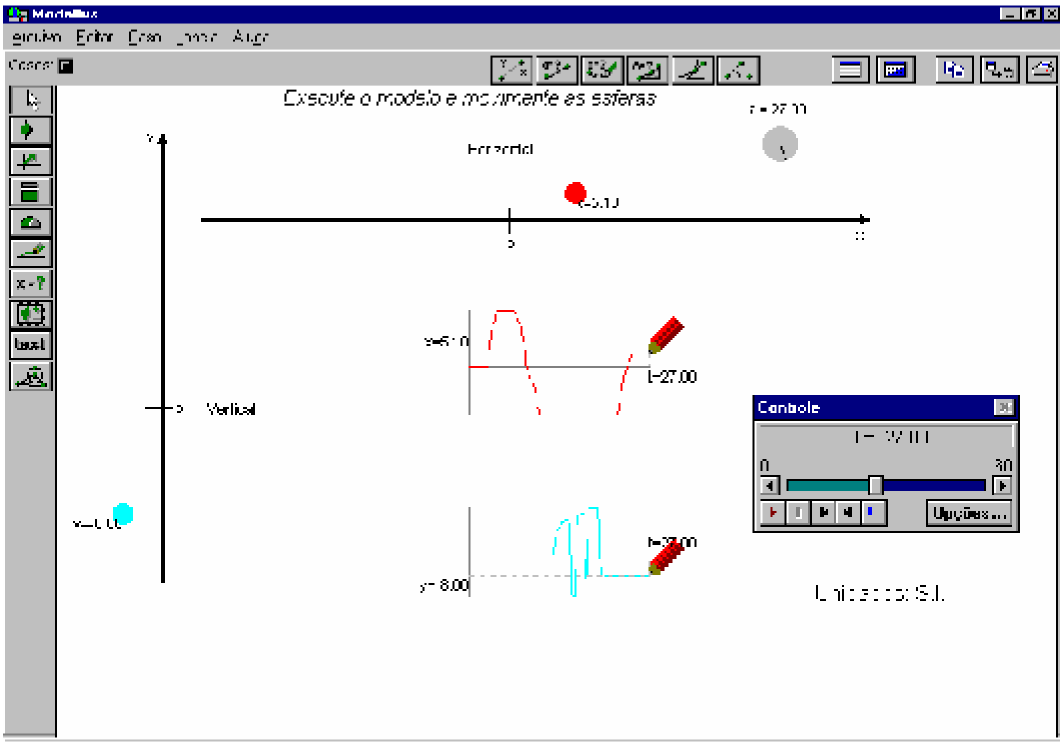


FIGURA 1 – Tela ilustrativa do modelo Gposhv.mdl.

[1] Extraído de *Um estudo sobre o desempenho de alunos de Física usuários da ferramenta computacional Modellus na interpretação de gráficos da cinemática*. Dissertação de mestrado de Ives Solano Araujo, Instituto de Física – UFRGS, 2002.

2) Espiral.mdl

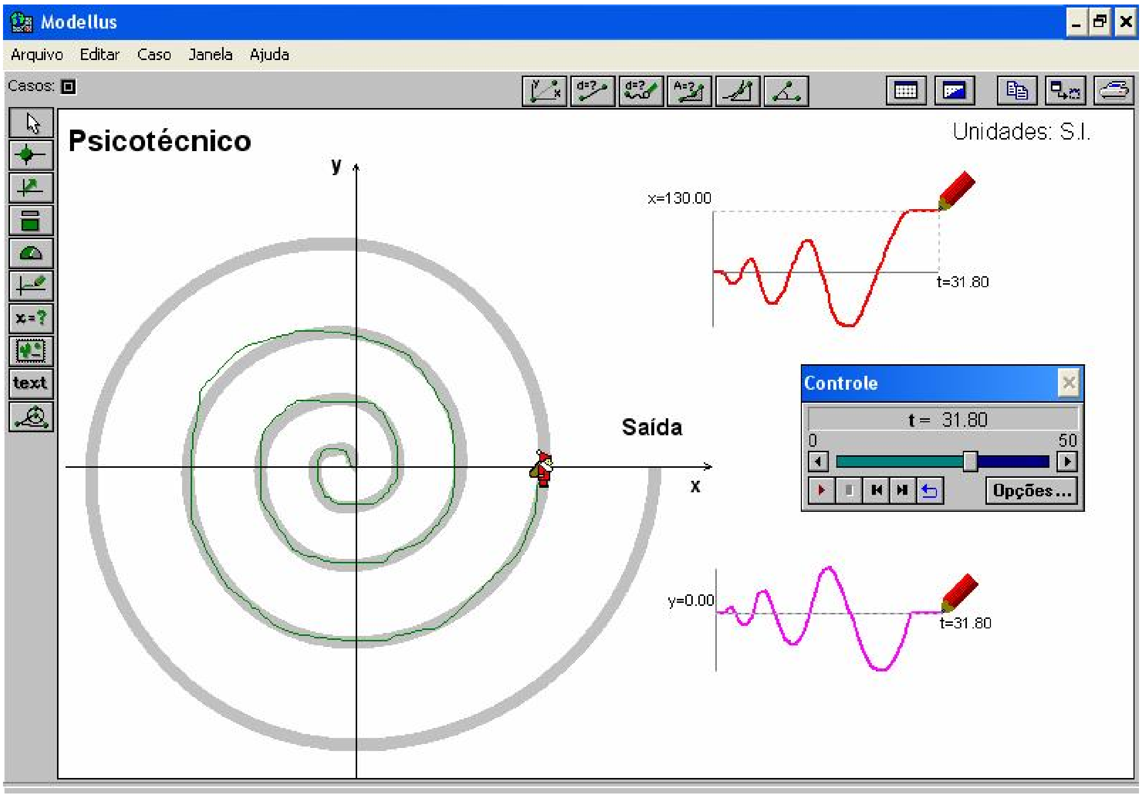


FIGURA 2 – Tela ilustrativa do modelo Espiral.mdl.

a) Imagine que o Papai Noel percorre a trilha cinza, mantendo o mesmo valor para o módulo da velocidade. Esboce o gráfico de x versus t e y versus t.
b) Execute o modelo e conduza o Papai Noel para a Saída, movendo-o sobre a trilha cinza.
c) O gráfico produzido na janela Animação se assemelha ao que você esboçou anteriormente? Como você pode obter um gráfico que reproduza a forma espiral da trilha?
d) Desproteja[2] o modelo e crie uma nova animação (Janela => Nova animação) que possibilite a visualização da trilha seguida pelo Papai Noel.

[2] Para desproteger o modelo: Arquivo => Senha => m

3) Mov_h1.mdl

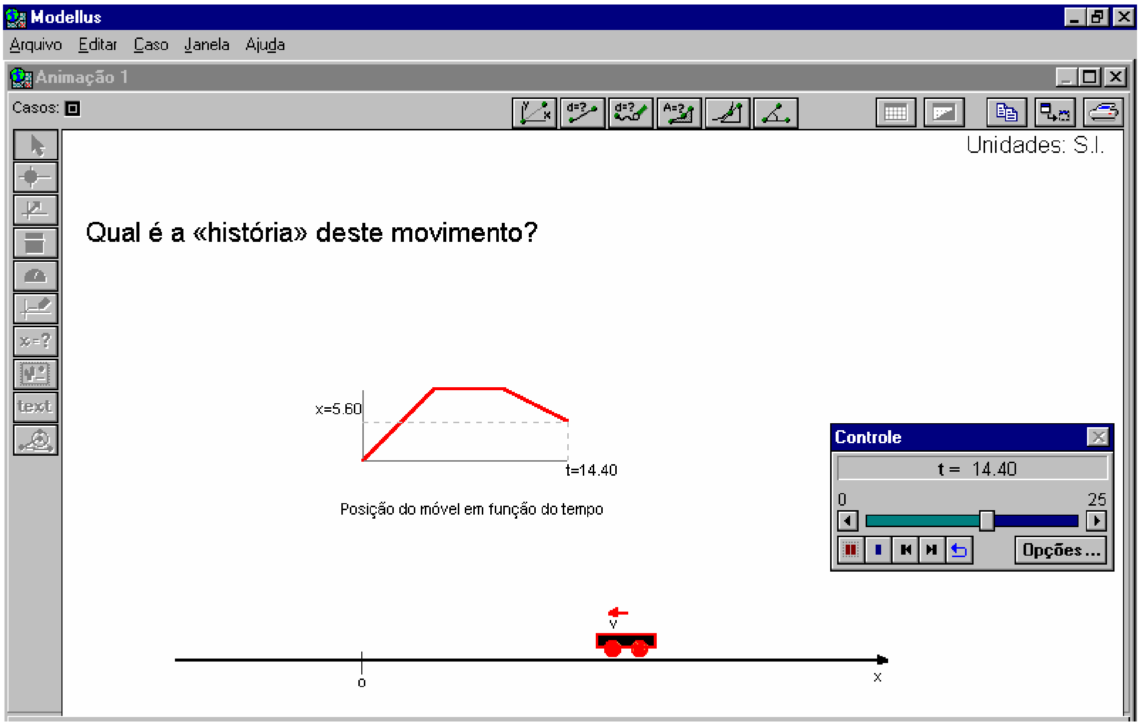


FIGURA 3 – Tela ilustrativa do modelo Mov_h1.mdl.

a) Execute o modelo e observe com atenção as grandezas e o gráfico. Descreva o movimento.
b) Como varia a velocidade ao longo do tempo?

Estenda a janela Animação para baixo com o *mouse* para observar o movimento do carrinho.

c) Esboce o gráfico da velocidade em função do tempo.
d) Desproteja o modelo e crie um gráfico da velocidade versus tempo (Janela => Novo Gráfico). Compare com seu esboço.

4) Noel_bar.mdl

a) Execute o modelo e observe com atenção as grandezas e o gráfico. Que tipo de trajetória tem o Papai Noel, quando se move com o carro? E quando está a pé?
b) Qual a distância percorrida pelo Papai Noel 10 segundos após deixar o carro?
c) Qual é o valor da velocidade do Papai Noel, quando ele está no carro? E a pé?

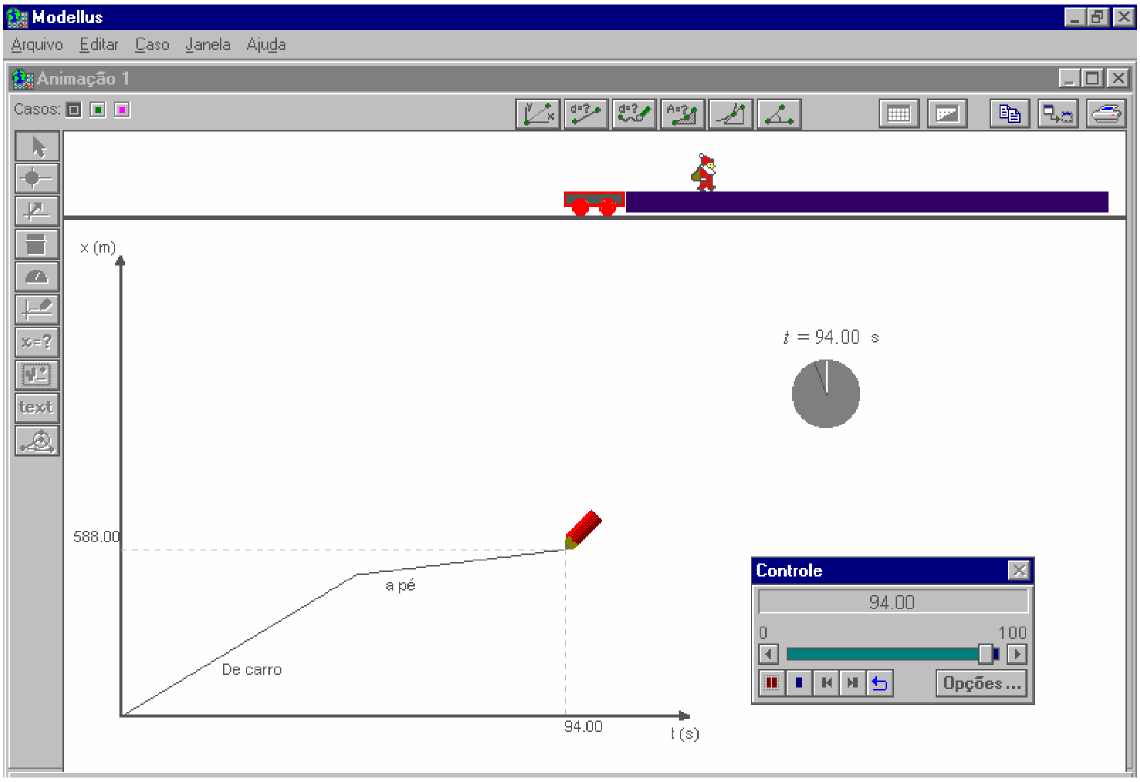


FIGURA 4 – Tela ilustrativa do modelo Noel_bar.mdl.

Esboce os gráficos de x versus t para o caso em que o Papai Noel:

e) anda a pé e de carro com a mesma velocidade;
f) anda a pé com velocidade maior do que de carro.

g) Na janela **Animação 1** acione os botões verde e rosa (ao lado de “casos:”) e compare os gráficos com os seus esboços.
h) É possível, apenas observando o gráfico da posição versus tempo, determinar em qual trecho o Papai Noel foi mais veloz? Como?

5) Incl_xt.mdl

A inclinação da reta tangente em um determinado ponto da curva de um gráfico x versus t fornece a velocidade naquele instante. Observe a animação apresentada.

a) Em qual(is) instante(s) de tempo o módulo da velocidade é máximo?
b) Em qual(is) instante(s) de tempo a variação da posição com o tempo é máxima?

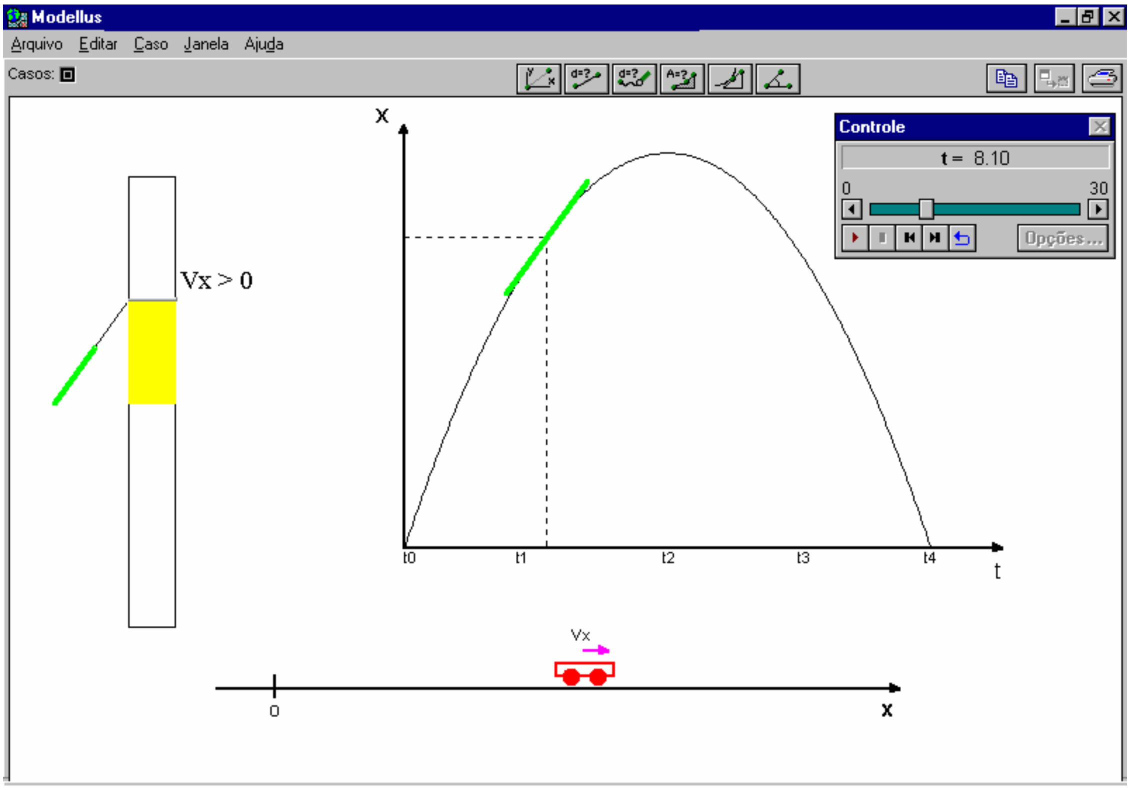


FIGURA C.5 – Tela ilustrativa do modelo Incl_xt.mdl.

6) Vl_area1.mdl

a) Execute o modelo e observe com atenção as grandezas e os gráficos. Qual é o valor numérico da área azul e da área vermelha ao final de 20s?
b) Qual a relação existente entre a área do gráfico velocidade versus tempo e a posição do corpo?
c) Adicione um caso em que os valores da velocidade v_1 e v_2 sejam respectivamente 7 m/s e 3.5 m/s. Compare com o caso anterior. O que acontece com a inclinação das curvas azul e vermelha no gráfico posição versus tempo? O que esta inclinação representa?
d) Ajuste os tempos máximos t1max e t2max de modo que as áreas tenham o mesmo valor. Qual a relação existente entre a variação da posição produzida nos dois corpos?

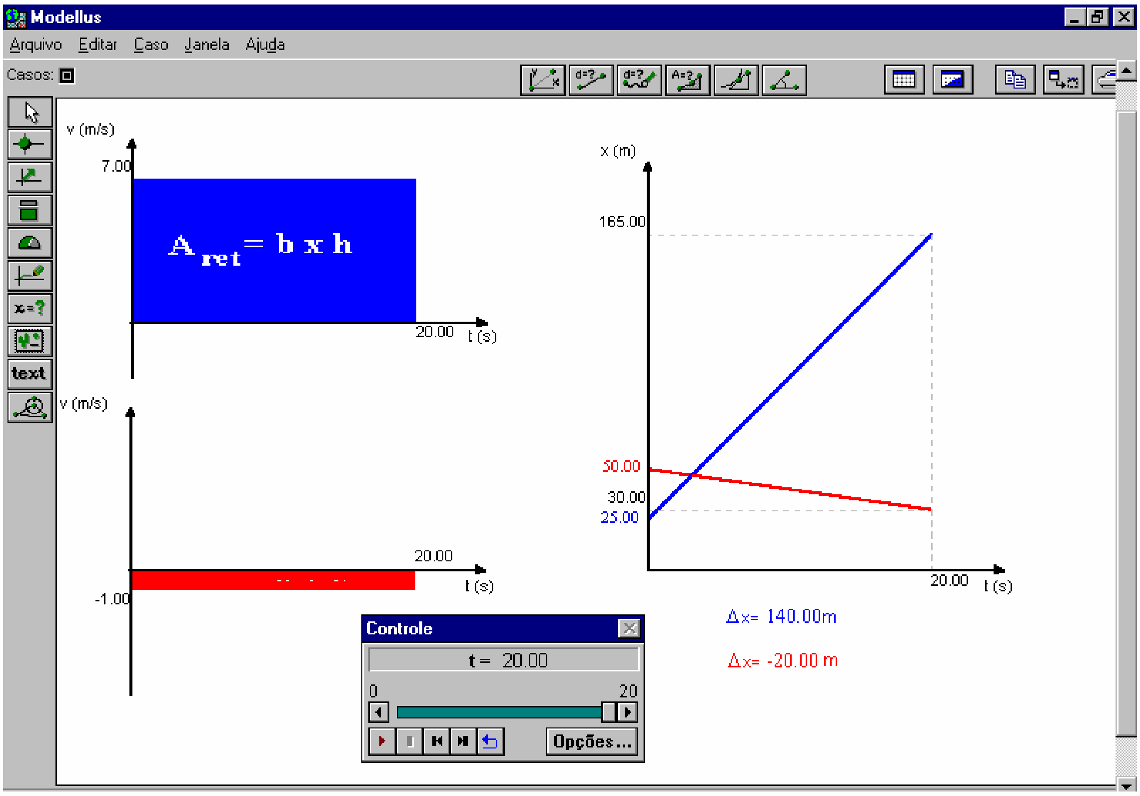


FIGURA 6 – Tela ilustrativa do modelo Vl_area1.mdl.

7) Mov_h2.mdl

a. Execute o modelo e observe com atenção as grandezas e o gráfico. Descreva o movimento.

b. Esboce o gráfico da aceleração em função do tempo.

c. Desproteja[3] o modelo e crie um gráfico da aceleração versus tempo (Janela => Novo Gráfico). Compare com seu esboço.

d. Crie um gráfico da posição versus tempo. Clique no botão Opções da janela Gráfico 1 e marque "Tangentes (quando se repete)". Repita o modelo e descreva o que se passa.

[3] Para desproteger o modelo: Arquivo => Senha => m

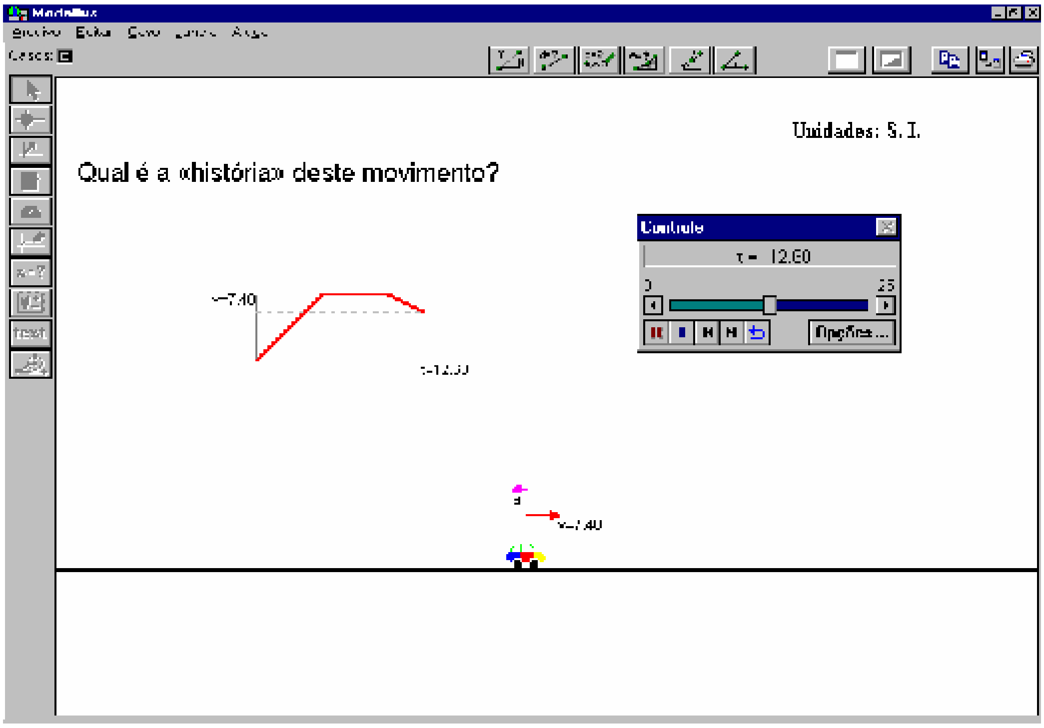


FIGURA 7 – Tela ilustrativa do modelo Mov_h2.mdl.

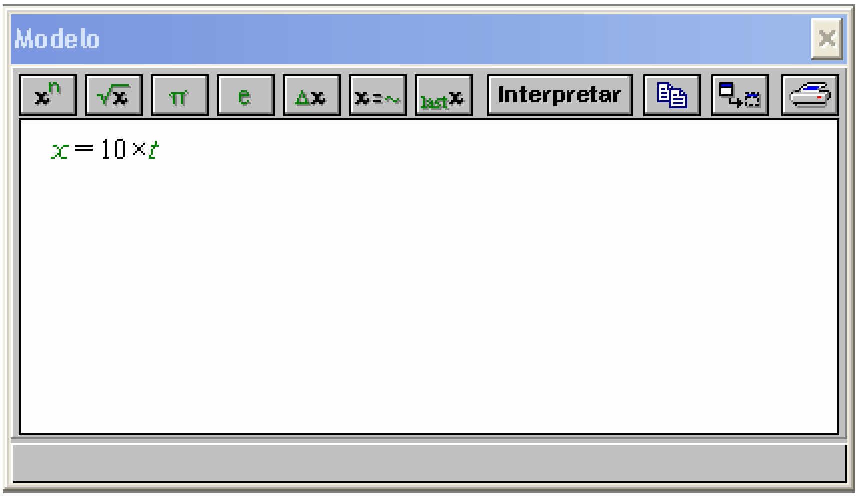
Atividades de Criação[4]

1) Uma bola que se move

Esta experiência tem como objetivo sua familiarização com algumas das principais características do *Modellus*, por exemplo, como se constrói uma simulação simples – a simulação do movimento retilíneo de uma bola (considerada como uma partícula), a partir de uma função matemática que descreve a posição da bola ao longo de um eixo, em função do tempo.

Criar o modelo

1) Escreva na janela **Modelo** a seguinte função, em que *x* é a variável dependente e *t* é a variável independente (para escreveres o sinal de multiplicação é necessário utilizar o sinal "*" ou a barra de espaço).



2) Esta função x=10 x t nos diz que:

- para t= 0, x= 10 x 0 = 0;
- para t= 1, x= 10 x 1 = 10;
- para t= 2, x= 10 x 2 = 20;
- etc.

[4] Extraídas de *Funções e descrição de movimentos no espaço: uma breve introdução com o Modellus; Atividades Interdisciplinares para Matemática e Física do Ensino Secundário.* V. D. Teodoro. Publicação interna da Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

Se *t* representar o *tempo* (em segundos) decorrido desde o início da contagem do tempo e 10 corresponder a 10 metros por segundo (m/s), o valor de *x* vem sempre em metros (m). Por exemplo:

$$\text{para } t = 1\text{ s}, x = 10\text{ (m/s) x 1 (s)} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \text{x 1 s} = 10\text{ m}$$

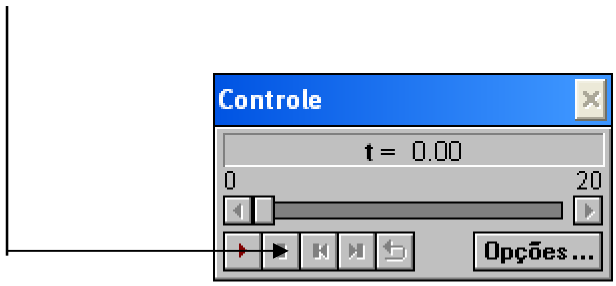
Interpretar o modelo

Sempre que se escreve ou altera o modelo, é necessário *clicar* no botão **Interpretar** para que o *Modellus* verifique se não há qualquer erro e possa efetuar cálculos.

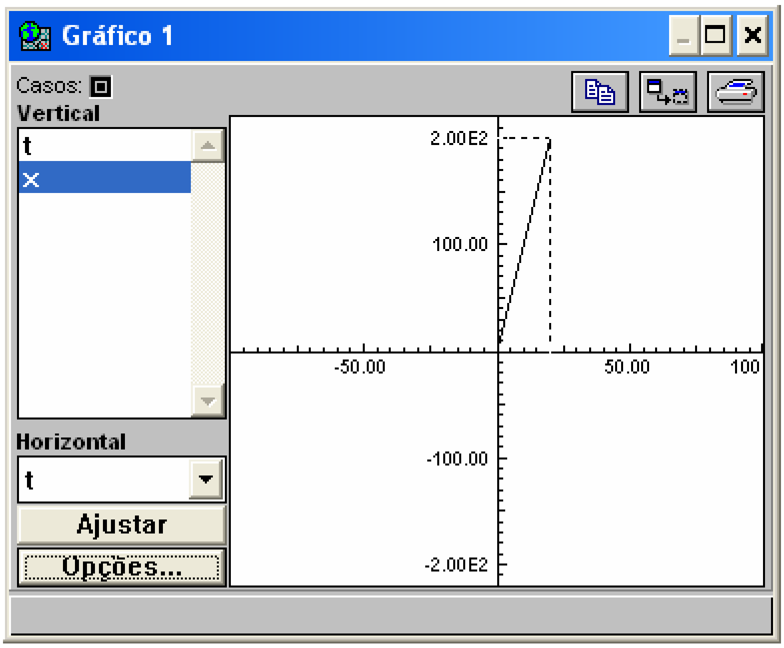
Criar um gráfico numa janela de gráficos

1) Vamos agora criar um gráfico numa janela. Selecione no menu **Janelas** a opção **Novo Gráfico**.

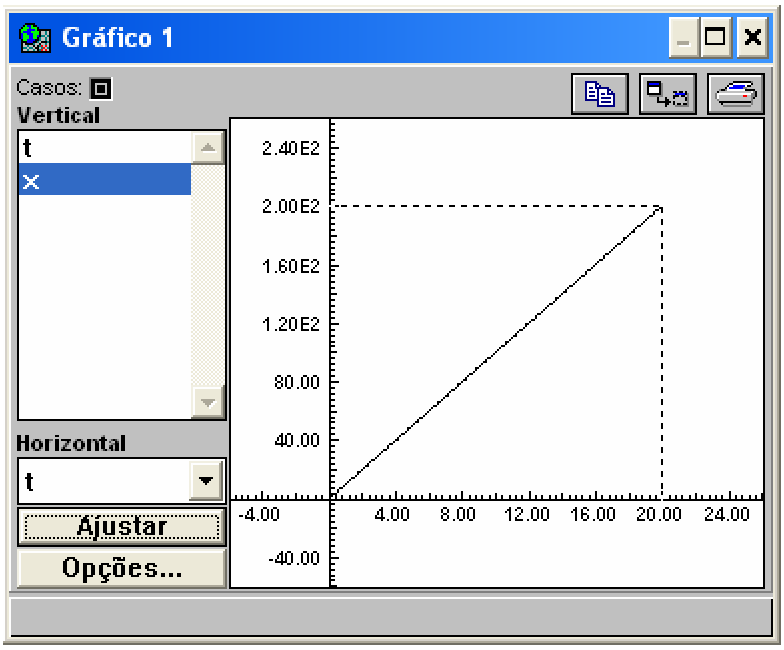
2) Execute o modelo, no botão *começar* da janela **Controle**.



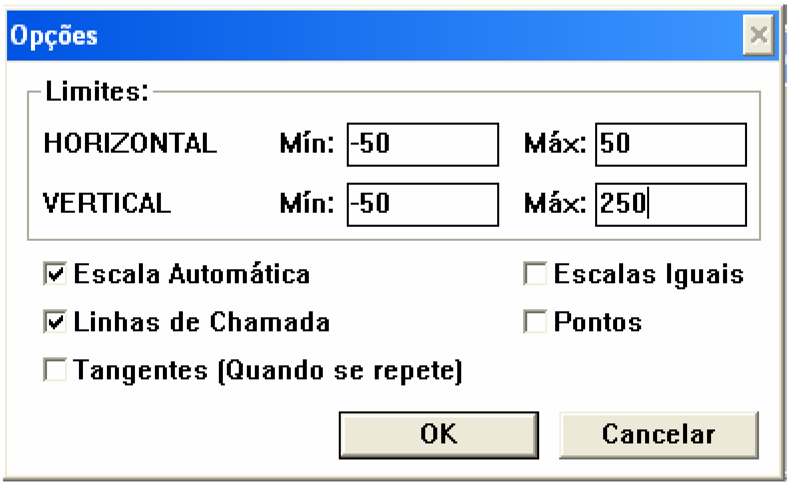
3) Obteremos um gráfico como o seguinte:



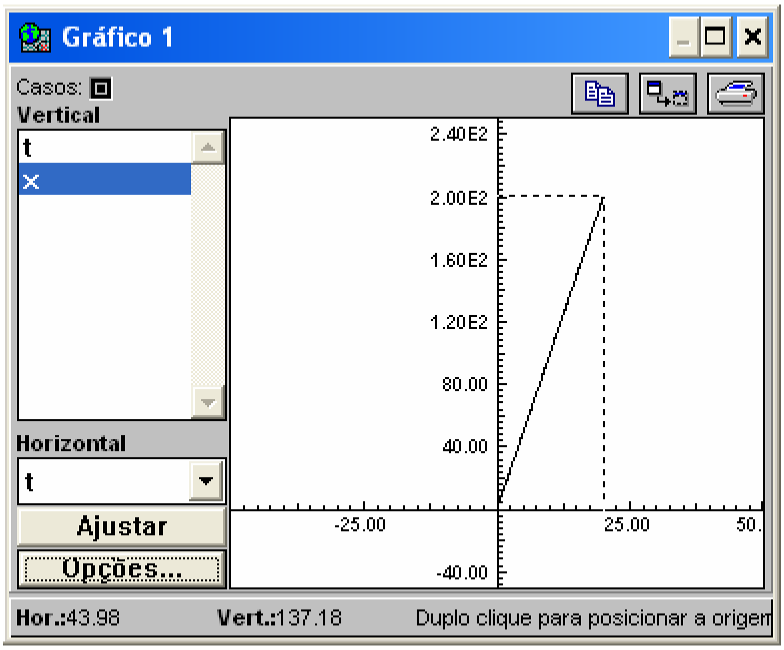
4) Para ajustar o gráfico, clique no botão Ajustar:



5) A escala dos eixos pode ser modificada. Por exemplo, clique no botão **Opções** da janela **Gráfico** e altere os valores mínimos e máximos de *x* e *y*:



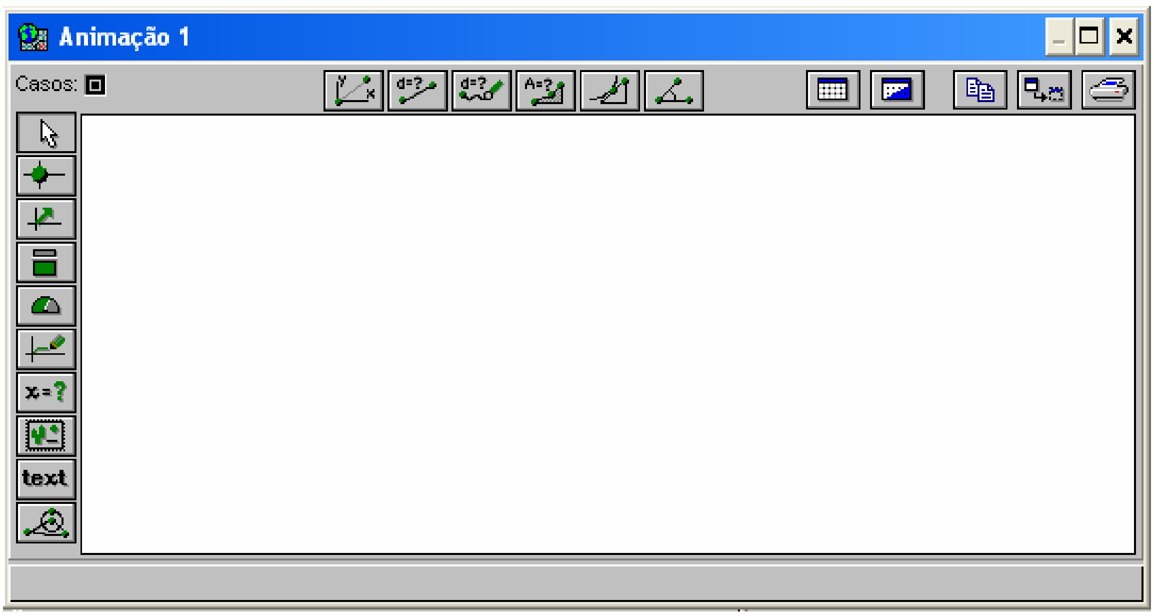
6) Obteremos, então, um gráfico como o seguinte:

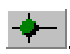


Criar uma animação do modelo

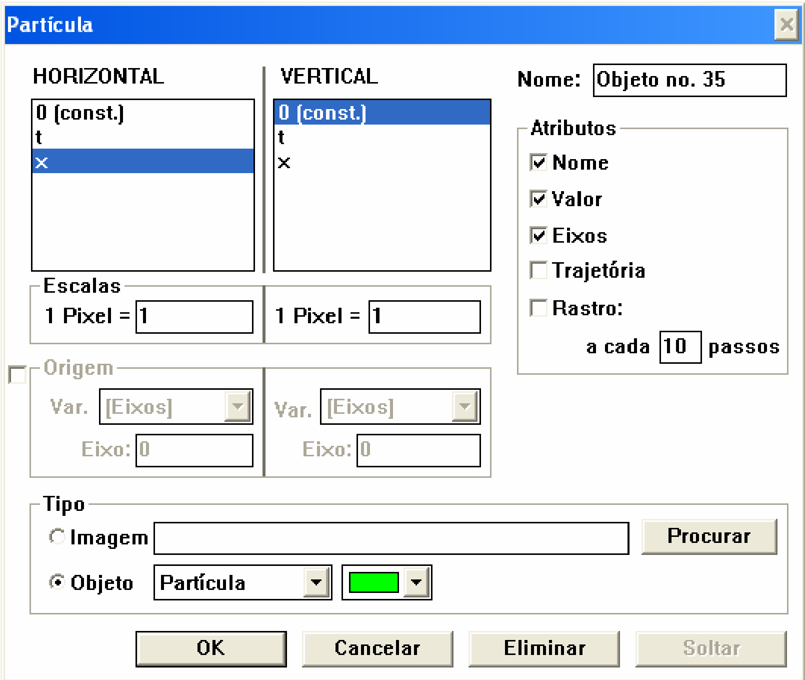
Representaremos agora um objeto se movendo. Para isso:

1) Escolha no menu **Janelas** a opção **Nova Animação**. Obteremos uma janela como a seguinte:



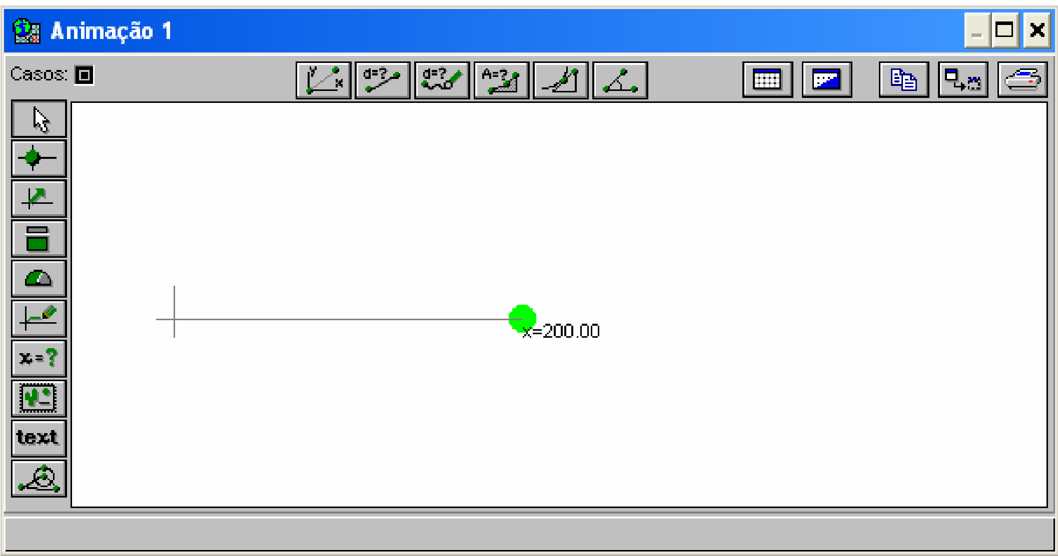
2) Selecione o primeiro botão do lado superior esquerdo da janela, . Clique em algum lugar do espaço destinado a animação, na janela **Animação 1.** Surgirá então a seguinte caixa de diálogo, solicitando

informação sobre como a partícula deve se mover e o que será visto na tela:



3) Observe esta caixa de diálogo. Selecione a variável *x* na lista de variáveis para a opção Horizontal (isso indica que a coordenada horizontal do objeto vai ser calculada utilizando os valores de *x*). Clique em OK.

4) Clique no botão *começar*, na janela **Controle**, e observe como varia a posição da partícula. (Uma bola pode ser considerada uma partícula).



5) Se a partícula sair da parte visível da janela, redimensione a janela de modo a ficar visível todo o percurso ou mude a posição da origem.

Experimente

1) Altere a função para x = 5 x t. Observe a animação.

2) Altere a função para x = – 5 x t. Observe a animação. Se necessário, modifique a posição onde a partícula se encontra, deslocando-a com o botão esquerdo do *"mouse"* para outro lado.

3) Altere a função para x = 2 x t. Observe a animação.

4) Utilize o menu **Janelas** para criar um gráfico (opção **Novo Gráfico**). Observe o gráfico de x em função de t para as várias funções.

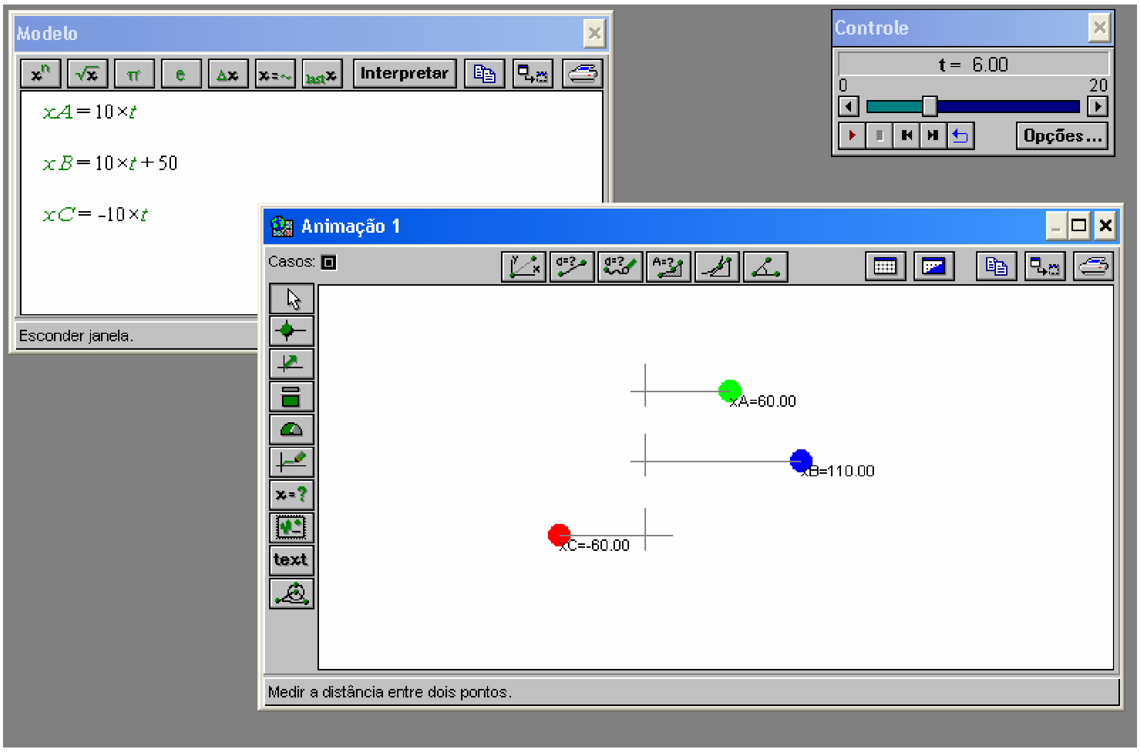
5) Altere a função para x = 10 x t + 20. Observe a animação e explique o que acontece. Observe um gráfico de x em função de t.

6) Altere a função para x = 10 x t – 20. Observe a animação e explique o que acontece. Observe um gráfico de x em função de t.

7) Altere a função para x = – 10 x t – 20. Observe a animação e explique o que acontece. Observe um gráfico de x em função de t.

Uma sugestão útil…

Uma forma simples de comparar vários movimentos consiste em designar a abscissa dos diferentes objetos por nomes diferentes (note que os nomes das variáveis têm de começar por uma letra e só podem utilizar letras, números ou o caractere «underscore», «_».) A figura seguinte mostra um exemplo em que se estuda o movimento de três partículas diferentes:



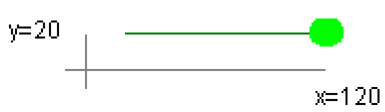
2) Equações Paramétricas dos Movimentos

O seguinte modelo mostra como se pode traçar um segmento de reta entre os pontos de coordenadas (20, 20) e (120, 20):

$$y = 20$$

$$x = 20 + 5 \times t$$

Criando uma animação de uma bola (tratada aqui como uma partícula) que se move de acordo com estas equações, obtém-se, na janela **Animação**:



onde assinalou-se **Trajetória** na janela de propriedades bola verde.

Em termos físicos, este modelo corresponde a um movimento com velocidade constante, de módulo 5 unidades, segundo uma direção paralela ao eixo dos *xx*, e dirigida no sentido positivo de *Ox*, a partir do ponto de coordenadas x =20 e y =20, durante 20 unidades de tempo. As equações paramétricas utilizadas neste modelo são de grau 1.

Vejamos o que acontece se utilizarmos uma equação paramétrica de grau 2.

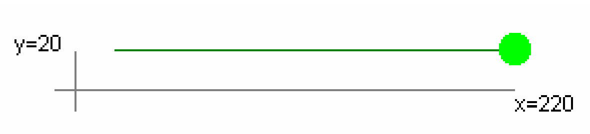
Um movimento acelerado numa direção paralela ao eixo dos *xx*

Escreva o seguinte modelo:

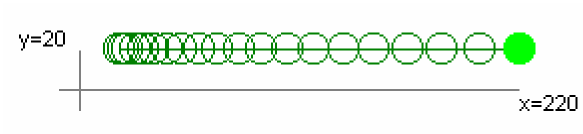
$$y = 20$$

$$x = 20 + 0.5 \times t^2$$

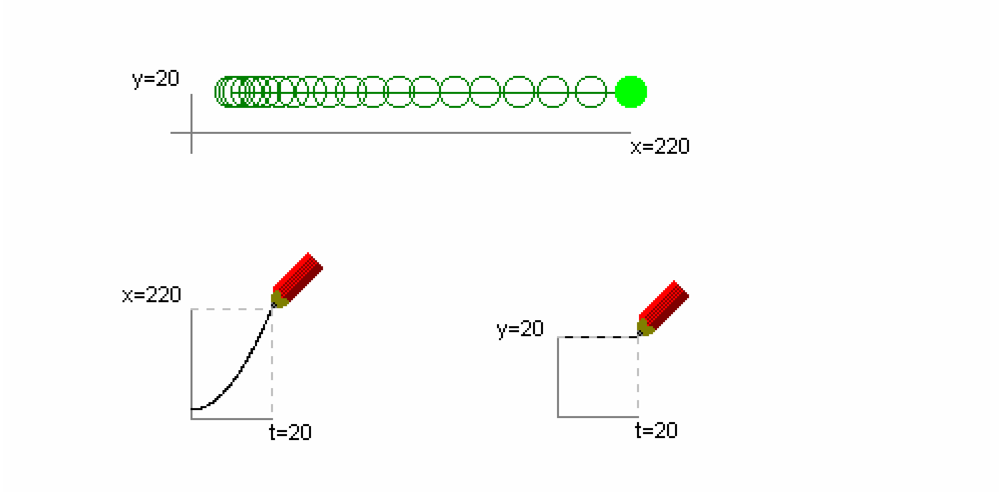
Crie uma animação semelhante à anterior. Após a execução do modelo teremos:



Observando o movimento com atenção, podemos verificar que a bola vai cada vez mais depressa. Para visualizar esse aumento de rapidez, pode-se fazer um clique no campo **Rastro** na janela de propriedades da partícula:



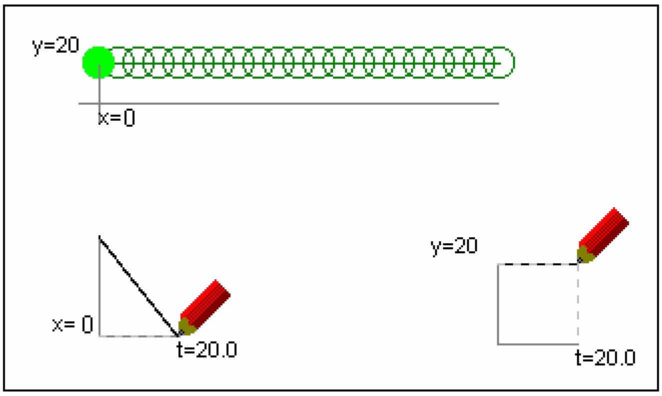
É muito importante não confundir a trajetória da bola com os gráficos das equações paramétricas. Na figura seguinte, estão representados esses gráficos, numa escala adequada (construa esta animação):



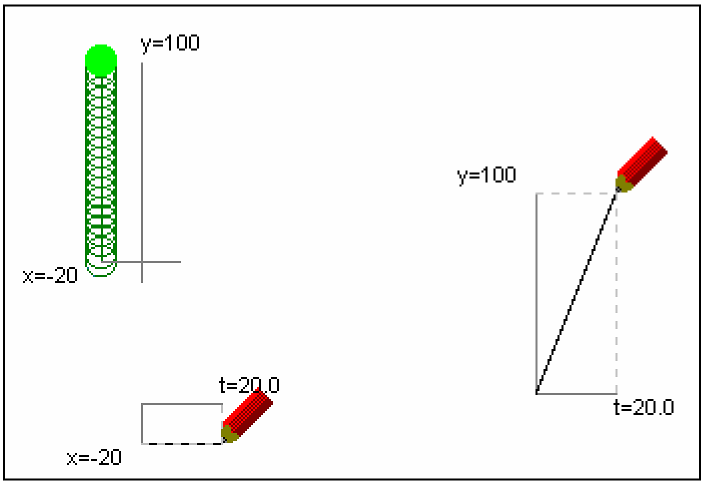
Experimente

Construa modelos que permitam obter as seguintes animações (em alguns casos é necessário *estimar* alguns valores…):

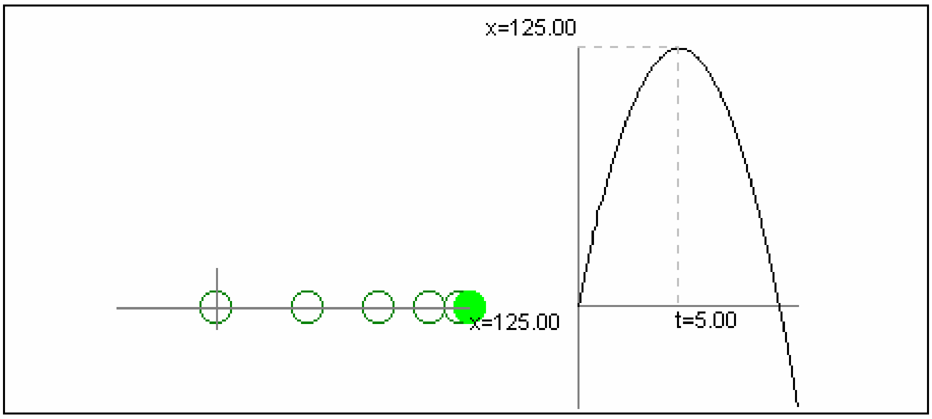
1)



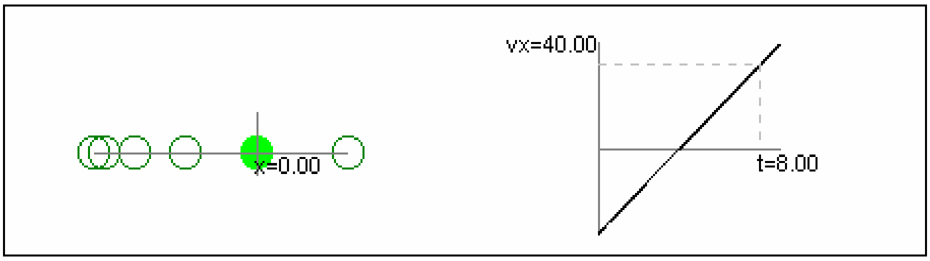
2)



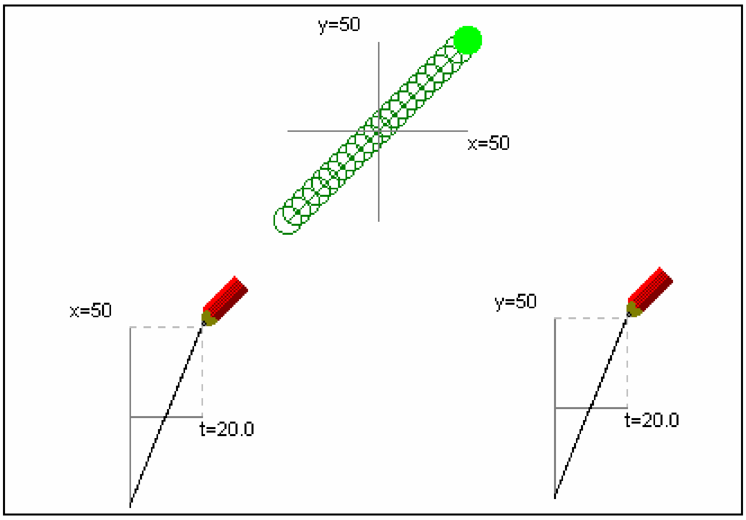
3)



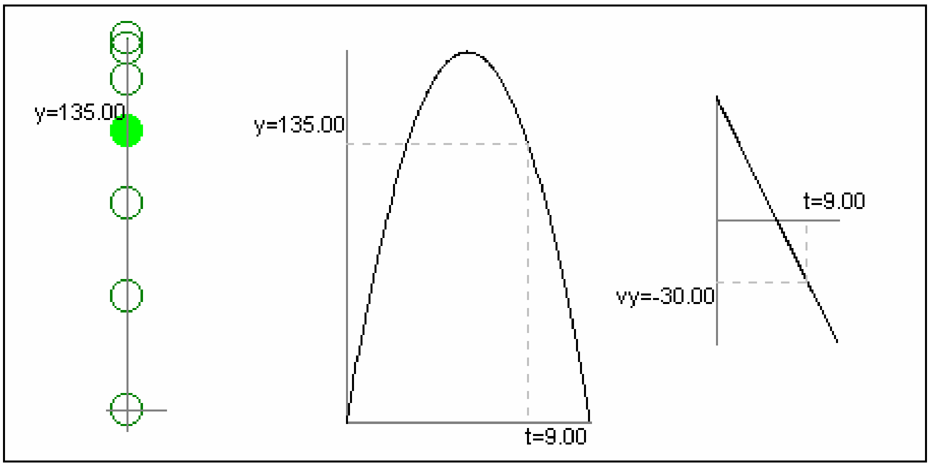
4)


x=0.00
vx=40.00
t=8.00

5)

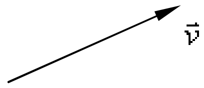

y=50
x=50
x=50
t=20.0
y=50
t=20.0

6)


y=135.00
y=135.00
t=9.00
t=9.00
vy=-30.00

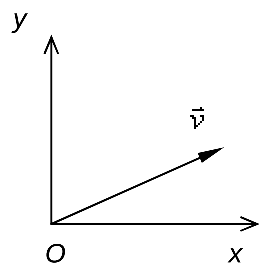
3) Vetores: representação cartesiana

Consideremos um vetor num plano, por exemplo, o plano desta folha[5] :

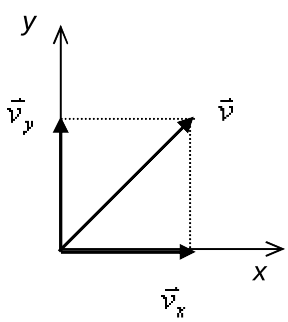


A direção e o sentido do vetor é a direção e o sentido da seta e a magnitude do vetor é determinada pelo comprimento da seta, numa escala adequada.

Associemos a este vetor um sistema de eixos *yOx* com origem na cauda do vetor:

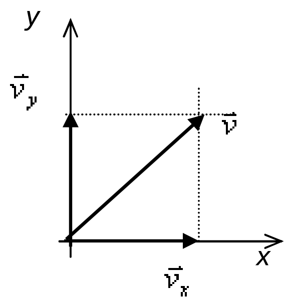


Este vetor pode ser considerado como a *soma* de dois outros vetores, orientados segundo os eixos dos *xx* e dos *yy*. De fato, de acordo com a regra do paralelogramo, regra geométrica para somar vetores, tem-se:



[5] Por convenção internacional, um vetor representa-se por uma letra em **negrito** (“***bold***”) ou por uma letra em itálico com uma seta. Por exemplo: **v** ou $\vec{v}$. A magnitude ou módulo do vetor pode representar-se por v. Alguns autores utilizam o conceito de **norma** de um vetor em vez de **módulo** do vetor. Não utilizamos esta notação porque há, de fato, vários tipos de norma de um vetor. A *norma euclideana* é igual ao módulo do vetor.

Os vetores orientados segundo os eixos, $\vec{v}_x$ e $\vec{v}_y$, são designados por componentes vetoriais do vetor $\vec{v}$. As componentes vetoriais, como coincidem com o respectivo eixo, podem ser representadas, sem ambigüidade, por um escalar, positivo ou negativo, consoante a componente seja dirigida no sentido positivo ou no sentido negativo. Por exemplo, numa escala em que cada milímetro corresponde a uma unidade, tem-se:

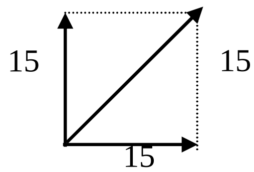


$\vec{v}_y$: comprimento = 15 mm
magnitude = + 15 unidades

$\vec{v}_x$: comprimento = 15 mm
magnitude = + 15 unidades

Note-se que a magnitude do vetor $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$ *não* é + 30 unidades. De fato, utilizando uma régua, conclui-se que a magnitude do vetor é 21.2 unidades. Este valor pode ser *calculado* utilizando o teorema de Pitágoras, que relaciona os lados de um triângulo retângulo com a respectiva hipotenusa:

$$\sqrt{15^2 + 15^2} = 21.2$$



Criar um vetor na janela de Animação

Vais agora criar um vetor no *Modellus*.

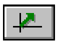
1) Cria o seguinte modelo:

$$vx = 40$$

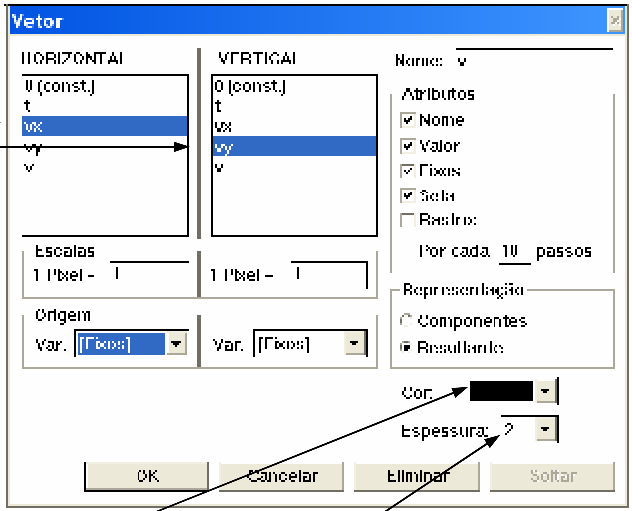
$$vy = 40$$

$$v = \sqrt{\left(vx^2 + vy^2\right)}$$

2) Interpreta o modelo e cria uma **Tabela**. Verifica que o valor de *v* é 56.57 unidades.

3) Cria uma **Animação**. Nessa animação utiliza o *"mouse"* para clicar no símbolo do vetor  Na caixa de características desse vetor assinala as seguintes opções:

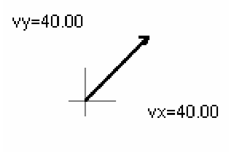
Assinala *vx* e *vy* como componentes horizontal e vertical do vetor.



Escolha a cor desejada para o vetor.

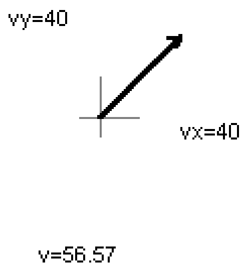
Aumenta a espessura do vetor para dois pixels.

4) Posicione o vetor no meio da tela. A janela de **Animação** fica com o seguinte aspecto:



5) Vais agora representar a magnitude do vetor na **Animação**. Para tal, clica no botão . Depois assinala na caixa de diálogo que pretendes ver o valor de *v* (atenção à cor em que vai aparecer!):

6) A janela passa então a ter o seguinte aspecto:



7) A magnitude deste vetor é, pois, 56.57 unidades.

Um vetor com componentes variáveis

1) Apaga os valores atribuídos às componentes do vetor no modelo de modo a ficarem apenas os nomes *vx* e *vy:*

$$vx$$

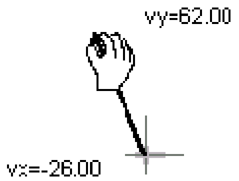
$$vy$$

$$v=\sqrt{\left(vx^2+vy^2\right)}$$

2) Depois de clicares no botão **Interpretar**, surgem duas caixas, na janela **Condições Iniciais**, para atribuires valores. Atribui o valor 40 quer tanto para *vx* quanto para *vy.* Obténs, evidentemente, a mesma situação, mas…

3) Clica no botão *começar*, na janela de **Controle**.

4) Com o *"mouse"*, modifica a posição da cabeça do vetor e observa como variam as componentes do vetor e a respectiva magnitude:



5) Quando se acabam as 20 unidades de tempo, que estão definidas por omissão na janela de **Controle**, deixa de ser possível manipular o tamanho do vetor. Se necessitares de mais tempo para manipulares o vetor, modifica o máximo da variável independente *t* para, por exemplo, 200 unidades.

Um vetor com componentes dependentes do tempo

1) Acrescenta no modelo a seguinte expressão para *vx:*

$$vx = 5 \times t$$

$$vy$$

$$v = \sqrt{\left(vx^2 + vy^2\right)}$$

2) Quer dizer, neste modelo, a componente escalar do vetor segundo o eixo dos *xx* varia com *t:* para cada unidade de *t* que decorre, *vx* varia 5 unidades.

3) Executa o modelo e observa.

4) Procede de modo semelhante para fazer *vy* depender de *t,* de acordo com a seguinte expressão:

$$vx = 5 \times t$$

$$vy = 10 \times t$$

$$v = \sqrt{\left(vx^2 + vy^2\right)}$$

5) Observa a animação.

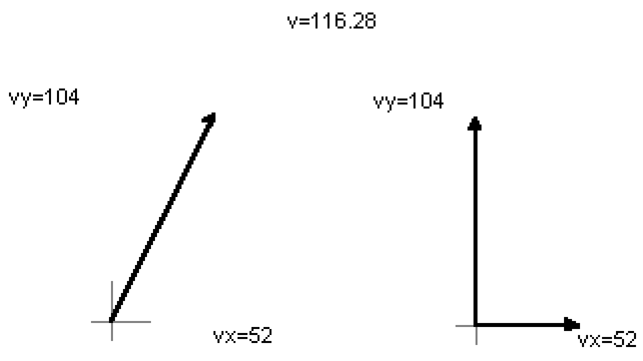
6) A direção do vetor varia? E o seu sentido? E a sua magnitude?

Observar as componentes e o vetor

Constrói o seguinte modelo.

$$vx = 5 \times t \qquad vy = 10 \times t \qquad v = \sqrt{\left(vx^2 + vy^2\right)}$$

No vetor do lado direito, em vez de se observar o vetor (na caixa de propriedades selecionou-se a representação **Componentes** em vez da opção **Vetor**, que está assinalada por omissão):



Um vetor cuja origem também depende do tempo

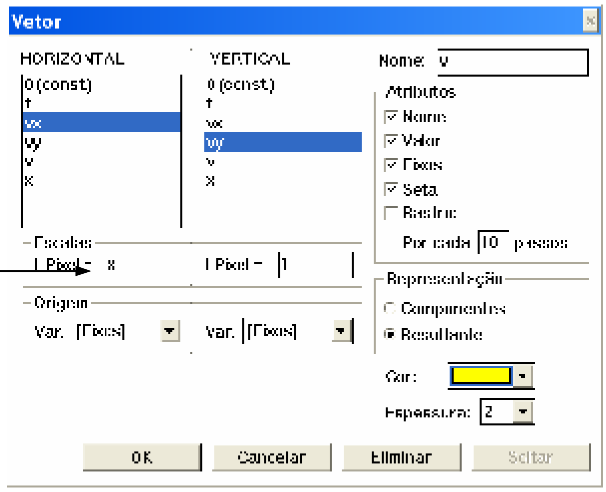
1) Escreve o seguinte modelo:

$$x = 10 \times t$$

$$vx = 20$$

$$vy = 20$$

2) Cria um vetor numa janela de animação com as seguintes características:



A origem, na horizontal, do vetor é variável e é determinada pela variável *x*.

3) Executa o modelo e observa. Que sucede à origem do vetor?

Experimenta

1) Calcula a magnitude dos vetores cujas componentes horizontais e verticais são, respectivamente:

- 50 e 40 unidades;
- 50 e – 40 unidades;
- 50 e 40 unidades;
- 50 e – 40 unidades.

2) Constrói um modelo em que um vetor com as componentes de 20 unidades e –50 unidades, segundo os eixos dos *xx* e dos *yy*, respectivamente, se desloca, para a esquerda, na horizontal, 5 unidades para cada unidade de *t.*

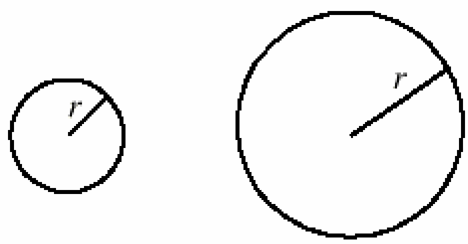
3) Constrói um modelo em que um vetor com a magnitude de 20 unidades, fazendo um ângulo de 45 graus com o eixo dos *xx,* se desloca, para a esquerda, na horizontal, 5 unidades para cada unidade de *t.*

4) Constrói um modelo em que um vetor com a magnitude de 20 unidades, fazendo um ângulo de 45 graus com o eixo dos *xx,* se desloca, para cima, na vertical, 5 unidades para cada unidade de *t.*

5) Constrói um modelo em que um vetor com a magnitude de 20 unidades, fazendo um ângulo de 45 graus com o eixo dos *xx,* se desloca, se desloca *na própria direção do vetor* (não exagerar na rapidez…)

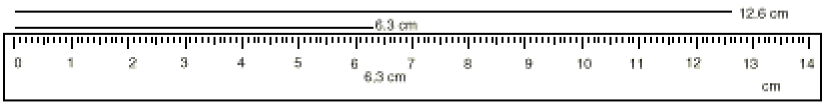
4) Como medir o perímetro de uma circunferência

Desenhemos duas circunferências num pedaço de cartão: uma de raio 1,0 cm e outra de raio 2,0 cm:



1,0 cm de raio 2,0 cm de raio

Vamos agora medir o perímetro destas duas circunferências. Com uma tesoura, cortamos as circunferências. Ajustamos um pedaço de linha de costurar a cada circunferência. A seguir, medimos o comprimento dessas linhas com uma régua:



Se medirmos o perímetro de outras circunferências, com raios de 3.0 cm, 4.0 cm, etc., concluímos que o perímetro é dado pela expressão seguinte:

perímetro da circunferência = 6.3 x raio

O valor 6.3 é, de certo modo, uma *constante de proporcionalidade* entre o raio *r* e o perímetro da circunferência, uma vez que estas duas grandezas são *diretamente* proporcionais.

O número 6.3 é, aproximadamente, o *dobro* do «número mais importante da geometria», Pi, que se representa pela letra grega π. O número π é um número irracional (não pode ser escrito na forma de fração ou razão entre dois outros números). O valor de π, com 500 casas decimais, é

π=3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445
9230781640628620899862803482534211706798214808651328230664709384
4609550582231725359408128481117450284102701938521105559644622948954
9303819644288109756659334461284756482337867831652712019091456485
6692346034861045432664821339360726024914127372458700660631558817
4881520920962829254091715364367892590360011330530548820466521384
1469519415116094330572703657595919530921861173819326117931051185
4807446237996274956735188575272489122793818301194913

Com 4 e 2 casas decimais, é, respectivamente: π = 3.1416 e = 3.14.

A fórmula para calcular o perímetro de uma circunferência é, portanto:

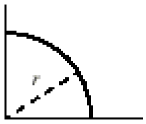
perímetro = 2 π r

Graus e grados

Recordemos que um ângulo pode ser medido em graus e em grados, que não são unidades SI. Enquanto **1 grau** é a fração 1/90 de um ângulo reto, **1 grado** é a fração 1/100 também de um ângulo reto.

Radianos

A unidade SI de ângulo é o **radiano**. Vejamos como se define um radiano. Consideremos um *ângulo reto* e um arco de raio *r*, cujo centro se encontra no vértice desse ângulo, compreendido entre os lados do ângulo:



O comprimento do arco de 90° é 1/4 do perímetro da circunferência de qual faz parte. Como o comprimento da circunferência é dado pelo produto $2\pi r$, podemos escrever que o comprimento do arco de 90° é:

$$\text{comprimento do arco de } 90^\circ = \frac{2\pi r}{4}$$

Podemos agora perguntar quantas vezes o comprimento deste arco é maior do que o respectivo raio *r*. Para determinar quantas vezes um certo valor é maior do que outro, podemos efetuar uma divisão:

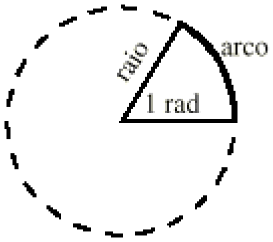
$$\frac{\text{comprimento do arco de } 90^\circ}{\text{comprimento do raio}} = \frac{\frac{2\pi r}{4}}{r} = \frac{2\pi r}{4r} = \frac{\pi}{2} = \frac{3.1415}{2} = 1.57075$$

Como podemos concluir imediatamente, o **quociente** entre o comprimento de um arco e o comprimento do respectivo raio não depende do valor do raio. Para o caso do arco de 90°, esse quociente é *sempre* 1.57075.

Pode-se medir um ângulo em radianos dividindo o comprimento de um arco correspondente a esse ângulo pelo respectivo raio:

$$\text{medida de um ângulo em radianos} = \frac{\text{comprimento do arco correspondente ao ângulo}}{\text{comprimento do raio}}$$

A medida do ângulo reto em radianos é, portanto, 1.57075 radianos.



Um **radiano** (1 rad) é, então, definido como a medida de um ângulo cujo arco compreendido entre os lados tem exatamente o comprimento do respectivo raio:

$$1 \text{ radiano} = \frac{\text{comprimento de um arco igual ao comprimento do raio}}{\text{comprimento do raio}}$$

Um radiano corresponde aproximadamente a 57°. Vejamos porquê.

O comprimento de uma circunferência, a qual corresponde o ângulo de 360°, é $2\pi r$. Podemos, assim, afirmar que o ângulo de 360° é, em radianos:

$$\begin{aligned}\text{ângulo de 360º em radianos} &= \frac{\text{comprimento de uma circunferência}}{\text{comprimento do raio}} \\ &= \frac{2\pi r}{r}\text{ rad} \\ &= 2\pi \text{ rad} \\ &= 6.283 \text{ rad}\end{aligned}$$

Portanto, podemos escrever a seguinte proporção:

$$\frac{360°}{6.283\text{ rad}} = \frac{x}{1\text{ rad}}$$

Conclui-se desta proporção que:

$$x = 57.3\ °$$

Calcular…

1) Calcular, em radianos, as medidas dos seguintes ângulos:

a) 30° **b)** 45° **c)** 60° **d)** 120° **e)** 180° **f)** 300°

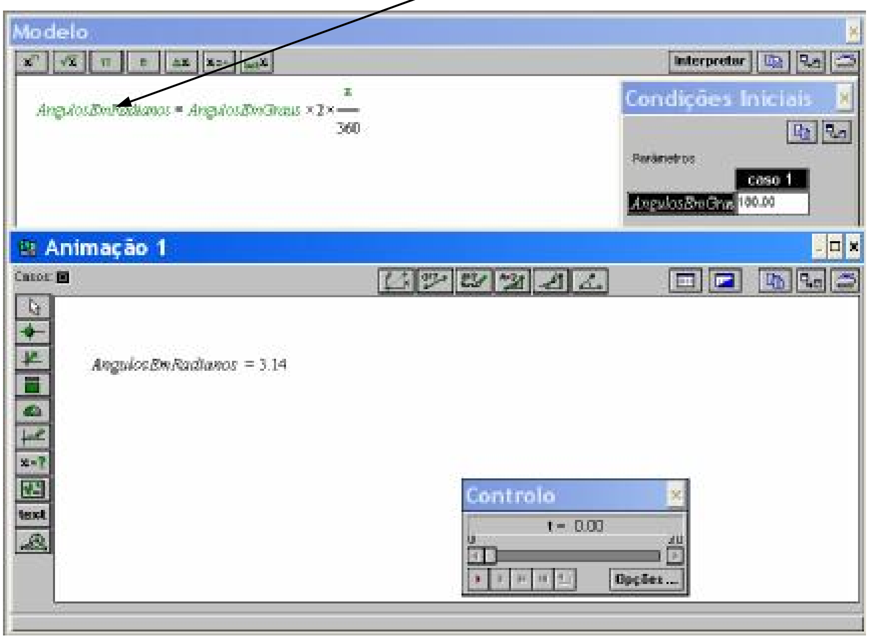
2) Calcular, em graus, as medidas dos seguintes ângulos:

a) 1.2 rad **b)** p /4 rad **c)** 2.3 rad **d)** p rad **e)** 3p/2 rad **f)** 0.5 rad

Um modelo para converter graus em radianos…

É relativamente fácil utilizar o *Modellus* como «máquina de calcular». O modelo seguinte mostra como se pode converter graus em radianos, utilizando o *Modellus* apenas como «máquina de calcular» (para escrever p, utiliza-se o botão  do topo da janela **Modelo**):

Atenção, não colocar espaços entre palavras; utilizar letras maiúsculas para indicar uma nova palavra ...no nome das variáveis.



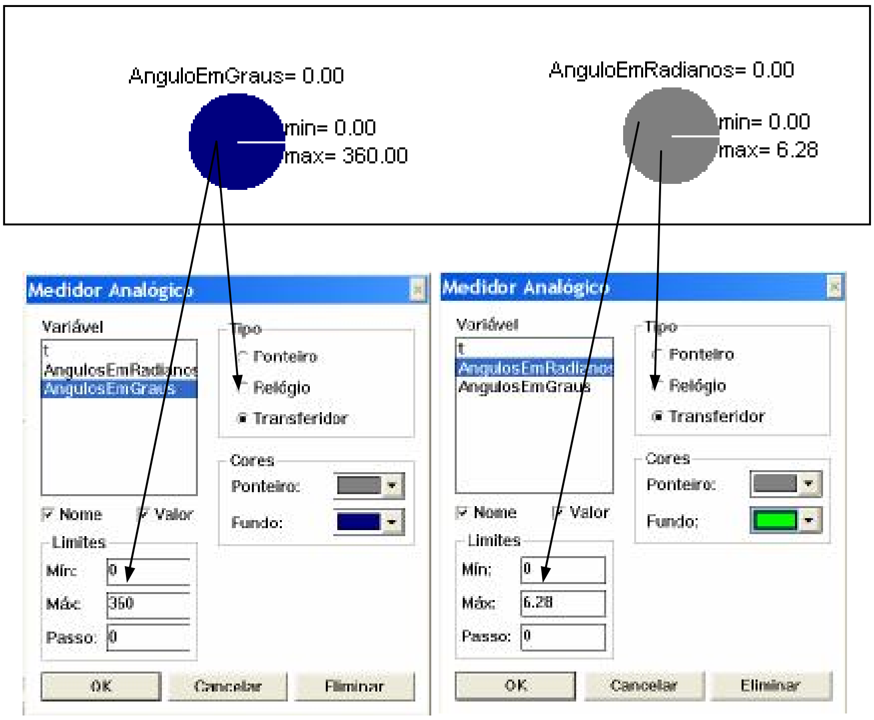
Ângulo em graus e em radianos

Constrói o seguinte modelo. (Nota que não se pode utilizar espaços nos nomes das variáveis.)

$$AnguloEmGraus = 5 \times t$$

$$AnguloEmRadianos = AnguloEmGraus \times 2 \times \frac{\Pi}{360}$$

Utilizando dois «medidores analógicos» (ícone  na janela de animação), ao final de 12.5 unidades de tempo, tua animação se parecerá com o seguinte:



1) Quanto tempo demora uma volta completa?

2) Qual é a rapidez da rotação, em graus por segundo?

3) Qual é a rapidez da rotação, em radianos por segundo?

4) Qual é o sentido positivo da rotação?

5) Qual é o ângulo que se considera como ângulo nulo?

ROTAÇÃO, SENO DE UM ÂNGULO E CO-SENO DE UM ÂNGULO

Ângulo em rotação, seno e co-seno do ângulo

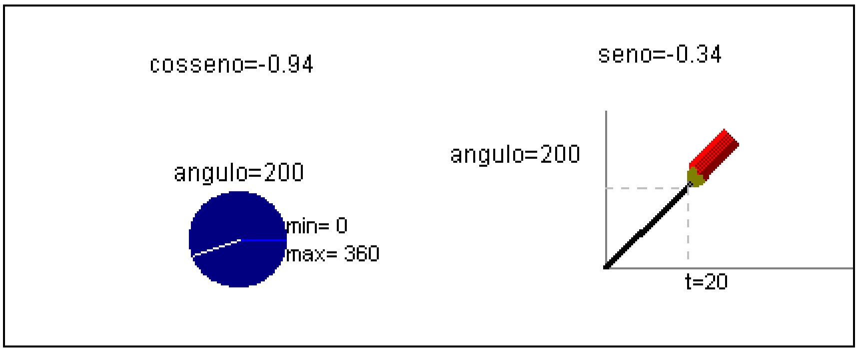
1) Constrói o seguinte modelo:

$$angulo = 10 \times t$$

$$cosseno = \mathbf{cos}(angulo)$$

$$seno = \mathbf{sin}(angulo)$$

2) Cria na janela de animação o seguinte:



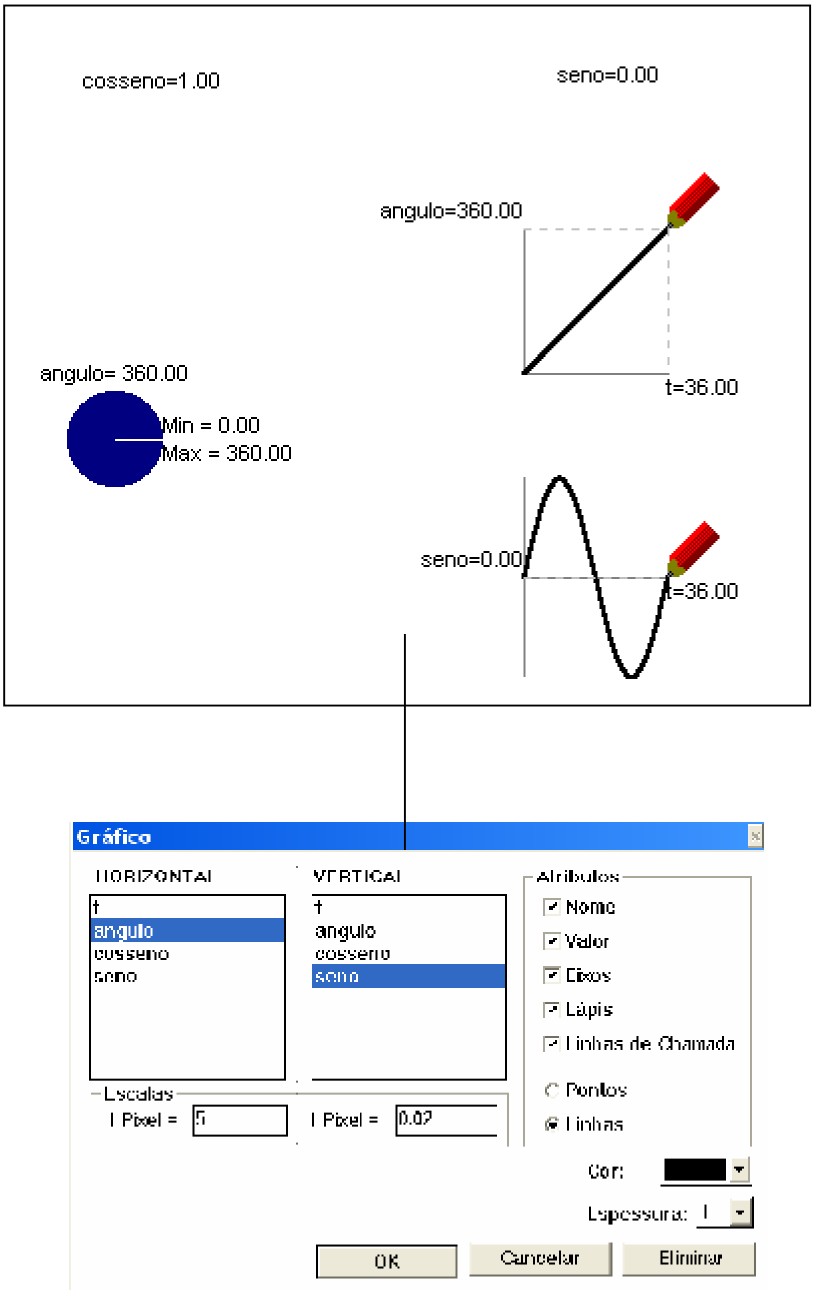
3) Com que rapidez varia o ângulo?

4) Tendo em conta a resposta à questão anterior, modifica o valor máximo de *t* na janela de **Controle** de modo a observares uma rotação completa.

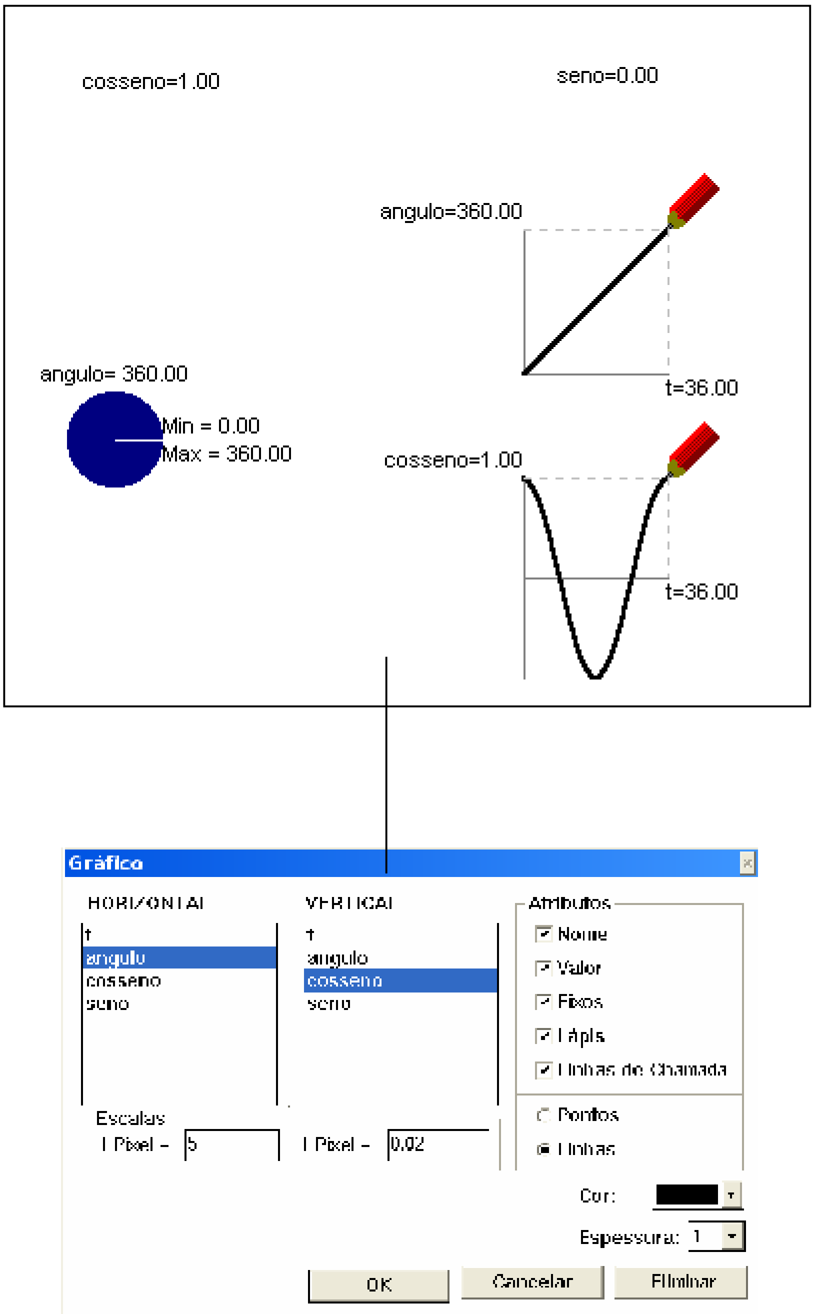
5) No decorrer de uma rotação completa, qual é o valor máximo do seno do ângulo? E o valor mínimo? A que ângulos correspondem esses valores?

6) No decorrer de uma rotação completa, qual é o valor máximo do co-seno do ângulo? E o valor mínimo? A que ângulos correspondem esses valores?

7) Acrescenta na animação anterior um gráfico do *coseno* em função do *angulo* e verifica se respondeste corretamente à questão 5.

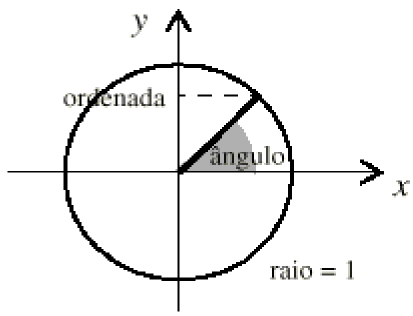


8) Substitui na animação anterior o gráfico do *seno* em função do *angulo* pelo gráfico do co-*seno* em função do *angulo* e verifica se respondeste corretamente à questão 6.



Função seno: uma definição

A função **seno** pode ser definida como a relação entre a **ordenada** de um raio em rotação com rapidez constante e o ângulo (sendo o comprimento do raio igual à unidade).

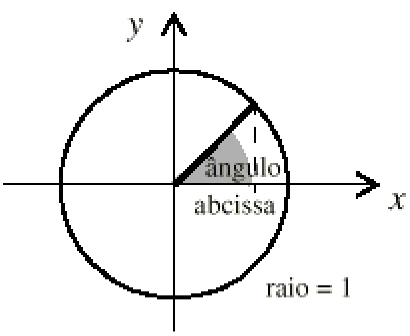


Relaciona esta definição com a animação em *Modellus*. Repara que a ordenada só pode tomar valores entre –1 e +1 e que é nula quando o ângulo é nulo e quando o ângulo é igual a 180º.

Utilizando os dados da janela de animação, completa o seguinte quadro:

ângulo (em graus)	seno do ângulo	ângulo (em graus)	seno do ângulo
0		210	
30		240	
60		270	
90		300	
120		330	
150		360	
180			

Função co-seno: uma definição



A função **co-seno** pode ser definida como a relação entre a **abcissa** de um raio em rotação com rapidez constante e o ângulo (sendo o comprimento do raio igual à unidade).

Relaciona esta definição com a animação em *Modellus*. Repara que a abcissa só pode tomar valores entre –1 e +1 e que é nula quando o ângulo é 90º e quando o ângulo é 270º.

ângulo (em graus)	**seno do ângulo**	**ângulo (em graus)**	**seno do ângulo**
0		210	
30		240	
60		270	
90		300	
120		330	
150		360	
180			

Referências

ARAUJO, I. S., VEIT, E. A. e MOREIRA, E. A**. Atividades de modelagem computacional no auxílio da interpretação de gráficos da Cinemática.** *Rev. Bras. Ens. Fís.,* v. 26, n. 2, p. 179 - 184, 2004.

TEODORO, V. D.; VIEIRA, J. P.; CLÉRIGO, F. C. ***Modellus*, interactive modelling with mathematics**. San Diego: Knowledge Revolution, 1997.

TEODORO, V. D. From formulae to conceptual experiments: interactive modelling in the physical sciences and in mathematics. In: INTERNATIONAL CoLos CONFERENCE NEW NETWORK-BASED MEDIA IN EDUCATION, 1998, Maribor, Slovenia. p. 13-22.