# ENSAIO SOBRE A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

## (Essays on Meaningful Learning in Mathematics Teaching)

**Maria Cecília Pereira Santarosa** [mcpsrosa@gmail.com]
Professora da Universidade Federal de Santa Maria UFSM
Avenida Roraima, 1000, Camobi, Santa Maria RS

**Resumo**

Neste trabalho são traçadas algumas considerações sobre o tema aprendizagem significativa e ensino de matemática. Com base na experiência com o ensino de matemática no contexto da matemática e das áreas afins à matemática considera-se que as aprendizagens são mecânicas, firmadas em situações de passividade dos alunos, sem capacidade de transferências cognitivas da matemática para os contextos de atuação dos alunos. Atribui-se esta problemática em parte a falta de conhecimentos, por parte dos docentes, da natureza epistemológica e cognitiva da matemática. Destaca-se algumas concepções advindas de profissionais da área do ensino em ciências e da área da educação matemática, a fim de chamar a atenção para a importância da aprendizagem significativa crítica na matemática, para o desenvolvimento cognitivo do sujeito, influenciando diretamente o desenvolvimento social, cultural e das ciências, de forma geral. A importância da releitura da teoria da aprendizagem significativa, em alguns aspectos específicos, a partir dos pressupostos teóricos da Psicologia Cognitiva, é mostrada. Assim como são descritos alguns referenciais teóricos adotados para o pensamento matemático avançado, com fim último na aquisição de conhecimentos de forma significativa. Apesar da experiência pessoal com a aprendizagem significativa ter sido traçada através da pesquisa que envolve o ensino do Cálculo para físicos, isto é, numa perspectiva de fora do contexto matemático, salienta-se a importância, e grande desafio, de firmar pesquisas sobre o tema, com base em referenciais da área da cognição matemática. Destaca-se a importância das distintas representações semióticas para a apreensão de objetos matemáticos conceituais, e de sua implicação para aprendizagens significativas. O trabalho tem valor pessoal, para amadurecimento e aprofundamento do estudo da teoria da aprendizagem significativa, procurando chamar a atenção da necessidade de novas reflexões, do ponto de vista da própria matemática.

**Palavras-chave:** Aprendizagem Significativa; Natureza da Matemática; Concepções Matemáticas; Psicologia Cognitiva; Representações Matemáticas.

**Abstract**

This paper outlined some considerations on the subject meaningful learning and teaching of mathematics. Based on experience with the teaching of mathematics in the context of mathematics and related fields of mathematics it is considered that the learning is mechanical, signed in situations of passivity of students without the ability to cognitive transfers of mathematics to students' performance contexts . Attributed to this problem in part the lack of knowledge by the teachers, the epistemological and cognitive mathematics. We highlight some ideas that come from teaching professionals in science and the field of mathematics education in order to draw attention to the importance of significant critical learning in mathematics for the cognitive development of the subject, directly influencing the social, cultural and science in general. The importance of reinterpretation of the theory of meaningful learning in some specific aspects, from the theoretical assumptions of cognitive psychology, is shown. As we describe some theoretical framework adopted for the advanced mathematical thinking, with ultimate goal to acquire knowledge significantly. Despite the personal experience with meaningful learning have been traced through research that involves the calculation of teaching for physical, that is, a perspective from outside the mathematical context, stresses the importance and challenge of steady research on the topic based on mathematical cognition area of reference. It highlights the importance of the different semiotic representations to the seizure of conceptual mathematical objects, and its implication for meaningful learning. The work has personal value, for maturation and study of deepening the theory of meaningful learning, trying to draw attention the need for new thinking, the mathematics itself standpoint.

**Keywords:**Meaningful Learning; Nature of Mathematics; Mathematical Concepts; Cognitive Psychology; Mathematical Representations.

## Introdução

Quando David Paul Ausubel propôs, na década de sessenta do século passado, uma teoria de aprendizagem que pudesse favorecer a aquisição e a retenção de novos conhecimentos, de forma significativa, talvez não imaginasse que aquelas aprendizagens mecanicistas, que motivaram sua proposta, resistiriam nos sistemas de ensino até os dias atuais. Mesmo vivenciando contextos que gradativamente vão se diferenciando, ao longo do tempo, em termos de avanço nas áreas científicas e tecnológicas, a base da apreensão do conhecimentoé mecanicista. Isto parece contraditório? Não, pois a criação do conhecimento pode existir, em raros casos, independentemente do nível de formação escolar recebida.

Moreira (2005) é enfático em nos alertar para este fato. O ciclo da aprendizagem mecânica inicia desde o Ensino Fundamental, quando os alunos são "podados" de suas capacidades argumentativas. No Ensino Médio, o "treinamento" continua, e os alunos são "moldados" a se prepararem tecnicamente para o ingresso no Ensino Superior, onde irão se deparar com sistemas comportamentalistas de ensino e de aprendizagem, não sobrando nada, em termos cognitivos, para uma possível "geração de conhecimento". De fato, a aprendizagem, nos diferentes níveis de ensino, ousaria dizer, na maioria dos países, é mecânica.Esta visão geral do contexto de aprendizagens mecânicas recai com grande preocupação para as áreas de formação que envolvem a Matemática, cuja abstração é necessária parao entendimento de diversos fenômenos científicos, históricos e sociais que regem o Universo.

Qualquer experiência com o ensino da Matemática, já no primeiro ciclo de cursos de graduação que necessitem desta disciplina para a formação de seus alunos, reproduz a dura realidade. É notória a ausência, na estrutura cognitiva de nossos alunos, de conceitos subsunçores, necessários para as novas aprendizagens. O mais grave, porém, é a incapacidade cognitiva de transferência dos conhecimentos matemáticos adquiridos, da ausência de reflexão em torno das diferentes formas de representações matemáticas e de sua aplicabilidade. Isto se verificanas mais diversas situações com as quais os alunos, ao longo de sua formação universitária, não conseguem lidar. Este insucesso, em termos cognitivos, é proporcionado não só pelo seu despreparo em termos cognitivos, ou pelo seu desinteresse, mas também pela omissão docente frente a algumas questões que são imprescindíveis quando se vai ensinar matemática. São elas: *o entendimento do que é* o *conhecimento matemático ede que forma eleocorre*;*qual a relação deste conhecimento com a realidade; e, principalmente, de que maneira devemos direcionar o ensino de matemática para que a aprendizagem de nossos alunos seja significativa.*

A fim de refletir sobre as questões propostas apresentamos este ensaio, buscando relacionar a discussão aos pressupostos teóricos da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), aliado a outros referenciais considerados importantes. Iniciamos nossa discussão com uma análise acerca da *natureza epistemológica e cognitiva da Matemática*, por entendermos que estão estritamente relacionadas para o entendimento do que é, e de como se dá a aquisição do conhecimento matemático.

No que tange a *relação do conhecimento matemático com a realidade*, a discussão se fundamenta nos resultados obtidos em nossa tese de doutorado (SANTAROSA, 2013a), que investigou o processo da aprendizagem de conceitos básicos do Cálculo Diferencial e Integral, a partir de situações-problema da Mecânica, na primeira etapa de um curso de Graduação em Física.Os resultados apontam, não apenas para uma visualização das *relações entre a Matemática e a Física* no contexto investigado (SANTAROSA, 2011, 2013b), mas também para *diretrizes de um ensino voltado para possíveis aprendizagens significativas da matemática, nas áreas afins*. Uma breve menção aos *registros de representações semióticas*, referencial muito utilizado no pensamento matemático avançado, é feita, caracterizando sua importância para evidências de processos de aprendizagens significativas.

O ensaio é finalizado com a descrição do que tem sido feito em *prol de aprendizagens significativas na Matemática,* em trabalhos de pesquisa, ensino e extensão, em nosso contexto de atuação. Considera-se que a singeleza dessas discussões possa contribuir para reflexões mais profundas em torno da *aprendizagem significativa na Matemática*.

## Epistemologia da matemática e aprendizagem significativa

A primeira pergunta que surge em nossa reflexão é: *qual é a natureza epistemológica da Matemática?*Certamente a resposta a esta pergunta irá depender do ponto de vista de diferentes observadores. Sem querer adentrar muito profundamente em questões da epistemologia da Ciência, por não ser nosso campo de atuação, e considerando a importância da Matemática para o desenvolvimento científico, selecionamos alguns recortes de concepções que consideramos importantes. Nossa intenção é levar o leitor à reflexão do quanto a natureza epistemológica da matemáticaestá estritamente relacionada à sua natureza cognitiva, e de quanto o processo de assimilação e retenção dos seus conhecimentos deverá ser significativo, se estivermos interessados no desenvolvimento científico, social e humano.

Na visão de Bunge (1985), por exemplo, aMatemática é definida como uma *Ciência Formal*, que trata de *objetos abstratos*. Diferentemente da *Ciência Fática*, que trata de *objetos materiais*, a Matemática oferece a formulação lógica, que é condição necessária, mas não é suficiente para a apreensão deste conhecimento, que deve ser testado e comprovado. Ocorre que os*objetos abstratos* a que o autor se refere só existem na mente dos indivíduos, sendo notória a relação com a*natureza cognitiva da Matemática* neste processo. Isto pode ser expresso na sua famosa frase:

> No mundo real encontramos 3 livros, no mundo da ficção construímos 3 discos voadores. Porém, quem já viu um 3, um simples 3? (BUNGE, 1960, p. 10).

Para Bunge (1985) as *ciências formais*, embora possam produzir conhecimento racional, sistêmico e verificável, trabalham com*objetos conceituais* que não fornecem informações sobre a realidade (MOREIRA E MASSONI, 2011). A visão do autor, acerca do papelsubordinado da Matemática para o desenvolvimento científicoé justificada pelo seu entendimento de como se constrói o conhecimento científico. Tem início com a construção de modelos científicos, que são representações idealizadas da realidade. No âmago destes modelos científicos está o processo de modelização matemática como uma ferramenta necessária, mas não suficiente para o desenvolvimento da ciência. Ela tratará da codificação de enunciados formais e operações racionais.

Em termos cognitivos, corroboramos com o autor quanto a incapacidade de *objetos matemáticos abstratos* fornecerem informações acerca da realidade. Entretanto, a apreensão de um objeto matemático perpassa pelo entendimento de suas diferentes formas de *representação*(DUVAL, 2011). Consideramos que no estágio da representação, como na forma de conjuntos, relações, funções, hipóteses, teoremas, o *objeto matemático abstrato* passa a ser *objeto concreto*, pela própria definição atribuída por Bunge (1985). Portanto, o raciocínio abstrato da Matemática tem influência direta na apreensão do real.

Outra visão interessante acerca da natureza da Matemática na Física é de Pietrocola (2002), que enfatiza o problema enfrentado nos cursos de Graduação em Física, com relação ao excesso de disciplinas matemáticas em detrimento de disciplinas que promovam o entendimento conceitual da Física. Frente a uma formação que prioriza apenas a operacionalidade matemática, os alunos acabam se desmotivando, sendo alto o índice de reprovação e evasão nestes cursos.

Com relação à Física do Ensino Médio, o autor ressalta que muitas vezes pode ser confundida com uma aula de Matemática, isto é, alguns professores de Física se valem da Matemática para ensinar a Física conceitual. A noção da Matemática como "linguagem operacional" para o ensino e a aprendizagem da Física é questionada pelo autor, que sugere a Matemática como "estruturante do conhecimento Físico".

> Ao dizer que a Matemática se constitui na linguagem da ciência, devemos analisa-la como expressão de nosso próprio pensamento, e não apenas como instrumento de comunicação. A Matemática é a maneira de estruturarmos nossas ideias sobre o mundo físico, embora possa em determinados momentos se assemelhar a uma simples descrição de objetos (PIETROCOLA, 2002, p. 101).

Através de sua visão, o autor parece colocar a Matemática um pouco mais próxima da Ciência. Sua argumentação nos faz lembrar do quanto a Matemática se desenvolveu, ao longo dos tempos, para solucionar problemas que surgiram com o avanço da ciência. Tempos em que a Matemática, a Ciência e a Filosofia faziam parte de uma única estrutura.

Para D'Ambrosio (2014), renomado Educador Matemático do Brasil, a natureza epistemológica da Matemática está fortemente fundamentada nos fatos históricos que influenciaram o seu desenvolvimento.

> A História da Matemática é um elemento fundamental para perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época (D'AMBROSIO, 2014, p. 27).

Quanto ao mau desempenho dos alunos em disciplinas de Matemática, nos diversos níveis do ensino, o autor sugere que do ponto de vista da motivação contextualizada, a matemática que se ensino hoje nas escolas é precária, e deveria ser tratada como um fato histórico.

Da mesma forma que Pietrocola (2002) se refere a dois tipos de matemática, a operacional, que dará conta apenas da resolução de cálculos e algoritmos, e a reflexiva, que servirá como estruturante do conhecimento científico, D'Ambrósio (2014), também faz uma diferenciação. Para este, existe a matemática utilitária, que serve para um enfoque imediatista, com vistas a uma tarefa, e a matemática abstrata, reservada ao aprendiz que a vislumbra como um desafio intelectual.

Esta distinção surgiu com o avanço da Matemática Grega, com Tales de Mileto (ca. 625-547 a.C.) e com Pitágoras de Samos (ca. 560-480 a.C.). Matemática e Filosofia representavam uma mesma linha de pensamento. Para dirigentes e intelectuais, era reservada a matemática abstrata. Para os comerciantes e artesãos parecia ser suficiente a matemática utilitária. No entanto, o autor adverte, nos dias atuais deve haver um equilíbrio entre os dois aspectos matemáticos.

Estas distintas, mas convergentes visões sobre a natureza epistemológica da Matemática nos fazem perceber o quanto a apreensão dos seus conhecimentos necessita da compreensão acerca de como se processam, cognitivamente.Senão vejamos, a Matemática, na visão de todos os autores citados, tem uma importância imprescindível para o desenvolvimento da ciência, a partir do desenvolvimento cognitivo do sujeito que conhece. Bunge (1985) se refere aela pelo seu poder axiomático na matematização da ciência; Pietrocola (2002) se refere a ela como estruturante do conhecimento científico, e D'Ambrosio (2014) salienta a importância de que a matemática seja apreendida cognitivamente, considerando seu contexto histórico, cultural e social.

Mas o que toda esta discussão tem a ver com a aprendizagem significativa na Matemática?Ora, consideramos que não haverá desenvolvimento social, humano ou científico sem que a apreensão matemática seja significativa para o sujeito que a experimenta.

Esta concepção é reforçada por Novak (1984), ao propor sua Teoria da Educação, fundamentada na premissa:

> A aprendizagem significativa está subjacente a integração construtiva do pensamento, dos sentimentos e das ações que levam a capacitação humana quanto ao compromisso e a responsabilidade (NOVAK, 1984, p. 15).

Destaca-se, também, necessária para a capacidade de criação e evolução do conhecimento, a perspectiva antropológica da Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica, de Moreira (2015):

> É através da aprendizagem significativa crítica que o aluno poderá fazer parte de sua cultura e, ao mesmo tempo, não ser subjugado por ela, por seus ritos, mitos e ideologias. É através dessa aprendizagem que ele poderá lidar construtivamente com a mudança sem deixar-se dominar por ela, manejar a informação sem sentir-se impotente frente a sua grande disponibilidade e velocidade de fluxo, usufruir e desenvolver a tecnologia sem tornar-se tecnoóilo (MOREIRA, 2005, p. 18).

Enfim, não resta dúvidas de que só há conhecimento, se ele for construído de forma significativa. Mesmo sem o conhecimento do conceito*aprendizagem significativa*,creio que os grandes filósofos e matemáticos gregos já sabiam disso, há aproximadamente 1.400 anos atrás. Na época, este tipo de experimentação era privilégio de poucos. Mas nos dias atuais, por que não proporcionar aos aprendizes essa possibilidade?

## Psicologia Cognitiva e Aprendizagem Significativa

Identificadas algumas concepções que convergem para a importância da matemática no processo do avanço da ciência e de como este avanço deve estar relacionado a aprendizagens significativas, consideradas suas visões humanista e crítica, passamos agora a construir argumentos para interpretar como pode se dar o processo da aprendizagem significativa na Matemática.

A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2000) traz como conceito central a *aprendizagem significativa*, definida como um processo cognitivo que emerge a partir da atribuição de significados psicológicos por parte do aprendiz, ao ser confrontado com o significado lógico do material de ensino. Neste processo, o novo conhecimento interage substancialmente e de forma não arbitrária com conhecimentos prévios retidos na estrutura cognitiva do aprendiz, tornando estes últimos mais ricos, elaborados e capazes de interagirem novamente com novos conhecimentos, até um limite cognitivo para sua existência.

Estes conhecimentos prévios, constituídos por conceitos subsunçores (específicos e necessários para a aprendizagem do novo conceito), que ancoram e/ou subsumem novos conceitos, constituem, na estrutura cognitiva do aprendiz, uma espécie de rede hierárquica de ligações, as quais vão se diferenciando progressivamente e se reconciliando integrativamente, ao longo do processo da aprendizagem. O desenvolvimento cognitivo do aprendiz se dará a partir da grande quantidade de distintos significados atribuídos às distintas relações conceituais. Mas, vislumbremos o entendimento destas questões a partir de alguns conceitos clássicos da Psicologia Cognitiva.

No processo da aprendizagem, a Psicologia Cognitiva distingue três estágios (EYSENCK E KEANE, 2007). O primeiro, denominado *codificação,* ocorre durante a apresentação do material de aprendizagem; o segundo estágio diz respeito ao *armazenamento das informações no sistema de memória.* São propostos três tipos de armazenamento: sensorial (retenção extremamente breve das informações e limitação da modalidade sensorial), armazenamento de curto prazo (de capacidade muito limitada) e armazenamento de longo prazo (retenção de informações por períodos de tempo extremamente longos). O terceiro estágio, diz respeito a *recuperação ou resgate das informações* armazenadas na memória.

O processo de assimilação e retenção significativa, na perspectiva da TAS (AUSUBEL, 2000; NOVAK, 1984; MOREIRA, 2006a),evidentemente engloba todos estes estágios cognitivos. A fase da codificação talvez seja a mais relevante neste contexto, pois além da condição do material apresentado possuir significado lógico, deverão estar presentes, na estrutura cognitiva do aprendiz, conceitos subçunsores relevantes para a nova aprendizagem.Isto é, devem existir relações conceituais já constituídas em aprendizagens e experiências prévias do aprendiz, consolidadas o suficiente para serem capazes de ancorar os novos conhecimentos de forma substantiva e não arbitrária.

A Psicologia Cognitiva, de forma geral, não especifica que este processamento resultará em uma aprendizagem significativa, mas nos dá uma ampla visão do quão importantes são todas estas fases, para tal ocorrência. O processo de assimilação e retenção significativa, não trata de uma simples união entre novos conhecimentos e conhecimentos prévios, mas de uma interação substantiva e não literal, que irá resultar num produto interacional, caracterizado pela modificação, tanto do conhecimento anterior, como do novo conhecimento (fase da assimilação). Este produto dissocia-se (fase da retenção)subsistindo um novo conceito subsunçor (resíduo subsunçor), modificado pela interação com a nova aprendizagem, supostamente mais rico e elaborado em termos cognitivos, para ancorar novas aprendizagens. Desde o produto interacional até a redução ao novo conceito subsunçor, Ausubel (2000) denomina assimilação obliteradora. O esquecimento é a etapa natural no final do processo. Nossa concepção docente é que o esquecimento é algo ruim em termos de aprendizagem. No entanto, em termos cognitivos ele pode ser extremamente importante. De acordo com Eysenck e Keane (2007), com frequência precisamos atualizar o nosso conhecimento, e na verdade é proveiroso esquecer o estado anterior das coisas.

O armazenamento de longo prazo é, o que acreditamos, retenha a aprendizagem significativa. Todos os tipos de processamento são importantes e fazem parte da retenção, inclusive aprendizagens mecânicas que possam ocorrer por um curto prazo na memória e, possam ser transferidas para memória de longo prazo, através da recitação.O interesse maior é por aprendizagens significativas.

Ainda com respeito a fase de codificação, mesmo que o aluno disponha de conhecimentos prévios relevantes, e que o material instrucional tenha significado lógico, para que haja aprendizagem significativa é necessário que o aprendiz queira aprender desta forma. O querer aprender está diretamente relacionado com o fator motivacional, e de acordo com Novak (1984), os sentimentos, as emoções e as ações do sujeito vão influenciar na forma como irá ocorrer esta apreensão de novos conhecimentos. Outro fator importante é que o processamento da aprendizagem significativa é complexo, podendo levar muito tempo para que ocorra. Isto é, os resíduos que surgem de inúmeras codificações e processamentos ao longo do tempo, vão se solidificando, num processo mental construtivo.

Mas como pode ocorrer este processamento, se o conhecimento apresentado é matemático? Ausubel (2000) distingue três tipos de aprendizagem significativa, *representacional, conceitual e proposicional*. Um conceito é definido como uma regularidade apreendida nos acontecimentos ou objetos, designados por um rótulo (NOVAK, 1984, p. 36). Eysenck e Keane (2007) definem conceito como uma *representação mental* de classes de objetos.

Moreira (2006) explica que, enquanto na *aprendizagem representacional* o aprendiz será capaz de atribuir significados a determinados símbolos; *na aprendizagem conceitual*, ele será capaz de estabelecer uma equivalência entre símbolo e atributos criteriais comuns a múltiplos exemplos do referente.

> [...] quando uma criança adquire o significado mais genérico da palavra "bola", esse símbolo serve, também, como significante para o conceito cultural "bola". Enquanto na aprendizagem representacional é estabelecida uma equivalência, em significado, entre o símbolo (o som "bola") e um referente (o objeto "bola"), na aprendizagem de conceitos a equivalência é estabelecida entre símbolos e atributos criteriais comuns a múltiplos exemplos do referente (diferentes bolas, no caso) (MOREIRA, 2006, p. 26).

Outro tipo de aprendizagem significativa importante é a *proposicional*, onde a tarefa será aprender o significado de ideias em forma de proposição, isto é, a tarefa é aprender o significado que está além da soma dos significados das palavras ou conceitos que compõem a proposição (MOREIRA, 2006).

Por exemplo, suponha que estejamos ensinando o conceito de *função* para nossos alunos, e que o ensino é expositivo. Este não é um problema, pois sabe-se que tanto a aprendizagem por descoberta, quanto a aprendizagem por recepção, podem ser significativas, desde que haja uma interação substantiva e não arbitrária entre conhecimentos prévios e o novo conhecimento. Um conceito subsunçor que, espera-se, o aluno tenha, é o conceito de *relação*. O aluno pode entender, a partir do conceito de relação, que uma função pode ser identificada por uma relação de dependência de uma variável em relação a outra, através da simbologia $y = f(x)$. Esta será uma aprendizagem representacional. Para que a aprendizagem seja conceitual, é necessário que o aluno identifique, em diferentes situações, o mesmo significado de dependência identificado naquela. Por exemplo, ele pode identificar relação de dependência linearentre o preço da corrida e o número de quilômetros rodados, quando estiver pagando uma "corrida de táxi". Também pode identificar uma relação de dependência quadrática, entre a posição e o tempo, quando estiver interessado na posição de um objeto que se desloca em movimento retilíneo uniformemente variado.

As aprendizagens significativas representacionais e conceituais são necessárias, mas não esgotam as possibilidades de apreensão significativa. Na *aprendizagem proposicional*, é necessário que o aluno consiga atribuir significado não apenas à relação de dependência funcional, mas também às relações entre os conceitos relacionados, apresentados nadefinição de *função*, na forma de proposição:

> Dados os conjuntos X, Y, uma função $f: X \rightarrow Y$ (lê-se "uma função de X em Y) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um elemento $y = f(x) \in Y$. O conjunto X chama-se domínio e Y é o contra-domínio da função f. Para cada $x \in X$, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se imagem de x pela função f, ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$. Escreve-se $x \rightarrow f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) x em f (x) (LIMA et. al, 1998, p. 38).

Além de toda a importância desse processo para uma aprendizagem significativa, considera-se também, de extrema relevância, a capacidade de transferência para outras aprendizagens em situações diversas. Por exemplo, uma aprendizagem significativa do conceito de função, no âmbito de disciplinas matemáticas, só terá sido eficiente para um aluno do curso de Física, se ele for capaz de identificar que a relação entre a velocidade e o tempo, no contexto do movimento retilíneo, é uma relação funcional.

Outro ponto importante da TAS são os princípios da *diferenciação progressiva* e da *reconciliação integrativa*, relacionados as formas como ocorre a assimilação dos conceitos, na estrutura cognitiva do aprendiz. Os conceitos estão organizados em hierarquias, categorizados em três níveis: categoria superordenada no alto, categorias de nível básico no meio e categorias subordinadas, em baixo (EYSENCK E KEANE, 2007). Esta relação conceitual pode ser explicada através dos processos da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa. A *diferenciação* *progressiva* está relacionada a forma de aprendizagem subordinada, onde os novos conhecimentos serão adquiridos através do processo de "subsunção". Os novos conceitos assimilados, hierarquicamente inferiores, mais específicos, se subordinam a conceitos mais gerais e inclusivos, presentes na estrutura cognitiva. No nosso exemplo, é o caso do conceito *função* ser assimilado a partir do conceito *relação*, sendo o primeiro subordinado ao segundo.

No processo da reconciliação integrativa, a aprendizagem será por superordenação, onde o novo conceito adquirido é mais geral e inclusivo, em relação aos conceitos presentes na estrutura cognitiva. É como se o aluno aprendesse, de forma significativa, o conceito de relação matemática, já tendo assimilado o conceito de função matemática e dos diferentes tipos de funções. Neste importante processo, as ideias adquiridas passam a reorganizar a estrutura cognitiva, através da atribuição de novos significados ao conhecimento.

Observa-se a importância da busca pelo entendimento dos pressupostos básicos da Psicologia Cognitiva, para situar a teoria da aprendizagem significativa, como a única forma de aprendizagem eficaz e aceitável.

## Representações Matemáticas e Aprendizagem Significativa

Não há dúvidas de que a Matemática é uma tarefa complexa que envolve muitos fatores. Os estudantes precisam adquirir habilidades processuais para resolver problemas matemáticos e entendimento dos conceitos e princípios com os quais se relacionam estas habilidades (Bruning, Schraw e Norby, 1990).

Por muito tempo, até os dias atuais, a Matemática tem sido ensinada por meio da prática repetitiva, sem a real compreensão, por parte dos estudantes, do que realmente estão fazendo e porque estão fazendo. Neste caso não está havendo uma ativação na memória do aprendiz? Certamente sim, mas a aprendizagem oriunda, neste caso, não é significativa, mas sim mecânica. Não há a uma interação substantiva e não arbitrária entre a nova informação e as informações presentes da estrutura cognitiva do aluno. Talvez nem haja informações relevantes na sua mente. Sua memória de curto prazo (memória de trabalho) pode estar sendo ativada, mas não há a passagem de informações adquiridas nesta, para a memória de longo prazo, não subsistindo nada, em termos cognitivos.

Como já salientado por Pietrocola (2002) e D'Ambrosio (2014), trata-se da conhecida ênfase na matemática operacional ou matemática utilitária, em detrimento da matemática conceitual. Resiste ainda em muitos contextos de ensino, a crença de que a matemática é uma habilidade nata do sujeito, não sendo possível que seu entendimento possa surgir de estudantes considerados comuns (inaptos).

O ponto negativo de uma ênfase tecnicista é o alto índice de reprovação e evasão em cursos de graduação em matemática e cursos das áreas afins. Numa concepção cognitiva, espera-se que o aluno seja estimulado a construir conhecimentos matemáticos por meio de formulação de conjecturas, exploração de padrões, e busca de soluções, em detrimento da simples memorização.

Trata-se de uma espécie de "reinvenção da matemática" dentro de uma visão cognitiva, social e construtivista, apregoada pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática, no ano de 2000. A ênfase, é no valor das abordagens baseadas nos significados, para a aprendizagem.

Um ponto de muita polêmica envolvendo estudos relacionados ao raciocínio matemático avançado é o processo da representação envolvido na Matemática (TALL, 1991). Anteriormente, citamos o exemplo de como se processaria a aprendizagem significativa numa situação envolvendo o conceito matemático*função*. Naturalmente, como professores, esperamos que o aluno represente a função simbolicamente por $y = f(x)$. No entanto, em uma situação real geralmente não é isto que acontece. O símbolo é uma explicitação do conhecimento implícito do aluno, o significado psicológico atribuído por ele, para o conceito *função*, a partir da representação mental do conceito. Sendo assim, a representação simbólica pode diferir de pessoa para pessoa, diante das variadas formas de representações mentais feitas por elas. O papel do professor é facilitar a negociação destes diferentes significados e símbolos, para que possam ser cientificamente aceitos.

Com relação à representação na matemática, não pode ser confundia com o *objeto matemático* propriamente dito. O objeto matemático conceitual é o que, espera-se, o aluno apreenda de forma significativa. Ocorre que só teremos acesso ao objeto matemático, por meio de suas representações semióticas (DUVAL, 2012). Isto já foi dito anteriormente por Bunge (1985), quando difere o objeto abstrato matemático dos objetos materiais. Os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos ditos "reais" ou "físicos" (ibid. DUVAL, p. 267).

> As representações mentais recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado. As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento (DUVAL, p. 267).

Assim, torna-se imprescindível, ao longo de atividades matemáticas, mobilizar muitos registros de representação semiótica. No nosso clássico exemplo do processamento das informações para uma aprendizagem significativa do conceito *função*, nosso objeto matemático em questão, saber representa-lo por meio de figuras, gráficos, escritas simbólicas, língua natural, etc..., além de poder escolher um registro no lugar do outro, dependendo da situação na qual se é confrontado.

Consideramos que as questões abordadas neste ensaio são imprescindíveis para o entendimento do funcionamento cognitivo da mente humana, em situações em que se processa a apreensão de significados matemáticos. Neste contexto, torna-se importante que, em pesquisas envolvendo aprendizagens significativas seja levada em consideração a natureza cognitiva e epistemológica do pensamento matemático.

## Ensino de Matemática e aprendizagem significativa na UFSM

A Universidade Federal de Santa Maria possui conceituados cursos de Graduação em Bacharelado e Licenciatura em Matemática. A Licenciatura atual caracteriza-se pela forte preocupação com a inserção acadêmica no contexto escolar, oportunizando um processo de formação alicerçado não apenas na teoria, mas na prática docente. A formação em termos do uso de novas tecnologias também é evidente; acompanha o processo de formação acadêmica desde os primeiros semestres. Busca-se a formação de um profissional crítico e reflexivo, capaz de discernir quanto às diferentes formas de manipulação do sistema de ensino, para uma aprendizagem eficaz. Como ocorre em muitos cursos de Licenciatura, uma formação mais polida em termos de inovação e pesquisa, fica reservada para Cursos de Pós-Graduação, destacando-se o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, na mesma Instituição, que tem recebido os egressos dos Cursos de Licenciatura em Matemática e Ensino de Física.

Dentro da linha da Educação Matemática, a ênfase do referido PPG, é voltada as diferentes tendências em Educação Matemática; Seminários Temáticos em Educação Matemática, onde são discutidos artigos, teses, dissertações e os mais diversos referenciais adotados na área. Políticas Públicas para o Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, também são enfatizas. Métodos e técnicas de pesquisa são destacados numa disciplina específica e obrigatória para os mestrandos.

Com relação as teorias de aprendizagem (MOREIRA, 2015), o destaque é para a Epistemologia Genética de Jean Piaget, a Teoria da Mediação de Lev Vygostsky e a teoria dos Campos Conceituais de Gèrard Vergnaud. Atualmente, tem sido abordada a Teoria dos Campos Semânticos, no Brasil, idealizada por Romulo dos Campos Lins; a Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval, e a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Paul Ausubel (TAS), aliadas as suas versões humanista, interacionista e crítica.

Assim como ocorre naturalmente em outros Programas, à medida que vão se inserindo docentes pesquisadores, vão sendo incorporadas, progressivamente, suas concepções teóricas, metodológicas e epistemológicas. Princípios e estratégias promovedoras da aprendizagem significativa começam a ser gradativamente incorporadas pela comunidade de pesquisadores.

Destaca-se a pesquisa intitulada "O uso de mapas conceituais na formação de professores: análise crítica do conteúdo de Geometria Espacial em livros didáticos", de autoria de Mari Lúcia Militz, sob a orientação da autora deste artigo, cuja qualificação ocorreu em março de 2016. A proposta foi aplicada a uma turma de 13 alunos da Licenciatura em Matemática, matriculados na disciplina de Educação Matemática II, que já estavam familiarizados com a elaboração de mapas conceituais. A ideia foi, através da construção de mapas conceituais, investigar concepções do grupo, com relação ao ensino da Geometria Espacial, a partir das relações conceituais apresentadas, em dois momentos diferentes, antes da análise de um livro didático, e após esta análise. Resultados preliminares apontam para um processo complexo, por parte do licenciando, para sair do papel "passivo" de mero receptor e reprodutor do conteúdo para o papel "ativo" de crítico e reflexivo frente à disposição dos conteúdos, nos livros didáticos. O recurso mostra-se eficaz no processo de negociação de significados e discussão em torno de conceitos matemáticos relacionados ao conteúdo abordado. Alguns poucos participantes apresentaram uma evolução em termos do papel da matemática em diferentes contextos científicos, destacando a necessidade, não apresentada nos livros, de se trabalhar o ensino a partir de situações contextualizadas, envolvendo o aspecto interdisciplinar.

Em ações de extensão, seminários sobre a TAS e o uso de mapas conceituais para sua facilitação têm sido divulgados, também pela primeira autora deste trabalho, em ambientes populares de aprendizagem, tais como, cursinhos preparatórios para ingresso na Universidade e contextos escolares de nível Médio. Os resultados são estimuladores, pois os licenciando atuantes neste trabalho tem aderido ao uso do mapeamento conceitual para investigar a aprendizagem de seus alunos. O ponto positivo é que os futuros ingressantes do Ensino Superior terão tido o contato antecipado com a teoria e com o recurso utilizado.

Princípios básicos da TAS também estão sendo desenvolvidos na forma de trabalhos de Conclusão de Curso, como é o caso de investigações de conceitos subsunçores para conteúdos matemáticos específicos, e utilização de organizadores prévios, apresentados em Minicursos do Programa de Licenciaturas (PROLICEN). Particularmente destaca-se o projeto de pesquisa que almeja investigar o processo da aprendizagem ao longo da demonstração de leis e teoremas matemáticos, com ênfase na apreensão significativa das proposições contidas nos problemas. Para esta atividade reserva-se a utilização da História da Matemática, do uso de materiais manipulativos e o método da resolução de problemas, como potenciais organizadores prévios adotados no ensino, para uma aprendizagem significativa em demonstrações matemáticas. Além de vídeos motivadores para tais demonstrações.

Destaca-se, também, o Projeto de Extensão "Pré-Cálculo na transição Ensino Médio/Ensino Superior", já na sua terceira versão, onde acadêmicos dos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática, são inseridos em contextos escolares, do terceiro ano do Ensino Médio, e no primeiro semestre letivo de cursos de graduação em Matemática e áreas afins. Estes acadêmicos realizam as mais diversas atividades a fim de auxiliar os alunos ingressantes, no processo de construção de conceitos subsunçores necessários para a aprendizagem na matemática superior. Estas ações almejam inserir atividades vinculadas a resolução de situações-problema, contextualizadas com a área de formação dos ingressantes.

A técnica da análise de erros, divulgada por Helena Cury (2007), foi recentemente apresentada em trabalho de Mestrado (BOTH, 2016), como forte estratégia para a investigação de conceitos subsunçores. Além do que, alia o uso do software GeoGebra ao uso do ambiente de aprendizagem Moodle, para uma proposta de ensino de Geometria e Funções, pautada na análise dos conhecimentos prévios dos alunos, para uma aprendizagem significativa.

Novos trabalhos, relacionados com a TAS, estão surgindo: a elaboração e implementação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (MOREIRA, 2011a) para o ensino de Geometria Espacial, no Ensino Médio. Este trabalho visa aliar o uso da UEPS com a Modelagem Matemática (BORSSOI, 2013).

Estudos etnográficos em contextos educacionais (ANDRÉ, 1998) vem sendo integrados com metodologias de pesquisa-ação (MOREIRA, 2011b) para oficinas de atualização de professores, visando uma aprendizagem significativa dos alunos, a partir da aprendizagem significativa dos professores, no processo de manipulação do ensino. Também tem sido vinculada aos princípios da TAS, o tema interdisciplinaridade (POMBO, 2005), com propostas de favorecimento de aprendizagens significativas a partir de situações-problema interdisciplinares, envolvendo a Matemática e a Física, no nível do Ensino Médio.

Como vemos, os princípios da TAS estão se disseminando e contornando questões de formação de professores, ensino e aprendizagem de matemática, ensino e aprendizagem em ciências. Particularmente no que se refere ao uso de mapas conceituais e diagramas V (MOREIRA, 2006b), tem sido constantemente utilizados, como recurso nos sistemas de ensino e aprendizagem das disciplinas Teorias de Aprendizagem e Metodologia da pesquisa, em Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática e Educação em Ciências. Neste contexto, funciona como referencial para a meta cognição, despertando no mestrando e/ou doutorando, o interesse pela construção do seu autoconhecimento. Também, oportuniza a negociação de significados entre mestrandos da matemática e mestrandos das áreas das ciências naturais, fundindo realidades distintas em prol do desenvolvimento científico, caracterizando a matemática como uma linguagem científica.

O grande desafio atualmente, em termos de pesquisa, tem sido fundamentar o referencial do pensamento matemático avançado (TALL, 1981) e das representações matemáticas em pesquisas que envolvam a aprendizagem significativa. Acredita-se, fortemente, que o entendimento do processo da aprendizagem significativa no contexto intramatemático influenciará, positivamente, a sua apreensão em outros contextos extramatemáticos.

**Considerações Finais:**

Este ensaiotraçou considerações acerca da aprendizagem significativa no ensino de matemática, tomando como ponto de partida sua natureza epistemológica e cognitiva. Concepções de autores renomados nas áreas da pesquisa em Ciência, Ensino de Ciências e Educação Matemática foram apresentadas, a fim de levar o leitor a refletir sobre a importância da ciência matemática para o desenvolvimento científico, social e humano, e como este desenvolvimento está diretamente relacionado a uma formação pautada em aprendizagens significativas críticas. Considerando de extrema importância para o entendimento do professor que ensina matemática, procurou-se descrever alguns aspectos da TAS, a partir de fundamentos da Psicologia Cognitiva e de considerações do Pensamento Matemático Avançado. As representações matemáticas foram ponto de destaque no texto, indicando a necessidade de que a teoria da aprendizagem significativa possa ser compreendida também, a partir de referenciais teóricos pautados na visão cognitiva intramatemática.Considerando-se que a efetiva aprendizagem em matemática deve ser significativa e crítica, espera-se que este trabalho possa gerar novas reflexões em torno do tema “aprendizagem significativa e ensino de matemática”.

**Referências Bibliográficas**

ANDRÉ, M. E. D. A. *Etnografia da Prática Escolar.* São Paulo: Papirus Editora, 1998.

AUSUBEL, D. P. *Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva*. Lisboa: Plátano Edições Técnicas. 2000.

BORSSOI, A. H. *Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Tecnologias: Articulações em Diferentes Contextos Educacionais.* Tese, 256 p. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina. 2013.

BUNGE, M. *La Ciencia, su método y su filosofía.* Buenos Aires: Siglo Veinte, 1960.

BUNGE, M. *Epistemología.* Editorial Ariel, S. A. Barcelona, 1985.

BOTH, M. *Relações entre Grandezas Geométricas: Um Estudo de Caso Baseado na Aprendizagem Significativa e Análise de Erros*. 162 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Santa Maria, UFSM, 2016.

BRUNING, R. H.; SCHRAW, G. J.; NORBY, M. M. *Cognitive Psichology and Instruction.* Pearson Education: EUA, 2011.

CURY, H. N. *Análise de Erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica. 2007.

D’AMBROSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática.* Papirus Editora: São Paulo, 2012.

DUVAL, R. *Ver e ensinar a Matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas.* Org. Tânia M. M. Campos. PROEM Editora: São Paulo. Volume I, 2011.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. *A Matemática do Ensino Médio, Volume 1.* Coleção do Professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática: São Paulo, 1998.

MOREIRA, M. A. *Aprendizagem Significativa Crítica.* Editora do autor. Porto Alegre, 2005.

MOREIRA, M. A. *A Teoria da Aprendizagem Significativa e sua Implementação em Sala de Aula.* Brasília: Editora UnB. 2006(a).

MOREIRA, M. A. *Mapas Conceituais & Diagramas V.* Porto Alegre: Edição do autor. 2006(b).

MOREIRA, M. A. *Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas – UEPS.* Aprendizagem Significativa em Revista. Porto Alegre, v1(2), pp. 43-63. 2011(a).

MOREIRA, M. A. *Metodologias de Pesquisa em Ensino*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011(b).

MOREIRA, M. A.; MASSONI, N. T. *Epistemologias do Século XX.* Editora Pedagógica e Universitária LTDA: São Paulo, 2011.

MOREIRA, M. A. Teorias de Aprendizagem. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária (E.P.U), 2015.

NOVAK, J. D. e GOWIN, D. B. *Aprender a aprender.* Lisboa: Plátano Edições Técnicas. 1984.

PIETROCOLA, M. *A Matemática como estruturante do conhecimento físico.* Caderno Catarinense de Ensino de Física, v. 19, nº 1, p. 89 – 109, 2002.

POMBO, O. *Interdisciplinridade: Ambições e Limites*. Lisboa: Relógio D'Água Editores, 2004.

SANTAROSA, M. C. P.; MOREIRA, M. A. *O Cálculo nas aulas de Física da UFRGS: um estudo exploratório.* Investigações em Ensino de Ciências, v. 16, nº 2, p. 317 – 351, 2011.

SANTAROSA, M. C. P. *Os lugares da Matemática na Física e suas dificuldades contextuais: implicações para um sistema de ensino integrado.* Investigações em Ensino de Ciências, v. 18, nº 1, p. 215 – 235, 2013(a).

SANTAROSA, M. C. P. *Investigação da aprendizagem em Física básica universitária a partir de um ensino que integra situações e conceitos das disciplinas de Cálculo I e de Física I.* Tese de Doutorado, 382 p. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, UFRGS, 2013(b).

TALL, D. *Advanced Mathematical Thinking.* Klumer Academic Publishers: U.K., 1991.