

**O USO DA HISTÓRIA DA TRIGONOMETRIA COMO FACILITADOR DA
APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO**
(The use of the History of Trigonometry as facilitator of learning sine and cosine functions)

Carlos Antonio de Souza [carlosdesouzamatematica@hotmail.com]

IFRJ

Eline das Flores Victor [elineflores@hotmail.com]

Jurema Rosa Lopes [juremarosa@ig.com.br]

UNIGRANRIO

Resumo

Partindo da compreensão de que os conceitos de função seno e cosseno foram construídos no decorrer do processo histórico e que este processo levou séculos para significar o que hoje representa, parece coerente suspeitar que o conhecimento dessa história retire tais conceitos da zona de suposta abstração e falta de clareza, favorecendo a aprendizagem de tais conceitos e seus desdobramentos. Nessa perspectiva, a questão básica do presente estudo é: como o uso da História da Matemática no processo do ensino de trigonometria nas funções seno e cosseno, pode levar o aluno a ter uma aprendizagem mais significativa? O objetivo é investigar como a História da Trigonometria pode se constituir como elemento facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno, por parte de estudantes do ensino médio. Teoricamente, este estudo se baseia em Moreira (2011), dando destaque para o processo ensino e aprendizagem, sobretudo a aprendizagem significativa. Do ponto de vista metodológico, o estudo, é de natureza quanti-qualitativa, realizado em quatro fases: um pré-teste, para verificar os conhecimentos anteriores dos alunos; a utilização de material didático nomeado como Ensaio; um pós-teste com o intuito de obter dados comparativos de desempenho, e de um questionário sondando como a História da Trigonometria ajuda na compreensão e aprendizagem das funções seno e cosseno. Na presente reflexão, apresentamos os resultados obtidos na quarta fase. Essa experiência pedagógica envolveu 21 alunos, do primeiro ano do ensino médio, de uma escola pública federal, localizada no município de Nilópolis/RJ.

Palavras-Chave: história da trigonometria; ensino de Matemática; trigonometria; aprendizagem significativa.

Abstract

Based on the understanding that the concepts of sine and cosine function were built during the historical process and that this process took centuries to mean what it represents today, it seems coherent to suspect that the knowledge of this history remove such concepts of the supposed abstraction and lack of clarity zone, encouraging people to learn such concepts and its developments. In this perspective, the basic question of this study is how the use of history of mathematics, in the teaching of trigonometry in the sine and cosine functions, can lead the student to have a more meaningful learning? The aim is to investigate how the history of trigonometry can be a facilitator of learning sine and cosine functions, by high school students. Theoretically, this study is based on Moreira (2011), giving emphasis on the teaching and learning process, especially meaningful learning. From the methodological point of view, the study is both quantitative and qualitative, conducted in four phases: a pre-test to check students' prior knowledge, the use of educational materials named as Rehearsal, a post-test in order provide comparative data of performance, and a questionnaire probing how the History of Trigonometry help in understanding and learning of sine and cosine functions. In this reflection, we present the results obtained in the fourth stage. This pedagogical experiment involved 21 students, of the first year of high school, of a federal public school, located in the municipality of Nilópolis / RJ, Brazil.

Keywords: history of trigonometry; mathematics teaching; trigonometry; meaningful learning.

Introdução

Anos de experiência nos autorizam a dizer que muitas vezes o professor na sua prática em sala de aula não tem se mostrado um incentivador dos seus alunos. Sabemos que muitos alunos, pela própria natureza da disciplina matemática, têm dificuldade em entender os conteúdos e se apropriar dos conceitos. Nos parece que eles não conseguem articular o que aprendem ao seu cotidiano. Também às perguntas feitas frequentemente pelos alunos com relação aos “por quês?”, isto é, como surgiu isto, como surgiu aquilo, o que evidencia um conhecimento prévio, nem sempre se oferecem respostas, o que contribui, a nosso ver, para que os mesmos tenham pouca ou nenhuma motivação para a aprender Matemática.

Pensamos que a pouca motivação aumenta a dificuldade dos alunos e já que ninguém gosta de colecionar insucessos, acreditamos que daí vem a aversão e o estigma da Matemática como o "bicho papão" dos currículos escolares. Vale ressaltar, novamente, que em nossas práticas docentes temos vivenciado, intensa e ciclicamente, situações marcadas pelo viés aversivo a esse importante campo de conhecimento. Assim, não poderíamos escapar ao estudo propositivo, na perspectiva de dirimir preocupações ou incômodos com os quais se insere nesse cenário. Este foi, pois, o contexto mobilizador do empreendimento ora sinalizado, a questão então orientadora do estudo é: o uso da História da Matemática no processo do ensino da trigonometria nas funções seno e cosseno, pode levar o aluno a ter uma aprendizagem mais significativa? Logo, o nosso objetivo foi investigar como a História da Trigonometria pode se constituir como um elemento facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno, e buscamos aporte teórico nas ideias de: Baroni, Nobre, (1999, 2005), Cajazeiras (2011), D’Ambrósio (2006), Freire (1996), Moreira (2010, 2011), entre outros.

Diante do desafio em mudar nossa prática pedagógica e com a intenção em melhorar o ensino, sobretudo, em favor da aprendizagem dos alunos, sentimos a necessidade de produzir um material didático, ao qual chamamos de Ensaio (Souza, 2011). A produção desse material nos pareceu ser fundamental no sentido de distinguir entre muitas fontes consultadas, o que nos pareceu ser relevante para o ensino da trigonometria. Portanto, dois grandes desafios estão sendo enfrentados por nós. O primeiro é desconstruir o mito de que poucos são capazes de aprender Matemática, e o segundo é a aposta hipotética de que uma outra forma de ensinar possibilita que ocorra a melhoria na aprendizagem da trigonometria.

A metodologia aplicada foi o uso da História da Trigonometria, o campo empírico foi o Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ-Campus Nilópolis), situado no bairro Nova Cidade, município de Nilópolis, RJ. A turma, na qual foi realizada nossa pesquisa, possui trinta e dois alunos matriculados, no segundo período do ensino técnico de Meio Ambiente, sendo doze meninos e vinte meninas. A idade varia de quatorze a dezessete anos. A adoção de esquema experimental de grupo único com pré e pós- testes, permitiu verificar a influência do uso da História da Trigonometria no interesse e na aprendizagem dos alunos. Para a coleta de dados, relacionados aos estudantes solicitamos, aos maiores de idade e/ou familiares (no caso de menores), uma autorização pautada na Resolução 196/96 - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), conforme aprovação CEP/UNIGRANRIO sob o número 0144.0.317.000-11.

O Nosso Olhar Sobre a Aprendizagem Significativa

Neste trabalho intencionamos superar a visão clássica de aprendizagem meramente funcional, e focarmos nossa reflexão nas ideias defendidas por Freire (1996) e Moreira (2011).

Partimos do diálogo com Freire (1996) que nos ajuda a refletir sobre o significado de ensinar e aprender. Essa reflexão nos parece que põe em questão as incertezas do sujeito que ao

mesmo tempo que ensina, aprende. As incertezas são, portanto, movimentos do processo de construção do conhecimento que se dá a partir das perguntas que fazemos e respostas que buscamos sobre as coisas do mundo.

De acordo com Freire:

Não há docência sem discência, as duas se explicam e seus sujeitos apesar das diferenças que os conotam, não se reduzem à condição de objeto, um do outro. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender (...). Ensinar inexiste sem aprender e vice-versa e foi aprendendo socialmente que, historicamente, mulheres e homens descobriram que era possível ensinar... (Freire, 1996, p.23)

Quando ensinar exige criticidade, o ingrediente que possibilita a passagem da ingenuidade para a criticidade, portanto da conquista progressiva da humanização é a afetividade, a amorosidade pela qual o educador realiza este processo de estímulo e promoção da superação do educando através de suas próprias capacidades criativas.

Segundo Freire,

A curiosidade como inquietação indagadora, como inclinação ao desvelamento de algo, como pergunta verbalizada ou não, como procura de esclarecimento, como sinal de atenção que sugere alerta faz parte integrante do fenômeno vital. Não haveria criatividade sem a curiosidade que nos move e que nos põe pacientemente impacientes diante do mundo que não fizemos, acrescentando a ele algo que fazemos. Como manifestação presente à experiência vital, a curiosidade humana vem sendo histórica e socialmente construída e reconstruída. Precisamente porque a promoção da ingenuidade para a criticidade não se dá automaticamente, uma das tarefas precípuas da prática educativo-progressista é exatamente o desenvolvimento da curiosidade crítica, insatisfeita, indócil. (Freire, 1996, p. 32)

O professor, quando entra em sala de aula, deve estar aberto à indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, as suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tem – a de ensinar e não a de transferir conhecimento. Ensinar não é só transferir conhecimento mas, também, testemunhá-lo e vivenciá-lo, não só pelos educandos, como também pelos educadores.

Para Freire

Pensar certo – e saber que ensinar não é transferir conhecimento é fundamentalmente pensar certo – é uma postura exigente, difícil, às vezes penosa, que temos que assumir diante dos outros e com os outros, em face do mundo e dos fatos, ante nós mesmos. É difícil, não porque pensar certo seja forma própria de pensar de santos e de anjos e a que nós arrogantemente aspirássemos. É difícil, entre outras coisas, pela vigilância constante que temos de exercer sobre nós próprios para evitar os simplismos, as facilidades, as incoerências grosseiras. É difícil porque nem sempre temos o valor indispensável para não permitir que a raiva que podemos ter de alguém vire raivosidade que gera um pensar errado e falso. (Freire, 1996, p. 49)

O exercício da curiosidade convoca à imaginação, à intuição, às emoções, à capacidade de conjecturar, de comparar, na busca da perfilização do objeto ou do achado e de sua razão de ser.

O fundamental é que professor e alunos saibam que a postura deles, do professor e dos alunos, é dialógica, aberta, curiosa, indagadora e não apassivada, enquanto fala ou enquanto ouve. O que importa é que professor e alunos se assumam epistemologicamente curiosos.

Ainda nas palavras de Freire,

Neste sentido, o bom professor é o que consegue, enquanto fala, trazer o aluno até a intimidade do *movimento* de seu pensamento. Sua aula é assim um desafio e não uma “cantiga de ninar”. Seus alunos *cansam*, não *dormem*. Cansam porque acompanham as idas e vindas de seu pensamento, surpreendem suas pausas, suas dúvidas, suas incertezas. Antes de qualquer tentativa de discussão de técnicas, de materiais, de métodos para uma aula dinâmica assim, é preciso, indispensável mesmo, que o professor se ache “repousado” no *saber* de que a pedra fundamental é a curiosidade do ser humano”. (...) “O exercício da curiosidade a faz mais criticamente curiosa, mais metodicamente “perseguidora” do seu objeto. Quanto mais a curiosidade espontânea se intensifica, mas, sobretudo, se “rigoriza”, tanto mais epistemológica ela vai se tornando. (Freire, 1996, p. 86)

Pensamos assim que o ensino exige contínua busca, indagações, constatações, intervenções, comunicação de novidades que não se enquadram em um único livro texto, e ao uso exclusivo do quadro de giz. O uso do livro texto e do quadro de giz simboliza o ensino transmissível no qual o professor, muitas das vezes, “resolve exercícios, para que os alunos copiem na véspera da prova e nela repitam o que conseguem lembrar” (Moreira, 2011, p.239)

Acrescenta Moreira (2011) que o desafio em diversificar as estratégias de ensino, é fundamental na participação do aluno. Os desafios nos colocam diante das incertezas e, daí a possibilidade em corrigir os desvios, ou quem sabe, corrigir nossos próprios erros, tal como destacado por Moreira (2011, p.239) “não há nada errado em errar. Errado é pensar que a certeza existe, que a verdade é absoluta, que o conhecimento é permanente”.

Vemos aí, o ensino centrado na relação professor-aluno capaz de promover o diálogo através de uma permanente troca de perguntas, ao invés de respostas prontas e fechadas. O fundamental é que professor e alunos tenham uma postura curiosa, indagadora e não passiva. O diálogo e indagação, mediados pela linguagem, nos leva a novos conhecimentos e novas percepções. Assim, ensinar ou aprender um novo conteúdo é aprender sua linguagem, não só as palavras, mas também outros símbolos de maneira substantiva e não arbitrária. Em última instância, o que se percebe é inseparável de como se fala. Por exemplo, através de uma pergunta discursiva, podemos apreender de maneira significativa o significado de determinadas aprendizagens para o aluno.

Destaca Moreira (2011) que a aprendizagem significativa é caracterizada pela interação cognitiva entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio. O conhecimento prévio é, isoladamente, a variável que mais influencia a aprendizagem, isto é, só se aprende a partir daquilo que se conhece.

Moreira (2010) descreve alguns princípios programáticos (Ausubel, 1968) facilitadores para essa aprendizagem, que são: diferenciação progressiva que é o princípio programático segundo o qual as ideias mais gerais e inclusivas da matéria de ensino devem ser apresentadas desde o início da instrução e, progressivamente, diferenciadas em termos de detalhes e especificidade; reconciliação integradora, esse princípio se dá quando a programação da matéria de ensino deve não apenas proporcionar a diferenciação progressiva mas, também, explorar explicitamente, relações entre conceitos e proposições, chamando a atenção para diferenças e semelhanças e reconciliando

inconsistências reais e aparentes; organização sequencial que insiste em sequenciar os tópicos, ou unidades de estudo de maneira tão coerente quando possível, com relações de dependência naturalmente existentes entre eles na matéria de ensino; consolidação que objetiva a aprendizagem significativa, levando a insistir no domínio (respeitada a progressividade da aprendizagem significativa) do que está sendo estudado antes de introduzir-se novos conhecimentos e organizadores prévios que são materiais introdutórios apresentados antes do material de aprendizagem em si mesmo, em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade, para servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que deveria saber para que esse material fosse potencialmente significativo. Eles facilitam a passagem da estrutura conceitual da matéria de ensino para a estrutura cognitiva do aluno de maneira significativa.

A construção dos organizadores prévios deve levar em consideração o conteúdo a ser abordado, os principais conceitos, as ideias mais importantes e mais gerais a fim de identificar o conhecimento prévio necessário.

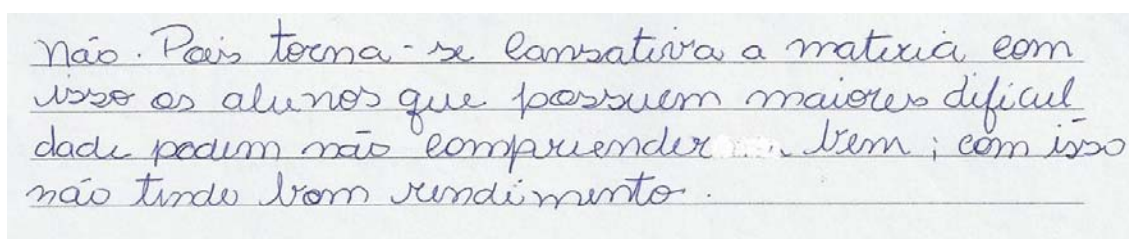
Moreira (2011) dá uma nova abordagem para a teoria da aprendizagem significativa, isto é, uma visão de aprendizagem crítica. Para ele, adquirir novos conhecimentos sem criticidade não é suficiente para as necessidades de hoje, uma vez que é necessário, para uma formação intelectual autônoma, que os alunos sejam capazes de desenvolver uma reflexão crítica dos conteúdos aprendidos. Nesta perspectiva, é necessária a reelaboração da prática pedagógica para promover uma aprendizagem significativa crítica. Para Moreira (2010), o objetivo da aprendizagem significativa não se encerra em adquirir novos conhecimentos de maneira significativa, pois é necessário que este conhecimento seja adquirido de uma forma crítica.

A História da Trigonometria como Elemento Facilitador da Aprendizagem das Funções Seno e Cosseno

Com base no pré-teste e pós-teste, trazemos a análise dos dados numa perspectiva quantitativa e qualitativa, buscando investigar a História da Trigonometria como um elemento facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno.

Diante da pergunta: "*Você considera importante conhecer a história da matemática, paralelamente ao estudo de trigonometria, para facilitar a aprendizagem dos conteúdos de trigonometria? Por que?*", obtivemos os seguintes resultados, que estão organizados em três tópicos a seguir: uma discussão sobre aprendizagem significativa, a história da matemática como facilitadora da memorização das fórmulas e o uso da história da matemática como facilitadora da aprendizagem.

Uma Discussão Sobre Aprendizagem Significativa

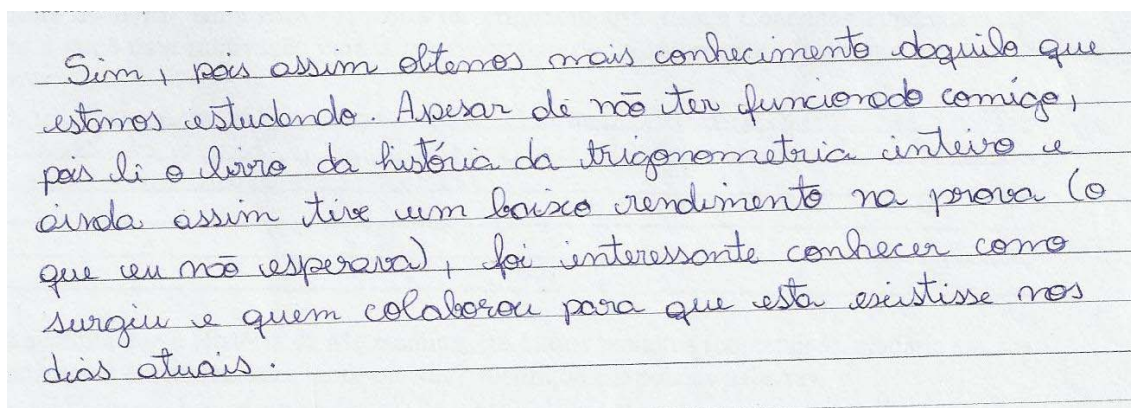


Não. Pois torna-se cansativa a matéria com isso os alunos que possuem maiores dificuldades podem não compreender bem; com isso não tendo bom rendimento.

Figura 1- Resposta do aluno F no Pré -Teste.

Nos parece que, para este aluno, não há predisposição em conhecer a História da Matemática, pois segundo ele "torna-se cansativa a matéria". O fato de se tornar cansativa, nos

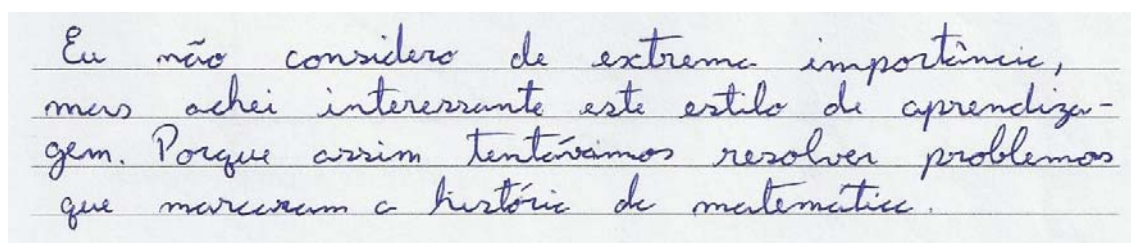
parece que a Matemática é reduzida a fórmulas e cálculos. Dessa forma muitas das vezes, nem sempre a mudança de estratégias de ensino, pelo professor, facilita a aprendizagem do aluno. Isso nos leva a pensar sobre a aprendizagem significativa que não encerra na diversidade de estratégias ou atividades sofisticadas se as mesmas não forem desenvolvidas do modo a promover a participação ativa do aluno, tais como discussões, debates com a mediação do professor, conforme destaca Moreira (2010). No entanto, se tomarmos a mesma expressão "torna-se cansativa a matéria" na perspectiva de Freire (1996), o cansaço é o resultado do dispêndio de energia do movimento do pensamento, uma vez que as idas e vindas de seu pensamento levam o aluno ao cansaço, sendo esta uma postura ativa e não passiva como aos que dormem em sala de aula. Desta forma, este cansaço pode ser um fator positivo no processo de aprendizagem do aluno.



Sim, pois assim obtenho mais conhecimento do qual que estamos estudando. Apesar de não ter funcionado comigo, pois li o livro da história da trigonometria inteiro e ainda assim tive um baixo rendimento na prova (o que eu não esperava), foi interessante conhecer como surgiu e quem colaborou para que esta existisse nos dias atuais.

Figura 2- Resposta do aluno A no Pós -Teste.

Apesar deste aluno acreditar que não houve uma aprendizagem significativa, pois, segundo ele, "apesar de não ter funcionado comigo, pois li o livro da História da Trigonometria inteiro e, ainda assim, tive um baixo rendimento na prova", nos parece, no comentário seguinte que ele reconhece a apreensão de um conteúdo ligado à História da Matemática pois, o mesmo aluno teve predisposição para aprender pois achou "interessante conhecer como surgiu e quem colaborou para que esta existisse nos dias atuais", o que se pode confirmar o que dizem Baroni, Teixeira e Nobre (2005): por meio da História da Matemática pode-se verificar que a Matemática é uma construção humana, que foi sendo desenvolvida ao longo do tempo e, por assim ser, permite compreender a origem das ideias que deram forma à cultura, como também observar os aspectos humanos de seu desenvolvimento, enxergar os homens que criaram essas ideias e as circunstâncias em que se desenvolveram.

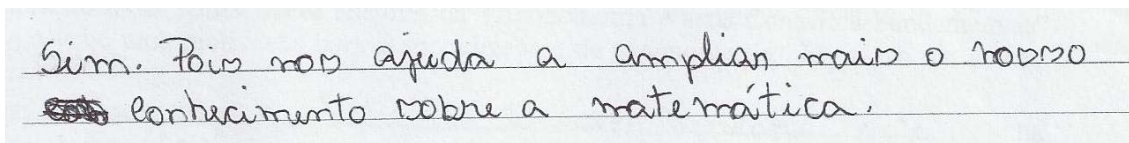


Eu não considero de extrema importância, mas achei interessante este estilo de aprendizagem. Porque assim tentávamos resolver problemas que marcaram a história de matemática.

Figura 3- Resposta do aluno B no Pós-Teste.

A resposta deste aluno parece indicar um caso de ponderação: embora considere não ser de extrema importância, achou interessante a associação estudo da história com estudo da trigonometria, justificando que essa dinâmica os instigava a fazer a associação entre os acontecimentos que levaram à produção daquele conhecimento trigonométrico e a retomada concreta de situações similares em que ele se envolve resolvendo problemas correlatos. Sua resposta indica certo nível de predisposição para o estudo, embora talvez precisasse de maior apoio

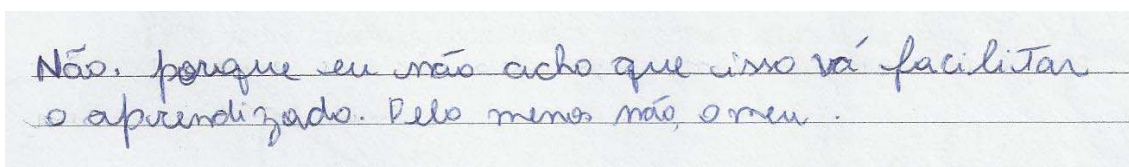
ou a diversificação de outras estratégias de ensino-aprendizagem. Considerando que o que fica latente, escondido em sua resposta, põe em relevo a predisposição, tal resposta nos remete a fala de Sad (2004) que diz: que a história aumenta a motivação para a aprendizagem e situa a matemática cronologicamente, em relação a sua própria constituição, para poder compreender as condições de sua produção.



Sim. Pois nos ajuda a ampliar mais o nosso conhecimento sobre a matemática.

Figura 4- Resposta do aluno H no Pós-Teste.

Pela resposta desse aluno, podemos inferir que houve uma aprendizagem, pois ele apresentou uma predisposição para conhecer a História da Matemática, quando diz "pois nos ajuda a ampliar mais o nosso conhecimento sobre a matemática", o que pode ser confirmado por Gowin (1981; apud Moreira, 2010) que o aluno tem que manifestar uma disposição para relacionar, de maneira não-arbitrária e não-literal, a sua estrutura cognitiva, os significados que capta dos materiais educativos, potencialmente significativos. Além disso, o fato de testemunhar que a História da Matemática ajuda a ampliar o conhecimento, nos remete também a Freire (1996) ao abordar que ensinar não é só transmitir conhecimento mas vivencia-lo também pelo educandos.

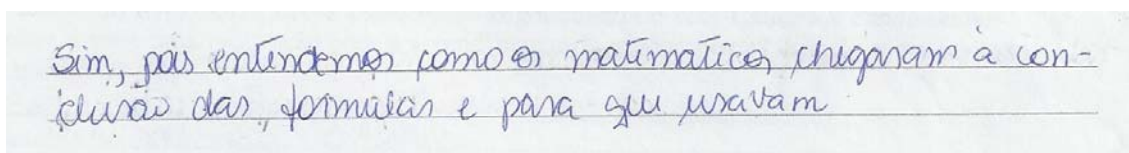


Não. porque eu não acho que isso vai facilitar o aprendizado. Pelo menos não, o meu.

Figura 5- Resposta do aluno Q no Pós -Teste.

Ao que indica, pela fala do aluno Q, não existiu para ele, predisposição para conhecer a História da Matemática pois, para o mesmo, "isso não vai facilitar a aprendizagem". Não facilitar a aprendizagem, para esse aluno, nos sugere que a História da Matemática pode não ter tido importância no seu aprendizado, ou seja, não despertou a curiosidade do aluno que, de acordo com Freire (1996) gera inquietação e desafios, levando ao movimento do pensamento, uma das tarefas precípuas da prática educativa. Dessa forma, mesmo com a adoção de uma estratégia de ensino diferente da tradicional, para este aluno esta estratégia não facilitou sua aprendizagem. Este resultado nos leva a pensar em outros métodos que despertem a curiosidade para que haja uma aprendizagem e participação ativa do aluno (Moreira, 2010).

A História da Matemática como Facilitadora da Memorização das Fórmulas.

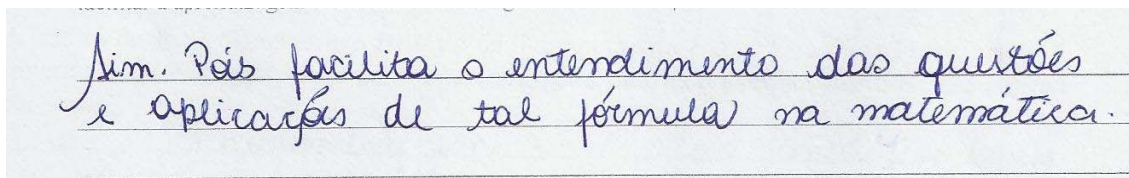


Sim, pois entendemos como os matemáticos chegaram à conclusão das fórmulas e para que usavam.

Figura 6- Resposta do aluno J no Pré -Teste.

Ao tomarmos a fala do aluno "entendemos como os matemáticos chegaram à conclusão das fórmulas", percebemos, na perspectiva de Freire (1996), que ensinar inexiste sem aprender e, que os "matemáticos" incertos de suas ideias construíram seus conhecimentos e consequentemente concluíram as fórmulas trigonométricas apresentadas através do uso da História da Matemática e reconhecidas pelo aluno.

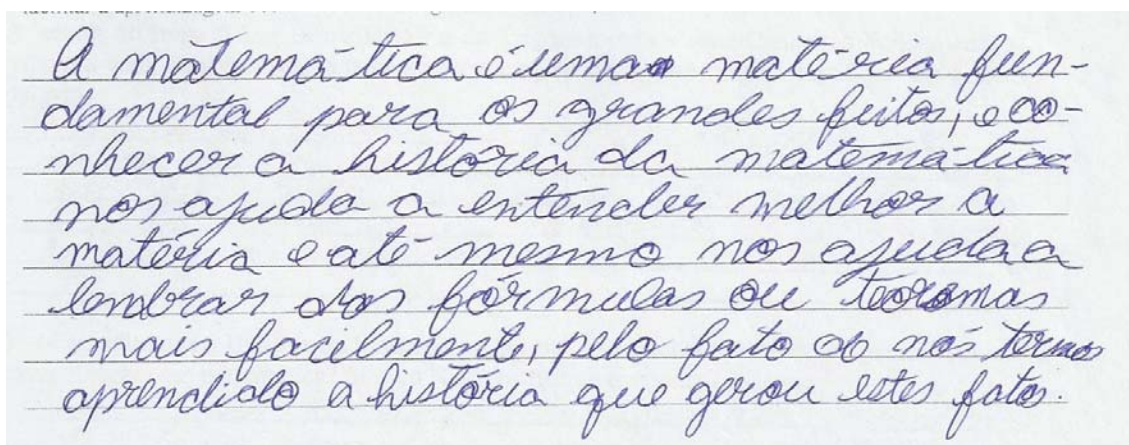
Na fala do mesmo aluno percebemos a predisposição em conhecer a História da Matemática, interligada ao estudo da trigonometria, na resposta deste aluno, uma vez que para ele é importante entender "como os matemáticos chegaram à conclusão das fórmulas e para que usavam", o que nos leva a concluir que o uso da História da Matemática tem, também, como objetivo colocar o aluno em contato com a história da criação do conhecimento da Matemática, pois este recurso, além de esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas, torna a aprendizagem mais significativa. A História da Matemática no ensino pode ser usada como uma ferramenta facilitadora nas aulas de Matemática, objetivando proporcionar uma aprendizagem daquilo que se almeja (Viana e Silva, 2007).



Sim. Pois facilita o entendimento das questões e aplicações de tal fórmula na matemática.

Figura 7- Resposta do aluno C no Pós -Teste.

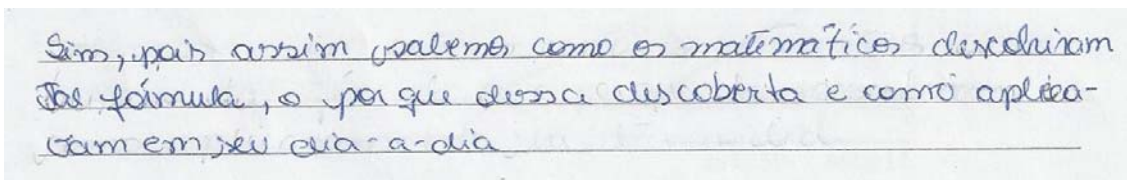
Para este aluno podemos identificar que houve uma predisposição para o conhecimento da História da Matemática, uma vez que segundo ele "facilita o entendimento das questões e aplicações de tal fórmula na matemática". Isto nos remete à enunciação de autores como Baroni, Teixeira e Nobre (2005) quando dizem que o estudo da História da Matemática favorece uma melhor compreensão sobre conceitos e teorias matemáticas, favorecendo a melhoria deste ensino e facilitando a contextualização histórica. Desta maneira, o professor e o alunos assumem postura de sujeitos epistemologicamente curiosos (Freire 1996).



A matemática é uma matéria fundamental para os grandes feitos, e conhecer a história da matemática nos ajuda a entender melhor a matéria e até mesmo nos ajuda a lembrar das fórmulas ou teoremas mais facilmente, pelo fato de nos termos aprendido a história que gerou estes fatos.

Figura 8- Resposta do aluno D no Pós -Teste.

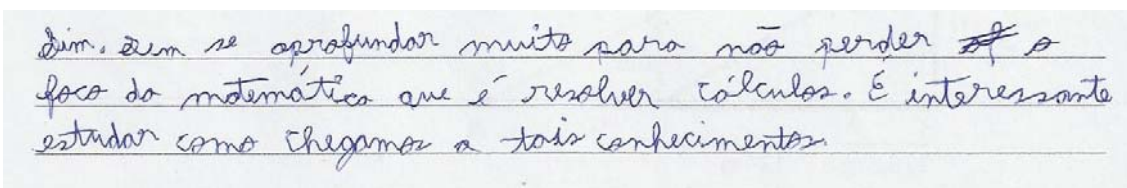
Na resposta deste aluno, é possível identificar a predisposição para o conhecimento da História da Matemática; uma vez que ele atribui importância desse estudo paralelo para "entender melhor a matéria/disciplina e até mesmo nos ajuda a lembrar das fórmulas ou teoremas". Isso ratifica a enunciação de Baroni, Teixeira e Nobre (2005); Mendes (1997); Sampaio (2008) e Sad (2004) de que o estudo da História da Matemática implica as seguintes contribuições: favorece o desenvolvimento de uma nova visão da Matemática; a compreensão melhor sobre conceitos e teorias matemáticas; favorece a melhoria do ensino de Matemática; facilita a contextualização histórica, a articulação teoria e prática, a adaptação das informações históricas às necessidades individuais com desenvolvimento de saberes e a produção de conhecimento na área de matemática; bem como disponibiliza um rol de atividades diferentes para além das infundáveis sequências de exercícios e memorização de métodos e fórmulas.



Sim, pois assim valemos como os matemáticos descobrimos
de fórmula, e por que dessa descoberta e como aplica-
ção em seu dia-a-dia

Figura 9- Resposta do aluno J no Pós -Teste.

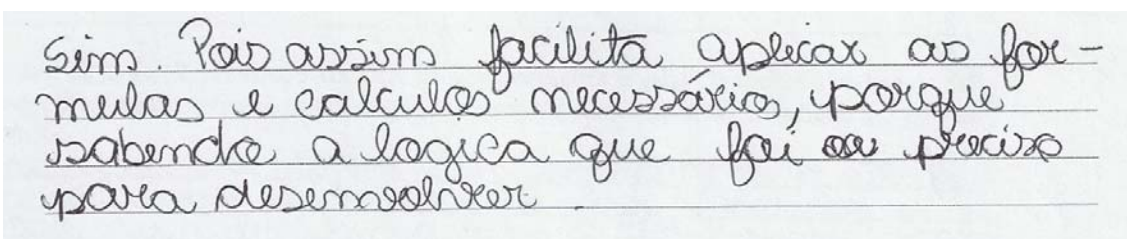
A resposta deste aluno a pergunta sobre a relação entre História da Matemática com o processo ensino-aprendizagem de conteúdos da trigonometria fornece indícios de que ele reconhece tal importância. Essa importância pode ser atribuído aos trabalhos do educador junto aos alunos, pois segundo Moreira (2011) ao interpretar Freire, diz que conhecer é um processo social e que o educador, na medida em que possibilita avanços no conhecimento do aluno, pode ser diretivo sim mas sem manipular ou domesticar.



Sim, sem se aprofundar muito para não perder ~~o~~
foco da matemática que é resolver cálculos. É interessante
estudar como chegamos a tais conhecimentos

Figura 10- Resposta do aluno M no Pós -Teste.

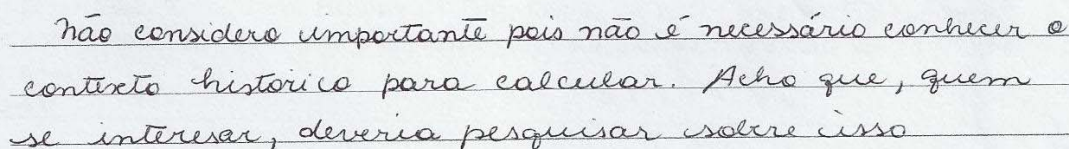
A resposta afirmativa deste aluno ao questionamento feito indica o seu reconhecimento de que, conhecendo o contexto e os acontecimentos que levaram a produzir determinado conhecimento, o aluno ganha, lucra, ou tenha facilidade, sobretudo, a sua capacidade de efetuar cálculo que é um dos objetivos fundamentais na disciplina. Portanto, sua resposta valida Viana e Silva (2007) na medida em que a História da Matemática pode ser usada como ferramenta facilitadora nas aulas de Matemática, objetivando proporcionar uma aprendizagem significativa daquilo que se almeja. O maior ganho dessa forma de utilizar a História da Matemática na Educação Matemática é a possibilidade de discutir-se crenças, emoções e afetos envolvidos na prática em que tal criação ocorreu.



Sim. Pois assim facilita aplicar as fór-
mulas e cálculos necessários, porque
sabendo a lógica que foi ao passo
para desenvolver

Figura 11- Resposta do aluno N no Pós -Teste.

A confirmação do aluno de que a História da Matemática facilita a aprendizagem de conteúdos relativos à trigonometria interligada a sua justificativa de que “assim facilita aplicar as fórmulas e cálculos necessários” incorre em situação semelhante ao aluno anterior, ainda que o restante de sua resposta tenha ficado incompleta, pode-se dizer que se trata de mais um caso que confirma as ideias de D'Ambrósio (2006) onde diz que a História da Matemática é um elemento fundamental para se perceber como teorias ou práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas no contexto específico de sua época. A utilização da História da Matemática no Ensino da Matemática é um poder motivador que promove o despertar do interesse do aluno, podendo ser uma fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino aprendizagem da matemática atual.

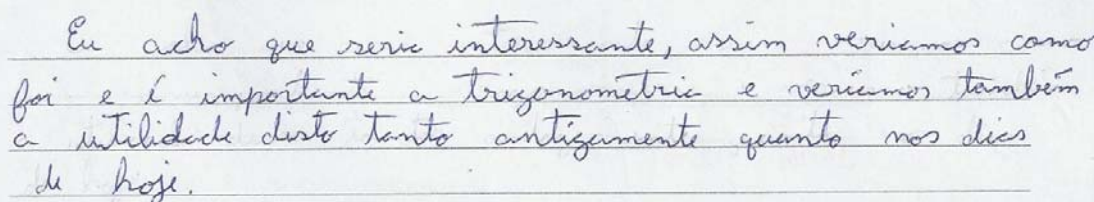


Não considero importante pois não é necessário conhecer o contexto histórico para calcular. Acho que, quem se interessar, deveria pesquisar sobre isso

Figura 12- Resposta do aluno T no Pós -Teste.

Aqui, o aluno não acredita que a História da Matemática possa facilitar o ensino de trigonometria, isso porque "não é necessário conhecer o conteúdo histórico para calcular", porém vale lembrar que insucessos acumulados podem se tornar obstáculos para novas aprendizagens, conforme afirmações de Moreira (2011). Neste sentido destacamos a reflexão de Freire (1996) sobre a educação bancária que anula o poder criativo dos educandos, ou seja, na máxima de que "quem se interessar, deveria pesquisar sobre isso", este aluno interpreta que cada um dos interessados devem buscar a pesquisa e não o educador que deva despertar a curiosidade do aluno contrariando a educação dialógica defendida por Freire (1996) que funda-se na relação dialógica entre educador e educando, onde ensinar inexistente sem aprender e vice-versa.

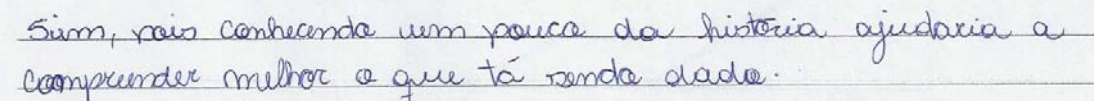
O Uso da História da Matemática como Facilitadora da Aprendizagem



Eu acho que seria interessante, assim veríamos como foi e é importante a trigonometria e veríamos também a utilidade disto tanto antigamente quanto nos dias de hoje.

Figura 13- Resposta do aluno B no Pré -Teste.

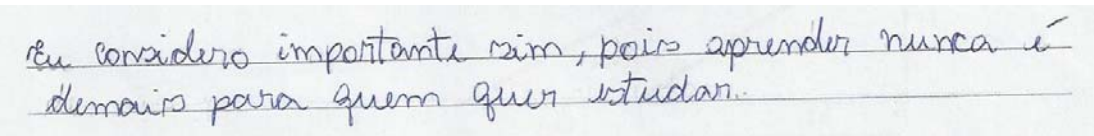
Trata-se de manifestação que configura a expectativa de quem passará por uma experiência que fará uso da História da Matemática, apostando que isso facilitará a aprendizagem. Os valores assinalados pelo aluno são importantes e úteis, evidenciados com entusiasmo. É evidente que nesse estágio de desenvolvimento o estudante não se dá conta dos elos entre aprendizagens, pois, para Moreira (2011), aprendizagem significativa é aquela preocupada com o desenvolvimento cognitivo, sensível aos níveis de desenvolvimento já alçados, sem incorrer em repetições desnecessárias.



Sim, pois conhecendo um pouco da história ajudaria a compreender melhor o que tá sendo dado.

Figura 14- Resposta do aluno G no Pré -Teste.

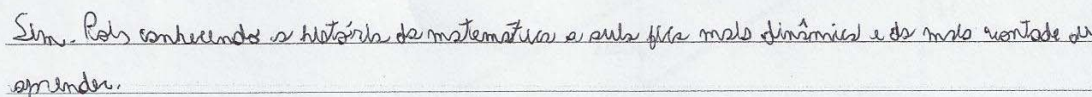
O caso desta resposta também é de expectativa, tanto que ele diz que "a história ajudaria a compreender melhor o que tá sendo dado". O aluno acredita que a História da Matemática ajude e contribua para a aprendizagem de trigonometria, o que vai ao encontro do que afirma Moreira (2011).



Eu considero importante sim, pois aprender nunca é demais para quem quer estudar.

Figura 15- Resposta do aluno H no Pré -Teste.

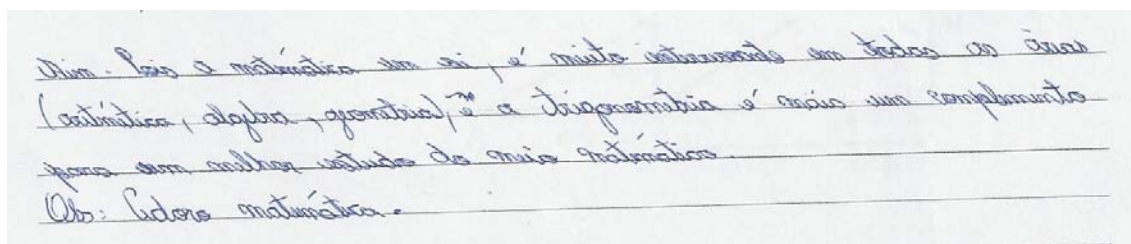
Trata-se de mais um caso de expectativa de contribuição da história para aprender trigonometria, pois o aluno considera importante, ratificando o valor da aprendizagem em si. Tal fala, mais uma vez ratifica o caso de alunos dispostos a aprender, o que suscita a fala de Moreira (2011) segundo o qual o aprendiz precisa se dispor a aprender que, em sua concepção, consiste em relacionar o conteúdo ou material novo, potencialmente significativo a sua estrutura ou repertório cognitivo.



Sim. Pois conhecendo a história da matemática a aula fica mais dinâmica e dá mais vontade de aprender.

Figura 16- Resposta do aluno K no Pré -Teste.

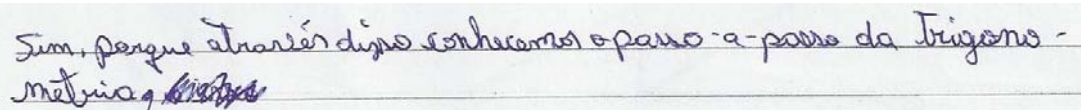
Este aluno exemplifica os casos anteriores, aplicando a lógica dedutiva para apostar que previamente “conhecendo a história a aula fica mais dinâmica e dá mais vontade de aprender”. Parece que tal fala aposta em que quem se prepara previamente para uma aula tem mais facilidade de ampliar seu horizonte cognitivo, pois este estudo pode funcionar como “*organizadores prévios*”, conforme estudo de Cajazeiras (2011), além disso “a aula fica mais dinâmica” demonstra que o aluno acredita que haverá a participação ativa dele com o professor, características do diálogo citado por Moreira (2011).



Sim. Pois a matemática em si é muito interessante em todos os casos (aritmética, álgebra, geometria) e a trigonometria é mais um complemento para um melhor estudo de mais matemática.
Obs: Adoro matemática.

Figura 17- Resposta do aluno L no Pré -Teste.

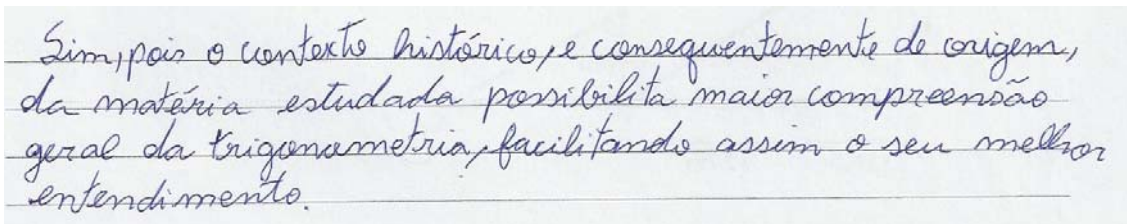
O sim deste aluno L – que diz adorar matemática, significa mais uma aposta festiva de quem aguarda que a História da Matemática constitua um pré-requisito para efetuar aprendizagens interligadas de trigonometria e assim avance em outras áreas correlatas. Ainda que o aluno não se dê conta de que “*organizadores prévios*” são construídos levando em conta o que será abordado, pois ele deverá ser um elo facilitador no processo ensino-aprendizagem.



Sim, porque através disso conhecemos o passo-a-passo da Trigonometria.

Figura 18- Resposta do aluno R no Pré -Teste.

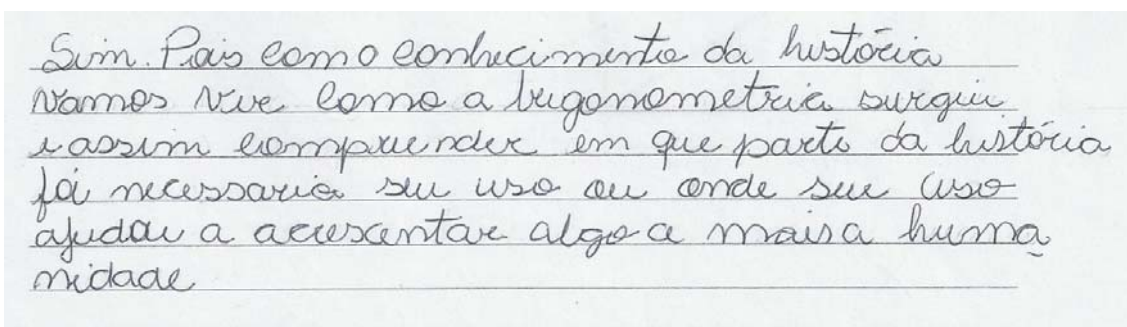
Ainda que a resposta deste aluno seja oriunda de seu pré-teste, parece indicar a sua clareza em que o ensino deva garantir um encadeamento lógico em que o “passo-a-passo” seja uma alusão aos elos na corrente ou cadeia de aprendizagem. Portanto, estão aqui, mais uma vez, enredados os “*organizadores prévios*”, de que nos fala Moreira (2010, apud Cajazeiras, 2011).



Sim, pois o contexto histórico, e consequentemente de origem, da matéria estudada possibilita maior compreensão geral da trigonometria, facilitando assim o seu melhor entendimento.

Figura 19- Resposta do aluno S no Pré -Teste.

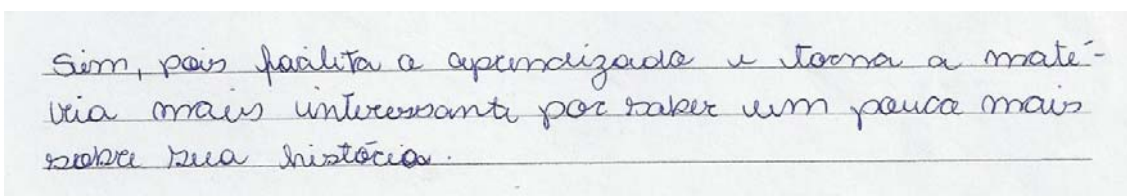
Importante assinalar a referência deste aluno ao “contexto histórico” no qual o conhecimento produzido sirva, como base de sustentação necessária a uma outra aprendizagem ou “o seu melhor entendimento”. Mesmo sem dispor de conhecimentos teóricos sobre aprendizagem, certamente, a vivência dessa experiência concreta já lhe fornece elementos para argumentar pela importância disso para aprender.



Sim. Pois com o conhecimento da história vamos ver como a trigonometria surgiu e assim compreender em que parte da história foi necessário seu uso ou onde seu uso ajudou a acrescentar algo a mais a humanidade.

Figura 20- Resposta do aluno F no Pós -Teste.

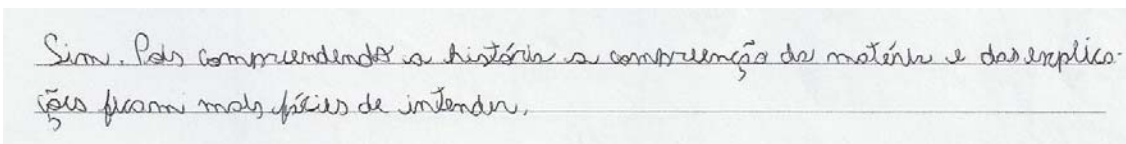
A resposta em pauta é oriunda de pós-teste, portanto de estudante que já passou pela experiência pedagógica, e a partir daí é que ele afirma: “com o conhecimento da história vamos ver como a trigonometria surgiu e assim compreender em que parte da história foi necessário seu uso ou onde seu uso ajudou a acrescentar algo mais a humanidade”. Ao que parece ele confirma que lhe ajudou em termos de ganho de aprendizagem, ou seja o que diz D'Ambrósio (2006) que uma percepção da História da Matemática é essencial em qualquer discussão sobre a Matemática e o seu ensino, e não é sem razão que a história vem aparecendo como um elemento facilitador de grande importância.



Sim, pois facilita a aprendizagem e torna a matéria mais interessante por saber um pouco mais sobre sua história.

Figura 21- Resposta do aluno G no Pós -Teste.

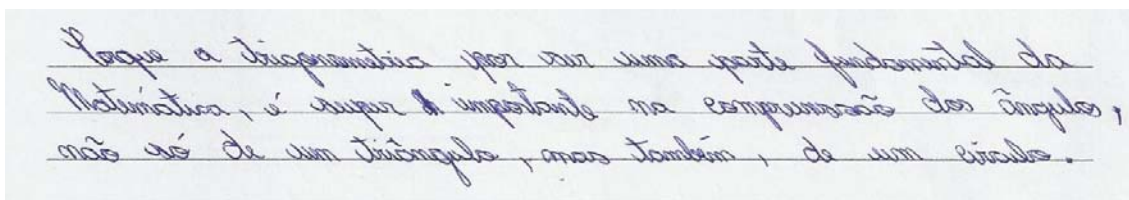
A resposta deste aluno relaciona positivamente a História da Matemática com aprendizagem da “matéria”, que, em seu entendimento fica “mais interessante”. Tal posicionamento remete a Sad (2004) que afirma que o uso da História da Matemática é importante porque aumenta a predisposição para aprender, além de situar a Matemática cronologicamente em relação aos produtos e a sua própria constituição, para compreender as condições ou o contexto de sua produção.



Sim. Pois compreendendo a história a compreensão da matéria e das explicações ficam mais fáceis de entender.

Figura 22- Resposta do aluno K no Pós -Teste.

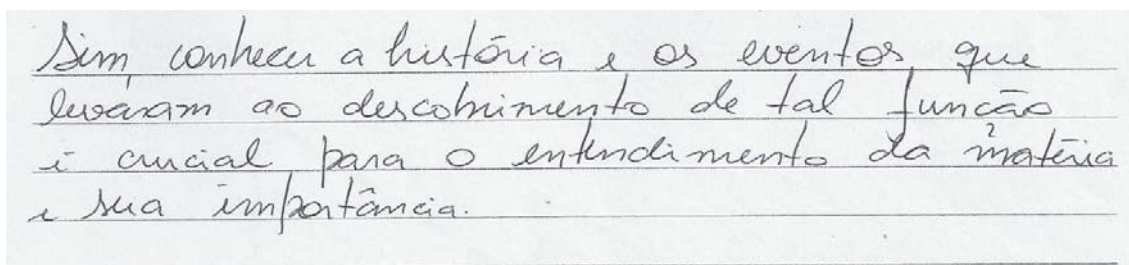
Este aluno K manifesta-se positivamente à pergunta feita, no seu pós-teste, justificando que a compreensão ou o entendimento da matéria e das explicações correlatas é facilitada quando estudou previamente a história. Mais um caso que corrobora a literatura, sobretudo Sad (2004) que diz que aumenta a predisposição para a aprendizagem, tem ação problematizadora, utilizando em especial o diálogo e Viana e Silva (2007) onde dizem que a História da Matemática no ensino pode ser usada como uma ferramenta motivadora nas aulas de matemática, objetivando proporcionar uma aprendizagem significativa daquilo que se almeja.



Porque a trigonometria por ser uma parte fundamental da Matemática, é super importante na compreensão dos ângulos, não só de um triângulo, mas também, de um círculo.

Figura 23- Resposta do aluno L no Pós -Teste.

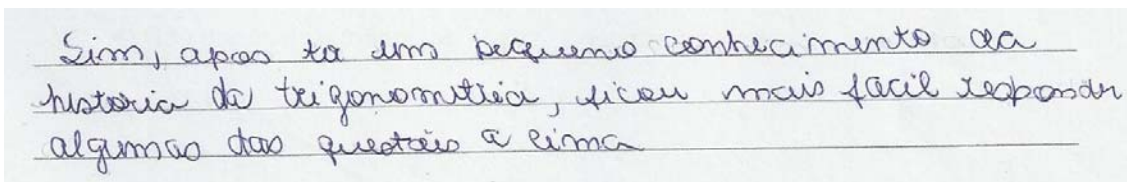
A resposta deste aluno parece indicar que ele não entendeu muito bem a questão, pois sua justificativa é distanciada do cerne daquilo que foi perguntado, como se ele quisesse sobressaltar a importância da disciplina em seus distintos aspectos. Ainda que a História da Matemática não se constitua em simples estratégia metodológica, como o asseguram Nobre e Baroni (1999), pois na fala desses autores fica o registro de que tal dinâmica ultrapassa a isso e até a motivação, pois o mais importante é que a aula – de qualquer conteúdo de matemática também retome e se fundamente na história, como o foi realizado.



Sim, conheceu a história e os eventos que levaram ao descobrimento de tal função é crucial para o entendimento da matéria e sua importância.

Figura 24- Resposta do aluno O no Pós -Teste.

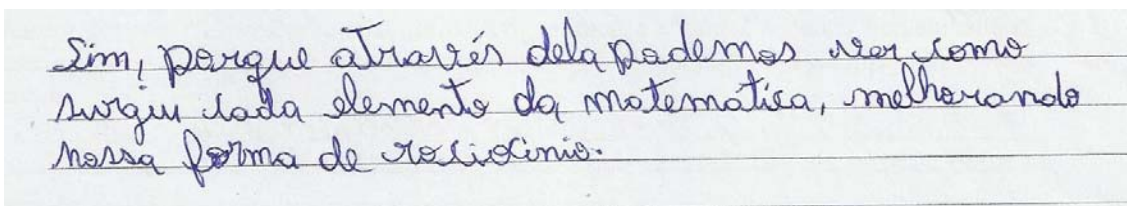
Este aluno responde sim a pergunta feita e justifica dizendo que “conhecer a história e os eventos que levaram ao descobrimento de tal função é crucial para o entendimento da matéria e sua importância”. Ao que parece esse argumento redesenha a fala dos autores Nobre e Baroni e Teixeira (2005) onde dizem que a História da Matemática pode apoiar diversas necessidades educacionais e promover mudanças. Neste sentido o uso da História da Matemática pode servir a diversas situações, dentre as quais apresentar a História da Matemática como elemento mobilizador em salas de aulas com alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem.



Sim, após ter um pequeno conhecimento da história da trigonometria, ficou mais fácil responder algumas das questões a cima

Figura 25- Resposta do aluno P no Pós -Teste.

O "sim" deste aluno vai na mesma direção da maioria dos demais, ou seja, ratificando que após ter passado por uma experiência pedagógica ilustrativa da pergunta feita. Isso reitera a fala dos autores já mencionados.



Sim, porque através dela podemos ver como surgiu cada elemento da matemática, melhorando nossa forma de raciocínio.

Figura 26- Resposta do aluno R no Pós -Teste.

A fala deste aluno explica que – após ter vivenciado a experiência pedagógica, parece ter percebido a História da Matemática como facilitadora para o estudo da Matemática. Ratifica as enunciações dos autores Viana e Silva (2007) sobre a relação direta entre conhecimento da história e aprendizagem dos conteúdos correlatos.

Em resumo, vale dizer que nessa análise pormenorizada tendemos a valorizar, em termos de dar maior credibilidade, as respostas provenientes dos pós-testes, porque neste caso são manifestações recheadas pela experiência pedagógica que tinham acabado de vivenciar. Ao passo que as respostas dadas no pré-teste, eram mais palpites sugestivos.

A análise das respostas dos alunos em relação ao posicionamento dos autores citados que discutem a importância do estudo da História da Matemática para a aprendizagem da trigonometria, permite evidenciar que mesmo sem terem conhecimento teórico sobre o assunto, estes estudantes acabam tangenciando e mesmo corroborando tais posicionamentos de autores que têm se debruçado sobre o assunto.

Considerações Finais

Através do Ensaio elaboramos a reconstrução histórica e conceitual sobre as funções seno e cosseno, onde foi possível organizar os dados coletados junto aos alunos da seguinte forma: uma discussão sobre a aprendizagem significativa, uma vez que observamos que a mudança de estratégia nem sempre favorece ou facilita o ensino, isso porque alguns alunos expressaram que não houve relevância para o ensino da trigonometria (funções seno e cosseno) e ainda destacam que o ensaio tornou a aula cansativa, que na perspectiva de Freire (1996) se apresenta como fator positivo no processo de ensino na medida em que põe em movimento o pensamento, neste sentido, os alunos não dormem se cansam pois há dispêndio de energia.

Também o Ensaio, conforme os alunos, ajuda na compreensão do conteúdo na medida em que apontam que a História da Trigonometria facilita a memorização de fórmulas, nos parece que eles estão mais preocupados com a resolução das questões e distanciados dos conceitos fundamentais que envolvem as funções seno e cosseno, mas, destacamos que o fato do professor ter utilizado o ensaio como estratégia despertou a curiosidade de muitos alunos, principalmente quando eles relacionam os estudos dos “matemáticos” com as fórmulas de trigonometria.

Além disso, podemos destacar que o uso da História da Trigonometria, através do Ensaio, facilita a aprendizagem, na medida em que os alunos destacam que aumenta a predisposição para a aprendizagem, facilita o diálogo, trazendo situações que possibilitam a problematização e compreensão dos conceitos.

Observamos, que o pós-teste apresentou um resultado superior ao pré-teste, porém, não podemos apostar, com alto grau de confiabilidade, no sentido de afirmar que os resultados entre as médias sejam atribuídos inteiramente ao Ensaio, e nem ao ensino em sala de aula. Preferimos considerar que esse ganho se deva à associação de ambos os elementos, até porque, de acordo com Moreira (2011), além da diversidade de estratégias, a participação ativa do aluno é fundamental para que haja uma aprendizagem significativa.

Referências

Ausubel, D.P. (1968). *Educational psychology: a cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1968.

Baroni, R. L. S.; Nobre, S. A. (1999). *A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática*. In: BICUDO, M. A. (org.). *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. UNESP, p. 129-136. São Paulo.

Baroni, R. L. S.; Teixeira, M. V.; Nobre, S. R. (2005). *A investigação científica em história da matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em educação matemática*. In: Bicudo, M. A. V.; Borba, M. C. (Orgs.). São Paulo: Cortez, p.164-185.

Cajazeiras, V. L. L. C. (2011). *Perspectivas da Pedagogia da Práxis no ensino de Física*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências na Educação Básica), UNIGRANRIO – RJ. Rio de Janeiro, RJ.

D'Ambrósio, U. (2006). 13ª ed. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática), Campinas: Papirus 2006.

Freire, P. (1996). *Pedagogia da Autonomia: Saberes Necessários à Prática Educativa*. 36ª ed. , Ed. Paz e Terra, São Paulo.

Mendes, I. A. (1997). 165 f. Dissertação (Mestrado em Educação) UFRN, Rio Grande do Norte, 1997.

Moreira, M.A. (2011). *Teorias de Aprendizagem*. 2ªed. , Ed. EPU, São Paulo.

Moreira, M.A. (2010). Conferência Proferida no *III Encontro Internacional Sobre Aprendizagem Significativa*, (Lisboa, 11 a 15 de setembro de 2000).

Sad, L. A. (2004). In: ANAIS do VII EPEM, SP, junho de 2004, p. 1-5.

Sampaio, H.R. (2008). Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Londrina.

Souza, C.A. ; Victor, E.F.; Lopes, J.R. (2011). *Uma breve história da trigonometria e seus conceitos fundamentais*. Ed. Entorno, Mesquita, Rio de Janeiro.

Viana, M.C.V.; Silva, C.M. (2007). *Concepções de Professores de Matemática sobre a Utilização da História da Matemática no Processo de Ensino-Aprendizagem*. In: Encontro Nacional de História da Matemática, 9, 2007, p.7. Belo Horizonte. B.H., 2007.

Recebido em: 18.06.13

Aceito em: 18.10.13