

---

# ESTUDO EMPÍRICO DA RELAÇÃO ENTRE O PERÍODO E A AMPLITUDE DE UM PÊNDULO SIMPLES

---

*Fernando Lang Da Silveira*  
Instituto de Física – PUC  
Instituto de Física – UFRGS  
Porto Alegre – RS

## Introdução

O estudo empírico da relação entre o período e a amplitude do pêndulo simples não é usualmente realizado nas disciplinas de laboratório de Física Geral. Acredita-se que ele somente possa ser feito com auxílio de um sofisticado medidor de tempo.

Apresenta-se a seguir os resultados de um experimento realizado com equipamento simples e se mostra que é possível: usando-se o tratamento estatístico adequado, comprovar a dependência entre o período e a amplitude.

## Procedimento e resultados

Utilizou-se um pêndulo simples com 2,87 m de comprimento e um cronômetro com precisão de 1/100 s. As medidas do período foram realizadas através do acionamento manual do cronômetro. Como a amplitude devia ser mantida sob controle, não era possível tomar mais do que uma oscilação de cada vez devido ao amortecimento. Ou seja, o cronômetro era disparado quando o pêndulo atingia o ponto de amplitude e travado quando, pela primeira vez, retornava a esse ponto.

Esse procedimento tem o inconveniente de introduzir um erro razoável na determinação do período; a fonte primordial desse erro é muito provavelmente o tempo de reação do operador. Entretanto, esse erro pode ser minimizado através de um grande número de medidas conforme se comprovou posteriormente.

Foram realizadas 35 medidas para cada amplitude. A tabela 1 apresenta esses resultados.

Tabela 1 – Medidas do período “T(s)” para diversas amplitudes ( $\theta$ )

$\theta = 0,7^\circ$	$\theta = 4,8^\circ$	$\theta = 9,7^\circ$	$\theta = 14,6^\circ$	$\theta = 19,6^\circ$	$\theta = 24,8^\circ$
3,49	3,40	3,37	3,42	3,47	3,50
3,37	3,39	3,47	3,43	3,45	3,49
3,33	3,45	3,38	3,38	3,47	3,44
3,46	3,47	3,41	3,44	3,46	3,52
3,33	3,38	3,44	3,44	3,46	3,58
3,45	3,38	3,41	3,46	3,46	3,42
3,44	3,36	3,42	3,45	3,42	3,45
3,36	3,38	3,38	3,46	3,41	3,48
3,37	3,40	3,42	3,44	3,45	3,50
3,27	3,35	3,39	3,44	3,45	3,50
3,30	3,43	3,44	3,47	3,46	3,46
3,43	3,43	3,39	3,43	3,39	3,48
3,34	3,42	3,43	3,46	3,46	3,49
3,40	3,42	3,46	3,34	3,41	3,46
3,42	3,40	3,48	3,42	3,51	3,51
3,43	3,36	3,38	3,46	3,50	3,41
3,41	3,45	3,43	3,38	3,41	3,51
3,55	3,36	3,41	3,37	3,42	3,47
3,43	3,43	3,47	3,38	3,49	3,49
3,51	3,40	3,38	3,41	3,46	3,46
3,47	3,41	3,39	3,46	3,53	3,49
3,39	3,44	3,43	3,37	3,50	3,47
3,47	3,44	3,41	3,46	3,46	3,48
3,32	3,40	3,37	3,46	3,41	3,49
3,43	3,46	3,37	3,48	3,46	3,43
3,31	3,41	3,39	3,43	3,45	3,48
3,35	3,48	3,46	3,38	3,48	3,45
3,42	3,35	3,39	3,37	3,41	3,52
3,40	3,46	3,42	3,36	3,46	3,50
3,42	3,39	3,39	3,44	3,51	3,52
3,37	3,46	3,42	3,41	3,54	3,49
3,53	3,38	3,34	3,44	3,47	3,47
3,42	3,42	3,44	3,48	3,49	3,48
3,41	3,37	3,42	3,43	3,51	3,48
3,46	3,42	3,42	3,49	3,46	3,46

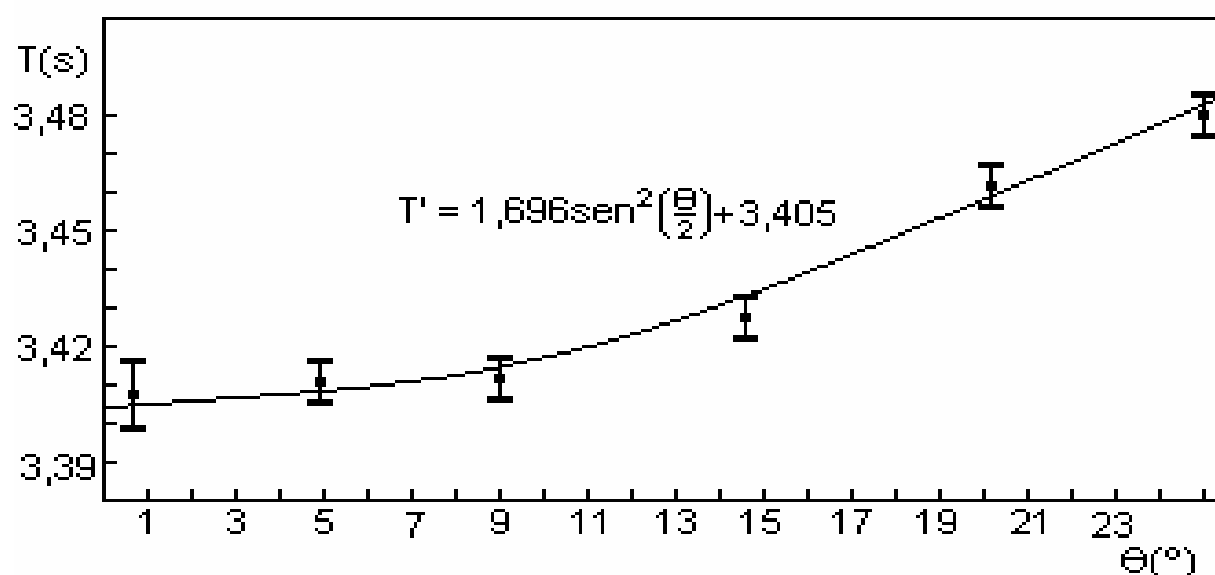
### Análise dos resultados

A fim de verificar a dependência do período com a amplitude determinou-se para cada grupo de 35 medidas (ou seja, para cada amplitude) a média, o desvio padrão e o desvio padrão da média do período. Esses são apresentados na tabela 2 com o conveniente número de algarismos significativos.

Tabela 2 - Média, desvio padrão e desvio padrão da média do período para cada amplitude.

Amplitude	Média	Desvio padrão	Desvio padrão da média
0,7°	3,407 s	0,066 s	0,011 s
4,8°	3,4100 s	0,036 s	0,0061 s
9,7°	3,4120 s	0,033 s	0,0056 s
14,6°	3,4269 s	0,039 s	0,0066 s
19,6°	3,4614 s	0,037 s	0,0062 s
24,8°	3,4809 s	0,032 s	0,0054 s

Observa-se na tabela 2 um crescimento do período (média) com a amplitude. Pode-se então questionar se as diferenças entre as médias são devidas a erros de medida (o questionamento é extremamente pertinente tendo-se em vista a grande dispersão dos tempos medidos conforme a tabela 1). A resposta é dada por um teste de significância estatística para a diferença entre médias; utilizou-se a análise de variância (teste F) para respondê-la. O teste levou a uma probabilidade de aproximadamente  $10^{-11}$  (nível de significância estatística) de que as diferenças observadas entre as médias tenham ocorrido por acaso.



Sendo essa probabilidade pequeníssima pode-se rejeitar o acaso e crer que as diferenças entre as médias são devidas as variações da amplitude.

O gráfico da Fig. 1 relaciona o período com a amplitude. As barras são os desvios padrão das médias.

Utilizou-se o método dos mínimos quadrados para encontrar os parâmetros da melhor curva do tipo  $T' = A \text{sen}^2 (\theta/2) + B$  que adere aos pontos obtidos. A curva encontrada está traçada em linha contínua e adere com um coeficiente de correlação de 0,987 (estatisticamente significativo em nível inferior a 0,1 %).

### Conclusão

Os resultados não deixam dúvidas quanto à dependência do período do pêndulo simples com a amplitude. Essa conclusão só foi possível de ser obtida através de um tratamento estatístico, pois o experimento estava sujeito a erros grandes.

É interessante notar na tabela 1 que a dispersão dos períodos medidos para cada amplitude é da ordem de 0,2 s e que a diferença entre a maior média (3,4809 s) e a menor média (3,407 s) é de 0,08 s. Apesar disso o teste de significância estatística permite inferir que essa última diferença (0,08 s) não é devida aos erros de medida.

Outro aspecto importante a ser destacado é que, apesar dos períodos terem sido medidos com precisão de 1/100 s ,a precisão das médias vai além (vide tabela 2).

O experimento pode ser utilizado em uma disciplina de laboratório para enfatizar a necessidade de um estudo mais aprofundado de métodos quantitativos aplicados à Física Experimental e que aliás tem sido desconsiderado na formação da maioria dos físicos.

### Referências bibliográficas

1. HELENE, O.A. & VANIN, V.R. Tratamento estatístico de dados em física experimental. São Paulo, Edgard Blücher, 1981.
2. PARADINE, C.G. & RIVETT, B.H.P. Métodos estatísticos para tecnólogos. São Paulo, Editora da Universidade, 1974.
3. SILVEIRA, F.L., DIONÍSIO, P.H. & BUCHWEITZ, B. Inferência sobre a média de uma grandeza a partir de um conjunto de dados: um aspecto relacionado com a sensibilidade das medidas. Ciência e Cultura, São Paulo, 35(10): 1492-6, 1983.