

Métodos quantitativos aplicados à pesquisa em ensino – Seminário 3

Prof. Fernando Lang da Silveira

www.if.ufrgs.br/mpef/Lang/

Comparando grupos de alunos em média

Quando a partir de N medidas da variável X infere-se sobre a média desta variável, a média obtida não pode ser tomada como absolutamente precisa. Em um outro conjunto semelhante de N medidas, se obterá um novo valor médio.

A variabilidade da média está quantificada no desvio padrão da média ou erro padrão da média.

Desvio padrão da média ou
erro padrão da média

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{N-1}}$$

Na prova de Fis182 a média das notas dos meus alunos ($N = 45$) foi **6,7** e o desvio padrão das notas **1,8**. Então o desvio padrão da média deste grupo de alunos é

$$S_{\bar{x}} = \frac{1,8}{\sqrt{45-1}} = 0,27$$

Quando comparamos duas médias obtidas com diferentes grupos de alunos (ou com o mesmo grupo de alunos em momentos diferentes), esperamos obter médias diferentes simplesmente porque cada média está sujeita a um erro, isto é, pode “flutuar”, variar mesmo que os dois grupos sejam muito semelhantes (ou idênticos) na variável investigada.

Informar que uma diferença entre médias é **estatisticamente significativa** é relatar que a **diferença observada entre as médias possui baixa probabilidade de ter ocorrido por mero acaso.**

Como o erro da média decresce com a raiz quadrada do número de observações, “pequenas” diferenças entre médias podem ser dadas como **estatisticamente significativas** quando são configuradas a partir de grupos de alunos “grandes”. Desta forma, **significância estatística** não pode ser confundida com a importância prática ou teórica da diferença encontrada.

Correlação linear e regressão para a média

A falácia de Galton

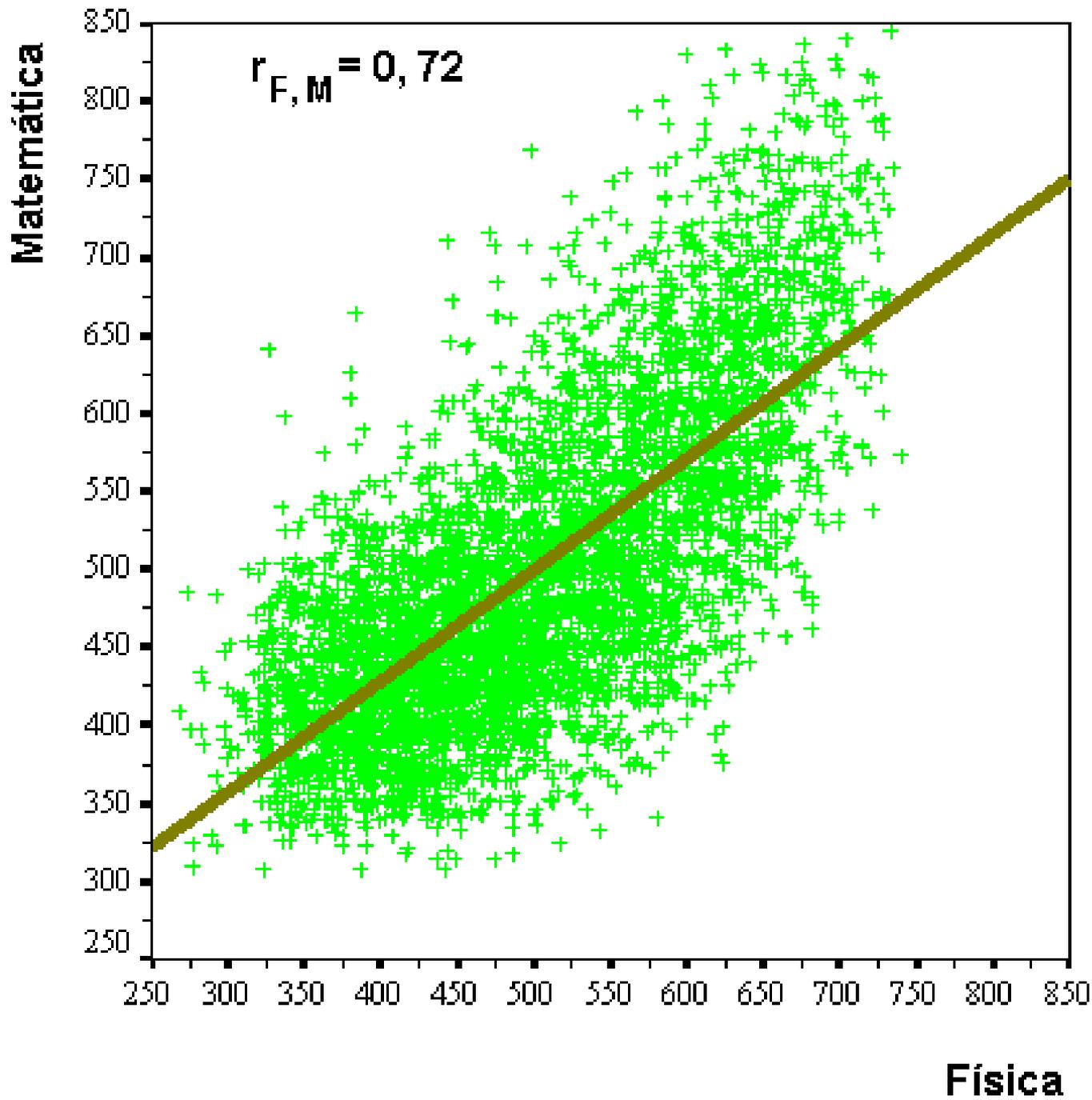
Sir Francis Galton (1822-1911) , geógrafo e antropologista inglês, **inventou métodos estatísticos para estudar a relação entre variáveis.**

Em um famoso estudo investigou a relação entre a estatura de pais e filhos e descobriu **“a falácia e o paradoxo de Galton”**.

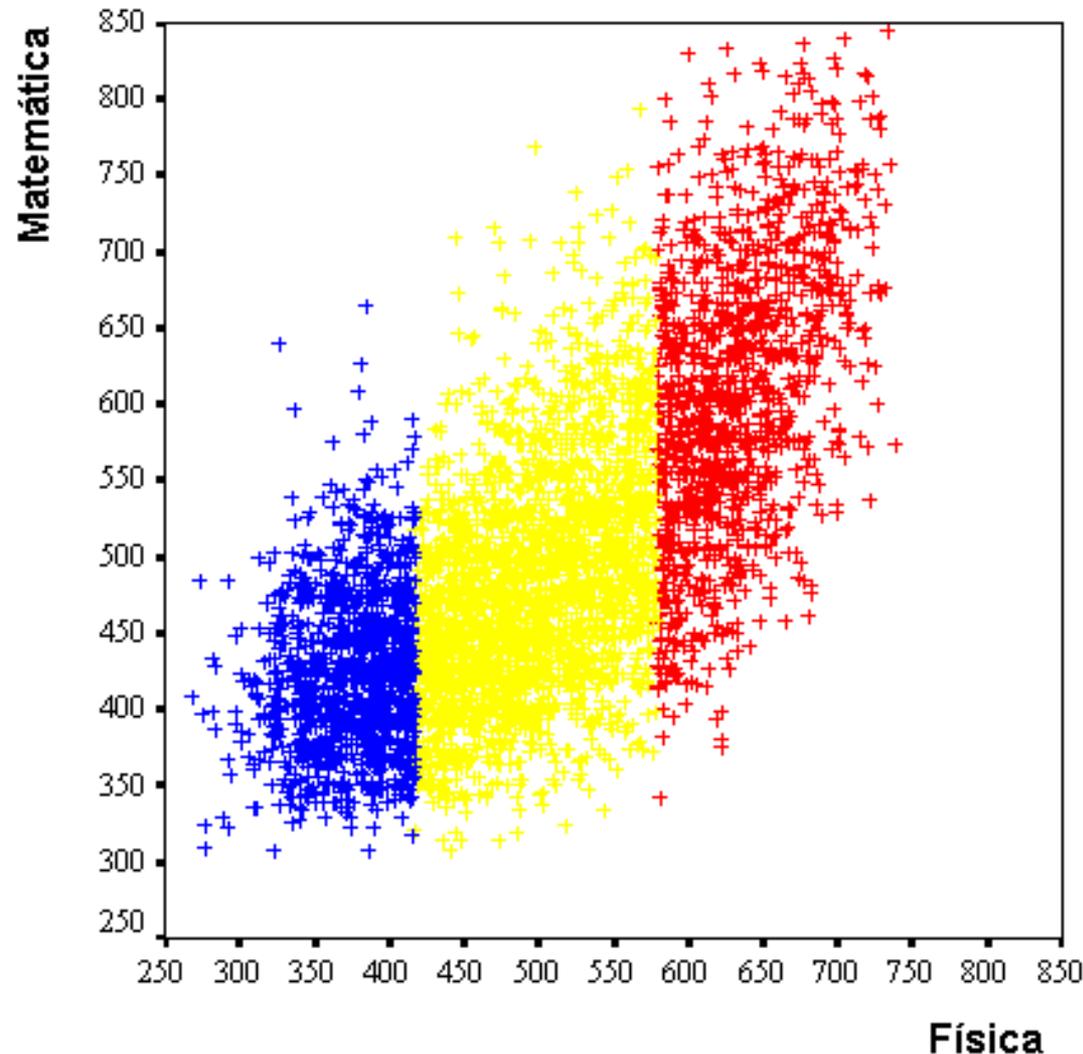
A falácia e o paradoxo de Galton

Pais altos tendem a ter **filhos altos** mas, em média, **mais baixos do que os pais**. **Pais baixos** tendem a ter **filhos baixos** mas, em média, **mais altos do que os pais**.

Filhos altos tendem a descender de **pais altos** mas, em média, os pais são **mais baixos do que os filhos**. Os **filhos baixos** tendem a descender de **pais baixos** mas, em média, os pais são **mais altos do que os filhos**.



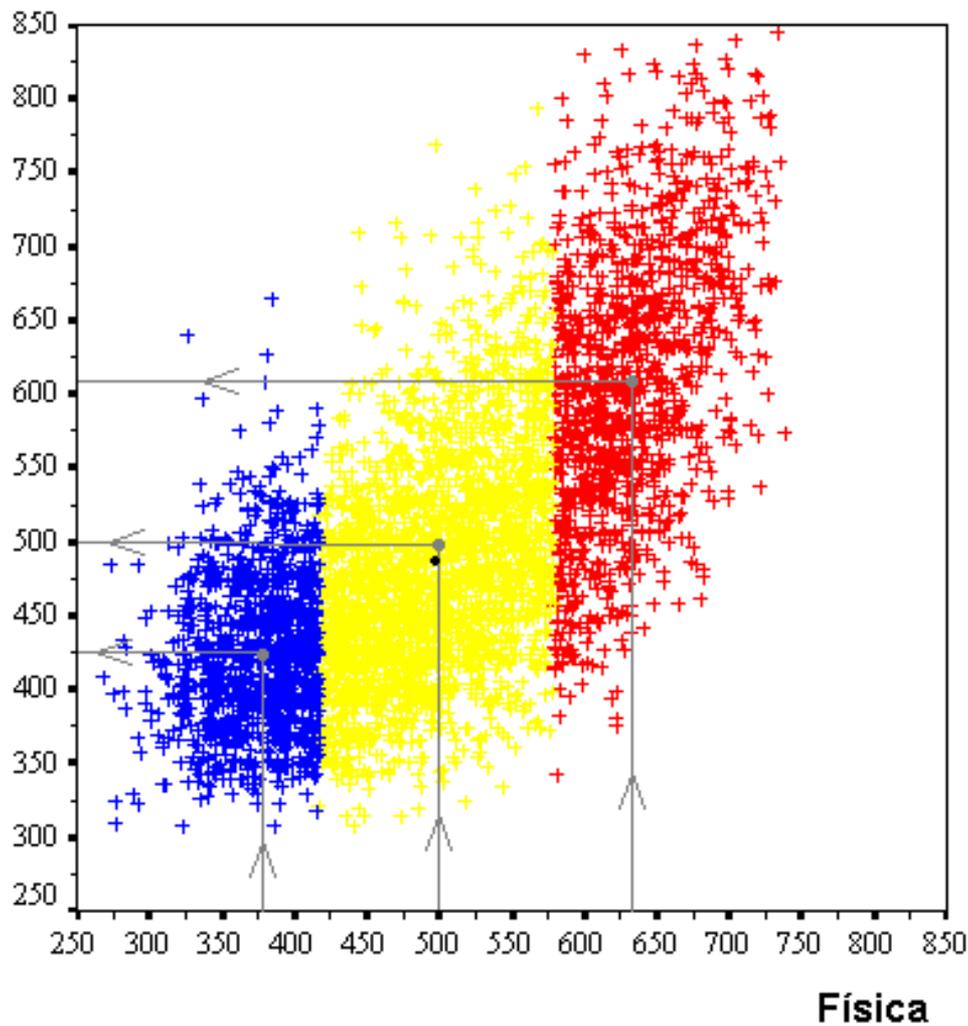
Estratificando candidatos pelos seus escores em Física



Grupo superior: 25% dos candidatos com os escores mais altos em Física.

Grupo inferior: 25% dos candidatos com os escores mais baixos em Física.

Matemática



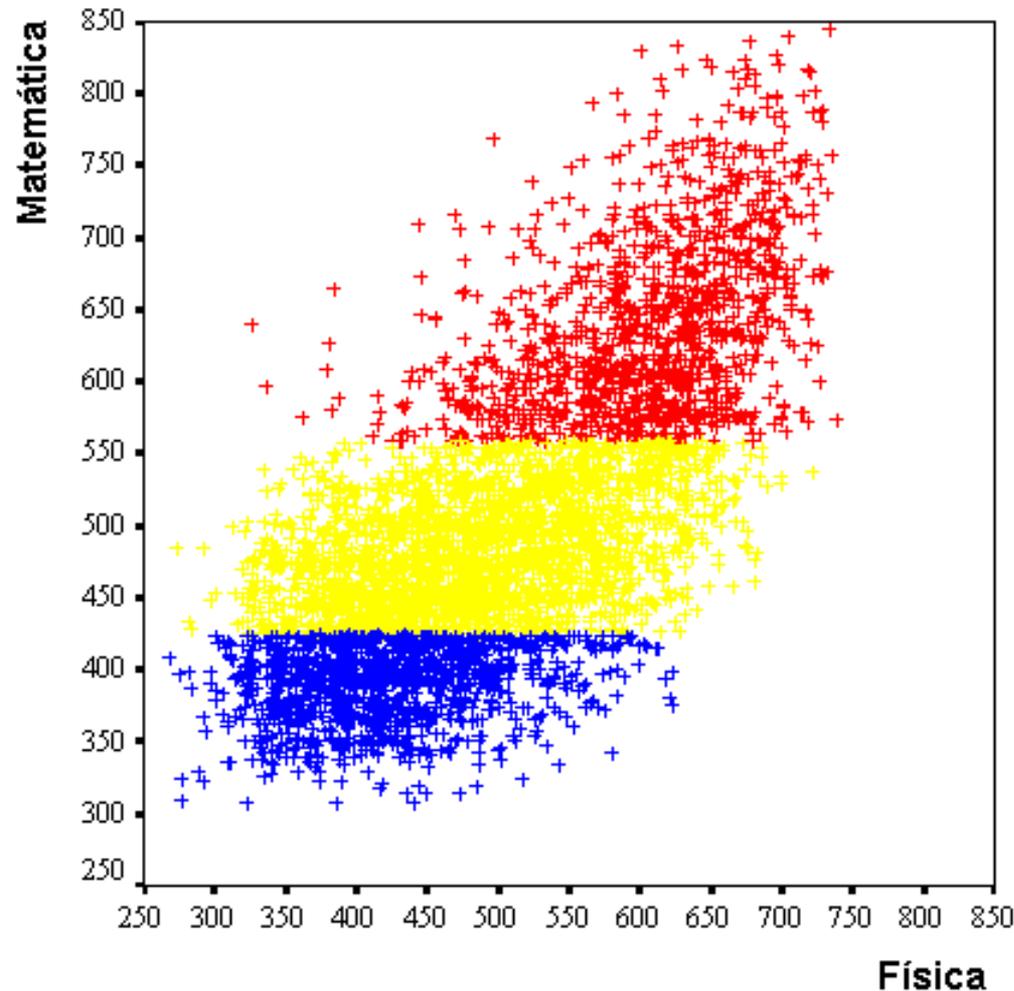
A média dos “**superiores em Física**” é **634** em Física e **609** em Matemática.

Portanto os “**superiores em Física**” possuem em média escores maiores em Física do que em Matemática.

A média dos “**inferiores em Física**” é **376** em Física e **425** em Matemática.

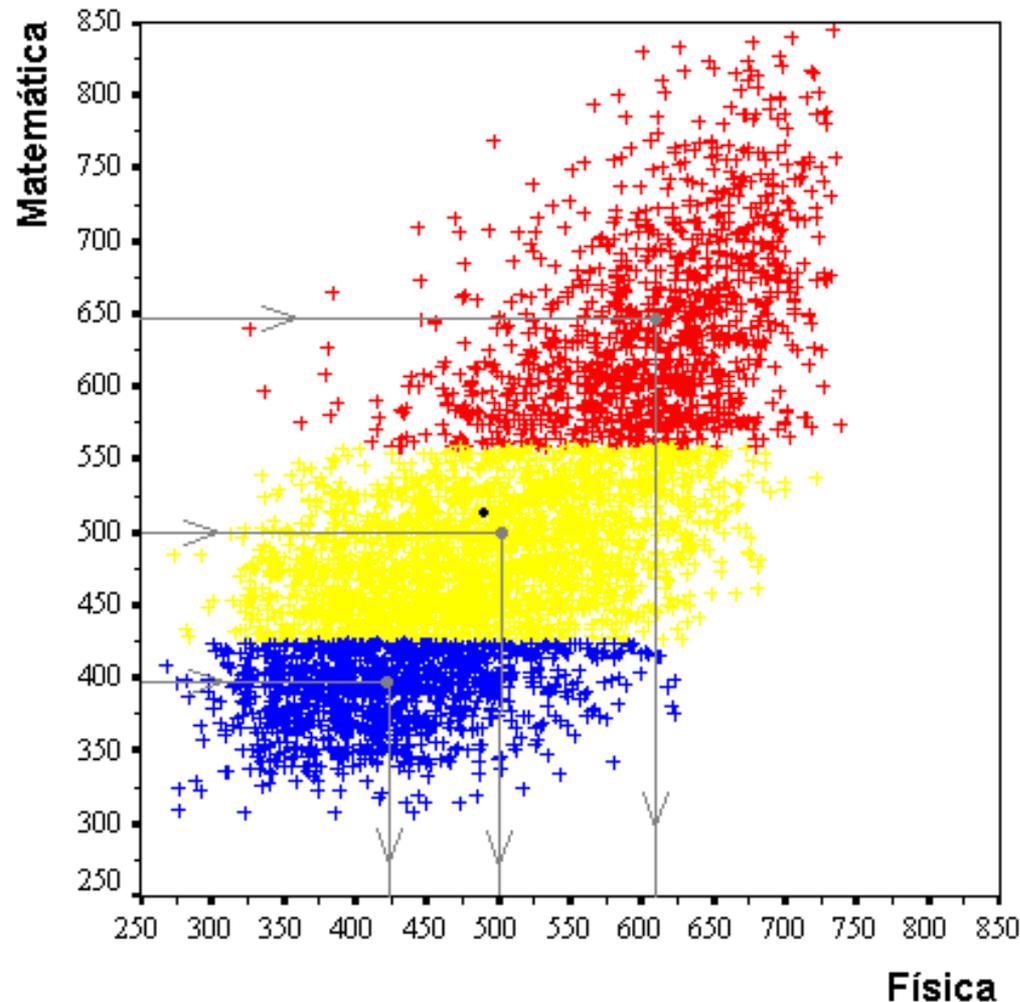
Portanto os “**inferiores em Física**” possuem em média escores menores em Física do que em Matemática.

Estratificando candidatos pelos seus escores em Matemática



Grupo superior: 25% dos candidatos com os escores mais altos em Matemática.

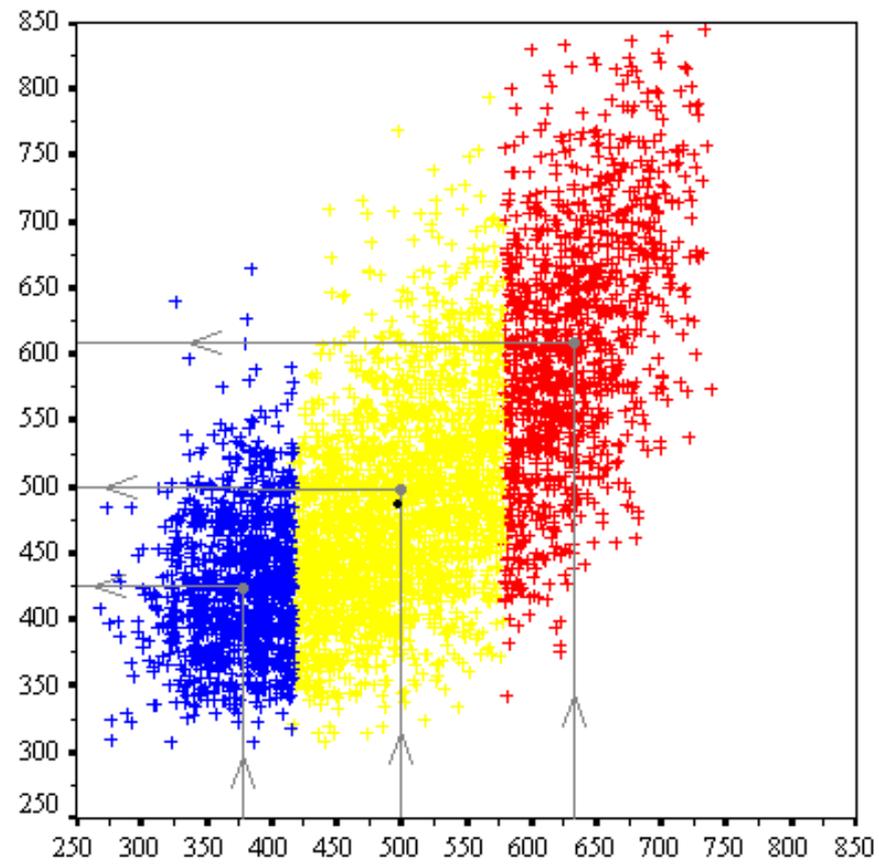
Grupo inferior: 25% dos candidatos com os escores mais baixos em Matemática.



A média dos “**superiores em Matemática**” é **642** em Matemática e **605** em Física. Portanto os “**superiores em Matemática**” possuem em média escores maiores em Matemática do que em Física.

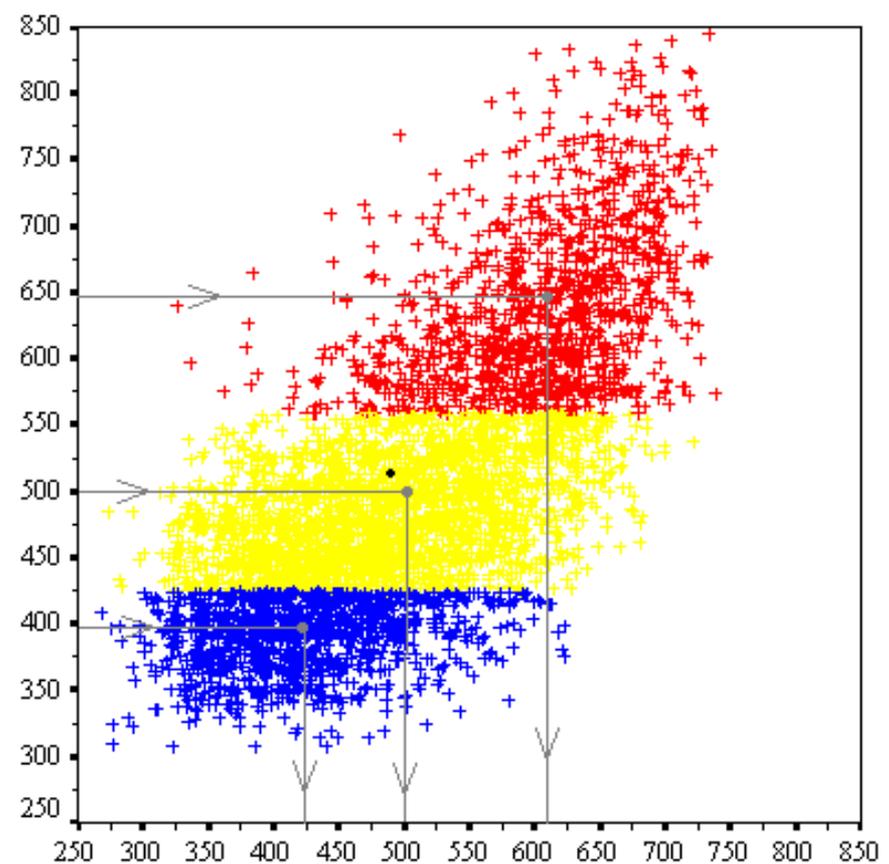
A média dos “**inferiores em Física**” é **391** em Matemática e **421** em Física. Portanto os “**inferiores em Matemática**” possuem em média escores menores em Matemática do que em Física.

Matemática



Física

Matemática

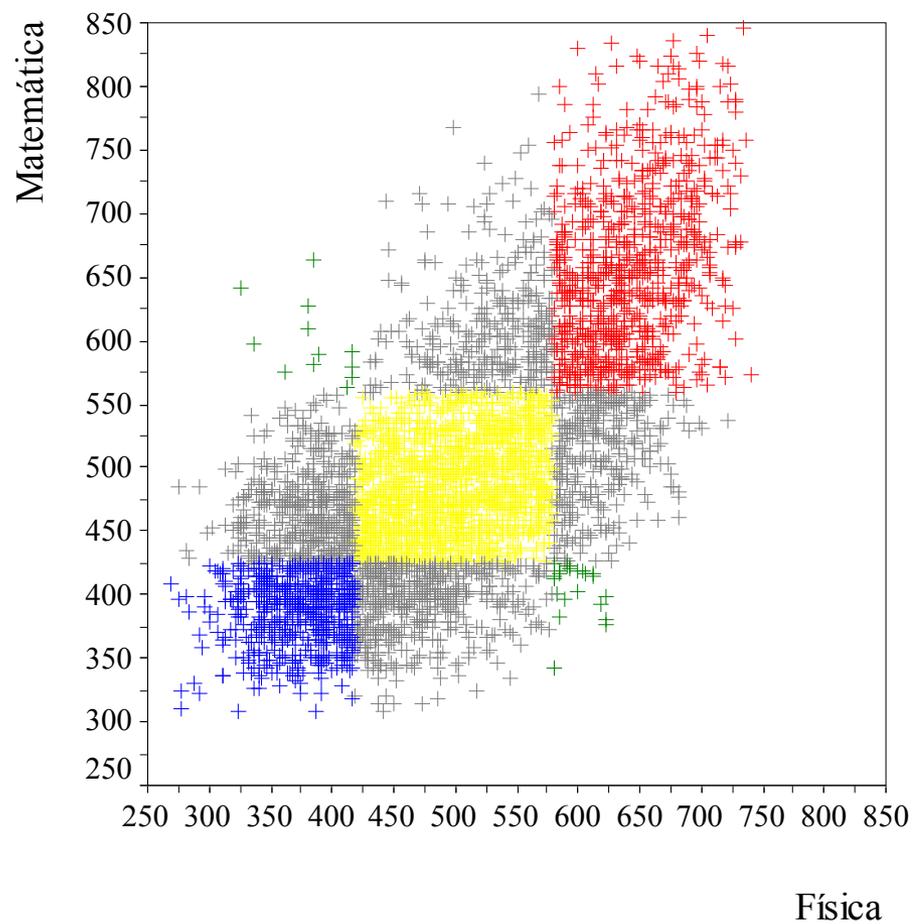


Física

Os candidatos “**altos em Física**” tendem a ser “**altos em Matemática**” mas em média mais **baixos** do que em Física (**634 => 609**). Os candidatos “**baixos em Física**” tendem a ser “**baixos em Matemática**” mas em média mais **altos** do que em Física (**376 => 425**).

Os candidatos “**altos em Matemática**” tendem a ser “**altos em Física**” mas em média mais **baixos** do que em Matemática (**642 => 605**). Os candidatos “**baixos em Matemática**” tendem a ser “**baixos em Física**” mas em média mais **altos** do que em Matemática (**391 => 421**).

	Inferior F	Médio F	Superior F	
Inferior M	16,8%	13,5%	0,7%	30,9%
Médio M	9,7%	28,1%	7,7%	45,5%
Superior M	0,2%	6,4%	17,0%	23,6%
	26,7%	48,0%	25,4%	100,0%



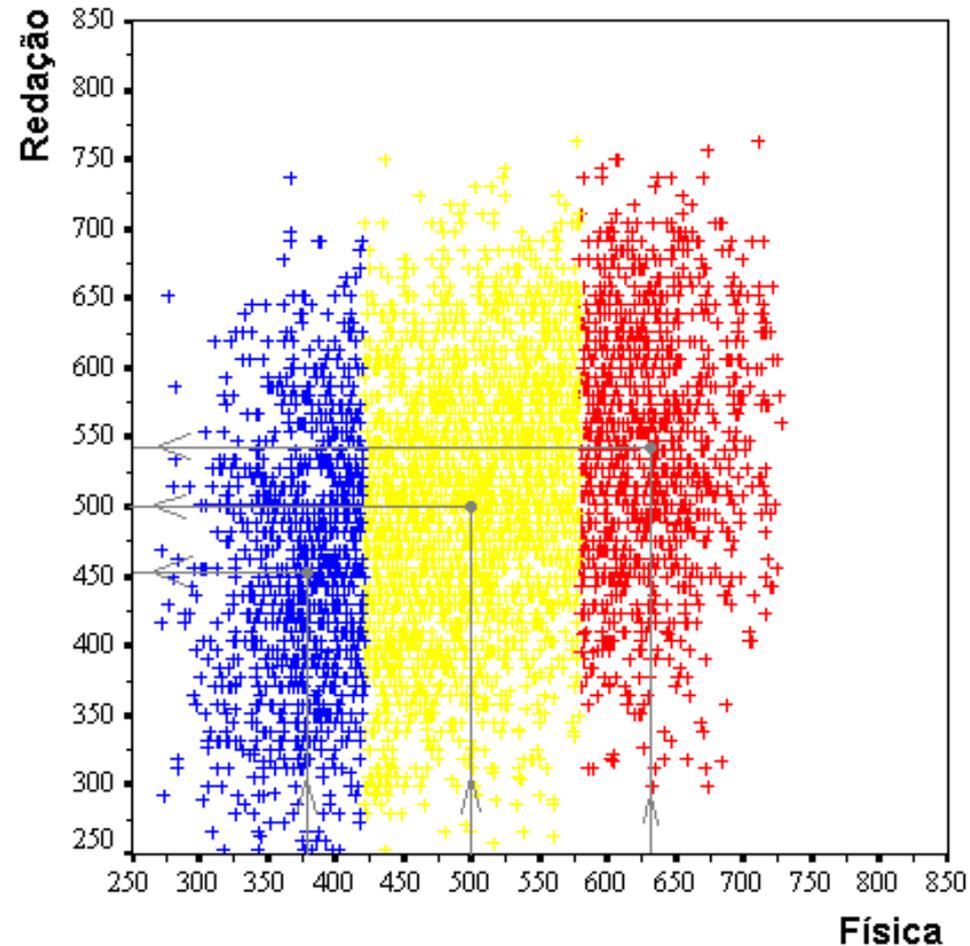
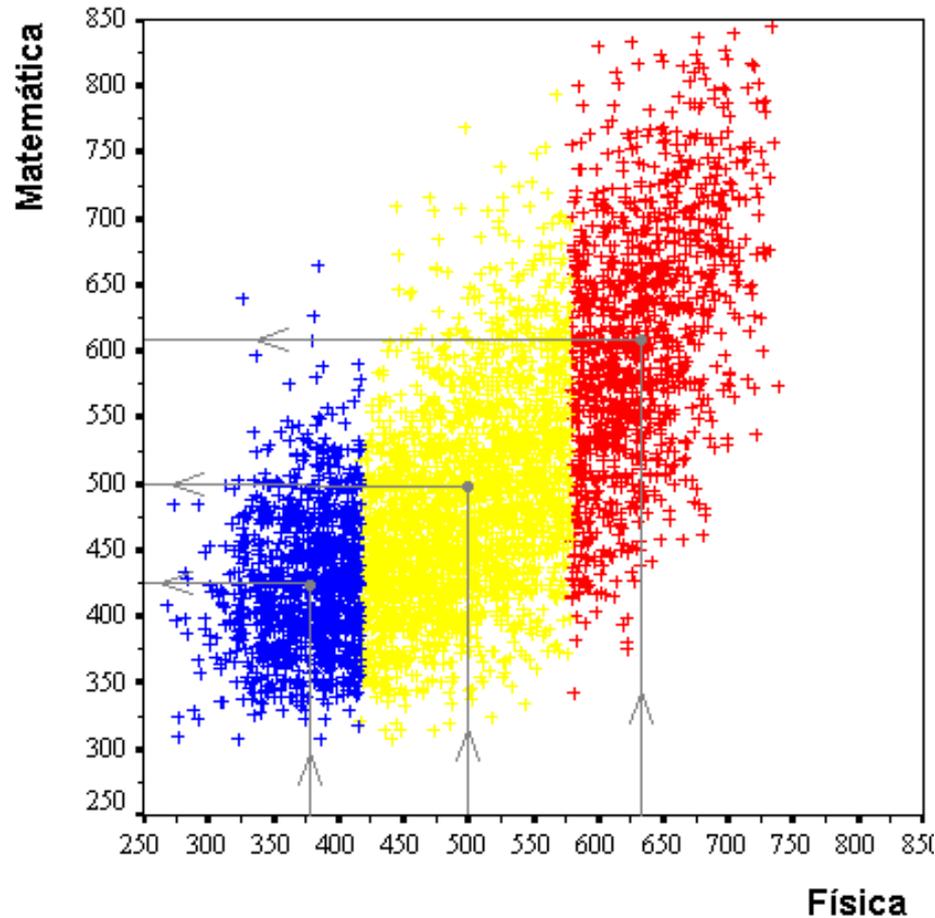
Regressão para a média

Se um grupo for selecionado por ter escores padronizados **superiores** (**inferiores**) na variável **X**, a **média de Y neste grupo estará mais próxima da média do grupo total do que a média de X.**

Este “efeito de regressão em direção à média do grupo total” é tanto mais intenso quanto **mais extremo for o grupo** e **quanto menor** for o coeficiente de correlação linear entre **X** e **Y**.

$$r_{M,F} = 0,72$$

$$r_{R,F} = 0,35$$

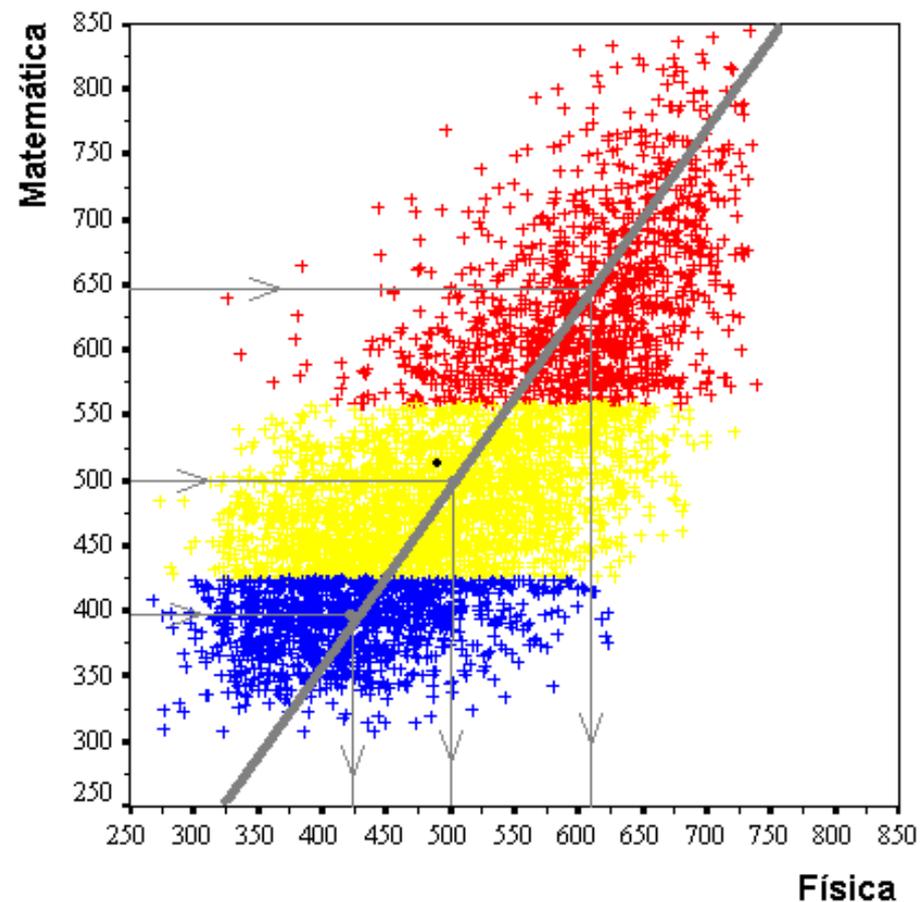
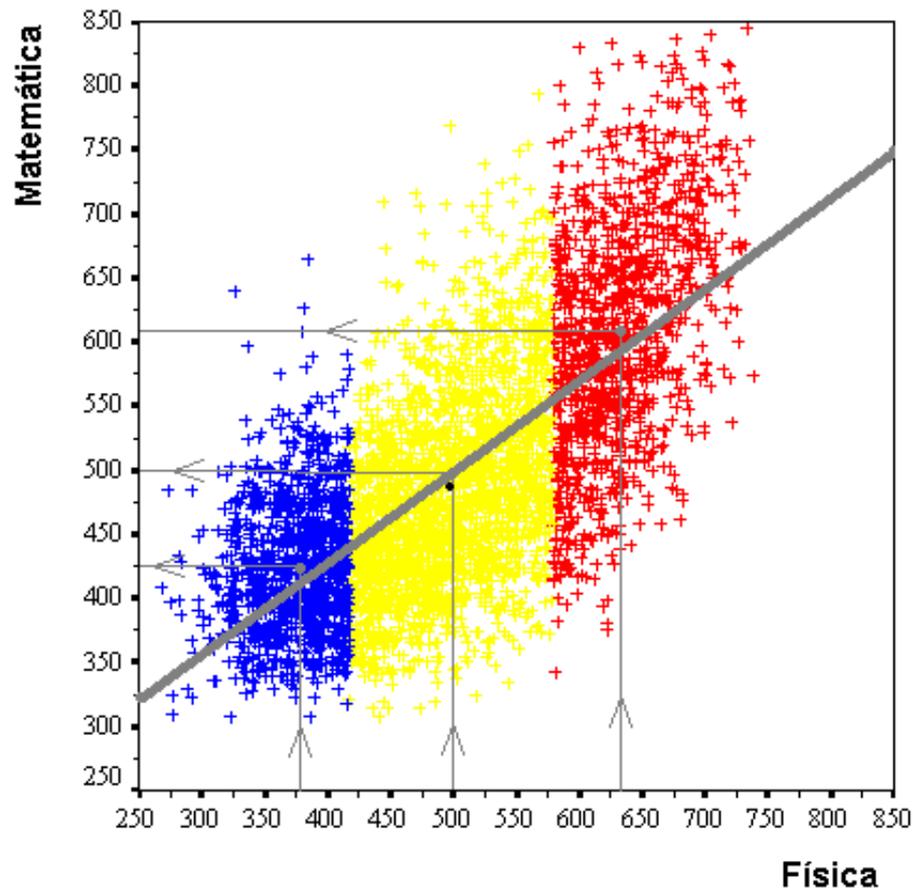


A “regressão para a média” se intensifica com a diminuição do coeficiente de correlação entre as variáveis.

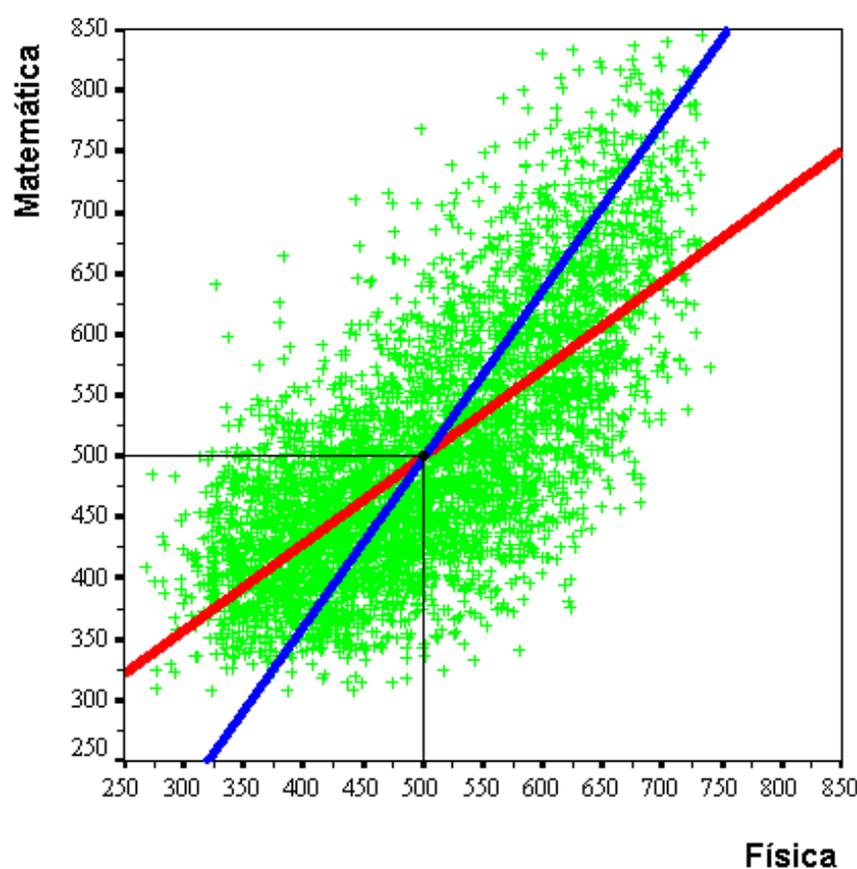
Galton descobriu uma LEI (“lei da regressão para média”).

Esta LEI é absolutamente universal pois é uma LEI **MATEMÁTICA**, independente do significado concreto das variáveis X e Y .

Incorre-se na “**falácia de Galton**” quando se crê que a “**regressão para a média**” verificada em um particular contexto expressa algo intrínseco, circunstancial e particular daquele contexto.



As duas retas (obtidas pelo método dos mínimos quadrados) mostram a “regressão” e por isso são denominadas “retas de regressão”.



Uma das retas de regressão permite **estimar um score M a partir de um score F** e a outra permite **estimar um score F a partir de um score M**.

As duas retas são idênticas somente quando a correlação for perfeita.

Depois de Galton denominou-se qualquer método de ajuste de curvas a um conjunto de pontos de “**método de regressão**”, mesmo quando o procedimento utiliza funções **não-lineares**, com **mais de duas variáveis** e critérios de ajustamento diferentes do “**critério dos mínimos quadrados**”.

Desta forma, o termo **equação de regressão** teve o seu significado ampliado, generalizado, extrapolando a sua origem histórica.

Apesar de Galton já ter notado que a “**regressão para a média**” é um “**efeito**” **necessário** quando se investiga a evolução de um grupo selecionado com base em uma primeira medida X , de X para uma segunda medida Y , até hoje há pessoas que incorrem na “**falácia de Galton**”.

Por exemplo, o professor que nota a “**evolução positiva**” dos seus alunos *fracos na primeira prova* para a segunda prova, está em parte (ou totalmente) incorrendo na “**falácia de Galton**”.

A média de todos os meus alunos nas duas provas é a mesma mas observei que alguns alunos que tiveram notas baixas na primeira prova, melhoraram na segunda. Se a turma não melhorou com um todo, pelo menos os mais fracos avançaram um pouco.

Exemplo da Falácia de Galton

Os alunos que ingressam na UNICAMP com os escores mais baixos no vestibular (alunos provindos das escolas públicas e beneficiados pelo Programa de Ação Afirmativa e Inclusão Social) progridem mais dos que os outros no primeiro ano da universidade.

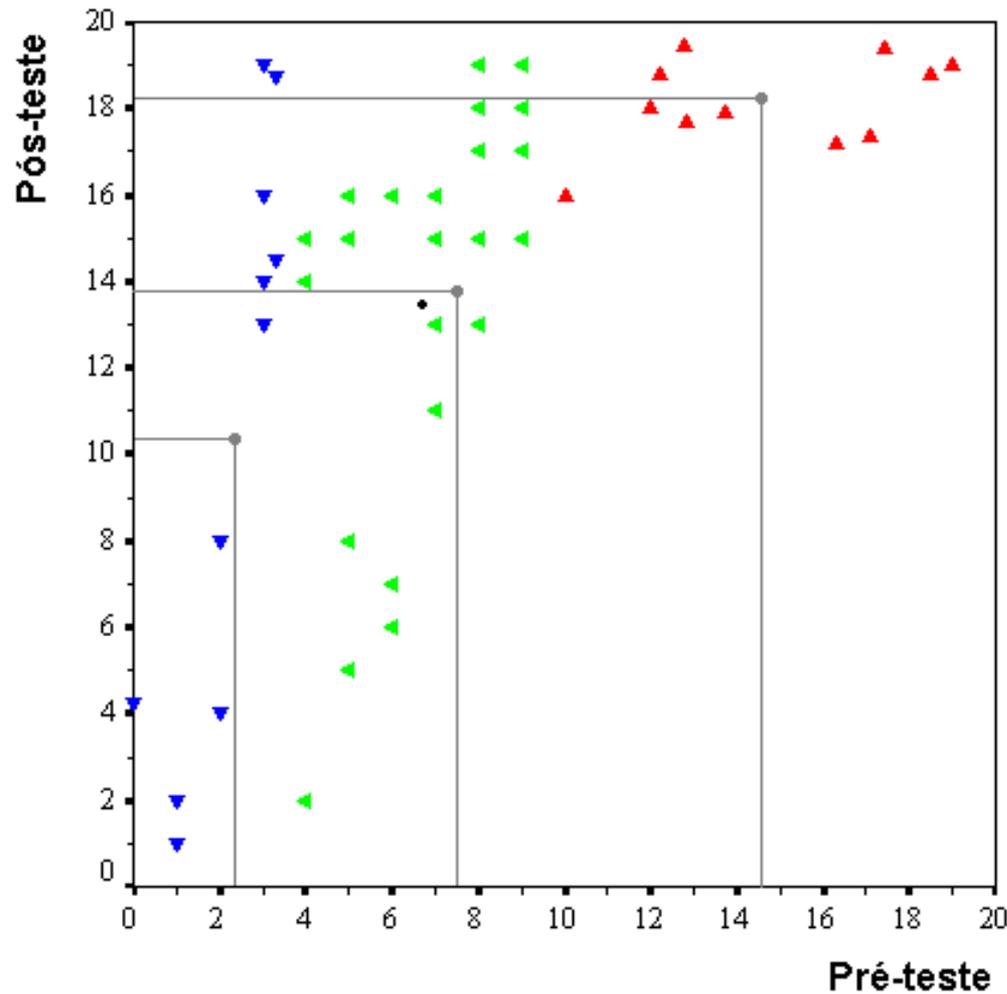
O argumento poderia ser “melhorado” assim:

Adicionalmente se verifica que os alunos com os escores mais altos no vestibular (provindos das escolas privadas de alto nível) regridem em relação aos demais no primeiro ano na UNICAMP.

Uma interessante instância da “**falácia de Galton**” acontece quando um grupo **pré-testado**, **submetido a algum tratamento** e depois **pós-testado**, sofre efetivamente um crescimento (supondo-se por simplicidade que o desvio padrão dos escores no pré e pós-teste não se altere).

Então o grupo inferior **cresce em parte por regressão e em parte por um efeito real**. Já o grupo superior **decrece por regressão e cresce por efeito real**. Portanto, **o grupo inferior cresce mais do que o superior mesmo que o o tratamento afete igualmente os dois grupos.**

45 alunos de Fis181 responderam ao “**Teste sobre Força e Movimento**” antes e depois do ensino das Leis de Newton através de uma abordagem que visava a superação das “**concepções alternativas**”



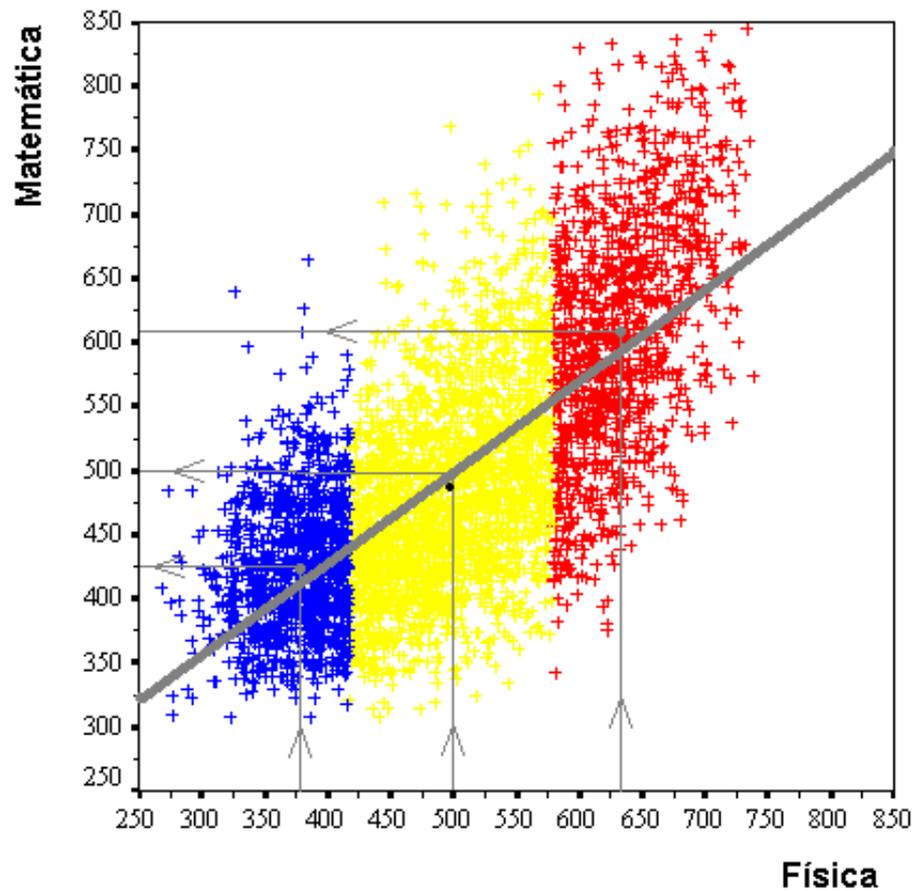
O **grupo todo** teve um **ganho** de cerca de **6,3** acertos pois a média cresceu de 7,6 para 13,9 acertos.

O **grupo inferior no pré-teste** teve um **ganho** de **8,2** acertos em média (2,2 para 10,4).

O **grupo superior no pós-teste** teve um **ganho** de **3,4** acertos em média (14,7 para 18,1).

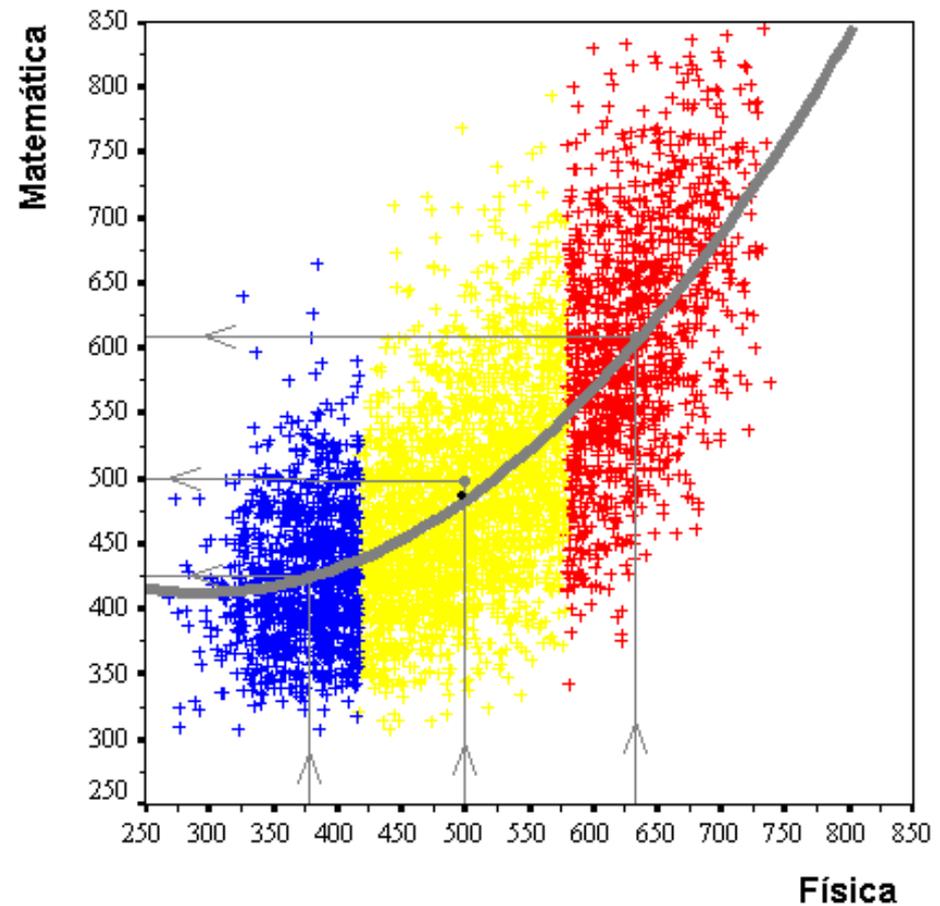
Regressão linear

$$r_{M,F} = 0,72$$



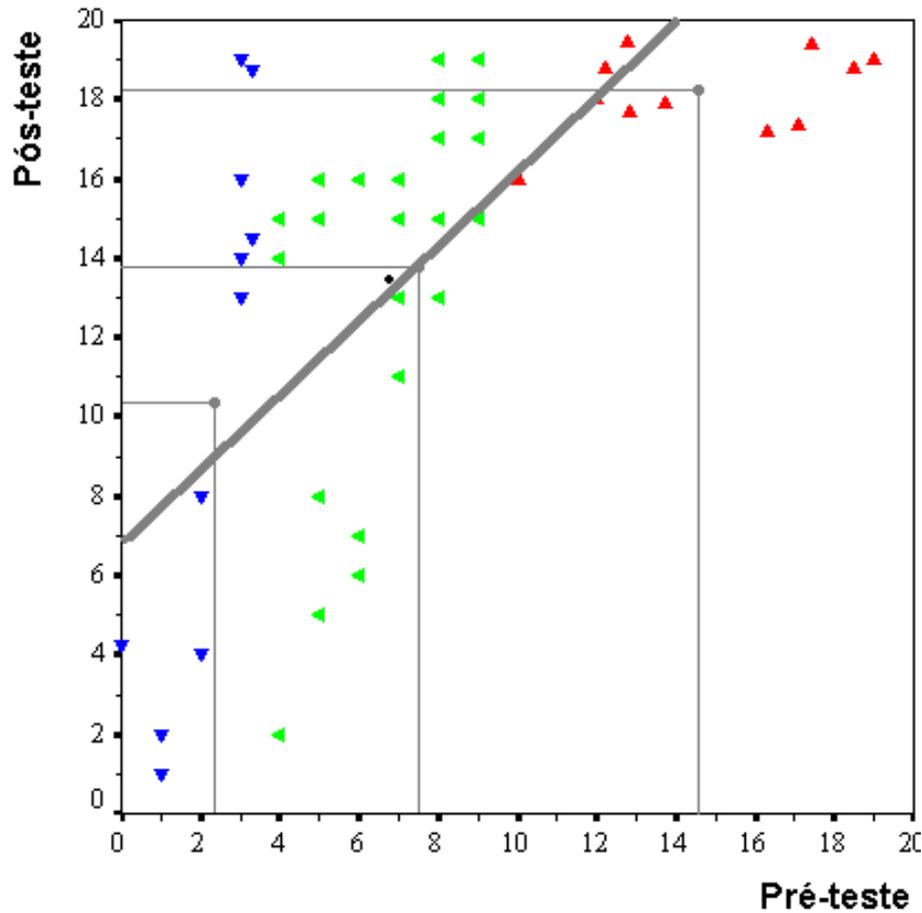
Regressão quadrática

$$r_{M,FF^2} = 0,74$$



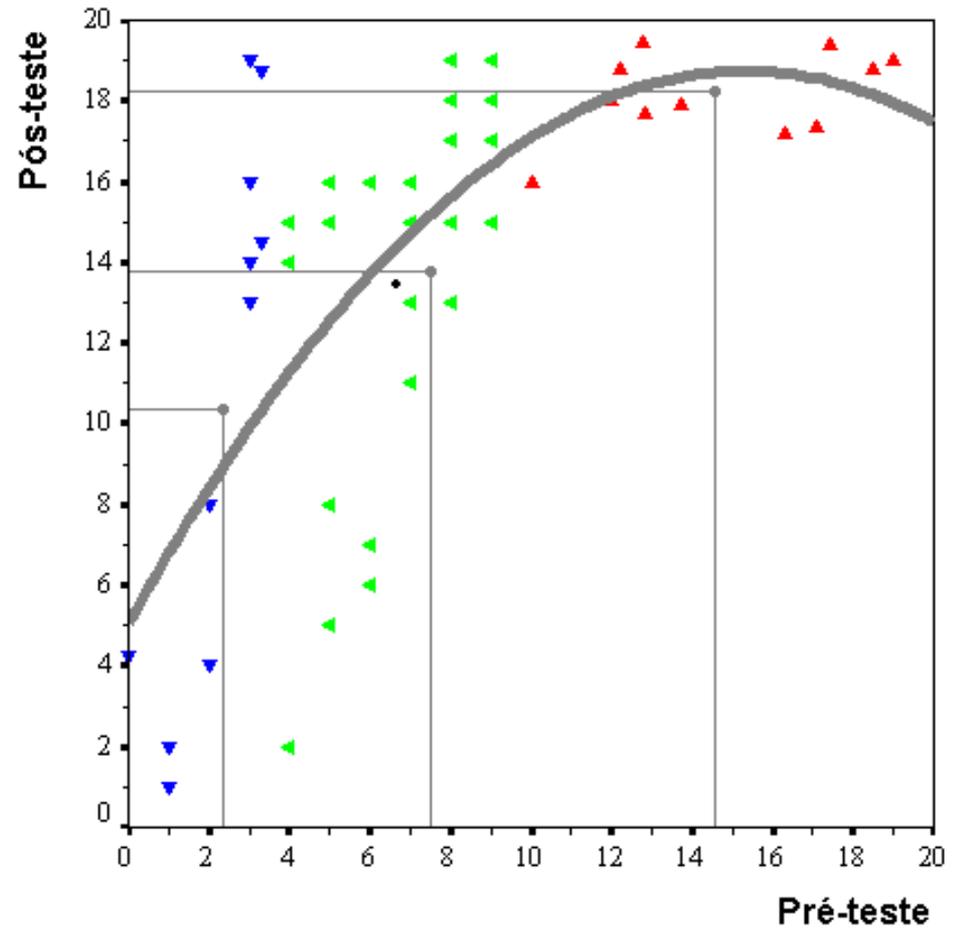
Regressão linear

$$r_{\text{Pós,Pré}} = 0,62$$



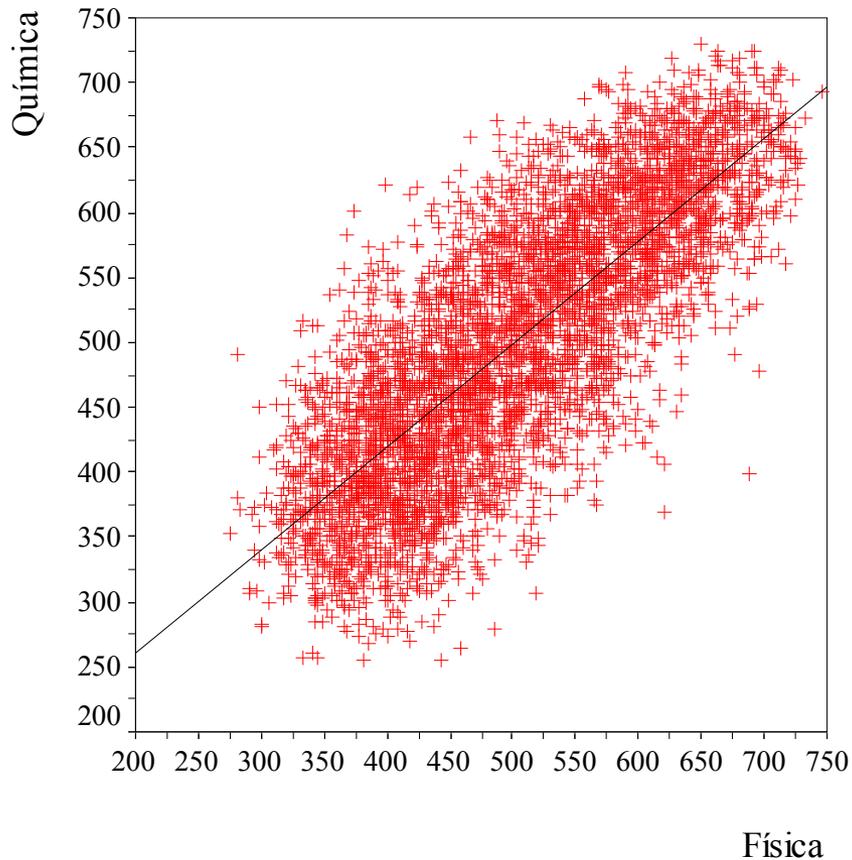
Regressão quadrática

$$r_{\text{Pós,Pré}}^2 = 0,68$$



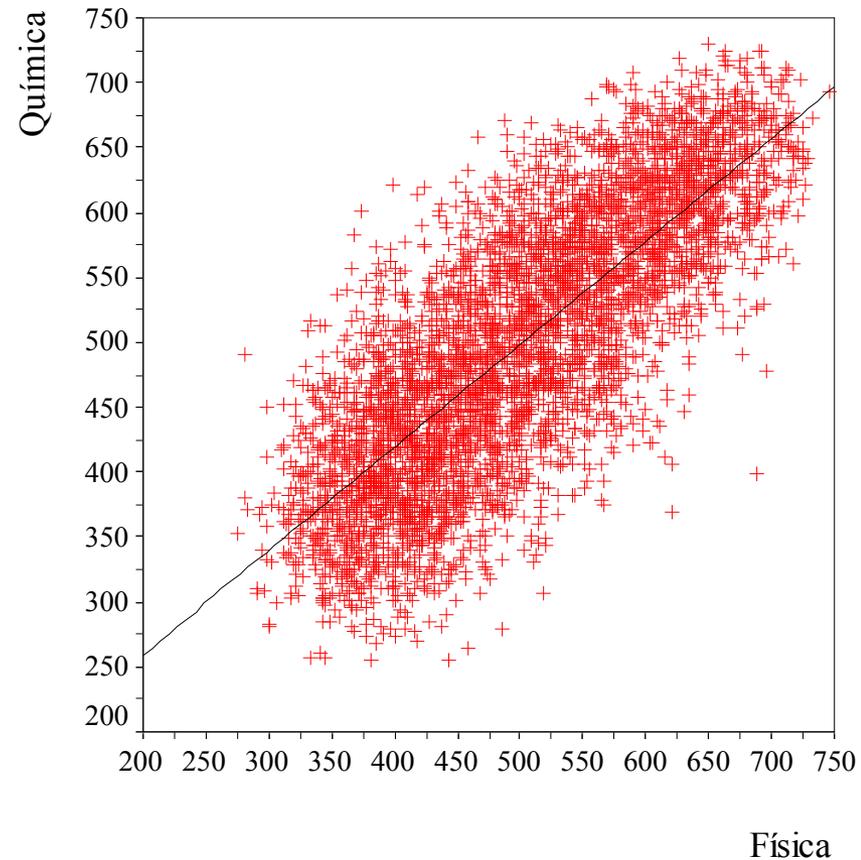
Regressão linear

$$r_{Q,F} = 0,79$$



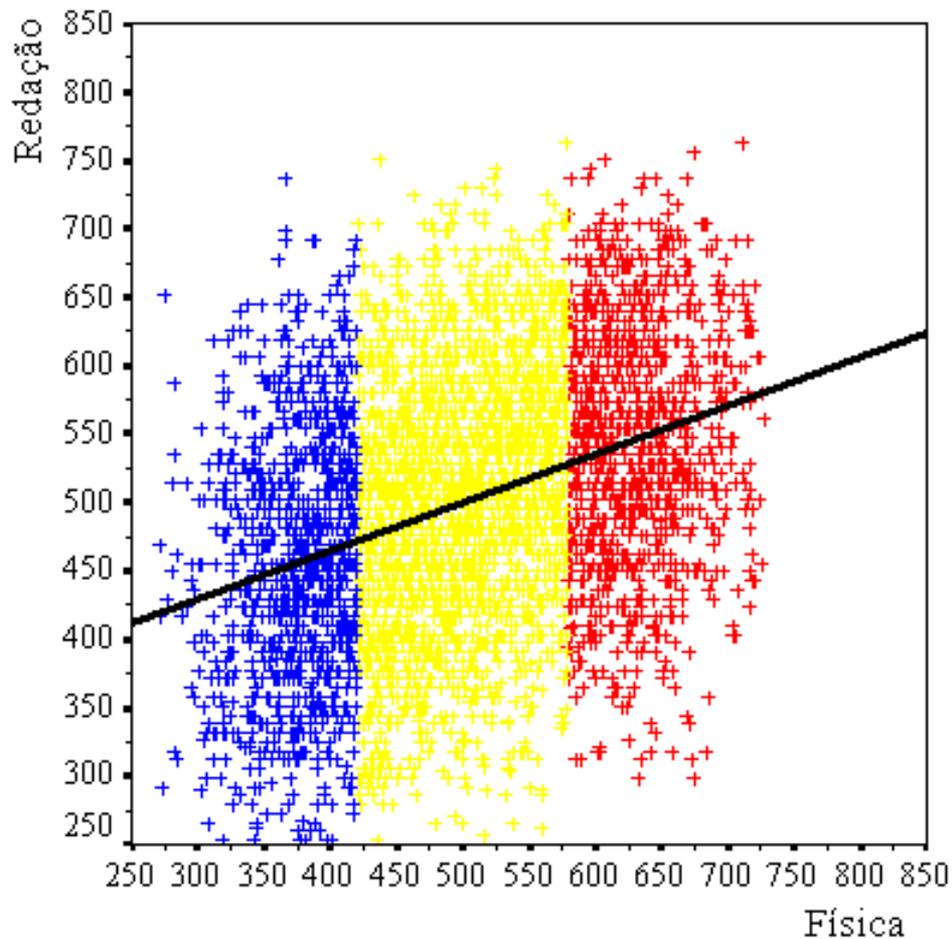
Regressão quadrática

$$r_{Q,FF^2} = 0,79$$



Regressão linear

$$r_{R,F} = 0,35$$



Regressão quadrática

$$r_{R,FF^2} = 0,36$$

