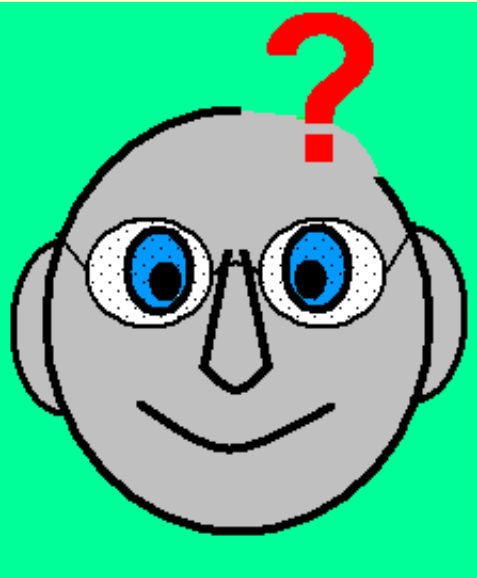


Cinemática sem fórmulas?



Prof. Fernando Lang da Silveira
IF-UFRGS

Segundo Piaget a idéia de *velocidade* nas crianças é geneticamente anterior a de *espaço percorrido*, de *deslocamento*. Einstein, ao assistir uma conferência de Piaget, disse-lhe que concordava com esta proposição.

A idéia de *aceleração* certamente é mais difícil de ser compreendida por nossos alunos.

Galileu conceituou *movimento uniformemente acelerado* assim:

“Chamo movimento uniformemente acelerado àquele que, partindo do repouso, adquire, em tempos iguais, variações iguais da velocidade”.

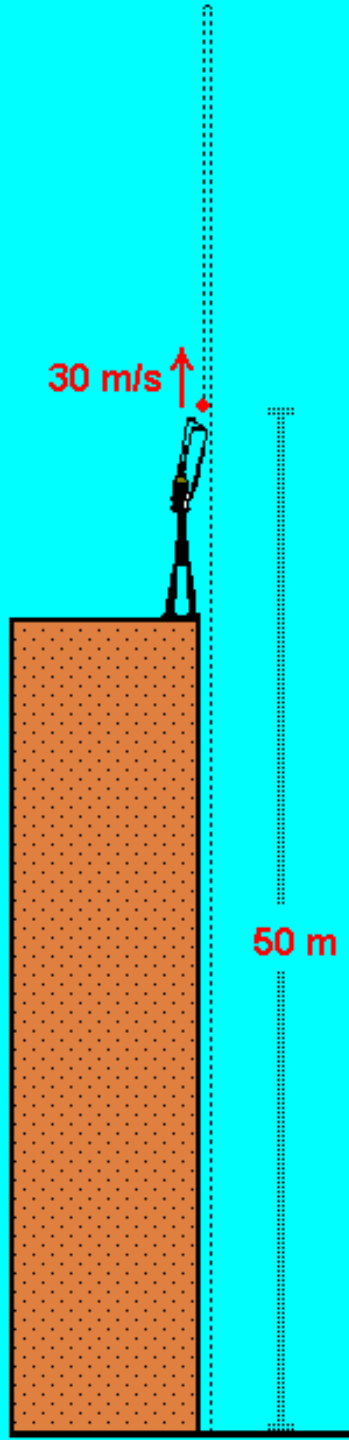
(Galileu, 1638 – Duas Novas Ciências; grifo nosso)

Apesar de definir *movimento uniformemente acelerado*, Galileu **nunca** definiu *aceleração*.

Apesar de Galileu não ter conceituado **aceleração**, foi capaz de desenvolver a sua **teoria do movimento naturalmente acelerado** (*teoria do movimento de queda livre*) e a sua **teoria do movimento violento ou de projéteis**, prescindindo daquele conceito e desconhecendo o valor da **aceleração de queda livre**. A primeira medida precisa dessa aceleração, foi feita por Huygens (1659), **quase vinte anos após a morte de Galileu** (1642), obtendo cerca de

$$9,5 \text{ m/s}^2.$$

lang@if.ufrgs.br



Uma esfera de aço é lançada, verticalmente para cima, com a velocidade de **30 m/s**, do topo de uma torre. O ponto de lançamento situa-se a **50 m** acima do solo. Após o lançamento a esfera segue exclusivamente sob a ação da gravidade. Sabe-se que a **aceleração gravitacional** é **10 m/s²**.

- A) Qual é a velocidade da esfera **1 s**, **4 s** e **7 s** após ter sido lançada?
- B) Onde a esfera se encontra a **1 s**, a **4 s** e a **7 s** após ter sido lançada?

Uma afirmação inteligível para nossos alunos:

Em um teste de **aceleração** o automóvel Delta-Pi fez **0** a **100 km/h** em **10 s**.

A **aceleração** deste automóvel é, portanto, de **100 km/h em 10 s** ou

10 km/h em 1 segundo ou

$$10 \frac{\text{km}}{\text{h}} / \text{s}$$

A **aceleração** informa qual é a **variação da velocidade na unidade de tempo.**

Peugeot diz que o EX1 (carro elétrico com dois motores de 170 cv) quebrou três recordes de aceleração inicialmente e acabou por definir mais três no circuito Montlhéry com o aventureiro e explorador francês Nicolas Vanier. O resumo sobre distâncias, tempos e velocidades médias é o seguinte:

Oitavo de milha: 8,89 s, 81,4 km/h.

Quarto de milha: 14,40 s, 100,4 km/h.

500 metros: 16,81 s, 107 km/h.

Meia milha: 23,85 s, 121,5 km/h.

lang@if.ufrgs.br

1.000 metros: 28,16 s, 127,8 km/h.

Uma milha: 41,09 s, 141,0 km/h.

Uma afirmação inteligível para nossos alunos:

Em um teste de **aceleração** o automóvel **Peugeot EX1** fez **0** a **100 km/h** em **3,6 s**, batendo assim a marca do **Tesla Roadster** que era **3,7 s**.

A **aceleração** do Peugeot EX1 é, portanto, de **100 km/h em 3,6 s** ou

100/3,6 = 27,8 km/h em 1 segundo ou

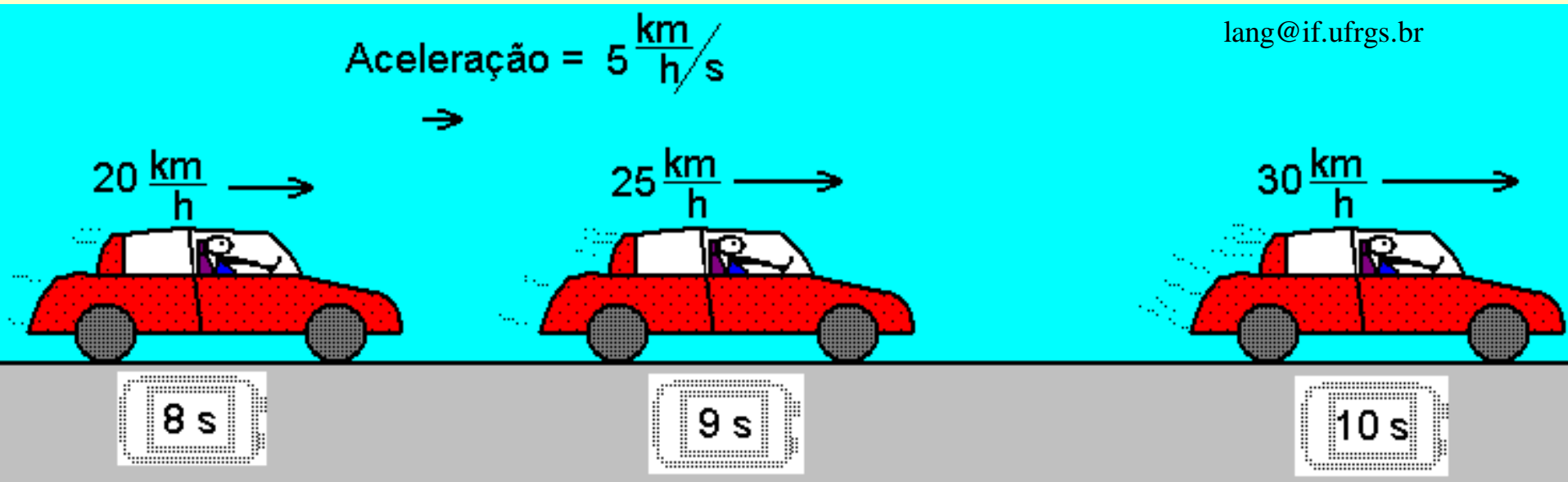
$$27,8 \frac{\text{km}}{\text{h}} / \text{s}$$

A **aceleração** informa qual é a **variação da velocidade na unidade de tempo.**

Conceito de aceleração

A **aceleração** informa qual é a **variação da velocidade** (em m/s ou em km/h ou ...) **na unidade de tempo** (em s ou em min ou ...).

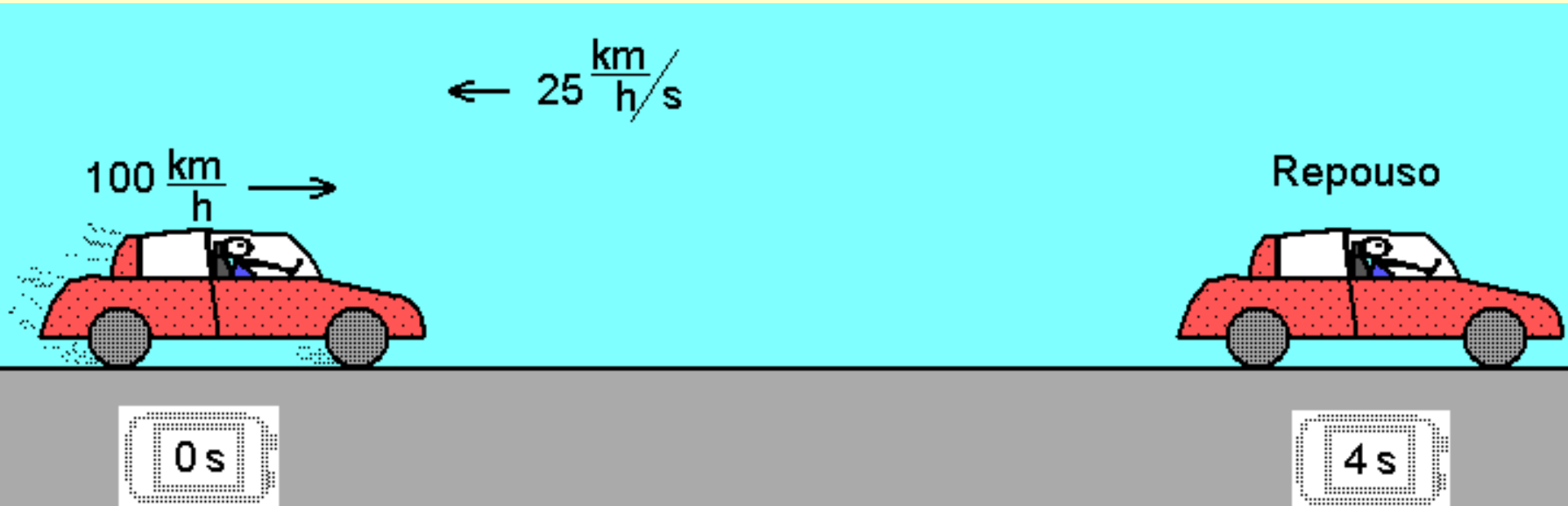
Por exemplo, um automóvel **acelera** a **5 km/h a cada segundo**.



Qual será a leitura no cronômetro quando o automóvel estiver a 45 km/h?

Qual era a leitura no cronômetro quando o automóvel partiu do repouso?

Em condições ótimas (pneus novos, asfalto seco, ...) um automóvel pode frear a **25 km/h a cada segundo**. Quanto tempo durará uma frenagem que inicia a 100 km/h e termina em repouso?



Um automóvel que pudesse frear a **10 m/s a cada segundo** (**10 m/s^2**), iniciando a frenagem a **100 km/h**, levaria um tempo **maior ou menor do que 4 s para parar?**

A excelente marca no teste de aceleração do Peugeot EX1 é **3,6 s** para ir de **0 a 100 km/h**. Um automóvel que acelere a **10 m/s a cada segundo**, gastará mais ou menos do que **3,6 s**?

Afinal, quanto vale a **aceleração de queda livre** em **km/h por segundo**?

A aceleração gravitacional vale **10 m/s a cada segundo**. Mas **10 m/s** é igual a **36 km/h**; portanto a aceleração gravitacional é de **36 km/h por segundo**.

Aceleração gravitacional:

$$10 \frac{\text{m}}{\text{s}} / \text{s} \quad \text{ou} \quad 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} / \text{s}$$

Portanto um automóvel que pudesse acelerar a **10 m/s a cada segundo**, ou seja, **36 km/h a cada segundo** levaria menos do que **3 s** para ir de **0 a 100 km/h**.

Mais precisamente, levará **$100/36 = 2,8$ s**.

Ou seja, superaria o recorde do Peugeot EX1.

Calculando a aceleração média para o EX1

Oitavo de milha: 8,89 s, 81,4 km/h. $(2.81,4 - 0)/8,89 = 18,3 \text{ km/h/s}$

Quarto de milha: 14,40 s, 100,4 km/h. $(2.100,4 - 0)/14,40 = 13,9 \text{ km/h/s}$

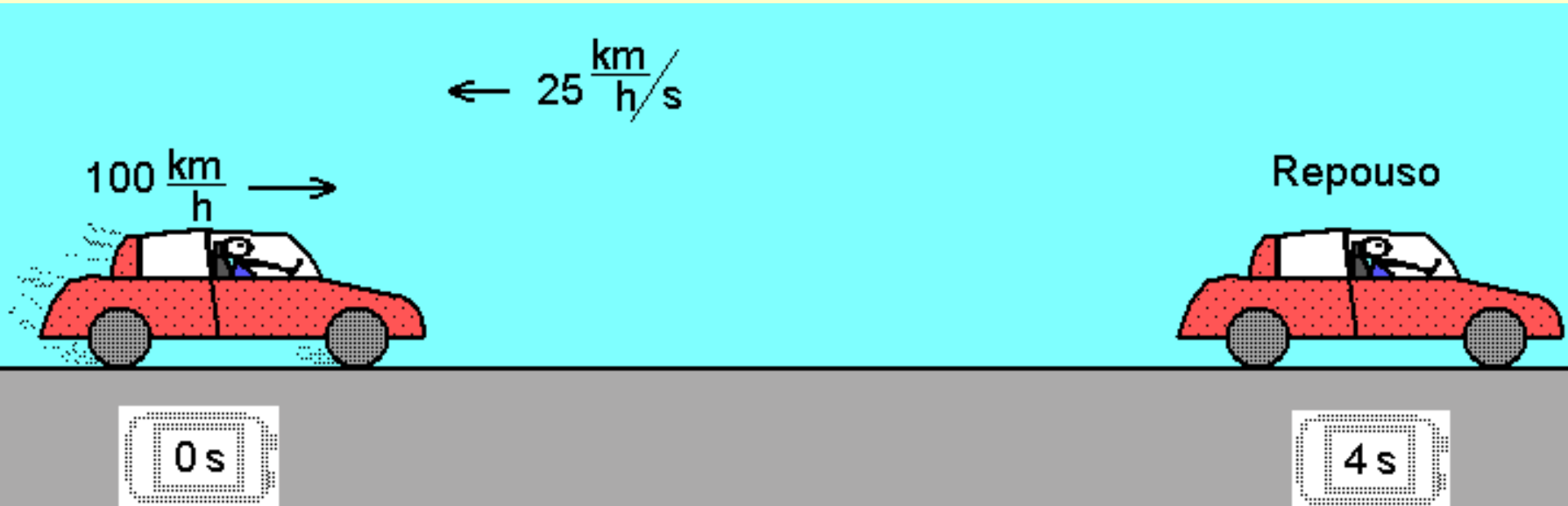
500 metros: 16,81 s, 107 km/h. $(2.107 - 0)/16,81 = 12,7 \text{ km/h/s}$

Meia milha: 23,85 s, 121,5 km/h. $(2.121,5)/23,85 = 10,2 \text{ km/h/s}$

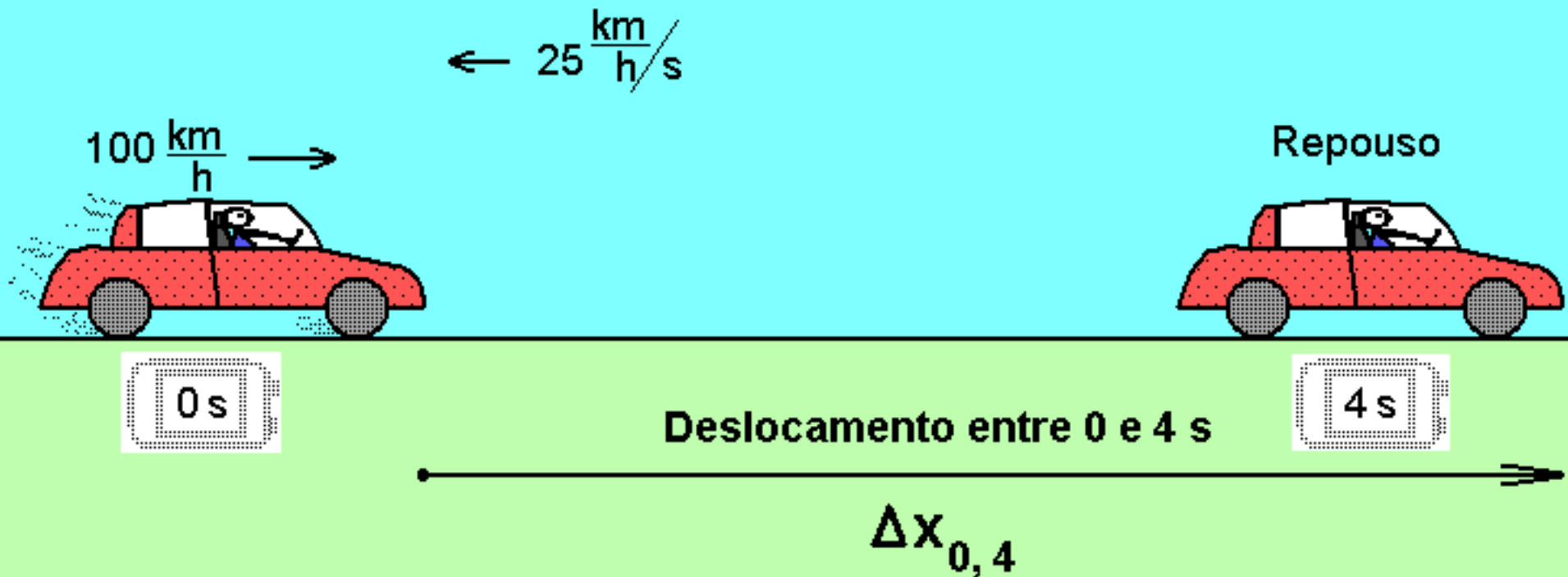
1.000 metros: 28,16 s, 127,8 km/h. $(2.127,8 - 0)/28,16 = 9,1 \text{ km/h/s}$

Uma milha: 41,09 s, 141,0 km/h. $(2.141,0 - 0)/41,09 = 6,9 \text{ km/h/s}$

Em condições ótimas (pneus novos, asfalto seco, ...) um automóvel pode frear a **25 km/h a cada segundo**. Quanto tempo durará uma frenagem que inicia a 100 km/h e termina em repouso?



Um automóvel que inicialmente se movimenta a 100 km/h, é freado a 25 km/h por segundo. Qual é o seu deslocamento durante os 4 s que leva para parar?



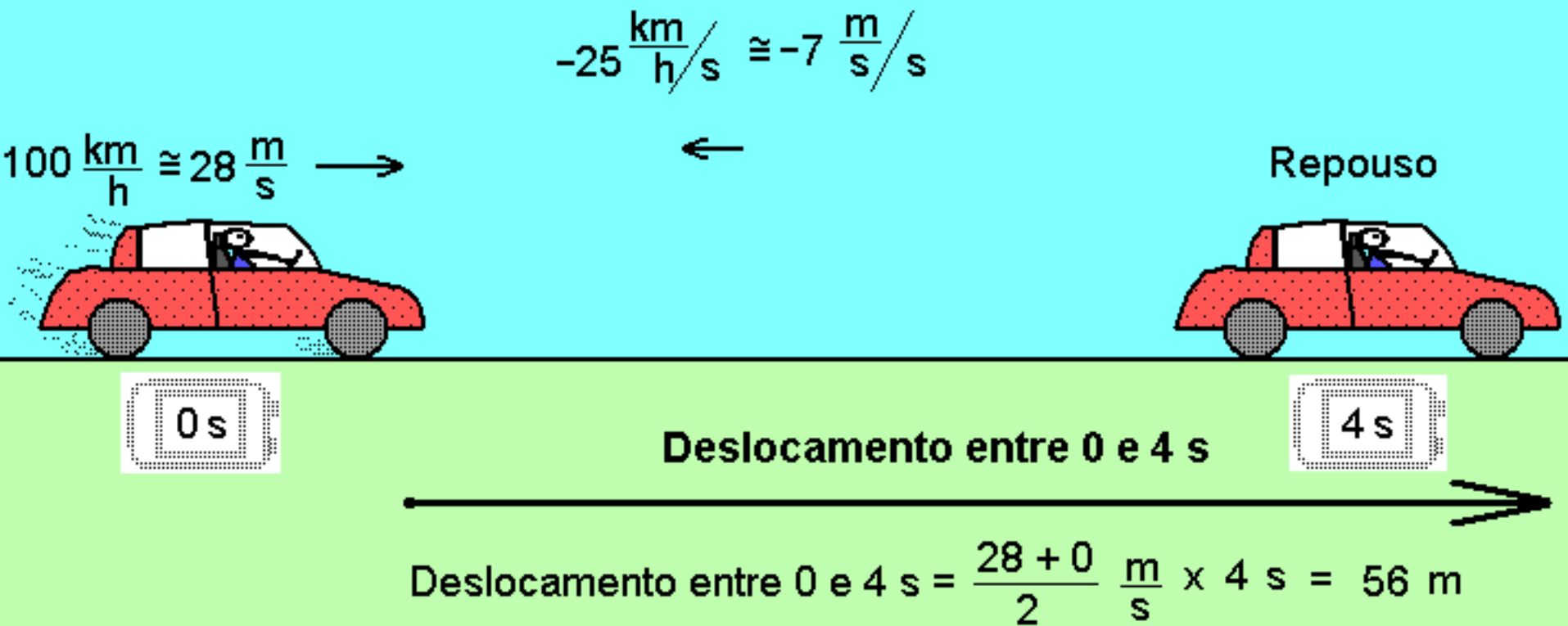
O deslocamento $\Delta x_{1,2}$ que um corpo sofre, no intervalo de tempo $\Delta t_{1,2}$, é igual ao produto da sua velocidade média $\bar{v}_{1,2}$, neste intervalo, pelo intervalo de tempo.

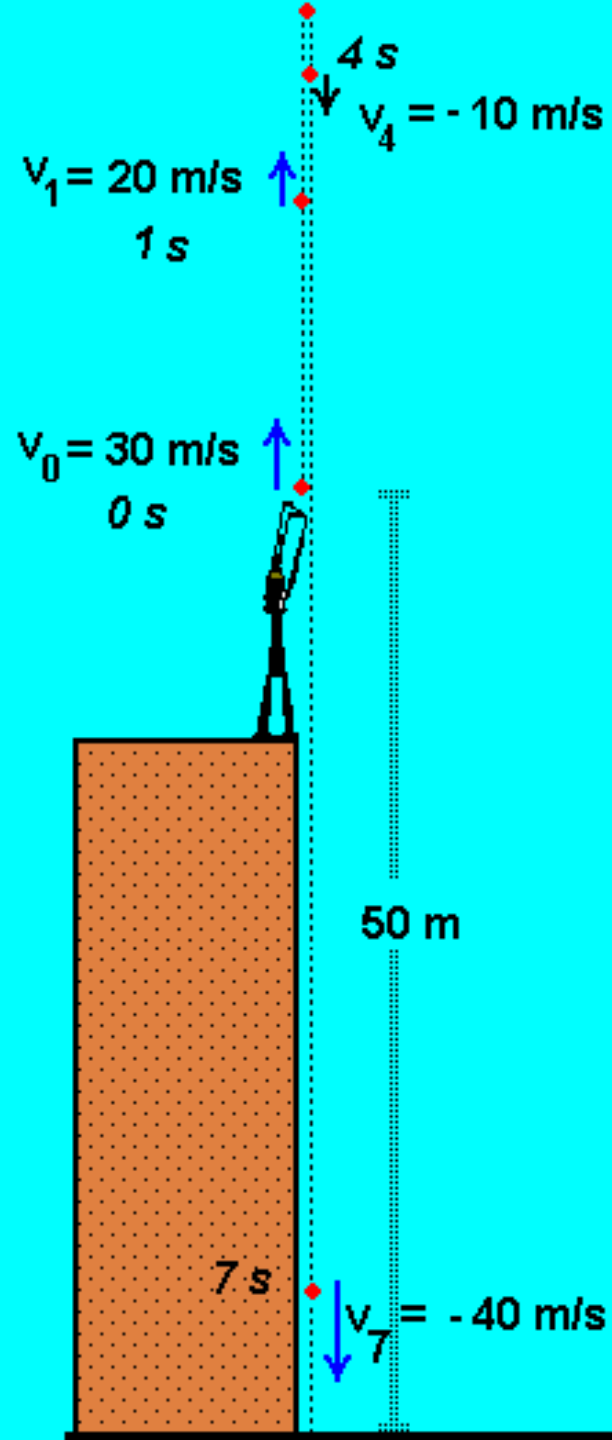
$$\Delta x_{1,2} = \bar{v}_{1,2} \cdot \Delta t_{1,2}$$

Se a aceleração é constante, a velocidade média é a média aritmética das velocidades inicial e final.

$$\bar{V}_{1,2} = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

Se a aceleração é constante, o deslocamento é o produto da média aritmética da velocidade inicial e a final pelo intervalo tempo.

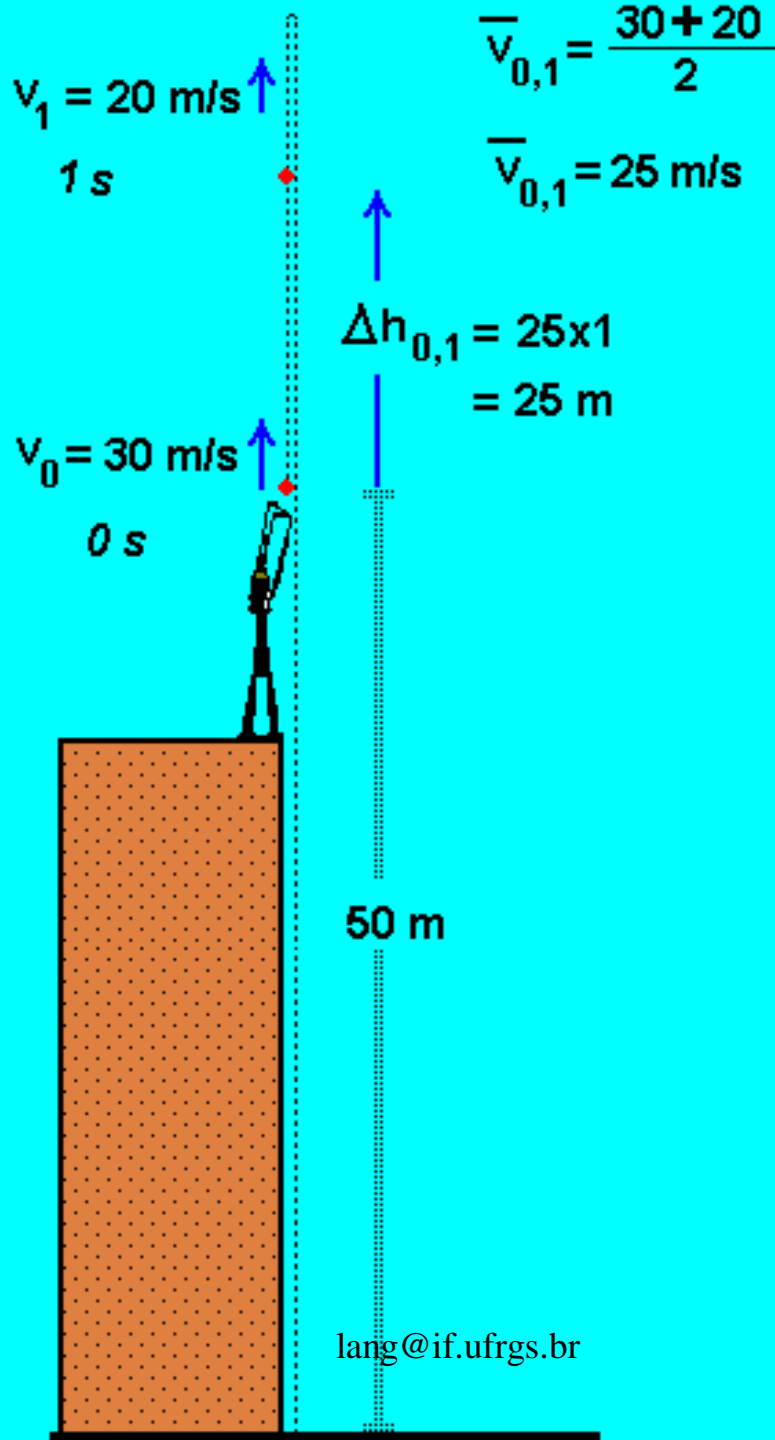




Uma esfera de aço é lançada, verticalmente para cima, com a velocidade de 30 m/s, do topo de uma torre. O ponto de lançamento situa-se a 50 m acima do solo.

A) Qual é a velocidade da esfera 1 s, 4 s e 7 s após ter sido lançada?

B) Onde a esfera se encontra a 1 s, a 4 s e a 7 s após ter sido lançada?



$$v_1 = 20 \text{ m/s} \uparrow$$

1 s

$$\bar{v}_{0,1} = \frac{30 + 20}{2}$$

$$\bar{v}_{0,1} = 25 \text{ m/s}$$

$$\Delta h_{0,1} = 25 \times 1 \\ = 25 \text{ m}$$

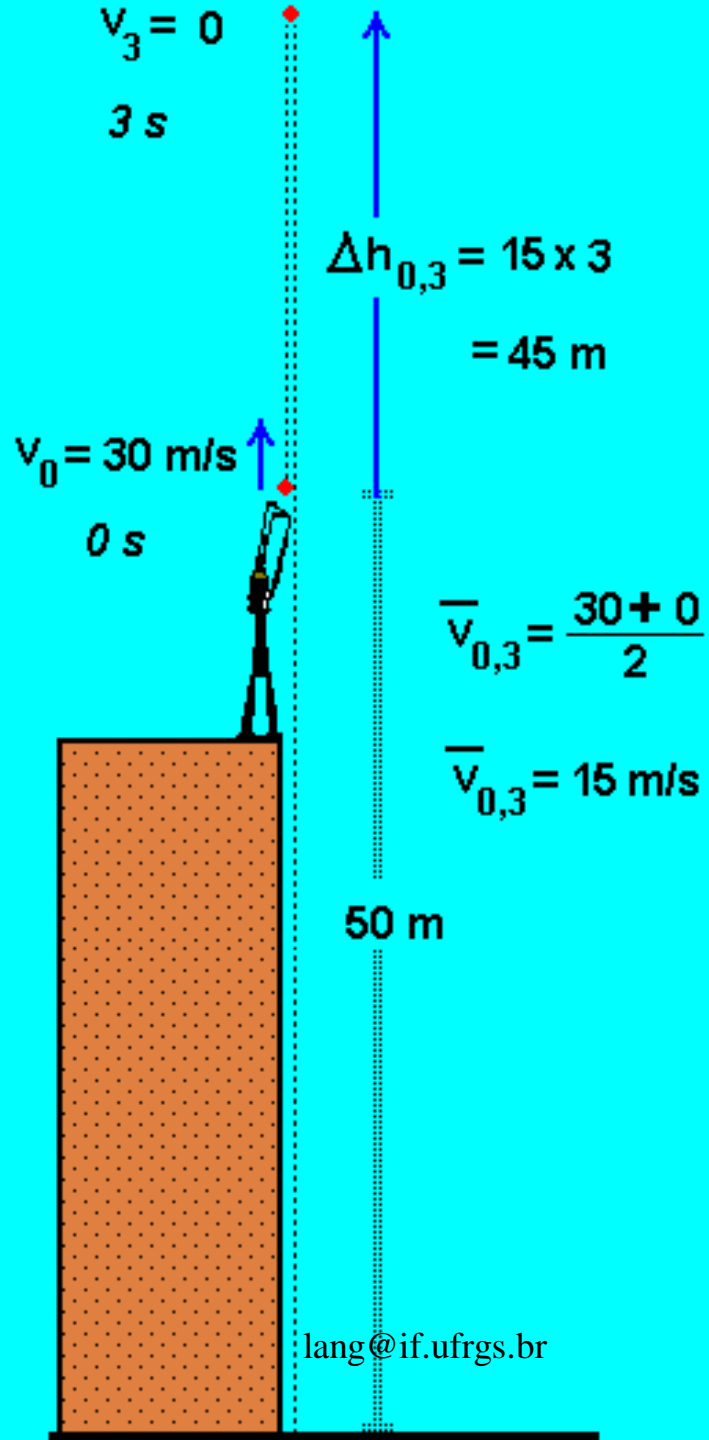
$$v_0 = 30 \text{ m/s} \uparrow$$

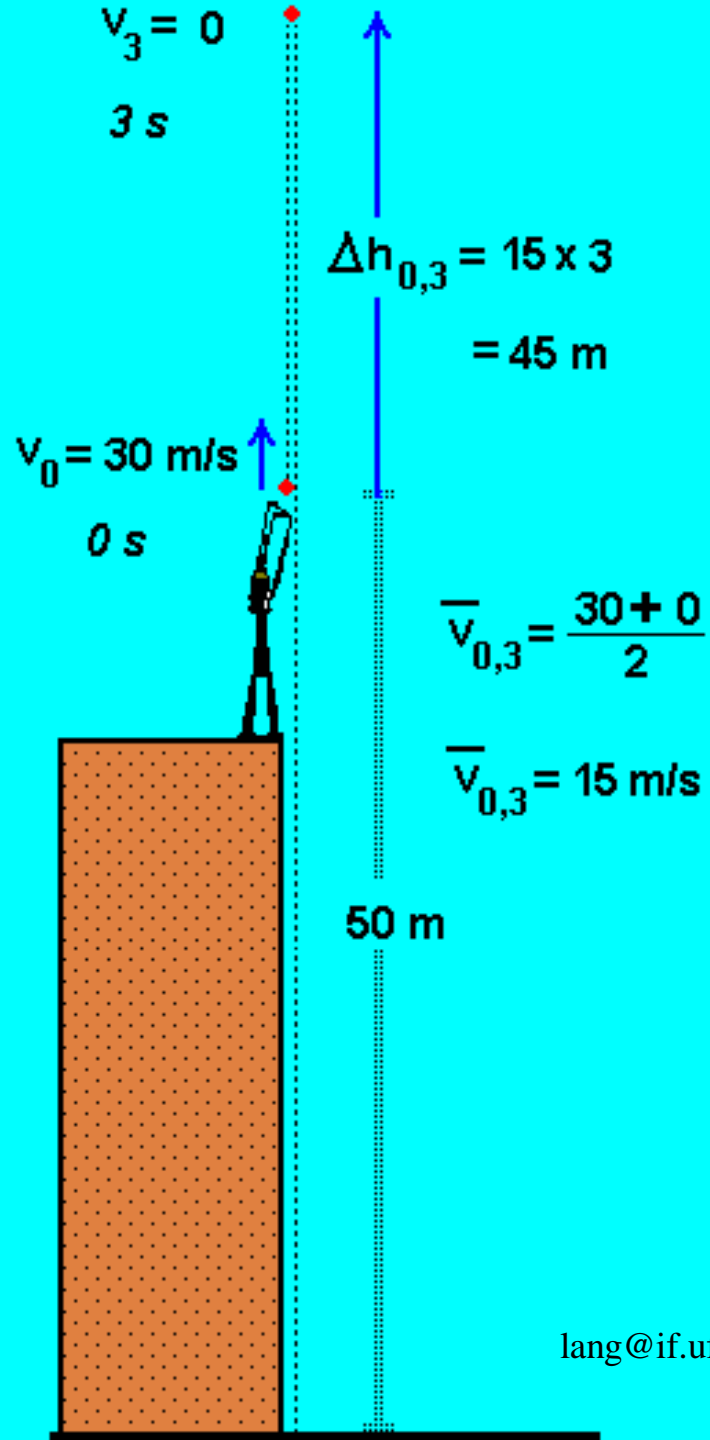
0 s

$$\Delta h_{0,1} = v_0 \Delta t_{0,1} + \frac{a}{2} \Delta t_{0,1}^2$$

$$\Delta h_{0,1} = 30 \cdot 1 + \frac{(-10)}{2} \cdot 1^2 = 25 \text{ m}$$

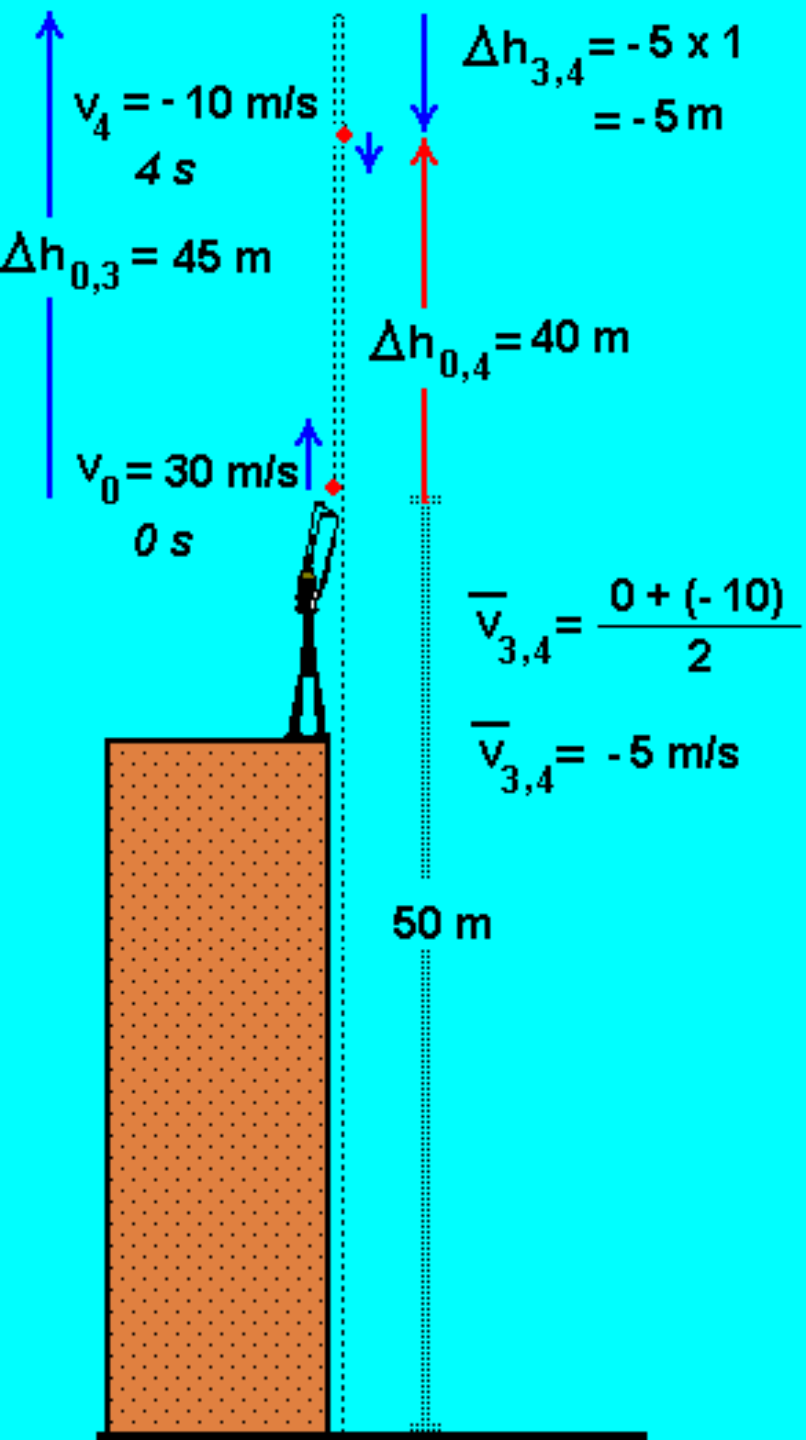
50 m



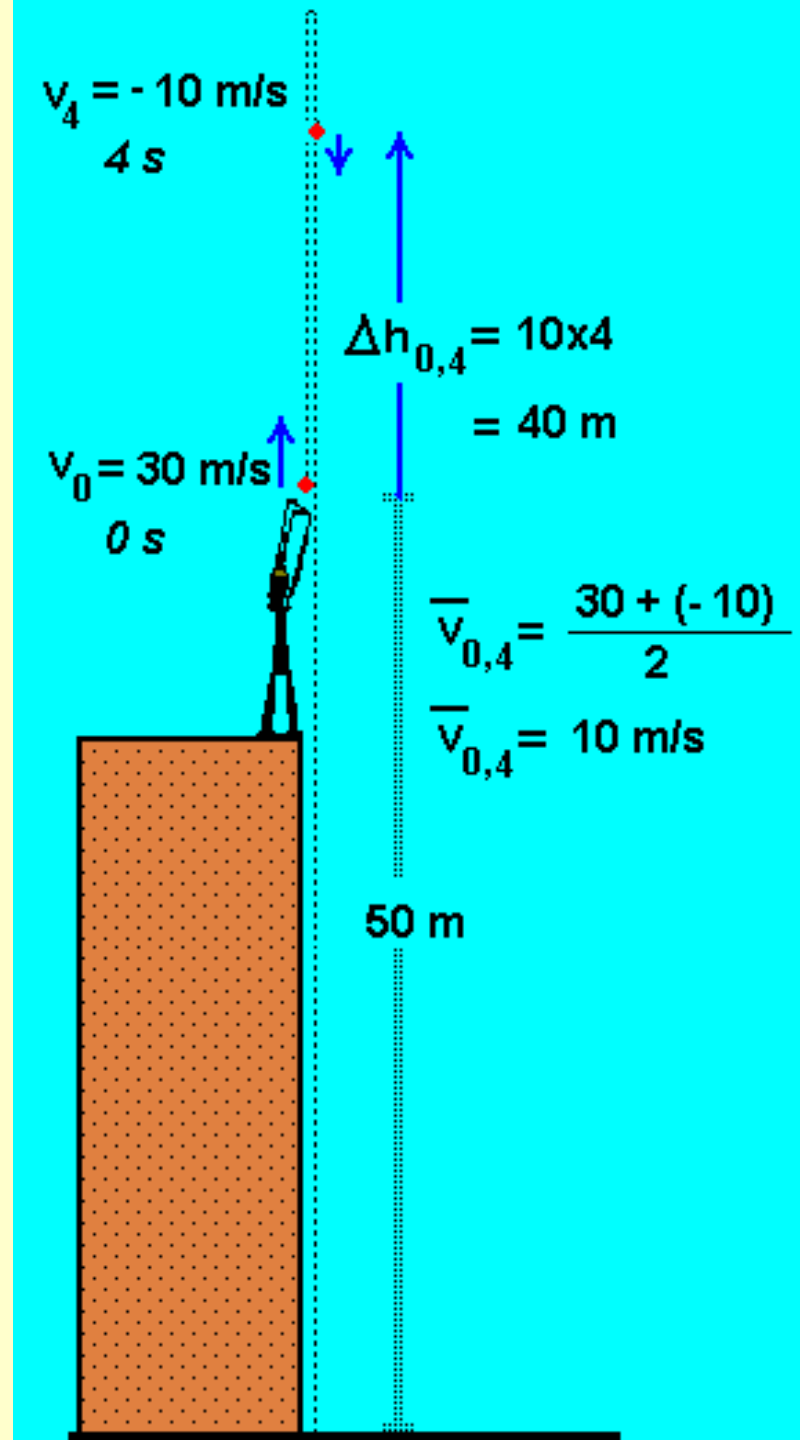


$$\Delta h_{0,3} = v_0 \Delta t_{0,3} + \frac{a}{2} \Delta t_{0,3}^2$$

$$\Delta h_{0,3} = 30 \cdot 3 + \frac{(-10)}{2} \cdot 3^2 = 45 \text{ m}$$



lang@if.ufrgs.br



$v_4 = -10 \text{ m/s}$
4 s

$v_0 = 30 \text{ m/s}$
0 s

$$\Delta h_{0,4} = 10 \times 4 = 40 \text{ m}$$

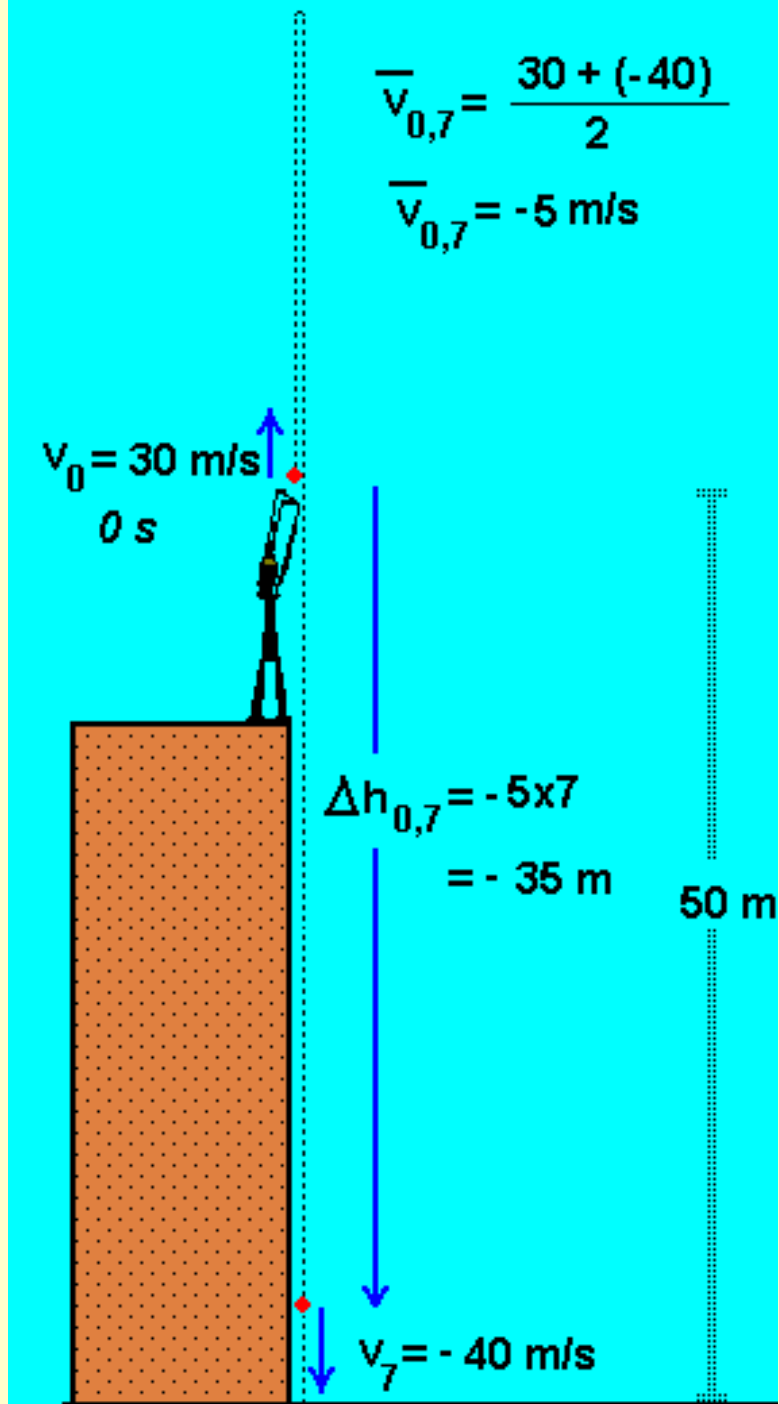
$$\bar{v}_{0,4} = \frac{30 + (-10)}{2}$$

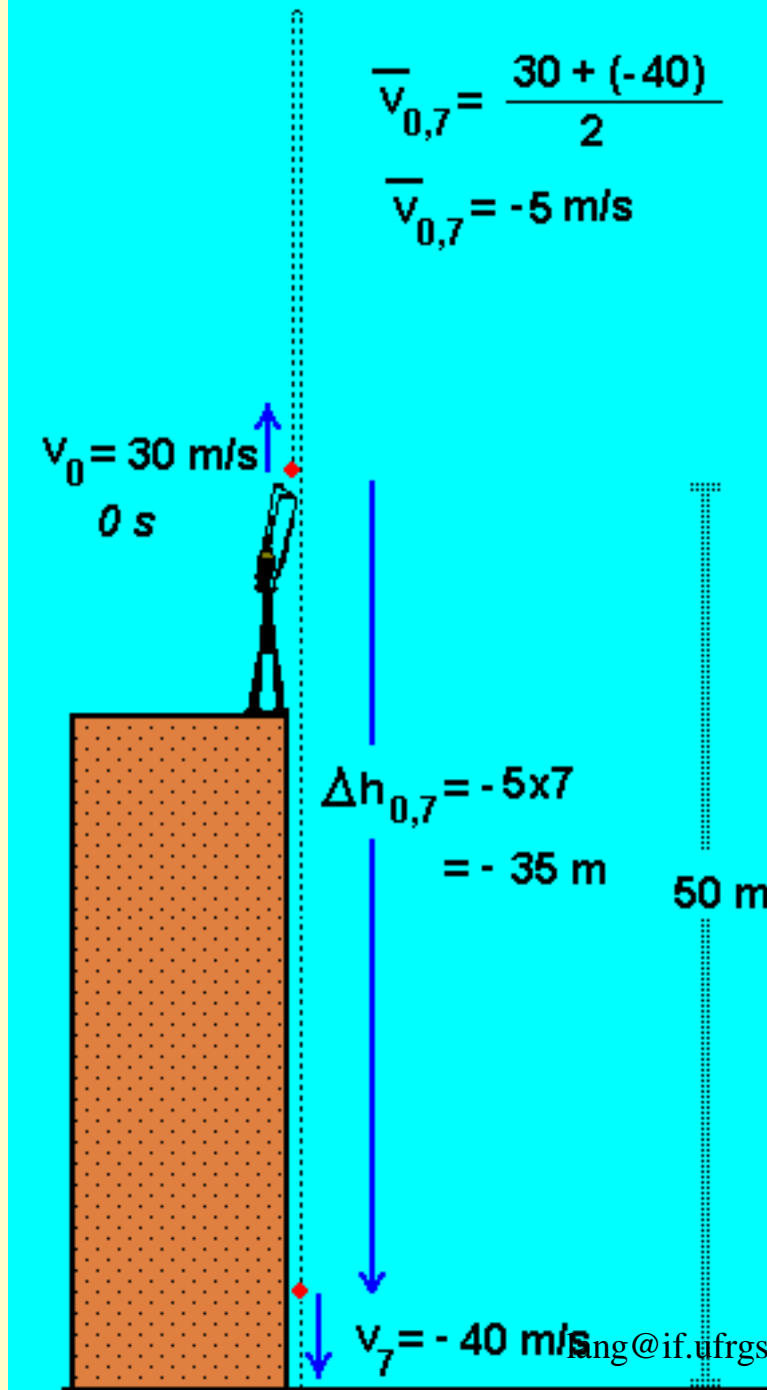
$$\bar{v}_{0,4} = 10 \text{ m/s}$$

50 m

$$\Delta h_{0,4} = v_0 \Delta t_{0,4} + \frac{a}{2} \Delta t_{0,4}^2$$

$$\Delta h_{0,4} = 30 \cdot 4 + \frac{(-10)}{2} \cdot 4^2 = 40 \text{ m}$$





$$\Delta h_{0,7} = v_0 \Delta t_{0,7} + \frac{a}{2} \Delta t_{0,7}^2$$

$$\Delta h_{0,7} = 30 \cdot 7 + \frac{(-10)}{2} \cdot 7^2 = -35 \text{ m}$$

Uma carabina lança um projétil a 500 m/s ; o comprimento do cano da carabina é 1 m .

Em quanto tempo o projétil percorre o cano da carabina?

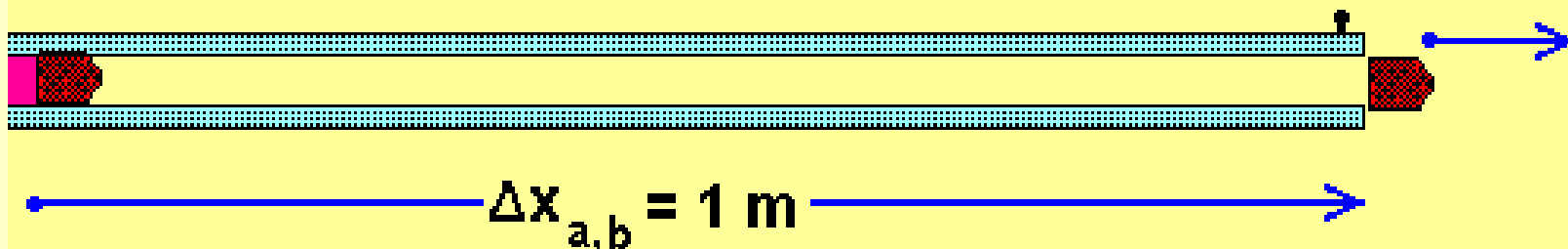
Qual é a aceleração que o projétil sofre enquanto está no cano?

lang@if.ufrgs.br

Onde se encontra o projétil no cano da carabina quando a sua velocidade é 250 m/s ?

$$V_a = 0$$

$$V_b = 500 \text{ m/s}$$



Como a velocidade inicial é nula e a final é 500 m/s, a velocidade média do projétil é 250 m/s.

O intervalo de tempo para percorrer o cano de 1 m é $1/250 \text{ s}$.

Em $1/250 \text{ s}$ a velocidade variou por 500 m/s. Portanto a aceleração é 500 m/s em $1/250 \text{ s}$, ou seja,

$$\frac{500}{1/250} = 125.000 \frac{\text{m/s}}{\text{s}}$$

Para que o projétil esteja a **250 m/s** (metade de **500 m/s**), o intervalo de tempo a partir do repouso deve ser a metade de **1/250 s**, ou seja **1/500 s**.

Como a velocidade variou de zero a **250 m/s**, a velocidade média reduziu-se à metade da velocidade média anterior (metade de **250 m/s**), portanto **125 m/s**.

Assim o deslocamento será a **metade da velocidade média anterior multiplicada (125 ms) pela metade do intervalo de tempo anterior (1/500 s)**, ou seja, **um quarto do deslocamento anterior que era 1 m, ou $\frac{1}{4}$ m = 25 cm.**

$$125 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{500} \text{ s} = 0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

Teorema II

Se um móvel, partindo do repouso, cai com um movimento uniformemente acelerado, os espaços por ele percorridos em qualquer tempo estão entre si na razão dupla dos tempos, a saber, como os quadrados desses mesmos tempos.

(Galileu, 1638 – Duas Novas Ciências)

Se um corpo em queda livre cair por uma altura H_1 no primeiro segundo, em dois segundos cairá $2^2 H_1 = 4 H_1$, em três segundos cairá $3^2 H_1 = 9 H_1$, em cinco segundos cairá $5^2 H_1 = 25 H_1$ e assim por diante.

Tempo (s)	Queda
1	$1^2 \cdot H_1$
2	$2^2 \cdot H_1$
3	$3^2 \cdot H_1$
5	$5^2 \cdot H_1$
10	$10^2 \cdot H_1$
t	$t^2 \cdot H_1$

Portanto, se Galileu conhecesse a altura de queda no primeiro segundo, poderia calcular a altura de queda em qualquer tempo.

A “constante de Galileu” não é o que hoje denominamos de *aceleração gravitacional* mas é a “altura da queda no primeiro segundo”.

Galileu não tinha como determinar experimentalmente a “*altura da queda no primeiro segundo*”. Em uma passagem do *Dois Máximos Sistemas do Mundo* (obra que o levou à condenação pelo Santo Ofício) disse que esta altura é cerca de quatro *cúbitos* (aproximadamente 2 m). Esta altura é menos da metade do que efetivamente um corpo em queda livre cai no primeiro segundo (cerca de 5 m).

Desta forma, pode-se dizer que Galileu acreditava que a aceleração de queda livre fosse aproximadamente de **4 m/s a cada segundo**.

Apesar de que Galileu não tenha determinado experimentalmente a ***“altura da queda no primeiro segundo”*** para um único corpo, afirmou que esta altura era a mesma para todos os corpos ***“num meio cuja resistência fosse nula”***, em ***“um espaço totalmente vazio de ar e de qualquer outro corpo”***, isto é, no vácuo. Na época de Galileu, discutia-se se realmente era possível existir vácuo!!

A afirmação de Galileu certamente não foi obtida da experimentação.

Não é verdade também que a famosa experiência da torre de Pisa (1590) – na qual Galileu teria deixado cair dois corpos de pesos diferentes para demonstrar que atingiriam o solo simultaneamente – tenha sido realizada.

Alexandre Koyré, físico e historiador da ciência, demonstrou em 1937 que os famosos experimentos da torre de Pisa nunca foram feitos por Galileu, são um mito. Koyré relata experimentos realizados por **outros cientistas** que, tendo deixado cair do topo de uma torre objetos de pesos diferentes, **constataram que o corpo mais pesado atingia o solo antes do corpo mais leve.**

Koyré apresenta uma carta de Vincenzo Renieri, professor da Universidade de Pisa, onde este relata a seu mestre Galileu **ter experimentado na Torre de Pisa com uma bala de canhão e com uma bala de mosquete, ambas de chumbo, e verificado que “quando a mais pesada e a mais leve caem deste campanário, a maior precede a menor de muito”**. Em sua resposta, Galileu limita-se a remeter Renieri ao seu livro (*Duas Novas Ciências*) **onde demonstrou que não podia acontecer de outro modo.**

Ou seja, Galileu tinha uma **teoria qualitativa para a queda em meios resistivos** que previa que se duas esferas de mesma densidade fossem deixadas cair simultaneamente do topo de uma torre, a esfera maior se adiantaria em relação à menor. Por isto Galileu nunca realizaria um experimento, deixando cair ao mesmo tempo de uma torre dois objetos, com o objetivo de demonstrar experimentalmente que o objeto mais pesado chegaria simultaneamente com o mais leve ao solo, pois sabia que o objeto mais pesado se adiantaria em relação ao outro.

A teoria do movimento violento ou de projéteis

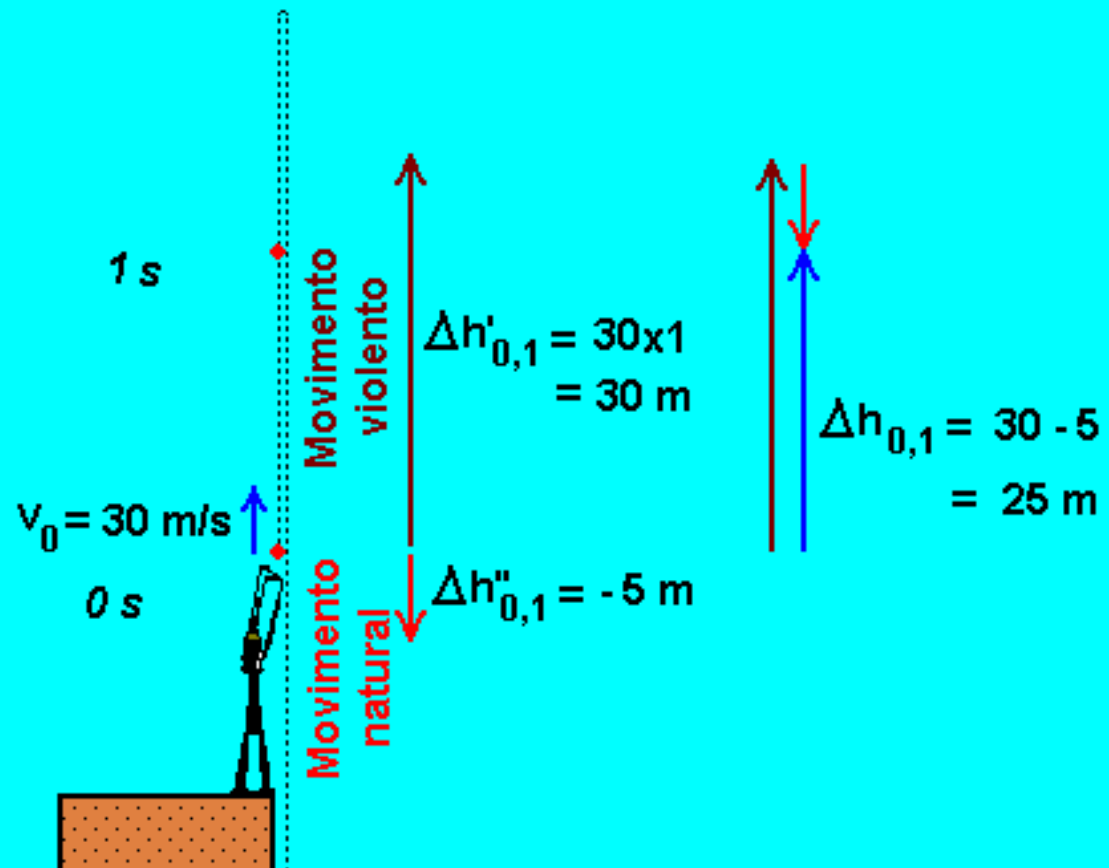
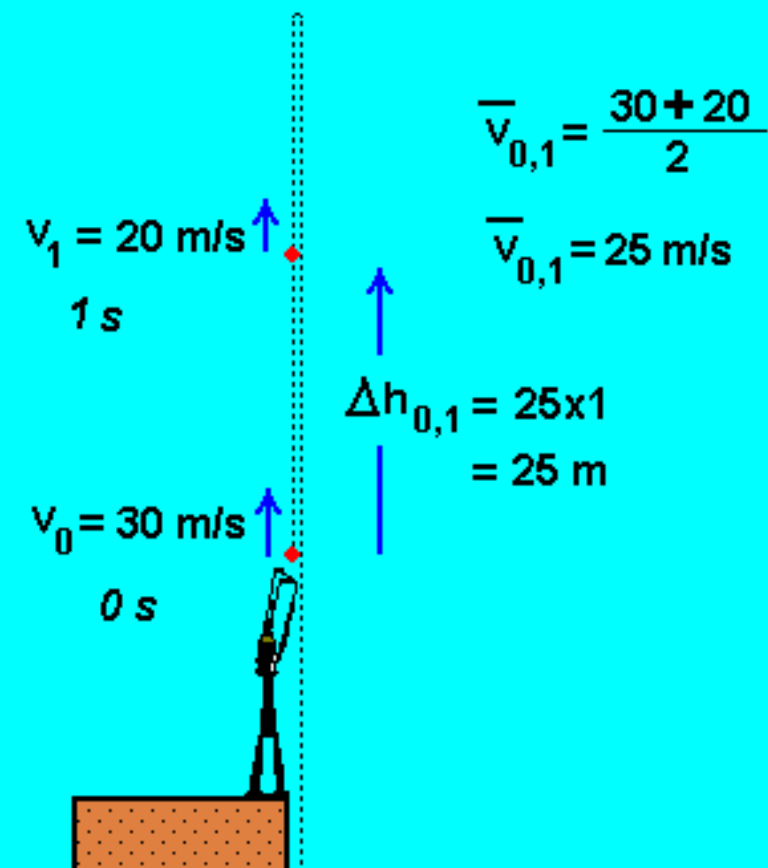
Um projétil possui dois movimentos:

- O movimento violento que lhe foi conferido pelo lançador (arremessador, canhão ...). Este movimento é “*uniforme e indestrutível*” (Galileu), ou seja, a velocidade conferida pelo lançador “é *indelével*” (Galileu) e permanecerá no projétil.
- O movimento naturalmente acelerado, isto é, o *movimento de queda a partir do repouso*.

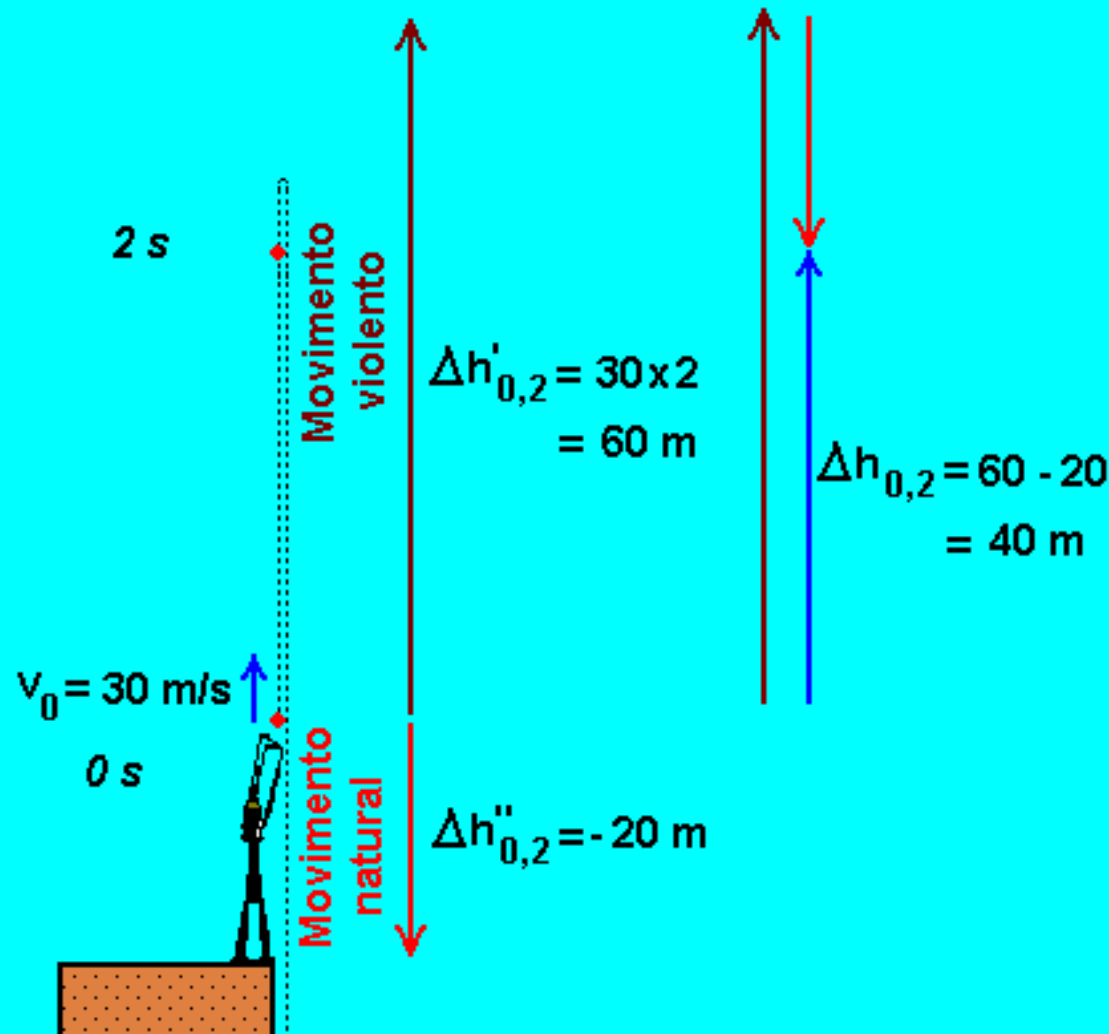
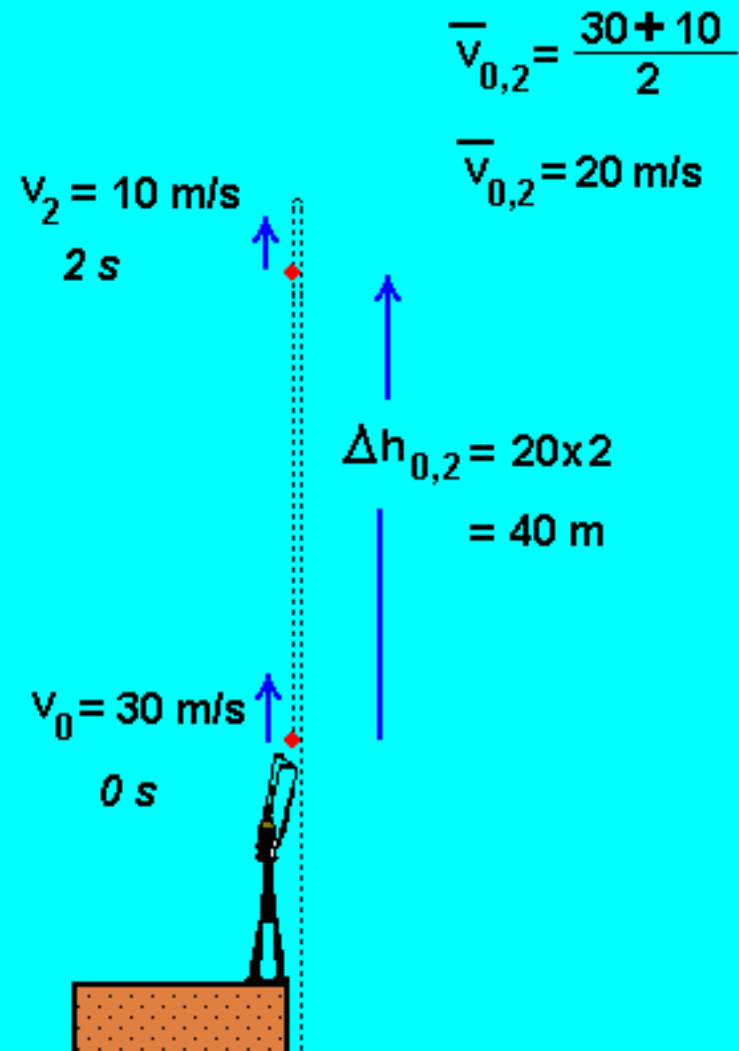
lang@if.ufrgs.br

O movimento do projétil é a composição, a superposição destes dois movimentos.

Superposição do movimento violento com o movimento natural



Superposição do movimento violento com o movimento natural



O movimento do projétil é a superposição do movimento violento com o movimento natural

$$\Delta h_{0,t} = v_0 t$$

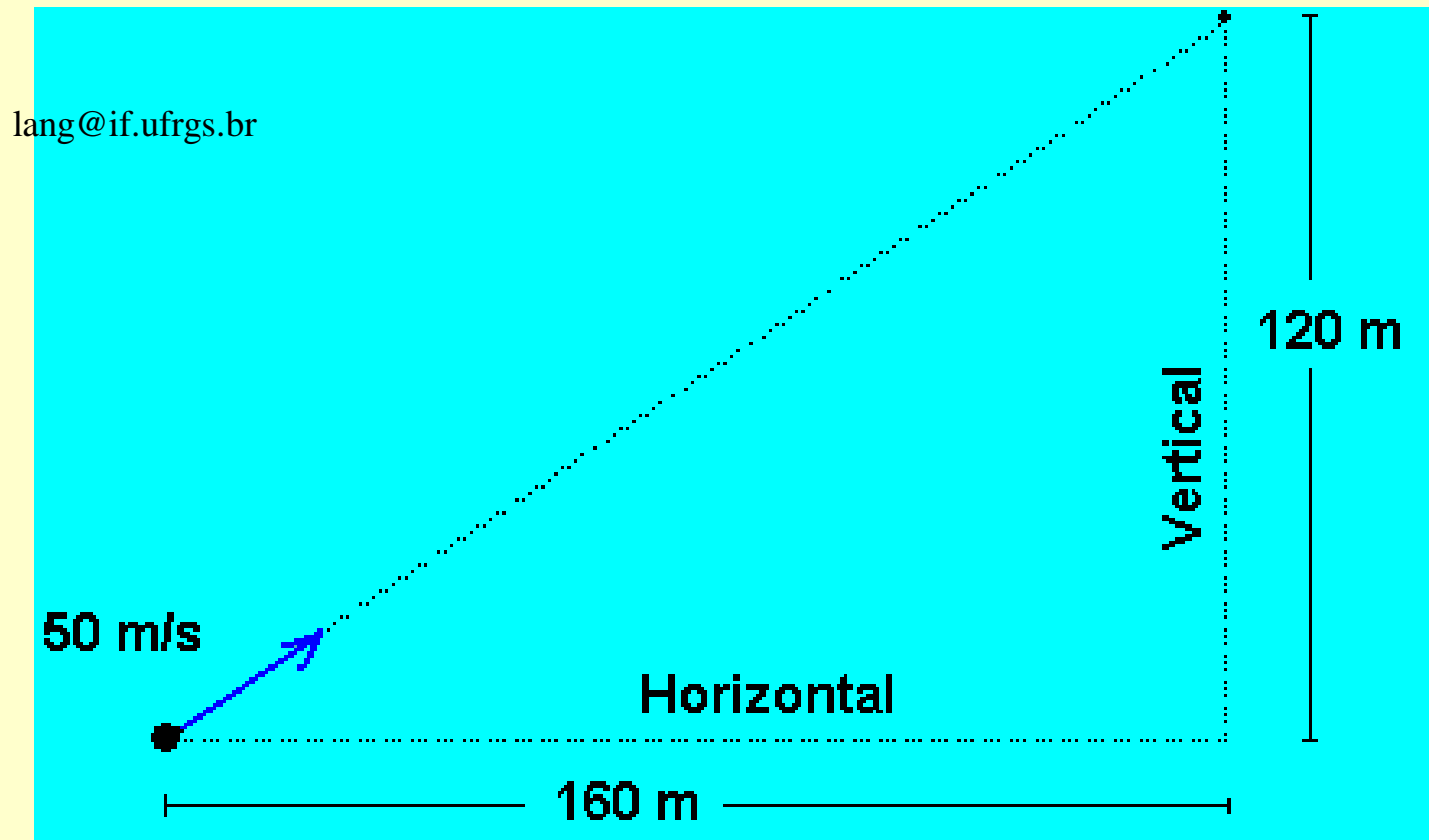
$$- \frac{g}{2} t^2$$

Movimento
violento

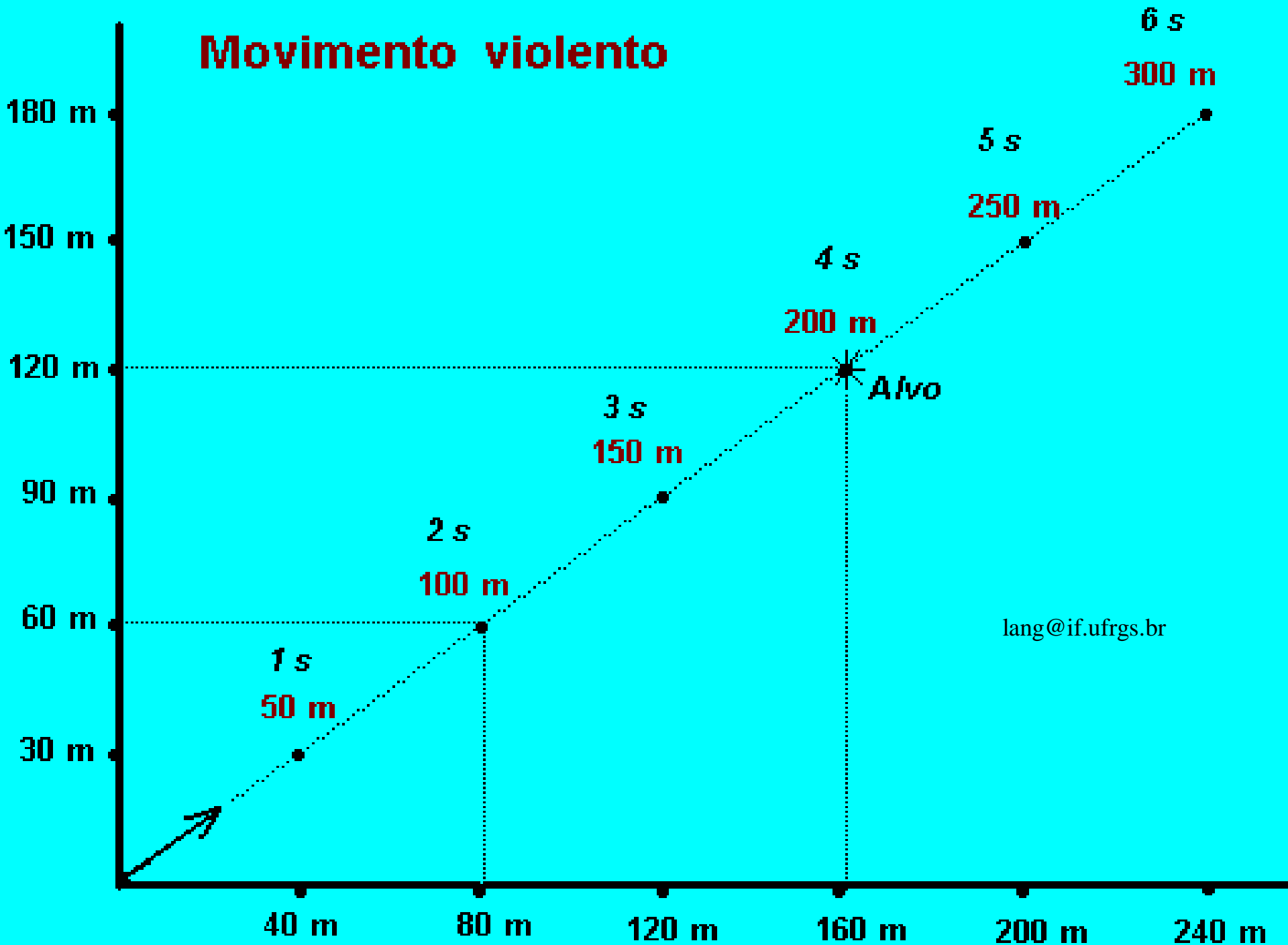
Movimento
natural

Definindo as condições iniciais do projétil sem
trigonometria:

Um projétil é lançado a 50 m/s, em direção a um ponto situado a 120 m acima e a 160 m à frente do ponto de lançamento.



Movimento violento



Superposição do movimento violento com o movimento natural

