

Porto Alegre, 20 de outubro de 2004

## Relatividade e Cosmologia

### Aula No 9

#### Horacio Dottori

#### 9-1 Problema da vara e o galpão

Este problema clássico entre os paradoxos da RE coloca-se assim:

Existe um super-atleta que leva uma vara de 20 m de comprimento com velocidade de 0.8, ao longo do eixo x. Alinhado com a vara há um galpão de 15 m de comprimento. Na porta de entrada há um senhor que olha a vara entrar no galpão.

Perguntas:

- a- Qual é o comprimento do galpão para o atleta ?
- b- Qual é o comprimento da vara para o senhor na porta do galpão?
- c- Quando o Sr vê entrar o final da vara fecha a porta. Bateu o não o início da vara o fundo do galpão?
- d- Como para o atleta o galpão é muito menor que a vara, aparentemente quando a vara bateu no fundo, o final da mesma ainda não entrou na porta. Como se compatibilizam os fatos vistos pelo atleta e o seu acompanhante?.

Desenhe diagramas e-t no sistema do atleta e o do acompanhante e encontre as coordenadas e-t dos seguintes eventos:

- 1- início da vara coincide com a entrada do galpão.
- 2- Fim da vara coincide com a entrada do galpão.
- 3- Início da vara coincide com o fim do galpão.

Verifique a seqüência destes eventos em cada um dos referenciais.

#### Solução

Desenharemos primeiramente o diagrama e-t no sistema do galpão Q (x,t).

Começamos por armar a grade. Desenhamos a grade quadriculada segundo a figura 9-1.

Nesta traçamos as hipérbolas com espaçamento no eixo t igual ao da grade. Isto servirá para calibrar os eixos do sistema vara Q' (x', t') como visto do sistema Q. Estas hipérbolas são tangentes ao raio de luz.

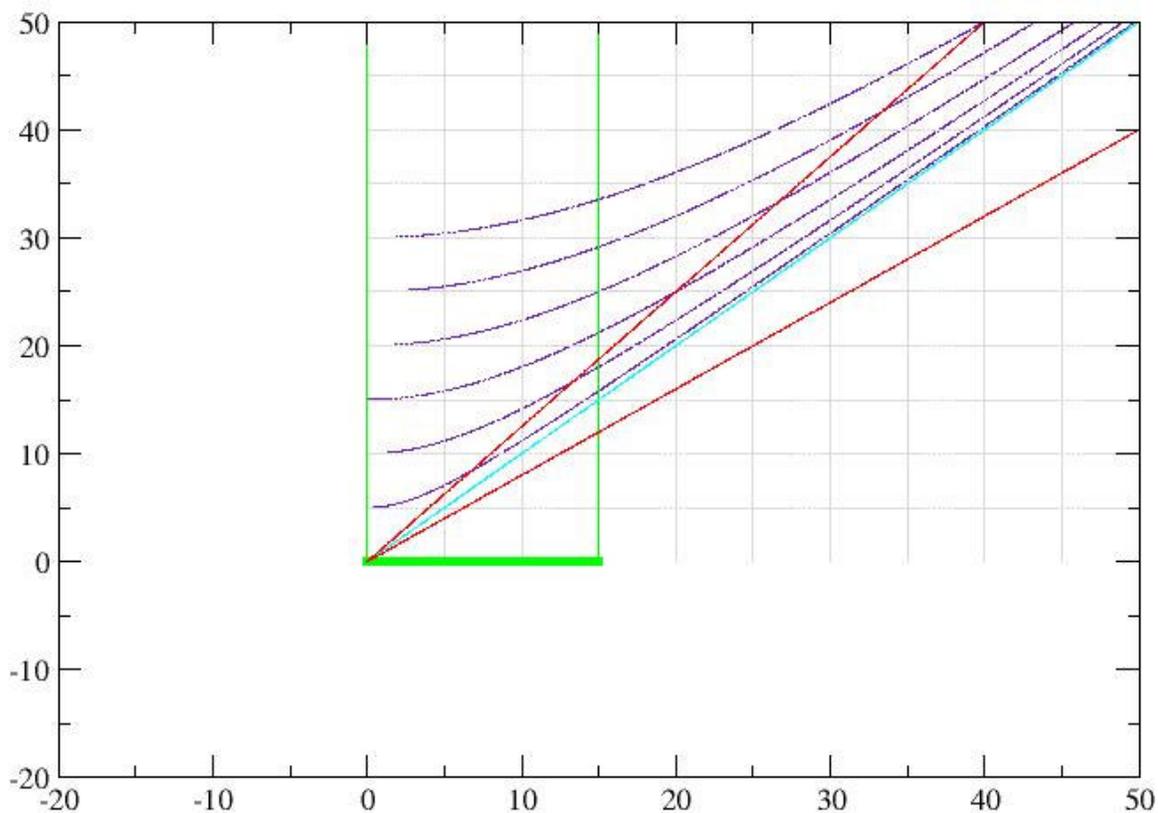
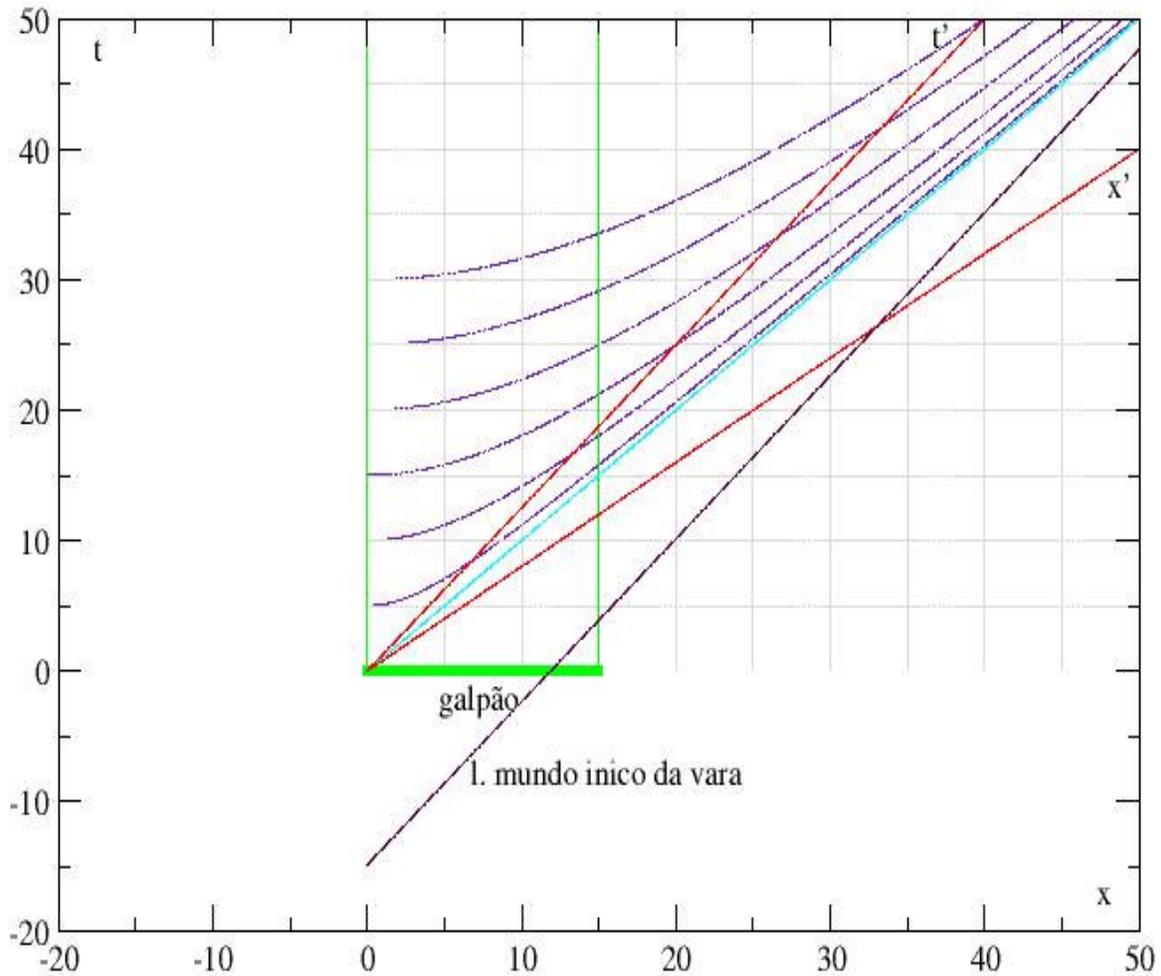


Figura 9-1

A escala da figura 9-1 é de 5 em, 5 metros. A linha verde grossa representa o galpão. As duas linhas verdes finas são as linhas mundo dos extremos do galpão. O início está em  $(x,t)=(0,0)$ . A linha azul céu representa o cone de luz e as duas linhas vermelhas são os eixos  $(x',t')$  correspondentes a  $v=0.8$ . Lembre como se faz a calibração destes eixos a partir das hipérboles e da escala da quadrícula. No caso colocamos as hipérboles com separação em  $x=0$  igual à da quadrícula. Para calibrar o eixo  $t'$  deve se ver a separação sobre ele de duas hipérboles sucessivas, das quais sabemos qual é a diferença, já que temos os valores correspondentes da quadrícula. A mesma calibração vale para o eixo  $x'$ .

Na figura 9-2 incorporamos as linhas mundo dos extremos da vara. Para medir os 20 mts deve se pegar o espaço ao longo do eixo  $t$  compreendido entre a origem e a quarta hipérbole, já que o espaçamento entre hipérboles é de 5 m. Depois deve-se trasladar esta medida ao eixo  $x'$ . Poder-se-ia traçar também o conjunto de hipérboles centradas no eixo  $x$ , provavelmente

seria mais fácil. Eu estava preocupado com aprender a usar o **xmgrace**, comecei fazendo deste jeito e me deu preguiça mudar.



Na figura 9-3 mostramos os eventos requeridos. Destaca-se a vara em linha vermelha grossa.

O evento E1 representa o início da vara na entrada do galpão, o E2 fim da vara no início do galpão e o E3 o encontro do início da vara com o fim do galpão. Como vemos, na escala de tempos do galpão, E1 antecede a E2 e este a E3. Neste caso nos escolhimos tomar como o evento  $(x,t)=(x',t')=(0,0)$  o evento E2. Esta convenção é totalmente arbitraria e para demonstra-lo eu fiz de propósito deste jeito. O que vê-se em geral, especialmente na solução

## Problema da Vara e o Galpão

Comprimentos: Vara=20m, Galpão=15m,  $v=4/5$

Eventos: E1=início vara com início Galpão; E2=início vara com início galpão; E3=fim vara com fim galpão

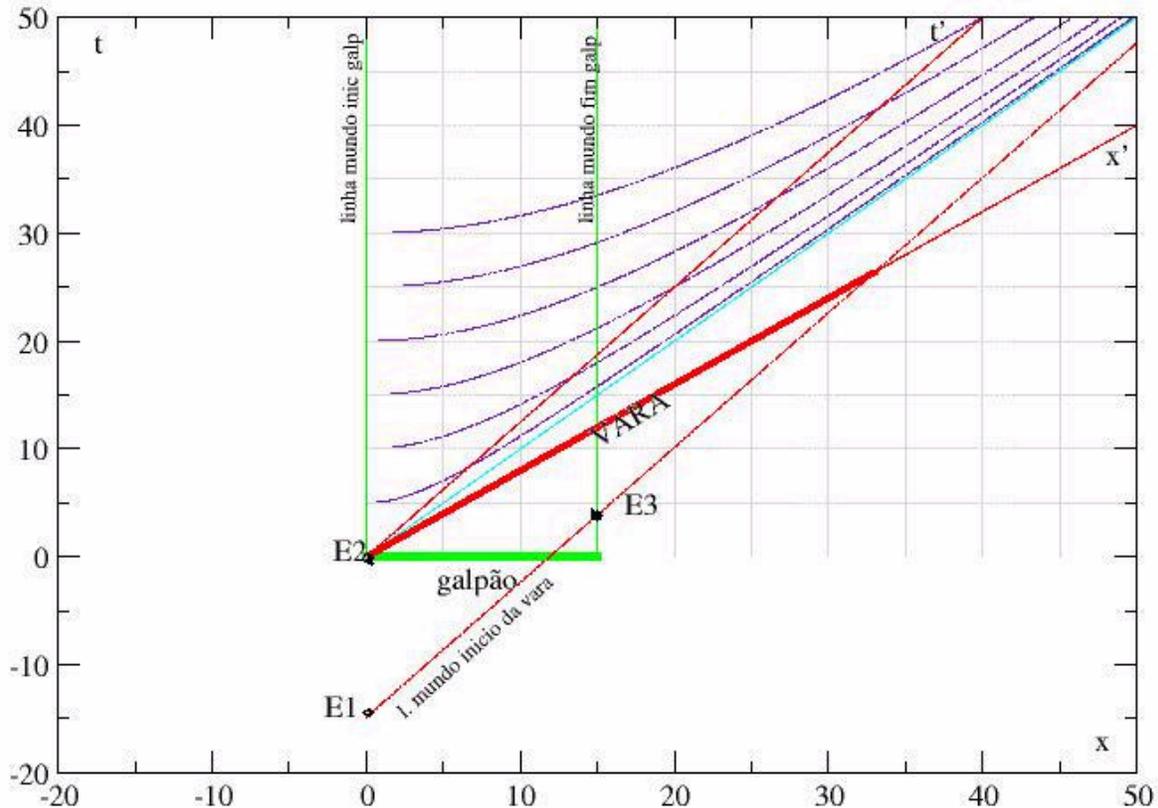


Figura 9-3

analítica é a escolha do  $(0,0)$  no evento E1, ou seja o início da vara na porta do galpão.

**Agora vamos à solução do problema no referencial da vara.**

Desenhamos a vara na parte negativa do eixo  $x'$  (Figura 9-4). A parte positiva do eixo  $x$  cairia no 4to quadrante do sistema  $Q'$ . Como a vara vê o galpão vir ao seu encontro respeitamos a

convenção de que o movimento há direita é positivo e a esquerda é negativo. As duas linhas vermelhas finas representam as linhas mundos do início e fim da vara.

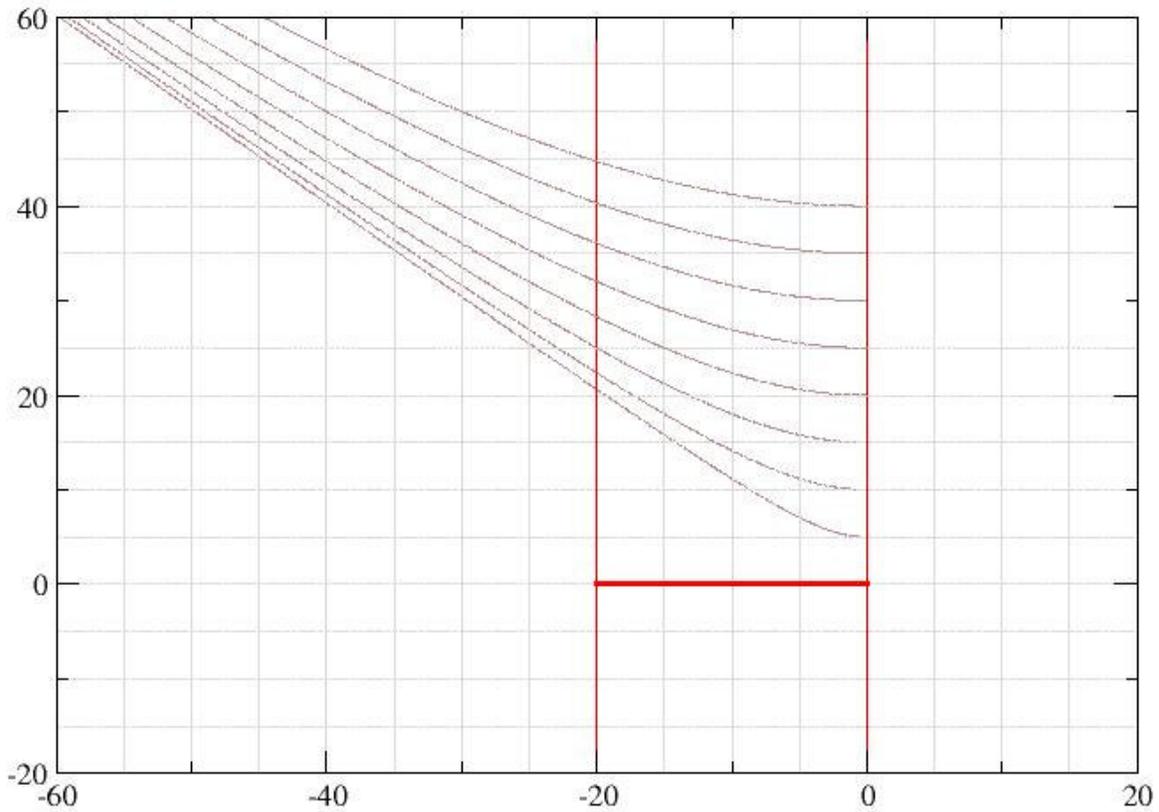


Figura 9-4

Introduzimos a continuação ( figura 9-5) o cone de luz e os eixos  $(x,t)$ , como vistos no sistema  $Q'$  da vara. O início da vara está na posição  $(x',t')=(0,0)$  em quanto o fim está na posição  $(-20, 0)$ .

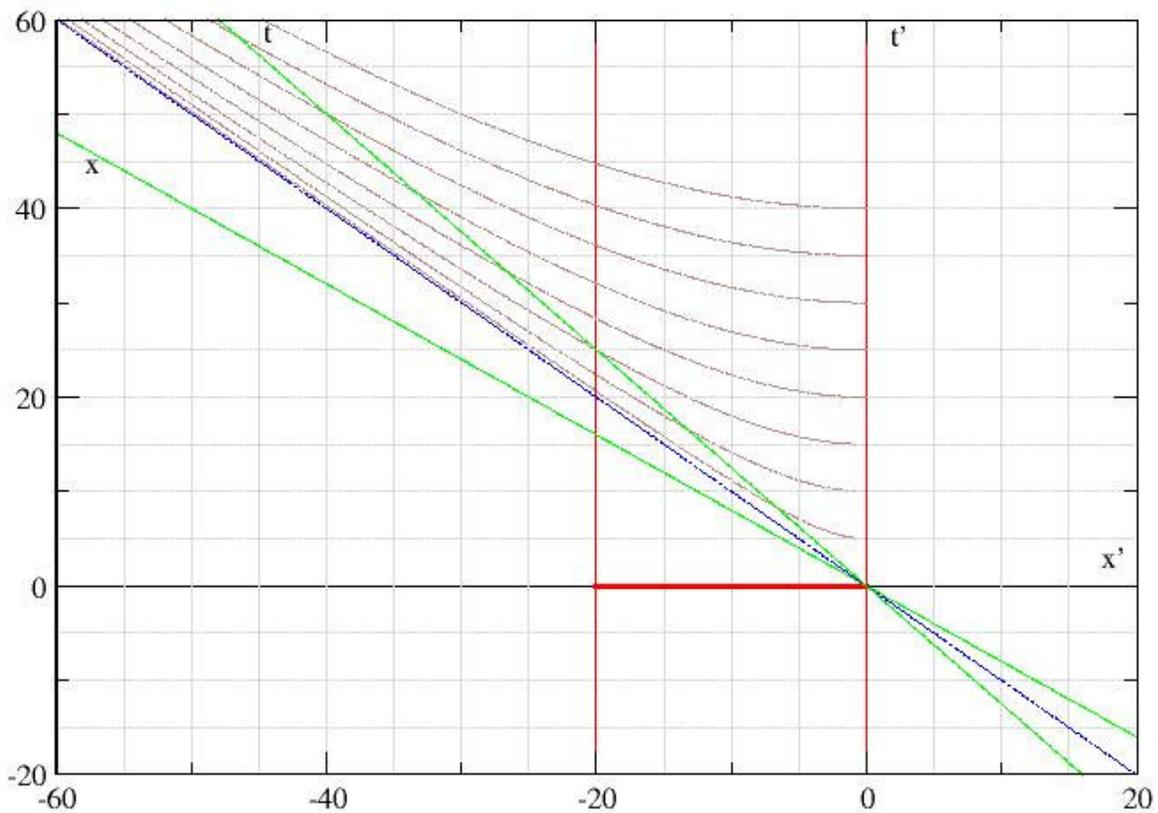


Figura 9-5

Na figura 9-6 destacamos a posição do galpão, em linha verde grossa, e das linhas mundo do início e do fim do mesmo, em verde fina.  $t = t' = 0$  corresponde nesta figura ao evento E3, isto é, início da vara no fundo do galpão (arbitrário). Também destacamos em linha verde, grossa tracejada as posições do galpão nos eventos E1 início da vara na entrada do galpão e E2, fim da vara na entrada do galpão. No referencial do galpão a sucessão temporal dos 3 eventos é E1 anterior a E2 e este a E3.

## Problema da vara e o galpão (referencial vara)

Parâmetros: vara=20m, galpão=15m,  $v=0.8$

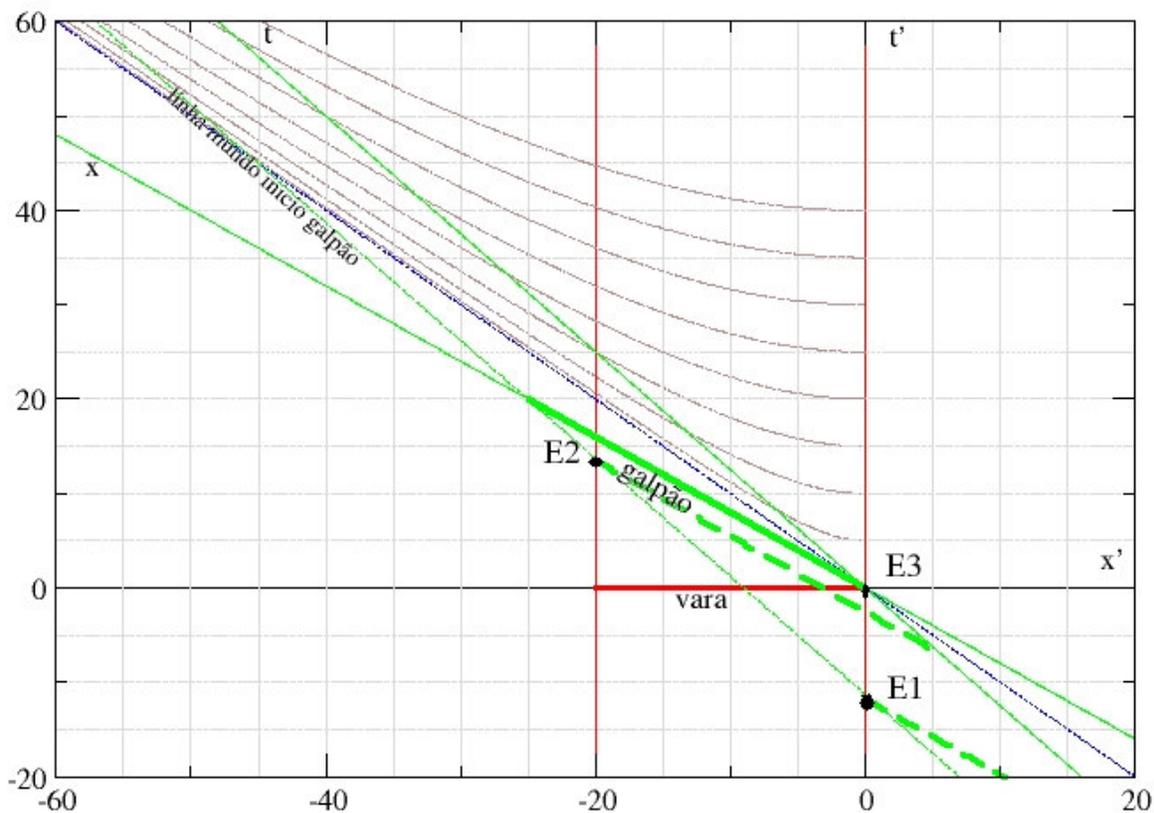


Figura 9-6

Vê-se de imediato que o evento E3 neste caso, no referencial do atleta é anterior ao evento E2, como visto no *referencial Q' do atleta*.

Como explicamos esta situação?. A explicação não é tão simples.

Más analisaremos detalhadamente o caso. A ordem dos eventos deve ser respeitada em quaisquer sistemas!. Se E1 é anterior a E2 deve sê-lo para qualquer observador? SIM, más somente se os eventos estão conectados causalmente, ou seja, SE a linha que une os dois eventos é tipo tempo!!!

Para os eventos E2 e E3, da figura 9-6 a distância espacial entre eles é o comprimento da vara, ou seja 20m. Em tanto que a distância temporal é pouco menos de 15 m. POR TANTO,  $\Delta x' / \Delta t' > 1$ . OU SEJA, a conexão destes eventos é tipo espaço e eles não podem estar conectados causalmente. Em bom romance, isto significa que o final da vara não se entera que o início da vara bateu no fundo do galpão em E3), e segue andando. QUAL É O TEMPO MÍNIMO NECESSÁRIO PARA QUE O FIM DA VARA SE ENTERE DE QUE O

INÍCIO BATEU NO FUNDO DO GALPÃO?. Depende da velocidade de propagação da informação. POREM, se supomos que a informação viaja à velocidade da luz no vácuo (velocidade máxima na qual a mesma pode-se deslocar), o tempo mínimo estaria determinado pela emissão de um raio de luz de E3 intercepte a linha mundo do fim da vara (E4, na figura 9-7). Este evento SIM é posterior a E2. Ou seja que no referencial da vara, TAMBÉM esta entra no galpão. ISTO INDICA QUE NÃO EXISTEM CORPOS RÍGIDOS EM RE, POIS OS MESMOS VIOLARIAM O PRINCIPIO FUNDAMENTAL QUE DIZ QUE TRANSMISSÃO DE ENERGIA DEVE DAR-SE A VELOCIDADES MENORES QUE A DA LUZ.

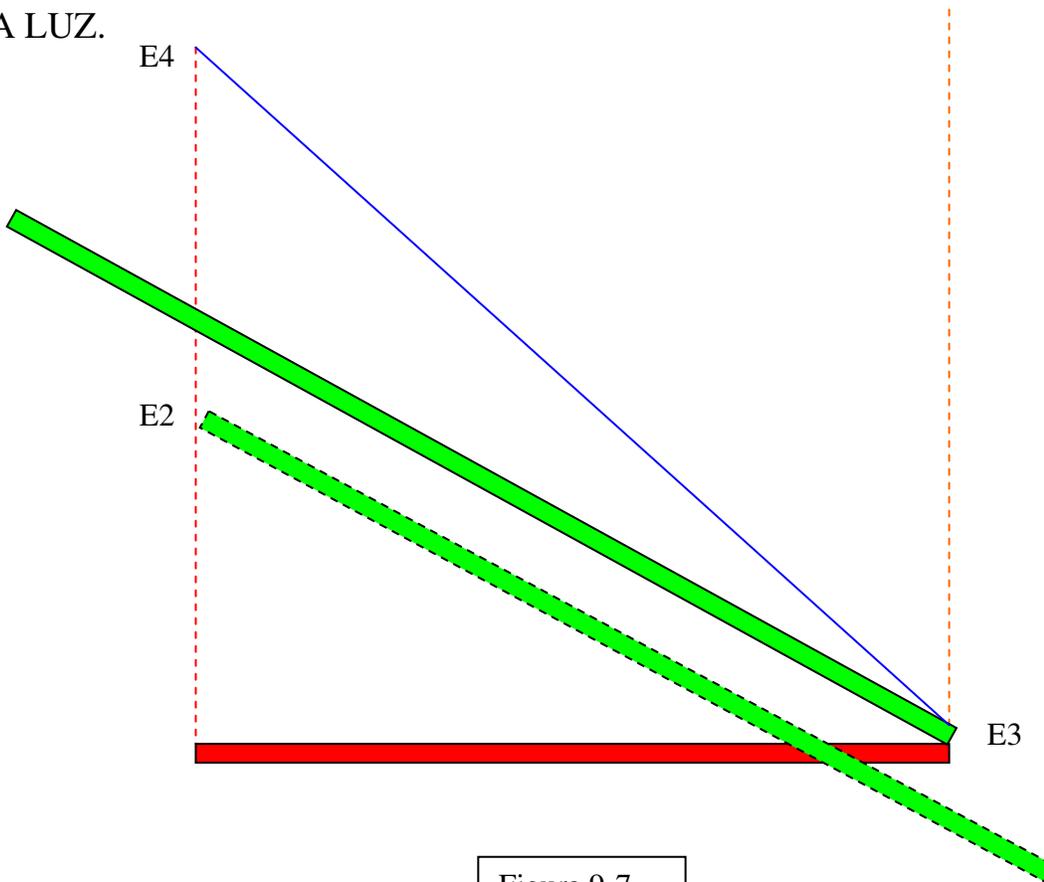


Figura 9-7